

TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC LỚP 12 – LẦN 1, NĂM 2018
MÔN TOÁN
(Thời gian làm bài 90 phút)

Câu 1. [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Câu 2. [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 2x$ là

- A. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $x^2 - 2 \cos 2x + C$. D. $x^2 + 2 \cos 2x + C$.

Câu 3. [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn AB bằng

- A. 2. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{2}$. D. 6.

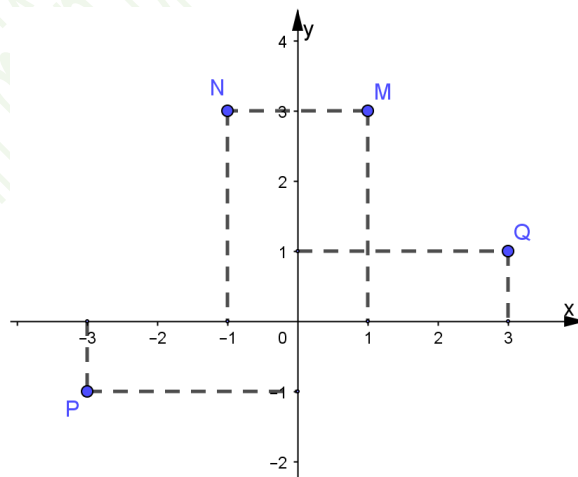
Câu 4. [1D3-2] Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

- A. 27. B. 31. C. 35. D. 29.

Câu 5. [1D4-2] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0. D. 1.

Câu 6. [2D4-1] Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1+i)(2-i)$?



- A. P. B. M. C. N. D. Q.

Câu 7. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; 10)$. D. $(-\infty; 9)$.

Câu 8. [2H2-2] Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

- A. 16π . B. 48π . C. 12π . D. 36π .

Câu 9. [1D5-1] Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 3. D. 2.

Câu 10. [2H1-2] Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 11. [2D2-1] Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

- A. $2 - \log_a b$. B. $2 + \log_a b$. C. $1 + 2\log_a b$. D. $2\log_a b$.

Câu 12. [2D4-2] Tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng.

- A. $2\ln 5$. B. $\frac{1}{2}\ln 5$. C. $\ln 5$. D. $4\ln 5$.

Câu 13. [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3

Câu 14. [2D1-2] Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 15. [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Câu 16. [2D3-2] Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b\ln 2 + c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 7. D. 9.

Câu 17. [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. -3. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 18. [2D4-3] Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z; iz$ và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Mô đun của số phức z bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 6. D. 9.

Câu 19. [2D2-2] Hàm số $y = \log_2(2x+1)$ có đạo hàm y' bằng

- A. $\frac{2\ln 2}{2x+1}$. B. $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $\frac{2}{(2x+1)\log 2}$. D. $\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 20. [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1. B. 3. C. 9. D. 6.

Câu 21. [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 22. [2D3-2] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos 2x$ là

A. $\frac{x \sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C$. B. $x \sin 2x - \frac{\cos 2x}{2} + C$.
C. $x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $\frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C$.

Câu 23. [2D4-2]. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(-2; -1); R = 4$. B. $I(-2; -1); R = 2$. C. $I(2; -1); R = 4$. D. $I(2; -1); R = 2$.

Câu 24. [2D1-3]. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:

A. $(-\infty; 6]$. B. $(-\infty; 3]$. C. $(-\infty; 3]$. D. $[3; 6]$.

Câu 25. [1D2-3] Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P = \frac{7}{90}$. B. $P = \frac{7}{24}$. C. $P = \frac{7}{10}$. D. $P = \frac{7}{15}$.

Câu 26. [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 1. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 27. [2D3-2] Với cách đổi biến $u = \sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx$ trở thành

A. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. B. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. C. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$. D. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du$.

Câu 28. [2H2-2] Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. B. $\frac{13\sqrt{13}\pi}{6}$. C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. D. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 29. [2D1-2] Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 30. [2D1-3] Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$		$+$	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là:

- A. $(-2; 1)$. B. $[-1; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; 1]$.

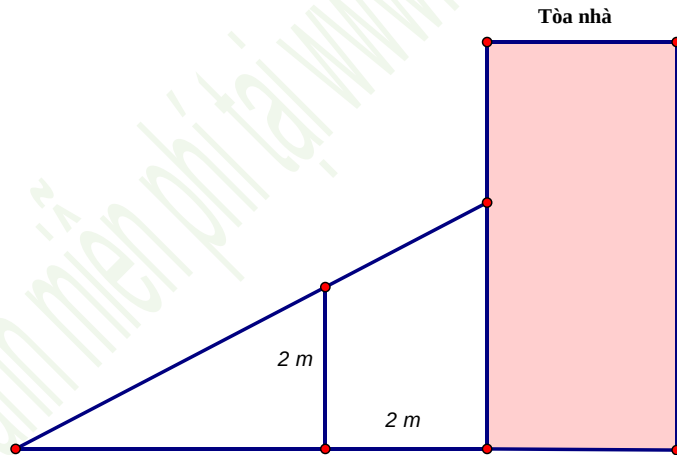
Câu 31. [1D2-1] Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng

- A. 0,58. B. 0,7. C. 0,1. D. 0,12.

Câu 32. [1H3-3] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$ bằng

- A. $2a$. B. $a\sqrt{3}$. C. a . D. $a\sqrt{2}$.

Câu 33. [2D1-3] Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét?



- A. $\frac{5\sqrt{13}}{3}$ m. B. $4\sqrt{2}$ m. C. 6m. D. $3\sqrt{5}$ m.

Câu 34. [2H3-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 35. [2D1-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m ($m < 10$) để với mọi bộ ba số phân biệt $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác?

