

**SỞ GD&ĐT BẮC NINH
PHÒNG KHẢO THÍ VÀ KIỂM ĐỊNH**

**ĐỀ TẬP HUẤN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018
MÔN TOÁN
(Thời gian làm bài 90 phút)
MÃ ĐỀ 101**

Câu 1: [2H1-1] Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2.

- A. 4. B. $\frac{8}{3}$. C. 6. D. 8.

Câu 2: [1D2-1] Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng:

- A. 1. B. 3^{20} . C. 0. D. -1.

Câu 3: [2H1-2] Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{2}\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2		$-\infty$

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 5: [2D2-2] Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

- A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$. B. $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$. C. $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$. D. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$.

Câu 6: [1D4-2] Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = -8$. B. $m = 8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = \frac{7}{4}$.

Câu 7: [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có giá trị cực đại bằng

- A. 0. B. 20. C. -1. D. 4.

Câu 8: [1D1-2] Phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9: [1H1-1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;5)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1;2)$ biến điểm M thành điểm M' . Tọa độ điểm M' là:

- A. $M'(3;7)$. B. $M'(1;3)$. C. $M'(3;1)$. D. $M'(4;7)$.

Câu 10: [2D2-2] Giải phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$.

- A. $x = \frac{11}{8}$. B. $x = \frac{4}{3}$. C. $x = \frac{1}{8}$. D. $x = \frac{8}{11}$.

Câu 11: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	2	4	-5	2	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại bằng 4.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-5;2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -5 .

Câu 12: [2H2-1] Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

- A. $2\pi R^2$. B. πR^2 . C. $4\pi R^2$. D. $2\pi R$.

Câu 13: [2D2-1] Cho các số dương a, b, c , và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b+c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$.
 C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b-c)$.

Câu 14: [1H3-2] Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Q) .
 B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với đường thẳng b .
 C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b .
 D. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Câu 15: [2D1-2] Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có phương trình là:

- A. $x=1$; $y=-2$. B. $x=-2$; $y=1$. C. $x=2$; $y=1$. D. $x=1$; $y=1$.

Câu 16: [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3\sin 4x$.

A. $y' = 12\cos 4x - 2\sin 4x$.

B. $y' = 12\cos 4x + 2\sin 4x$.

C. $y' = -12\cos 4x + 2\sin 4x$.

D. $y' = 3\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$.

Câu 17: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-1}$ là:

A. $(2; +\infty)$.

B. $\{2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 18: [1D4-2] Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = \frac{2017}{2018}$.

D. $I = 1$.

Câu 19: [2D1-1] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

A. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{1}{3}$.

B. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{2}{3}$.

C. $\max_{[1;4]} f(x) = 1$.

D. Không tồn tại.

Câu 20: [2D1-1] Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 21: [2H1-1] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 22: [2H1-1] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CM = 3C'M$. Tính thể tích V của khối chóp $M.ABC$

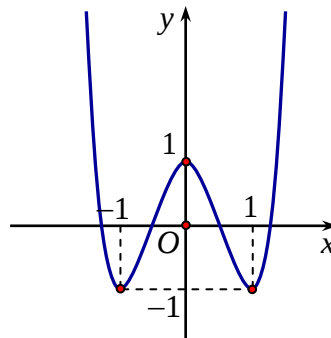
A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{3V}{4}$.

C. $\frac{V}{12}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Câu 23: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

D. $y = -2x^4 + 4x^2$.

Câu 24: [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$?

A. $f'(1) = \frac{1}{2}$.

B. $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$.

C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

D. $f'(1) = 1$.

Câu 25: [1D2-1] Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 32.

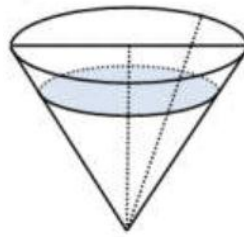
B. 24.

C. 256.

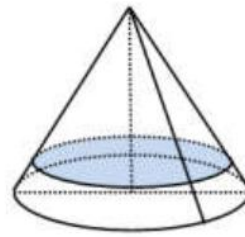
D. 18.

- Câu 26:** [2D1-1] Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?
 A. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. B. $y = x^3 + 4x + 1$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.
- Câu 27:** [1H2-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
 A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
 C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.
- Câu 28:** [2H2-2] Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.
 A. 12π (cm³). B. 15π (cm³). C. 36π (cm³). D. 45π (cm³).
- Câu 29:** [1D1-1] Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là:
 A. $[-2; 2]$. B. $[0; 2]$. C. $[-1; 1]$. D. $[0; 1]$.
- Câu 30:** [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.
 A. $S = \left[\frac{3}{4}; 3\right]$. B. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $S = [3; +\infty)$. D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.
- Câu 31:** [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $\log_{x^2-x+2}(x+3) = \log_{x+5}(x+3)$ là:
 A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 32:** [2D2-3] Tập các giá trị của m để phương trình $4(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:
 A. $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$. B. $(7; 8)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(7; 9)$.
- Câu 33:** [1D1-2] Trong các hàm số $y = \tan x$; $y = \sin 2x$; $y = \sin x$; $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.
 A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.
- Câu 34:** [2D2-4] Cho phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$, gọi S là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của S là
 A. $S = -2$. B. $S = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$.
- Câu 35:** [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC , (α) là mặt phẳng đi qua A , M và song song với đường thẳng BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) .
 A. $a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{4a^2}{3}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 36:** [2D2-4] Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x+2y) = \log(x) + \log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x}$ là:
 A. 6. B. $\frac{32}{5}$. C. $\frac{31}{5}$. D. $\frac{29}{5}$.

Câu 37: [2H2-3] Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (Hình 1). Nếu bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên (Hình 2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng giá trị nào sau đây.