- A. 1. B. 3. C. 1. D. 2.

- Câu 36. [1D5-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ biết tiếp điểm có hoành độ bằng 1.
A. $y = -8x - 6$. **B.** $y = 8x - 6$. **C.** $y = -8x + 10$. **D.** $y = 8x + 10$.
- Câu 37. [1D2-3]** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.
 Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:
A. 11264. **B.** 22. **C.** 220. **D.** 24.
- Câu 38. [2D2-3]** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(0; 2)$.
- Câu 39. [2H3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{3}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-9}{3}$. Mặt cầu có một đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là:
A. $\left(x - \frac{16}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z-14)^2 = 3$. **B.** $\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + (z-7)^2 = 12$.
C. $\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + (z-7)^2 = 3$. **D.** $\left(x - \frac{16}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z-14)^2 = 12$.
- Câu 40. [2H3-2]** Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:
A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.
- Câu 41. [2D1-3]** Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$.
 Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $m > 2$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $1 < m < 2$. **D.** $m < 0$.
- Câu 42. [2H3-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; 0)$ và $B(3; 4; 0)$. Với C là điểm nằm trên trục Oz , gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng
A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 43. [1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 44. [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BAD = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

D. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

Câu 45. [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $ABC = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Câu 46. [2H1-3] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{9a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 47. [2D1-2] Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB \leq 4$?

A. 7.

B. 6.

C. 1.

D. 2.

Câu 48. [2D2-4] Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$ bằng:

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$.

C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$.

D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Câu 49. [2D1-3] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân là

A. $y = -x - 2$.

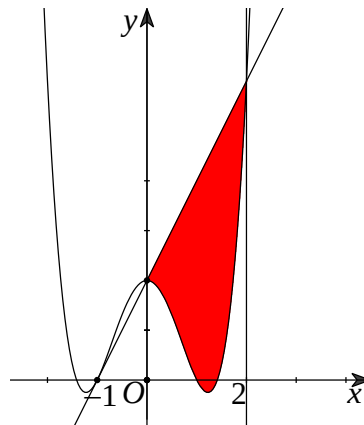
B. $y = x + 2$.

C. $y = x - 2$.

D. $y = -x + 2$.

Câu 50. [2D1-4] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) , biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình

phẳng giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x=-1$; $x=0$ có diện tích bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	B	D	B	D	B	C	A	A	B	C	C	D	B	A	C	C	B	B	D	D	A	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	B	A	D	A	B	B	C	B	B	C	C	B	B	A	D	C	B	C	C	A	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là

vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. B. $\vec{n}=(1;2;1)$. C. $\vec{n}=(-1;-2;1)$. D. $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có vector chỉ phương của d là $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Câu 2: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin 2x$ là

- A. $x^2-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. B. $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. C. $x^2-2\cos 2x+C$. D. $x^2+2\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int f(x)dx = \int (2x+\sin 2x)dx = x^2-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 3: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn AB bằng

A. 2.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(2-1)^2 + (1-(-1))^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$.

Câu 4: [1D3-2] Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27.

B. 31.

C. 35.

D. 29.

Lời giải

Chọn D.

Từ giả thiết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 29$.

Câu 5: [1D4-2] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

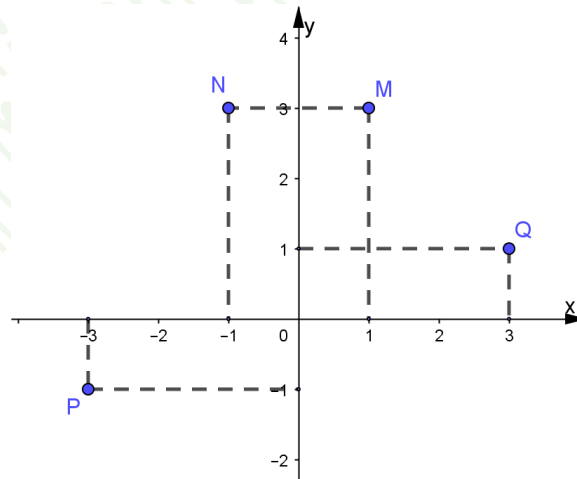
D. 1.

Lời giải

Chọn B.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}$.

Câu 6: [2D4-1] Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1+i)(2-i)$?



A. P.

B. M.

C. N.

D. Q.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $z = (1+i)(2-i) \Leftrightarrow z = 3+i$. Điểm biểu diễn của số phức z là $Q(3;1)$.

Câu 7: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

A. $(-\infty; 10)$.

B. $(1; 9)$.

C. $(1; 10)$.

D. $(-\infty; 9)$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_2(x-1) < 3 \Rightarrow x-1 < 8 \Leftrightarrow x < 9$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(1;9)$.

Câu 8: [2H2-2] Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

A. 16π .

B. 48π .

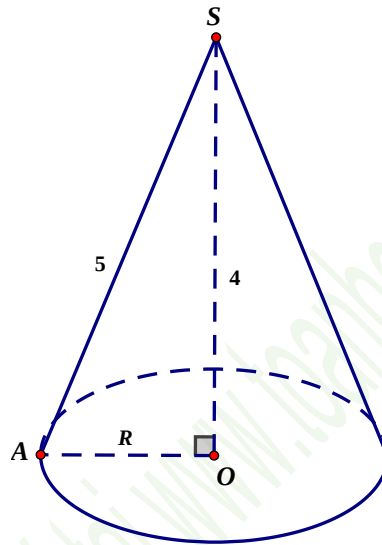
C. 12π .

D. 36π .

Lời giải

Chọn C.

Giả sử khối nón đề cho có hình vẽ như sau:



Bán kính đường tròn đáy là: $R = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Vậy thể tích khối nón cần tìm là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$.