Hình H1



Hình H2

- A. $\sqrt[3]{7}$. B. 1. C. $(20 - 10\sqrt[3]{7})$. D. $(20\sqrt[3]{7} - 10)$.

Câu 38: [2D1-3] Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x - m^2}{x - 1}$ tại đúng một điểm. Tìm tích các phần tử của S .

- A. $\sqrt{5}$. B. 4. C. 5. D. 20.

Câu 39: [2D1-3] Xét các mệnh đề sau:

- (1). Nếu hàm số $f(x) = |x|$ thì $f'(0) = 0$.
 (2). Nếu hàm số $f(x) = |x^{2017}|$ thì $f'(0) = 0$.
 (3). Nếu hàm số $f(x) = |x^2 - 3x + 1|$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Những mệnh đề đúng là?

- A. (1); (2). B. (2); (3). C. (1); (2); (3). D. (2).

Câu 40: [2H1-3] Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 41: [2D2-3] Ông An gửi triệu đồng vào 320 ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu (số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị)?

- A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. B. 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.
 C. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng. D. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Câu 42: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên (SAB) , (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B , C . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R = a\sqrt{2}$.

B. $R = a$.

C. $R = \frac{3a}{2}$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 43: [2D1-2] Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tìm tổng các phần tử của S .

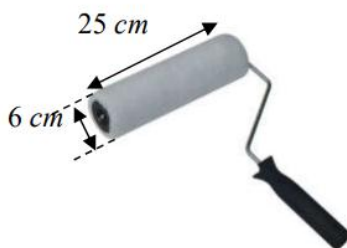
A. -2 .

B. 5 .

C. -5 .

D. 3 .

Câu 44: [2H2-3] Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6 cm, chiều dài lăn là 25 cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn trọn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là:



A. $1500\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

B. $150\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

C. $3000\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

D. $300\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 45: [2D1-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ (với k là số tự nhiên lớn hơn 1). Tính số nghiệm của phương trình $f^6(x) = 0$.

A. 729 .

B. 365 .

C. 730 .

D. 364 .

Câu 46: [2H1-4] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1 . Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Gọi V_1, V_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$. Tính $V_1 + V_2$.

A. $\frac{17\sqrt{2}}{216}$.

B. $\frac{17\sqrt{2}}{72}$.

C. $\frac{17\sqrt{2}}{144}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 47: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có đúng bốn đường tiệm cận.

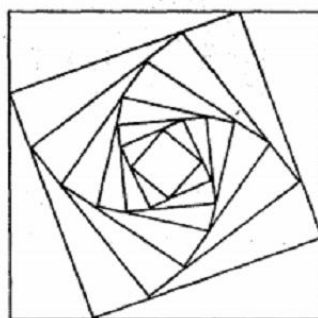
A. $m \in [-5; 4] \setminus \{-4\}$.

B. $m \in [-5; 4]$.

C. $m \in (-5; 4) \setminus \{-4\}$.

D. $m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}$.

Câu 48: [1D3-3] Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n \dots$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 49: [1D1-4] Gọi M, m lần lượt là giá lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^{2018} x + \cos^{2018} x$ trên $\square$. Khi đó:

- A. $M = 2, m = \frac{1}{2^{1008}}$. B. $M = 1, m = \frac{1}{2^{1009}}$. C. $M = 1, m = 0$. D. $M = 1, m = \frac{1}{2^{1008}}$.

Câu 50: [1D2-3] Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên.

- A. $\frac{436}{4^{10}}$. B. $\frac{463}{4^{10}}$. C. $\frac{436}{10^4}$. D. $\frac{463}{10^4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	B	A	D	D	C	A	A	D	C	C	D	B	A	C	A	B	C	B	A	B	C	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	C	A	A	B	C	D	D	B	C	D	D	C	B	C	B	A	B	A	D	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2H1-1] Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2.

- A. 4. B. $\frac{8}{3}$. C. 6. D. 8.

Lời giải

Chọn D.

Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích $V = a^3$.

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 2 là $V = 8$.

Câu 2: [1D2-1] Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x_{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng:

- A. 1. B. 3^{20} . C. 0. D. -1.

Lời giải

Chọn A.

$$(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x_{20} \quad (1).$$

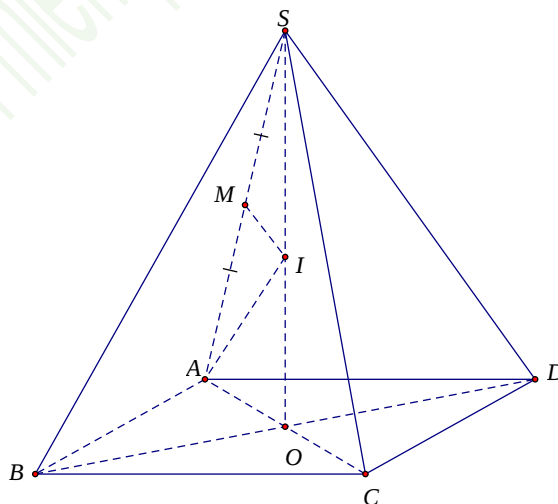
Thay $x=1$ vào (1) ta có: $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = (-1)^{20} = 1$.

Câu 3: [2H1-2] Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{2}\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi O là tâm mặt đáy, M là trung điểm SA , kẻ $MI \perp SA$, ($I \in SO$).

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, bán kính $R = IS$.

$$\Delta SMI \text{ đồng dạng với } \Delta SOA \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{\frac{1}{2} SA^2}{\sqrt{SA^2 - OA^2}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2		$-\infty$

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào BBT suy ra Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 5: [2D2-2] Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

- A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$.
- B. $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$.
- C. $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$.
- D. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_9 1125 = \log_{3^2} (5^3 \cdot 3^2) = \log_{3^2} 5^3 + \log_{3^2} 3^2 = \frac{3}{2} \log_3 5 + 1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_5 3} + 1 = 1 + \frac{3}{2a}$.