Câu 9: [1D5-1] Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

$f'(x) = 3x^2 + 2$, $f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$.

Câu 10: [2H1-2] Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

A. 1.

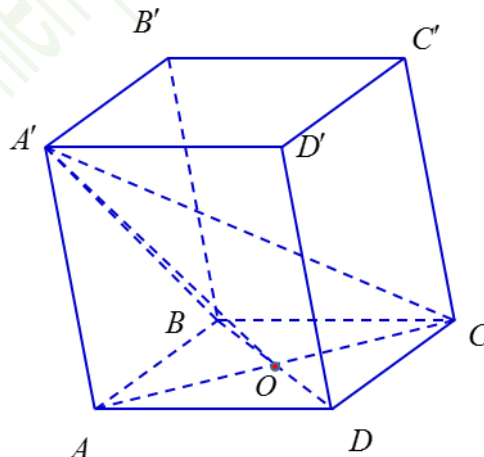
B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.



$$V_{A'.BCO} = \frac{1}{3} d(A', (BCO)) \cdot S_{BCO} = \frac{1}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1.$$

Câu 11: [2D2-1] Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

- A. $2 - \log_a b$. B. $2 + \log_a b$. C. $1 + 2\log_a b$. D. $2\log_a b$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b$.

Câu 12: [2D4-2] Tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng.

- A. $2\ln 5$. B. $\frac{1}{2}\ln 5$. C. $\ln 5$. D. $4\ln 5$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx = \ln|2x+1| \Big|_0^2 = \ln 5$.

Câu 13: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 14: [2D1-2] Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \square$.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Câu 15: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

A. $Q(1; -2; 2)$.

B. $N(1; -1; -1)$.

C. $P(2; -1; -1)$.

D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Thay tọa độ các điểm Q, N, P, M lần lượt vào phương trình $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ ta được:

$$2.1 - (-2) + 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 4 = 0 \text{ (sai) nên } Q \notin (P).$$

$$2.1 - (-1) - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ (đúng) nên } N \in (P).$$

$$2.2 - (-1) - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0 \text{ (sai) nên } P \notin (P).$$

$$2.1 - 1 - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow -2 = 0 \text{ (sai) nên } M \notin (P).$$

Câu 16: [2D3-2] Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của

$a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2.$$

Khi đó:

$$\int_1^2 \frac{t^2 - 1}{4 + 2t} \cdot 2t dt = \int_1^2 \frac{t^3 - t}{t + 2} dt = \int_1^2 \left(t^2 - 2t + 3 - \frac{6}{t + 2} \right) dt = \left(\frac{t^3}{3} - t^2 + 3t - 6 \ln |t + 2| \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{3} - 12 \ln 2 + 6 \ln 3$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 7 \\ b = -12 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 1.$$

Câu 17: [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. -3 .

B. 0 .

C. 2.

D. 3 .

Lời giải

Chọn C.

$$y' = 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$f(2) = -3; f(1) = 0; f(3) = 2$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

Câu 18: [2D4-3] Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z; iz$ và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Mô đun của số phức z bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 6. D. 9.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ nên $iz = ai - b$, $z + iz = a + bi - b + ai = a - b + (a + b)i$

Ta gọi $A(a, b)$, $B(-b, a)$, $C(a - b, a + b)$ nên $\overrightarrow{AB}(-b - a, a - b)$, $\overrightarrow{AC}(-b, a)$

$$S = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{1}{2} |-a^2 - b^2| \Leftrightarrow \frac{1}{2} (a^2 + b^2) = 18 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 6.$$

Câu 19: [2D2-2] Hàm số $y = \log_2(2x + 1)$ có đạo hàm y' bằng

- A. $\frac{2 \ln 2}{2x + 1}$. B. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$. C. $\frac{2}{(2x + 1) \log 2}$. D. $\frac{1}{(2x + 1) \ln 2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$y = \log_2(2x + 1) \Rightarrow y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 2} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}.$$

Câu 20: [2H3-2] Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 1. B. 3. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn B.

Dễ thấy $(P) \parallel (Q)$.

Chọn $M(0; 0; -3) \in (P)$.

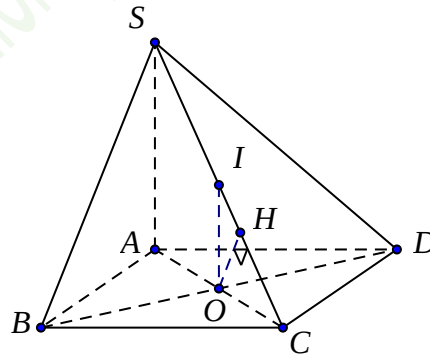
$$\text{Khi đó: } d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|-2 \cdot (-3) + 3|}{3} = 3.$$

Câu 21: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Do $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) dựng $OH \perp SC$ tại H .

$\Rightarrow OH$ là đường vuông góc chung của BD và SC .

Gọi I là trung điểm SC . Tam giác OIC vuông tại O có đường cao OH .

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OH = \frac{OI \cdot OC}{\sqrt{OI^2 + OC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 22: [2D3-2] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos 2x$ là

A. $\frac{x \sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $x \sin 2x - \frac{\cos 2x}{2} + C.$

C. $x \sin 2x + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Lời giải

Chọn D.

$$I = \int x \cos 2x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}.$$

Khi đó $I = \frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$

Câu 23: [2D4-2]. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(-2; -1); R = 4$. **B.** $I(-2; -1); R = 2$. **C.** $I(2; -1); R = 4$. **D.** $I(2; -1); I(2; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có:

$$|\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow |(x+2) + (-y-1)i| = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm $I(-2; -1)$ và có bán kính $R = 4$.