- Câu 6:** [1D4-2] Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.
- A. $m = -8$. B. $m = 8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = \frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2-16}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x+4) = 8$.

Và: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (mx+1) = 4m+1 = f(4)$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 4$ nếu $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$.

$$\Rightarrow 4m+1=8 \Leftrightarrow m=\frac{7}{4}.$$

- Câu 7:** [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có giá trị cực đại bằng
- A. 0. B. 20. C. -1. D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=0 \\ x=-1 \Rightarrow y=4 \end{cases}$.

Và: $y'' = 6x \Rightarrow \begin{cases} y''(1) = 6 > 0 \\ y''(-1) = -6 < 0 \end{cases}$. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. Vậy $y_{CD} = 4$.

- Câu 8:** [1D1-2] Phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$ có tập nghiệm là
- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = 1$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9: [1H1-1] Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;5)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;2)$ biến điểm M thành điểm M' . Tọa độ điểm M' là:

- A. $M'(3;7)$. B. $M'(1;3)$. C. $M'(3;1)$. D. $M'(4;7)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Gọi } T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 + 1 = 3 \\ y' = 5 + 2 = 7 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(3;7).$$

Câu 10: [2D2-2] Giải phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$.

- A. $x = \frac{11}{8}$. B. $x = \frac{4}{3}$. C. $x = \frac{1}{8}$. D. $x = \frac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } 4^{x-1} = 8^{3-2x} \Leftrightarrow \frac{2^{2x}}{4} = \frac{512}{2^{6x}} \Leftrightarrow 2^{8x} = 2048 \Leftrightarrow 2^{8x} = 2^{11} \Leftrightarrow 8x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}.$$

Cách khác:

$$\text{Ta có: } 4^{x-1} = 8^{3-2x} \Leftrightarrow (x-1)\log_2 4 = (3-2x)\log_2 8 \Leftrightarrow 2x-2 = 9-6x \Leftrightarrow 8x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}.$$

Câu 11: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	2	4	-5	2	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại bằng 4.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-5;2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -5.

Lời giải

Chọn D.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ nên đường $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Giá trị cực đại $y_{CD} = 4$, điểm cực đại $x_{CD} = -1$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$; $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Vì vậy A, B, C sai.

Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -5 .

Câu 12: [2H2-1] Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

- A. $2\pi R^2$. B. πR^2 . C. $4\pi R^2$. D. $2\pi R$.

Lời giải

Chọn C.

Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Câu 13: [2D2-1] Cho các số dương a, b, c , và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b+c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$.
C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b-c)$.

Lời giải

Chọn C.

Theo tính chất logarit ta có: $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

Câu 14: [1H3-2] Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Q) .
B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với đường thẳng b .
C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b .
D. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Lời giải

Chọn D.

Phát biểu D đúng theo định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

Câu 15: [2D1-2] Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có phương trình là:

- A. $x=1$; $y=-2$. B. $x=-2$; $y=1$. C. $x=2$; $y=1$. D. $x=1$; $y=1$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+2} = 1$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=1$ làm tiệm cận ngang.

Vì $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-1}{x+2} = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-2$ làm tiệm cận đứng.

Câu 16: [1D5-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3\sin 4x$.

- A. $y' = 12\cos 4x - 2\sin 4x$. B. $y' = 12\cos 4x + 2\sin 4x$.
C. $y' = -12\cos 4x + 2\sin 4x$. D. $y' = 3\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = -2\sin 4x + 12\cos 4x$.

Câu 17: **[2D2-1]** Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-1}$ là:

A. $(2; +\infty)$.

B. $\{2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 18: **[1D4-2]** Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = \frac{2017}{2018}$.

D. $I = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{2017}{n}}{3 + \frac{2018}{n}} = \frac{2}{3}$.

Câu 19: **[2D1-1]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

A. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{1}{3}$.

B. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{2}{3}$.

C. $\max_{[1;4]} f(x) = 1$.

D. Không tồn tại.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định $[1; 4]$.

Có $f'(x) = \frac{2}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in [1; 4]$ nên hàm số đồng biến trên $[1; 4]$.

Do đó $\max_{[1;4]} f(x) = f(4) = \frac{4}{4+2} = \frac{2}{3}$.

Câu 20: **[2D1-1]** Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.

Câu 21: [2H1-1] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

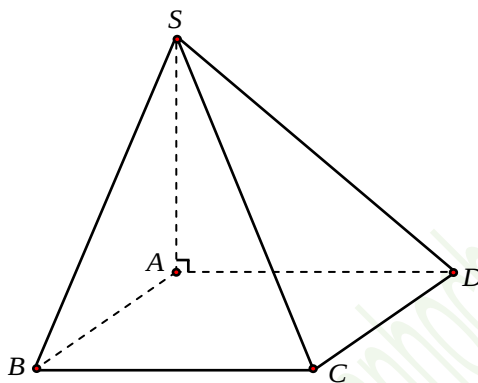
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22: [2H1-1] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CM = 3C'M$. Tính thể tích V của khối chóp $M.ABC$

A. $\frac{V}{4}$.

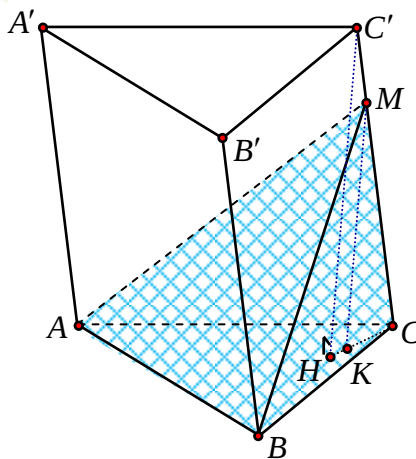
B. $\frac{3V}{4}$.

C. $\frac{V}{12}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

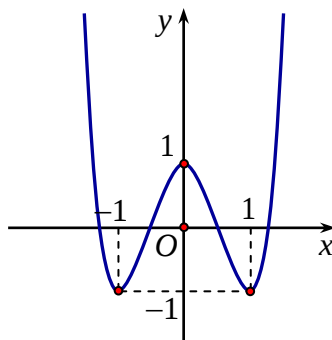


Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C' và M lên mặt phẳng (ABC)

Ta có $C'H \parallel MK \Rightarrow \frac{MK}{CC'} = \frac{CM}{CC'} = \frac{3}{4}$.

Khi đó $V_{M.ABC} = \frac{1}{3} MK \cdot S_{ABC} \Leftrightarrow V_{M.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} CC' \cdot S_{ABC} = \frac{V}{4}$.

Câu 23: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = -2x^4 + 4x^2$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm trùng phương có hệ số $a > 0$ và đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow$ loại A, C, D.

Vậy đó là đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 24: [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$?

- A. $f'(1) = \frac{1}{2}$. B. $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. D. $f'(1) = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}, \forall x \in \mathbb{R}$

Khi đó $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 25: [1D2-1] Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 32. B. 24. C. 256. D. 18.

Lời giải

Chọn B.

Mỗi số tự nhiên tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập A là hoán vị của 4 phần tử.

Vậy có $4! = 24$ số cần tìm.

Câu 26: [2D1-1] Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. B. $y = x^3 + 4x + 1$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Vì hàm số $y = x^3 + 4x + 1$ có $y' = 3x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = x^3 + 4x + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 27: [1H2-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Lời giải

Chọn D.

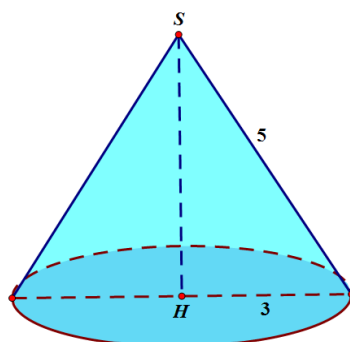
Lý thuyết.

Câu 28: [2H2-2] Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

- A. $12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.
- B. $15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.
- C. $36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.
- D. $45\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $SH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 9 = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 29: [1D1-1] Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là:

- A. $[-2; 2]$.
- B. $[0; 2]$.
- C. $[-1; 1]$.
- D. $[0; 1]$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1, \forall x \in \mathbf{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số đã cho là $[-1; 1]$.

Câu 30: [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.

- A. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.
- B. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.
- C. $S = [3; +\infty)$.
- D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > \frac{3}{4}$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương với $\log_3(4x-3)^2 \leq \log_3(18x+27)$

$$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq 18x+27 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Câu 31: [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $\log_{x^2-x+2}(x+3) = \log_{x+5}(x+3)$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn A.

- ☐ Điều kiện $x > -3$.
- ☐ Thay $x = -2$ vào phương trình thấy thỏa.
- ☐ Với $\begin{cases} x > -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$ thì $\log_{x^2-x+2}(x+3) = \log_{x+5}(x+3) \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = x + 5$
- $$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$
- ☐ Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm.

Câu 32: [2D2-3] Tập các giá trị của m để phương trình $4(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

- A. $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$. B. $(7; 8)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(7; 9)$.

Lời giải

Chọn B.

- ☐ Đặt $t = (\sqrt{5}+2)^x$, $t > 0$, khi đó $x = \log_{\sqrt{5}+2} t$ và mỗi $t \in (0; 1)$ cho ta đúng một nghiệm $x < 0$.
- ☐ Phương trình đã cho được viết lại $4t + \frac{1}{t} + 3 = m$ (*). Suy ra bài toán trở thành tìm m để phương trình (*) có đúng hai nghiệm $t \in (0; 1)$.
- ☐ Xét hàm số $f(t) = 4t + \frac{1}{t} + 3$ với $t \in (0; 1)$.

$$\text{Có } f'(t) = 4 - \frac{1}{t^2} = \frac{4t^2 - 1}{t^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \in (0; 1) \\ t = -\frac{1}{2} \notin (0; 1) \end{cases}.$$

- ☐ Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		7	8

- ☐ Dựa vào bảng biến thiên ta có $7 < m < 8$.

Câu 33: [1D1-2] Trong các hàm số $y = \tan x$; $y = \sin 2x$; $y = \sin x$; $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn C.

□ Ta có hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ và hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ nên cả hai hàm số này đều không thỏa yêu cầu.

□ Xét hàm số $y = \sin 2x$: Ta có $\sin 2(x+k\pi) = \sin(2x+2k\pi) = \sin 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

□ Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π nên không thỏa yêu cầu.