Câu 24: [2D1-3]. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:

- A. $(-\infty; 6]$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $[3; 6]$.

Lời giải

Chọn C.

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ thì: $y' \geq 0, \forall x \in (0; 4)$.

$$\text{tức là } 3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0 \quad \forall x \in (0; 4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \quad \forall x \in (0; 4)$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1}$ trên $(0; 4)$.

$$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x+1)^2}, \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 4) \\ x = -2 \notin (0; 4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \quad \forall x \in (0; 4)$ thì $m \leq 3$.

Câu 25: [1D2-3] Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

- A. $P = \frac{7}{90}$. B. $P = \frac{7}{24}$. C. $P = \frac{7}{10}$. D. $P = \frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn D.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi B là biến cố "Ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp".

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố "Ba số được chọn có ít nhất hai số là các số tự nhiên liên tiếp".

+ Bộ ba số dạng $(1, 2, a_1)$, với $a_1 \in A \setminus \{1, 2\}$: có 8 bộ ba số.

+ Bộ ba số có dạng $(2, 3, a_2)$, với $a_2 \in A \setminus \{1, 2, 3\}$: có 7 bộ ba số.

+ Tương tự mỗi bộ ba số dạng $(3, 4, a_3)$, $(4, 5, a_4)$, $(5, 6, a_5)$, $(6, 7, a_6)$, $(7, 8, a_7)$, $(8, 9, a_8)$, $(9, 10, a_9)$ đều có 7 bộ.

$$\Rightarrow n(\bar{B}) = 8 + 8 \cdot 7 = 64.$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{64}{120} = \frac{7}{15}.$$

Câu 26: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m \cdot 2^x + 2m^2 - 5 = 0.$

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$, ta được phương trình: $t^2 - 2mt + 2m^2 - 5 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \\ m < -\frac{\sqrt{10}}{2} \\ m > \frac{\sqrt{10}}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}.$$

Vậy $m = 2$ là giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 27: [2D3-2] Với cách đổi biến $u = \sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx$ trở thành

A. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

B. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

C. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

D. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du.$

Lời giải

Chọn B.

$$u = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow u^2 = 1+3\ln x \Rightarrow \ln x = \frac{u^2 - 1}{3} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{2u}{3} du.$$

$$\text{Khi đó } \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx = \int_1^2 \frac{\frac{u^2 - 1}{3}}{u} \frac{2u}{3} du = \frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$$

Câu 28: [2H2-2] Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}.$

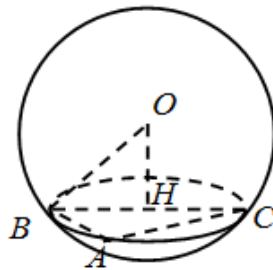
B. ABD.

C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}.$

D. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}.$

Lời giải

Chọn D.



Ta có $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .

Gọi H là hình chiếu của O trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên H là trung điểm của BC .

Vì khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1 nên $OH = 1$.

$\triangle OHB$ vuông tại H có: $OB = \sqrt{OH^2 + BH^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Vậy mặt cầu (S) có bán kính $R = OB = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Do đó thể tích khối cầu (S) là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^3 = \frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 29: [2D1-2] Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = [1; +\infty)$.

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}\right)}{x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = 1$.

Suy ra: $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 30: [2D1-3] Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	+	0	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $(-2; 1)$.

B. $[-1; 2)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-2; 1]$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$ (1). Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số H và đường thẳng $y = -m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) = -m$ có ba nghiệm phân biệt khi:

$$-1 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1.$$

Câu 31: [1D2-1] Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng

A. 0,58.

B. 0,7.

C. 0,1.

D. 0,12.

Lời giải

Chọn D.

Do A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên $P(AB) = P(A).P(B) = 0,4.0,3 = 0,12$.

Câu 32: [1H3-3] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$ bằng

A. $2a$.

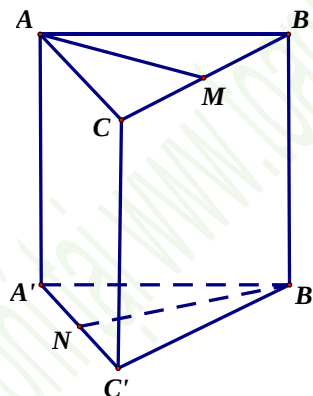
B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

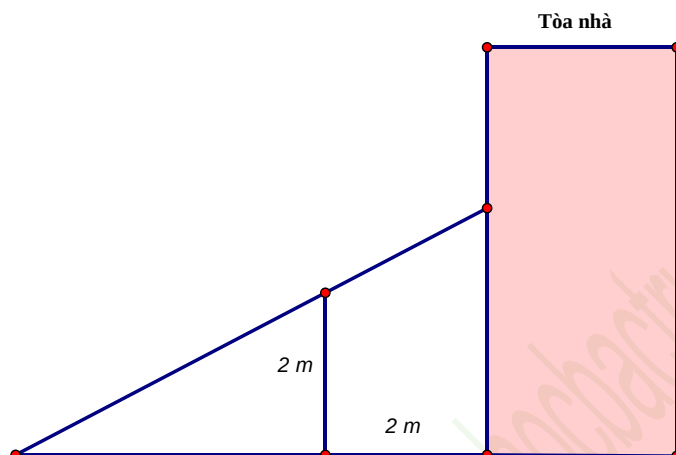
Chọn A.



Do mặt phẳng $(ABC) \parallel (A'B'C')$ mà $AM \subset (ABC), B'N \subset (A'B'C')$

Nên $d(AM, B'N) = d((ABC), (A'B'C')) = 2a$.

Câu 33: [2D1-3] Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét?