Câu 34: [2D2-4] Cho phương trình $\frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$, gọi S là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của S là

- A. $S = -2$. B. $S = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} -2 < x < -\frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + (t-1)^2$, $t > 0$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2(t-1) = \frac{2 \ln 2 \cdot t^2 - 2 \ln 2 \cdot t + 1}{t \cdot \ln 2} > 0$, $\forall t > 0$, do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mặt khác ta có:

$$\frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+2} + (\sqrt{x+2} - 1)^2 = \log_2 \left(2 + \frac{1}{x}\right) + \left[\left(2 + \frac{1}{x}\right) - 1\right]^2$$

$$\Leftrightarrow f(\sqrt{x+2}) = f\left(2 + \frac{1}{x}\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = 2 + \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

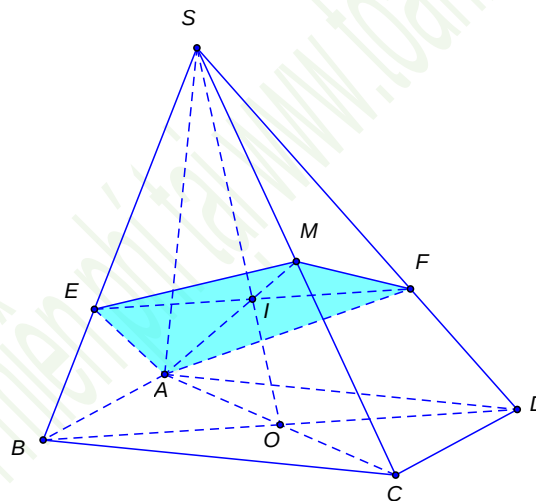
Kết hợp với điều kiện ta được $\begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$. Vậy $S = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$.

Câu 35: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC , (α) là mặt phẳng đi qua A , M và song song với đường thẳng BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) .

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{4a^2}{3}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$. Trong mặt phẳng (SBD) qua I kẻ $EF \parallel BD$, khi đó ta có $(AEMF) \equiv (\alpha)$ là mặt phẳng chứa AM và song song với BD . Do đó thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $AEMF$.

Ta có: $\begin{cases} FE \parallel BD \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow FE \perp (SAC) \Rightarrow FE \perp AM$.

Mặt khác ta có:

* $AC = 2a = SA$ nên tam giác SAC vuông cân tại A , suy ra $AM = a\sqrt{2}$.

* I là trọng tâm tam giác SAC , mà $EF \parallel BD$ nên tính được $EF = \frac{2}{3}BD = \frac{4a}{3}$.

Tứ giác $AEMF$ có hai đường chéo $FE \perp AM$ nên $S_{AEMF} = \frac{1}{2}FE \cdot AM = \frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 36: [2D2-4] Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x+2y) = \log(x) + \log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x}$ là:

A. 6.

B. $\frac{32}{5}$.

C. $\frac{31}{5}$.

D. $\frac{29}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta sử dụng bất đẳng thức phụ sau:

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$$

$$\log(x+2y) = \log(x) + \log(y) \Rightarrow \log(x+2y) = \log(xy) \Rightarrow x+2y = xy \text{ ĐK } x, y > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có:

$$\Rightarrow x+2y \geq 2\sqrt{x \cdot 2y} \Rightarrow x+2y \geq 8$$

$$P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x} \geq \frac{(x+2y)^2}{2+x+2y}$$

$$\text{Đặt } t = x+2y (t \geq 8)$$

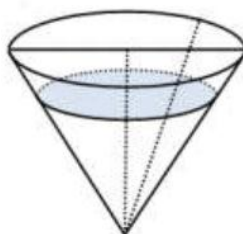
$$\text{Xét } f(t) = \frac{t^2}{2+t} (t \geq 8) \text{ có } f'(t) = \frac{4t+t^2}{(2+t)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=-4 \end{cases}$$

x	8	$+\infty$
y'		+
y	$\frac{32}{5}$	$+\infty$

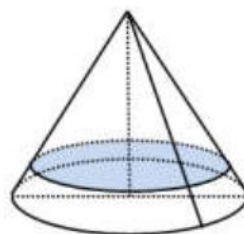
Dựa trên bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $[8; +\infty]$ nên

$$\min f(t) = f(8) = \frac{32}{5} \Rightarrow P \geq \frac{32}{5}.$$

Câu 37: [2H2-3] Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (Hình 1). Nếu bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên (Hình 2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng giá trị nào sau đây.



Hình H1



Hình H2

A. $\sqrt[3]{7}$.

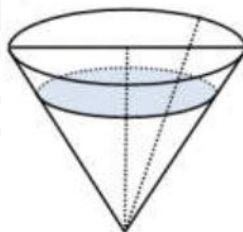
B. 1.

C. $(20 - 10\sqrt[3]{7})$.

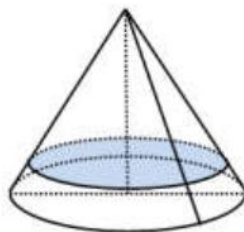
D. $(20\sqrt[3]{7} - 10)$.

Lời giải

Chọn C.



Hình H1



Hình H2

Xét trường hợp 1 lúc nước được đổ vào phễu:

Gọi V_p là thể tích của phễu ta có $V_p = \frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p$

Gọi V_n là thể tích của nước ta có $V_n = \frac{1}{3}\pi r_n^2 h_n$

Xét tỉ số

$$\frac{V_n}{V_p} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_n^2 h_n}{\frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p} = \frac{r_n^2 h_n}{r_p^2 h_p} = \left(\frac{h_n}{h_p}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Xét trường hợp 2 lúc lật ngược phễu:

Gọi chiều cao từ đỉnh chóp đến phần diện tích mặt nước phía trên của chóp là x .

Gọi V_p là thể tích của phễu ta có $V_p = \frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p$

Gọi V_r là thể tích của phần rỗng ta có $V_r = \frac{1}{3}\pi r_r^2 h_r$

$$\text{Xét tỉ số } \frac{V_r}{V_p} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_r^2 h_r}{\frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p} = \frac{r_r^2 h_r}{r_p^2 h_p} = \left(\frac{h_r}{h_p}\right)^3 = \left(\frac{20-x}{20}\right)^3 = \frac{7}{8} \Rightarrow x = (20 - 10\sqrt[3]{7}).$$

Câu 38: [2D1-3] Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x - m^2}{x - 1}$ tại đúng một điểm. Tìm tích các phần tử của S .

A. $\sqrt{5}$.

B. 4.

C. 5.

D. 20.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{4x - m^2}{x - 1} = x + 1, (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + m^2 - 1 = 0 (*)$

Để đường thẳng cắt đồ thị tại đúng một điểm thì pt (*) có nghiệm kép $x \neq 1$ hoặc pt (*) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 1$.

$$\text{TH1: Pt } (*) \text{ có nghiệm kép } x \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ -\frac{b}{2a} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - m^2 = 0 \\ 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}.$$

$$\text{TH2: Pt (*) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm } x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 - 4.1 + m^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - m^2 > 0 \\ 1^2 - 4.1 + m^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

$$\Rightarrow S = \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}; 2; -2\}.$$

Vậy tích các phân tử của S là: $\sqrt{5} \cdot (-\sqrt{5}) \cdot 2 \cdot (-2) = 20$.

Câu 39: [2D1-3] Xét các mệnh đề sau:

(1). Nếu hàm số $f(x) = |x|$ thì $f'(0) = 0$.

(2). Nếu hàm số $f(x) = |x^{2017}|$ thì $f'(0) = 0$.

(3). Nếu hàm số $f(x) = |x^2 - 3x + 1|$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Những mệnh đề đúng là?

A. (1); (2).

B. (2); (3).

C. (1); (2); (3).

D. (2).

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

Do đó, $f'(0) = 1$. Vậy (1) **sai**.

$$\text{Ta có: } f(x) = |x^{2017}| = \begin{cases} x^{2017} & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^{2017} & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2017x^{2016} & \text{khi } x \geq 0 \\ -2017x^{2016} & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

Do đó, $f'(0) = 0$. Vậy (2) **đúng**.

$$\text{Ta có: } f(x) = |x^2 - 3x + 1| = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & \text{khi } x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{2} \vee x \geq \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ -x^2 + 3x - 1 & \text{khi } \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{khi } x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{2} \vee x \geq \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ -2x + 3 & \text{khi } \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Do đó, với $x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{2} \vee x \geq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (l).

Với $\frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (n).

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có 1 nghiệm, do đó (3) **sai**.

Câu 40: [2H1-3] Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

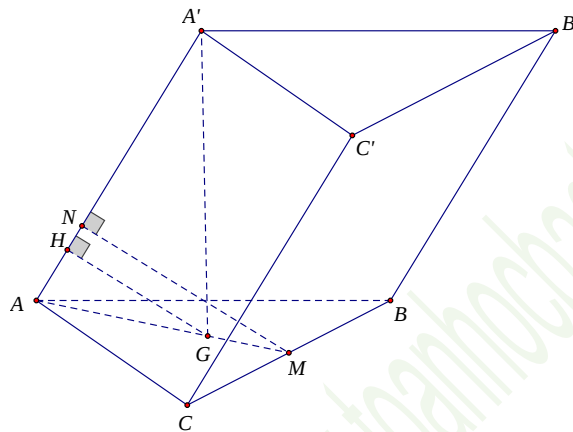
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, M là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow A'G \perp (ABC).$$

Trong $(AA'M)$ dựng $MN \perp AA'$, ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'G) \Rightarrow BC \perp MN$.

$$\Rightarrow d(AA', BC) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi H là hình chiếu của G lên AA' .

$$\text{Ta có: } GH \parallel MN \Rightarrow \frac{GH}{MN} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G , ta có:

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Rightarrow \frac{1}{GA'^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{GA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{27}{3a^2} \Rightarrow GA' = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối lăng trụ là: } V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 41: [2D2-3] Ông An gửi triệu đồng vào 320 ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng.

Hỏi số tiền ông An lần lượt ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu (số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị)?

- A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. B. 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.
C. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng. D. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số tiền ông An gửi ở ngân hàng ACB là x (triệu đồng).

Số tiền ông An gửi ở ngân hàng VietinBank là $320 - x$ (triệu đồng).

Khi gửi ở ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý thì số tiền cả vốn và lãi ông An nhận được khi gửi ở ngân hàng ACB sau 15 tháng là $x(1 + 0,021)^5 = 1,021^5 \cdot x$ (triệu đồng).

Số tiền lãi ông An nhận được khi gửi ở ngân hàng ACB sau 15 tháng là: $(1,021^5 - 1) \cdot x$ (triệu đồng).

Khi gửi ở ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng thì số tiền cả vốn và lãi ông An nhận được là: $(320 - x)(1 + 0,0073)^9 = 1,0073^9 (320 - x)$ (triệu đồng).

Số tiền lãi ông An nhận được khi gửi ở ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng là $(1,0073^9 - 1) \cdot (320 - x)$ (triệu đồng)

Tổng số lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng nên ta có phương trình $(1,021^5 - 1) \cdot x + (1,0073^9 - 1) \cdot (320 - x) = 26,67072595$.

Giải phương trình ta tìm được $x = 120$.

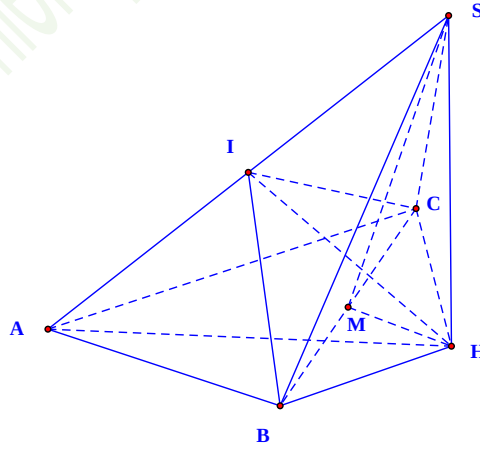
Vậy ông An gửi ở ngân hàng ACB là 120 (triệu đồng) và ngân hàng VietinBank 200 (triệu đồng).