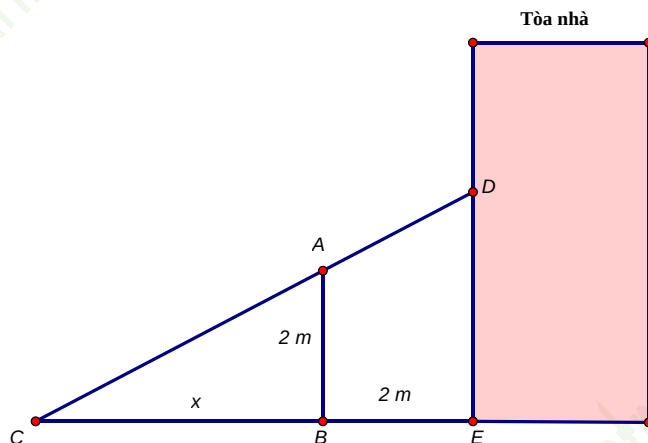
A. $\frac{5\sqrt{13}}{3} \text{ m.}$

B. $4\sqrt{2} \text{ m.}$

C. 6 m.

D. $3\sqrt{5} \text{ m.}$

Lời giải



Chọn B.

Đặt $BC = x (x > 0)$. Ta cần tìm x để độ dài CD đạt GTNN.

Ta có $\frac{BC}{CE} = \frac{x}{x+2} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow CD = AC \frac{x+2}{x} = \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{x+2}{x}$.

Đặt $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x}$.

Cách 1: Ta có $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{8}{x^2\sqrt{x^2+4}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

BBT

x	0	2	3
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	$+\infty$	$4\sqrt{2}$	$+\infty$

Vậy chọn B

Cách 2: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x} \geq \frac{\sqrt{4x} \cdot 2\sqrt{2x}}{x} = 4\sqrt{2}$.

Câu 34: [2H3-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 30° .

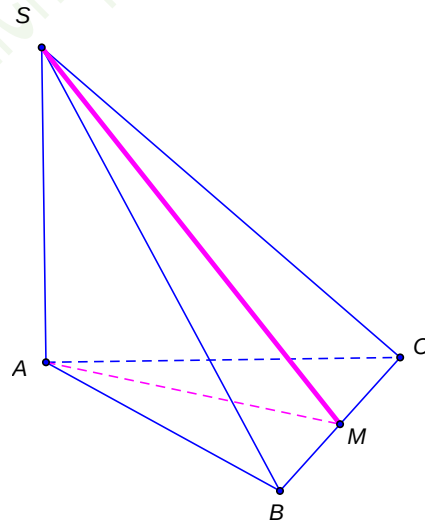
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Kẻ } AM \perp BC \text{ tại } M. \text{ Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SM, AM).$$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc SMA .

$$\text{Ta có } \tan SMA = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow SMA = 45^\circ.$$

Câu 35: [2D1-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m ($m < 10$) để với mọi bộ ba số phân biệt $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác?

A. 1.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác nên $f(a) + f(b) > f(c)$

$$\Rightarrow a^3 - 3a^2 + m + b^3 - 3b^2 + m > c^3 - 3c^2 + m \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\Rightarrow (a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) - (c^3 - 3c^2) > -m \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\text{Do đó } \min \left[(a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) - (c^3 - 3c^2) \right] > -m \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\text{Ta cần tìm } \min \left[(a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) \right] \text{ và } \max (c^3 - 3c^2) \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = x^3 - 3x^2 \text{ với } x \in [1; 3]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Do } x \in [1; 3] \text{ nên } x = 2.$$

$$\text{Ta có } f(1) = -2, f(2) = -4, f(3) = 0.$$

$$\max_{[1;3]} f(x) = f(3) = 0, \min_{[1;3]} f(x) = f(2) = -4.$$

$$\text{Suy ra } \min \left[(a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) - (c^3 - 3c^2) \right] = -4.2 = -8.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = 2$, $c = 3$ hoặc $a = c = 2$, $b = 3$ hoặc $b = c = 2$, $a = 3$.
Do đó $-8 > -m \Rightarrow m > 8$. Mà $m < 10$ và m nguyên nên $m = 9$.
Có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 36: [1D5-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ biết tiếp điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $y = -8x - 6$. B. $y = 8x - 6$. C. $y = -8x + 10$. D. $y = 8x + 10$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$, $y'(1) = 8$

Phương trình tiếp tuyến: $y = y'(1) \cdot (x - 1) + y(1) \Rightarrow y = 8x - 6$.

Câu 37: [1D2-3] Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.

Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x + 2)^n$ là:

- A. 11264. B. 22. C. 220. D. 24.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(3 - 1)^n = 3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$

$$\Leftrightarrow 2^n = 2048 \Leftrightarrow 2^n = 2^{11} \Leftrightarrow n = 11.$$

Xét khai triển $(x + 2)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{11-k} \cdot 2^k$

Tìm hệ số của $x^{10} \Leftrightarrow$ tìm $k \in \mathbb{N}$ ($k \leq 11$) thỏa mãn $11 - k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển $(x + 2)^{11}$ là $C_{11}^1 \cdot 2 = 22$.

Câu 38: [2D2-3] Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 3 = 0(1) \Leftrightarrow 4^x - 2m \cdot 2^x + 3m - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x$, ($t > 0$) ta có phương trình $t^2 - 2mt + 3m - 3 = 0(2)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2

$$\text{thỏa mãn } 0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 \\ 3m - 3 > 0 \\ m > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 3m - 3 - 2m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (1; 2).$$

Câu 39: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{3}$ và

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-9}{3}$. Mặt cầu có một đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\left(x - \frac{16}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z-14)^2 = 3.$

B. $\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + (z-7)^2 = 12.$

C. $\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + (z-7)^2 = 3.$

D. $\left(x - \frac{16}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + (z-14)^2 = 12.$

Lời giải

Chọn C.

Vectơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 với $A \in d_1$, $B \in d_2$.

Suy ra: $A(-1+2a; -1+a; -1+3a)$; $B(2+b; 2b; 9+3b)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-2a+b+3; -a+2b+1; -3a+3b+10)$.

Vì AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14a-13b=37 \\ 13a-14b=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}; 6\right) \\ B\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; 8\right) \end{cases} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}.$$

Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính là AB . Suy ra $I\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}; 7\right)$ và $R = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S): \left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + (z-7)^2 = 3$.

Câu 40: [2H3-2] Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai

đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}.$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}.$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}.$

Lời giải

Chọn B.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $A = \Delta \cap d_1$, $B = \Delta \cap d_2$. Suy ra: $\begin{cases} A(-1+2a; -1+a; 2-a) \\ B(1-b; 2+b; 3+3b) \end{cases}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-b-2a+2; b-a+3; 3b+a+1)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên $\overline{AB}$ cùng phương với $\vec{u}$.

$$\text{Suy ra: } \frac{-b-2a+2}{1} = \frac{b-a+3}{1} = \frac{3b+a+1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1;0;1) \\ B(2;1;0) \end{cases}.$$

Thay $A(1;0;1)$ vào đường thẳng d ta thấy $A \notin d$.

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

Câu 41: [2D1-3] Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB=5$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m > 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \text{ và có đạo hàm là } y' = \frac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}.$$

$$\text{Để hàm số có hai điểm cực trị ta phải có } \begin{cases} 1+m > 0 \\ 1-2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$$

$$\text{Gọi hai hoành độ cực trị là } x_1 \text{ và } x_2 \text{ ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}.$$

Khi đó điểm $A(x_1, 2x_1 - m)$ và $B(x_2, 2x_2 - m)$.

$$AB = \sqrt{4 + 4m} \cdot \sqrt{5} = 5 \Leftrightarrow 4 + 4m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

Câu 42: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;0)$ và $B(3;4;0)$. Với C là điểm nằm trên trục Oz , gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

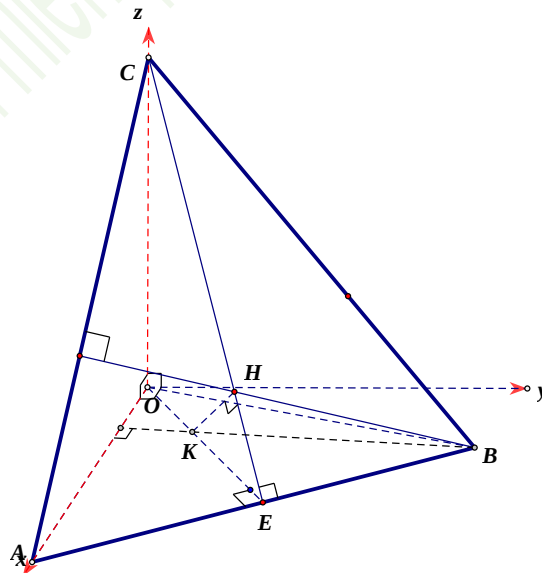
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $C(0;0;c)$. Dễ thấy tam giác ABC cân tại C . Gọi $E = (4;2;0)$ là trung điểm của AB .

Ta có mặt phẳng (OCE) vuông góc với AB (do $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp CE \end{cases}$) và là mặt phẳng cố định.

Gọi K là trực tâm tam giác OAB , do A, B và K cùng nằm trong mặt phẳng (Oxy) nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{OK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{OA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot (-2) + y \cdot 4 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Tìm được } K = \left(3; \frac{3}{2}; 0\right).$$

Ta chứng minh được $KH \perp (CAB)$ do $\begin{cases} AB \perp (OEC) \\ CA \perp (BHK) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HK \perp AB \\ HK \perp CA \end{cases}$.

Suy ra $KHE = 90^\circ$. Suy ra H thuộc mặt cầu đường kính $KE = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ và

$\Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} d(H, (SCD))$ thuộc mặt phẳng (OCE) cố định. Vậy H luôn thuộc một đường tròn cố định có bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

Câu 43: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

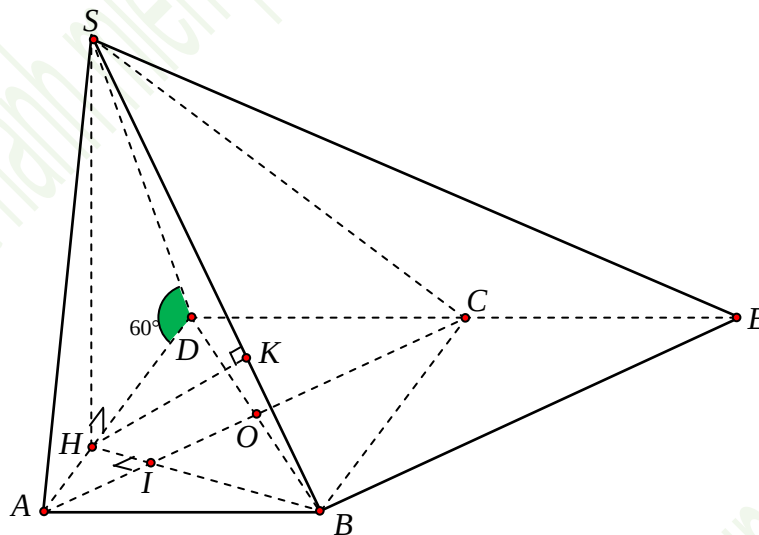
B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $(SAD) \perp (ABCD)$, $(SAD) \cap (ABCD) = AD$; trong mp (SAD) , kẻ $SH \perp AD$ thì $SH \perp (ABCD)$