Câu 42: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên (SAB) , (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B , C . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

- A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = \frac{3a}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) thì SH là đường cao của hình chóp.

Mặt khác thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$ nên ta có $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot SH = \frac{2}{3}a^3 \Leftrightarrow SH = 2a$.

Dễ thấy năm điểm A, B, H, C, S cùng thuộc mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Mặt khác A, B, H, C cùng thuộc một mặt phẳng nên tứ giác $ABHC$ nội tiếp đường tròn.

$$\text{Mà } BAC = 90^\circ \Rightarrow BHC = 90^\circ \Rightarrow HM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{HM^2 + SH^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}.$$

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có:

$$SM^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Rightarrow \frac{SB^2 + SC^2}{2} = SM^2 + \frac{BC^2}{4} = \frac{13a^2}{2}. \quad (1)$$

$$R^2 = CI^2 = \frac{CA^2 + SC^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{4a^2 + SC^2}{2} - R^2. \quad (2)$$

$$R^2 = BI^2 = \frac{BA^2 + SB^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{a^2 + SB^2}{2} - R^2. \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } 4R^2 = \frac{a^2 + SB^2}{2} + \frac{4a^2 + SC^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{SB^2 + SC^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{13a^2}{2} = 9a^2.$$

$$\Rightarrow R = \frac{3a}{2}.$$

Câu 43: [2D1-2] Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tìm tổng các phần tử của S .

A. -2.

B. 5.

C. -5.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(x_0; x_0^4 - 2x_0^2 + m - 2)$ là tiếp điểm.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có dạng: $k = 4x_0^3 - 4x_0$.

$$\text{Tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục } Ox \text{ thì } k = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \\ x_0 = -1 \end{cases}.$$

Tại $A(0; m-2)$ thì phương trình tiếp tuyến là $(d_1): y = m-2$.

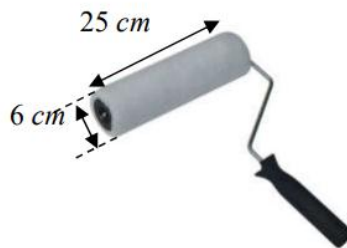
Tại $B(1; m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là $(d_2): y = m-3$.

Tại $C(-1; m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là $(d_3): y = m-3$.

Theo đề, chỉ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox nên:
$$\begin{cases} m-2=0 \\ m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=3 \end{cases}.$$

Vậy $S = \{2; 3\}$ do đó ta chọn phương án. **B.**

Câu 44: **[2H2-3]** Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6 cm, chiều dài lăn là 25 cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn tròn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là:



- A.** $1500\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. **B.** $150\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. **C.** $3000\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. **D.** $300\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Lời giải

Chọn A.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi \cdot 6 \cdot 25 = 150\pi$.

Khi lăn sơn quay một vòng sẽ quét được một diện tích bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

Do đó trục lăn quay 10 vòng sẽ quét được diện tích là $S = 10 \cdot S_{xq} = 1500\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

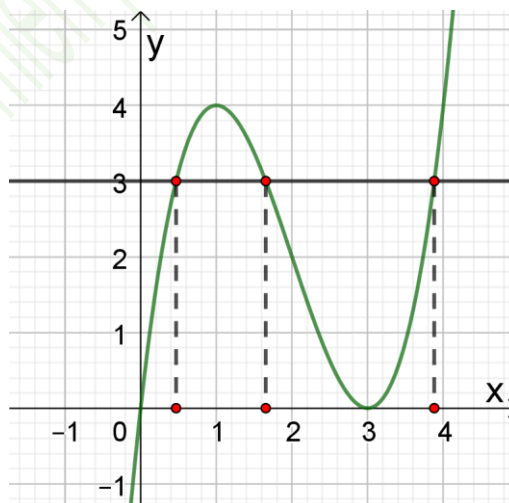
Câu 45: **[2D1-4]** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ (với k là số tự nhiên lớn hơn 1). Tính số nghiệm của phương trình $f^6(x) = 0$.

- A.** 729. **B.** 365. **C.** 730. **D.** 364.

Lời giải

Chọn B.

Ta có đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$



Ta xét phương trình $f(x) = m$.

+ Với $m = 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x = 0$ và $x = 3$.

+ Với $m \in (0; 4)$ phương trình luôn có 3 nghiệm phân biệt $x_1, x_2, x_3 \in (0; 4)$.

- Xét $m \in (0; 4)$, phương trình $f^2(x) = m \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = m_1 \\ f(x) = m_2 \\ f(x) = m_3 \end{cases}$ với $m_1, m_2, m_3 \in (0; 4)$. Mỗi

phương trình có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình $f^2(x) = m$ có $3^2 = 9$ nghiệm phân biệt.

Chứng minh bằng quy nạp ta có: Phương trình $f^k(x) = m$ với $m \in (0; 4)$ có 3^k nghiệm phân biệt.

Ta có $f^6(x) = 0 \Leftrightarrow f(f^5(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^5(x) = 0 \\ f^5(x) = 3 \end{cases}$.

+ $f^5(x) = 3$ có $3^5 = 243$ nghiệm.

+ $f^5(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^4(x) = 0 \\ f^4(x) = 3 \end{cases}$.

+ Phương trình $f^4(x) = 3$ có 3^4 nghiệm.

....

+ Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f^6(x) = 0$ là $3^5 + 3^4 + \dots + 3 + 1 + 1 = \frac{3^6 - 1}{3 - 1} + 1 = 365$ nghiệm.