Mặt khác

Gọi I là trung điểm OA , vì tam giác ASO cân tại S nên $AO \perp SI$, $AO \perp SH \Rightarrow HI \perp OA$

Tam giác ADC vuông tại D có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 2a$ và $\tan DAC = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow DAC = 30^\circ$

Tam giác AHI vuông tại I có $AH = \frac{AI}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow HD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác ABH vuông tại A có $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$, $AB^2 = IB \cdot HB \Rightarrow IB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, dựng hình bình hành $ABEC$ thì $BE \parallel AC$, $BE \subset (SBE)$
 $\Rightarrow AC \parallel (SBE)$ $d(SB, AC) = d(AC, (SBE)) = d(I, (SBE))$

Mà $\frac{IB}{HB} = \frac{3}{4}$ nên $d(I, (SBE)) = \frac{3}{4}d(H, (SBE))$

Lại có tam giác OAB là tam giác đều cạnh a nên $BI \perp AC \Rightarrow BI \perp BE$, $BE \perp SH$
 $\Rightarrow BE \perp (SBH)$

$\Rightarrow (SBE) \perp (SBH)$ và $(SBE) \cap (SBH) = SB$

Trong mặt phẳng (SBH) , kẻ $HK \perp SB$ thì $HK \perp (SBE) \Rightarrow HK = d(H, (SBE))$

Tam giác SBH vuông tại H có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} \Rightarrow HK = a$.

Vậy $d(H, (SBE)) = HK = a$ và $d(I, (SBE)) = \frac{3}{4}d(H, (SBE)) = \frac{3a}{4}$.

Câu 44: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BAD = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

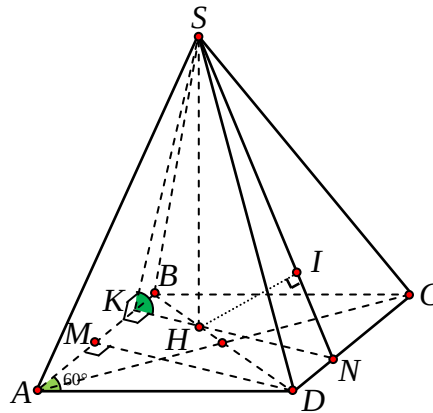
B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

D. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , M là trung điểm AB

Ta có tam giác ABD là tam giác đều $\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BD = a$

$$\text{Kẻ } HK \perp AB \Rightarrow HK \parallel DM \Rightarrow \frac{HK}{DM} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow HK = DM \cdot \frac{BH}{BD} = \frac{1}{3} DM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$(SAB) \cap (ABCD) = AB, AB \perp HK, AB \perp SK$ (định lí ba đường vuông góc)

$$\Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = SKH$$

Tam giác SHK vuông tại H có $SH = HK \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Gọi N là giao điểm của HK và CD

Ta có $\begin{cases} HN \perp CD \\ SH \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHN); \quad CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SHN)$ và

$$(SHN) \cap (SCD) = SN$$

Trong mặt phẳng (SHN) kẻ $HI \perp SN$ thì $HI \perp (SCD) \Rightarrow HI = d(H, (SCD))$

Tam giác SHN vuông tại H có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2}$, với $HN = \frac{2}{3}DM = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{7}}{7}$$

Lại có $\frac{BD}{HD} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} d(H, (SCD))$

$$\text{Vây } d(B, (SCD)) = \frac{a\sqrt{7}}{14}.$$

Câu 45: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $ABC = 60^\circ$,

$AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên

mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Ta có A là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α) . Tọa độ điểm A là nghiệm của

$$\text{hệ } \begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Vậy điểm } A(1; 2; 0).$$

Điểm B nằm trên đường thẳng AB nên điểm B có tọa độ $B(3+t; 4+t; -8-4t)$.

Theo giả thiết thì $t+3 > 0 \Leftrightarrow t > -3$.

Do $AB = 3\sqrt{2}$, ta có $(t+2)^2 + (t+2)^2 + 16(t+2)^2 = 18 \Rightarrow t = -1$ nên $B(2; 3; -4)$.

Theo giả thiết thì $AC = AB \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \\ (a-2)^2 + (b-3)^2 + (c+4)^2 = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=1 \\ 2a+2b-8c=9 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 3 \\ c = -\frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } C\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right) \text{ nên } a+b+c=2.$$

Câu 46: [2H1-3] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$.

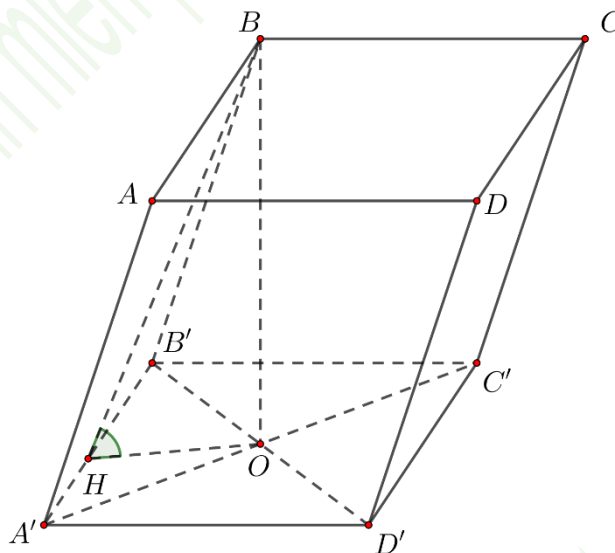
B. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{9a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Do $(DCC'D') \parallel (ABB'A')$ và $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ cũng bằng góc giữa hai mặt phẳng nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và $(ABB'A')$ và bằng góc OHB với H là hình chiếu của O lên $A'B'$.