Câu 46: [2H1-4] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Gọi V_1, V_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$. Tính $V_1 + V_2$.

A. $\frac{17\sqrt{2}}{216}$.

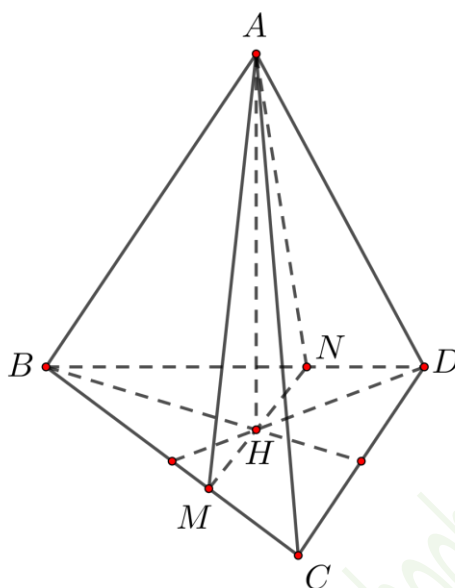
B. $\frac{17\sqrt{2}}{72}$.

C. $\frac{17\sqrt{2}}{144}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là tâm tam giác BCD , ta có $AH \perp (BCD)$, mà $(AMN) \perp (BCD)$ nên $AH \subset (AMN)$ hay MN luôn đi qua H .

$$\text{Ta có } BH = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } ABMN \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{12} BM \cdot BN.$$

Do MN luôn đi qua H và M chạy trên BC nên $BM \cdot BN$ lớn nhất khi $M \equiv C$ hoặc $N \equiv D$ khi đó $V_1 = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

$$+ BM \cdot BN \text{ nhỏ nhất khi } MN \parallel CD \text{ khi } BM = BN = \frac{2}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{\sqrt{2}}{27}.$$

$$\text{Vậy } V_1 + V_2 = \frac{17\sqrt{2}}{216}.$$

Câu 47: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có đúng bốn đường tiệm cận.

A. $m \in [-5; 4] \setminus \{-4\}$. B. $m \in [-5; 4]$. C. $m \in (-5; 4) \setminus \{-4\}$. D. $m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ suy ra đồ thị hàm số có đường hai tiệm cận ngang là

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \text{ và } y = -\frac{1}{\sqrt{2}+1}.$$

Đề đồ thị có đúng bốn đường tiệm cận thì phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Ta có $\sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 2x - m} = x + 1 \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 4x - 1 = m \end{cases} \quad (1)$

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x \geq -1$ và $x \neq 1$.

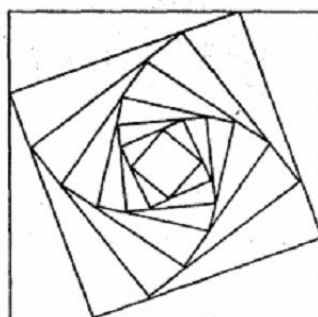
Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 1$ với $x \geq -1$ và $x \neq 1$.

Bảng biến thiên:

x	-1	1	2	$+\infty$
y'		-	0	+
y	4	-4	-5	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $x^2 - 4x - 1 = m$ với $x \geq -1$ và $x \neq 1$ có hai nghiệm thì $m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}$.

Câu 48: **[1D3-3]** Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots$

$C_n \dots$ Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$

Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích

$$S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1.$$

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$. Do đó diện tích

$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8} S_2$. Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ tạo thành một dãy cấp số

nhân lùi vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{5}{8}$.

$T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{8a^2}{3}$. Với $T = \frac{32}{3}$ ta có $a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 49: [1D1-4] Gọi M, m lần lượt là giá lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^{2018} x + \cos^{2018} x$ trên $\square$. Khi đó:

A. $M = 2, m = \frac{1}{2^{1008}}$. B. $M = 1, m = \frac{1}{2^{1009}}$. C. $M = 1, m = 0$. D. $M = 1, m = \frac{1}{2^{1008}}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y = \sin^{2018} x + \cos^{2018} x = (\sin^2 x)^{1009} + (1 - \sin^2 x)^{1009}$.

Đặt $t = \sin^2 x, 0 \leq t \leq 1$ thì hàm số đã cho trở thành $y = t^{1009} + (1-t)^{1009}$.

Xét hàm số $f(t) = t^{1009} + (1-t)^{1009}$ trên đoạn $[0;1]$.

Ta có: $f'(t) = 1009t^{1008} - 1009(1-t)^{1008}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1009t^{1008} - 1009(1-t)^{1008} = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1-t}{t}\right)^{1008} = 1 \Leftrightarrow \frac{1-t}{t} = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Mà $f(1) = f(0) = 1, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^{1008}}$.

Suy ra $\max_{[0;1]} f(t) = f(0) = f(1) = 1, \min_{[0;1]} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^{1008}}$

Vậy $M = 1, m = \frac{1}{2^{1008}}$.

Câu 50: [1D2-3] Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên.

A. $\frac{436}{4^{10}}$. B. $\frac{463}{4^{10}}$. C. $\frac{436}{10^4}$. D. $\frac{463}{10^4}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phân tử không gian mẫu $n(\Omega) = 4^{10}$.

Gọi A là biến cố "thí sinh đạt từ 8,0 trở lên".

Ta có các trường hợp:

+ Thí sinh đúng 8 câu, sai 2 câu có $C_{10}^8 \cdot 3^2 = 405$ (cách).

+ Thí sinh đúng 9 câu, sai 1 câu có $C_{10}^9 \cdot 3^1 = 30$ (cách).

+ Thí sinh đúng cả 10 câu có $C_{10}^{10} = 1$ (cách).

Do đó $n(A) = 405 + 30 + 1 = 436$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{436}{4^{10}}$.