Trong $\triangle A'B'D'$ có $OA'^2 = A'D'^2 - OD'^2 = 3a^2 - \frac{9a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow OA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'C' = a\sqrt{3}$.

Ta có $OH \cdot A'B' = OA' \cdot OB' \Rightarrow OH = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{3a}{4}$.

$$\cos \alpha = \frac{OH}{BH} = \frac{\sqrt{21}}{7} \Rightarrow BH = \frac{7}{\sqrt{21}} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a\sqrt{21}}{4}.$$

$$BO = \sqrt{BH^2 - OH^2} = \sqrt{\frac{21a^2}{16} - \frac{9a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot 3a = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{4}.$$

Câu 47: [2D1-2] Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B \text{ và } AB \leq 4 ?$$

A. 7.

B. 6.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$\frac{2x-1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow 2x-1 = (x+m)(x+1) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m+1 = 0 \quad (1)$$

(vì $x = -1$ không là nghiệm của phương trình)

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt và khác $(-1) \Leftrightarrow \Delta = (m-1)^2 - 4(m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} (*)$

Gọi $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$. Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 \cdot x_2 = m + 1 \end{cases}$.

$AB \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} \leq 4 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 \leq 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \leq 8$
 $\Leftrightarrow (1-m)^2 - 4(m+1) \leq 8 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 11 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{5} \leq m \leq 3 + 2\sqrt{5}$, kết hợp điều kiện (*) và m nguyên dương nên có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 48: [2D2-4] Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$ bằng:

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$.

C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$.

D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $x = \log_2 a; y = \log_3 b$. Ta có: $a = 2^x; b = 3^y$ và $\begin{cases} x, y > 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$.

Khi đó: $P = \sqrt{\log_3 2^x} + \sqrt{\log_2 3^y} = \sqrt{x \log_3 2} + \sqrt{y \log_2 3} = \sqrt{x} \sqrt{\log_3 2} + \sqrt{y} \sqrt{\log_2 3}$.

Ta lại có: $P^2 = (\sqrt{x} \sqrt{\log_3 2} + \sqrt{y} \sqrt{\log_2 3})^2 \leq (x + y)(\log_3 2 + \log_2 3) = \log_3 2 + \log_2 3$.

Vậy $P_{\max} = \sqrt{\log_3 2 + \log_2 3}$.

Câu 49: [2D1-3] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân là

A. $y = -x - 2$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = x - 2$.

D. $y = -x + 2$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$.

Gọi $M\left(m; \frac{m+2}{2m+3}\right) \in (C), m \neq -\frac{3}{2}$.

Ta có $y' = -\frac{1}{(2x+3)^2} \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến d của (C) tại M là:

$$y = -\frac{1}{(2m+3)^2}(x-m) + \frac{m+2}{2m+3} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{(2m+3)^2}x + \frac{2m^2+8m+6}{(2m+3)^2}$$

$$d \cap Oy = A\left(0; \frac{2m^2+8m+6}{(2m+3)^2}\right)$$

$$d \cap Ox = B(2m^2 + 8m + 6; 0).$$

$$\text{Ba điểm } O, A, B \text{ tạo thành tam giác} \Rightarrow \begin{cases} A \neq O \\ B \neq O \end{cases} \Rightarrow 2m^2 + 8m + 6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq -3 \end{cases}.$$

Ta thấy $\triangle OAB$ vuông tại O nên theo giả thiết $\triangle OAB$ cân tại O

$$\Leftrightarrow OA = OB$$

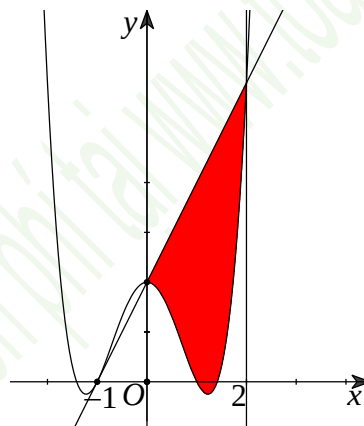
$$\Leftrightarrow \frac{|2m^2 + 8m + 6|}{(2m + 3)^2} = |2m^2 + 8m + 6|.$$

Vì $2m^2 + 8m + 6 \neq 0$ nên phương trình tương đương với

$$(2m + 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(L) \\ m = -2(TM) \end{cases}.$$

Khi đó, $d: y = -x - 2$.

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) , biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1; 0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 0$ có diện tích bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 4ax^3 + 2bx \Rightarrow d: y = (-4a - 2b)(x + 1).$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } d \text{ và } (C) \text{ là: } (-4a - 2b)(x + 1) = ax^4 + bx^2 + c(1).$$

Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là $x = 0$, $x = 2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - c = 0(2) \\ 28a + 10b + c = 0(3) \end{cases}.$$

Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\frac{28}{5} = \int_0^2 [(-4a-2b)(x+1) - ax^4 - bx^2 - c] dx$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{5} = 4(-4a-2b) - \frac{32}{5}a - \frac{8}{3}b - 2c \Leftrightarrow \frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c = -\frac{28}{5}(4).$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được $a=1$, $b=-3$, $c=2$.

Khi đó, (C): $y = x^4 - 3x^2 + 2$, $d: y = 2(x+1)$.

$$\text{Diện tích cần tìm là } S = \int_{-1}^0 [x^4 - 3x^2 + 2 - 2(x+1)] dx = \int_{-1}^0 (x^4 - 3x^2 - 2x) dx = \frac{1}{5}.$$