

Câu 1: [2D2-1] Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a$.

B. $P = a^5$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^2$.

Câu 2: [2D2-1] Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$.

B. $y = (\sqrt{5} - 2)^x$.

C. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

D. $y = (0,7)^x$.

Câu 3: [2D2-2] Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

A. $A = (3+a)a$.

B. $A = (3-a)a$.

C. $A = \frac{3+a}{a}$.

D. $A = \frac{3-a}{a}$.

Câu 4: [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-2; 1)$.

Câu 5: [2H2-1] Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) .

A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $a\sqrt{10}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 6: [1D1-1] Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm?

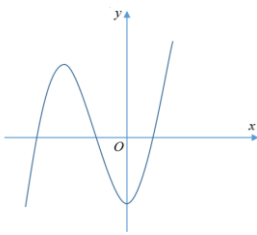
A. 13.

B. Vô số.

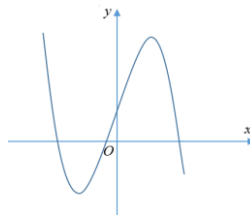
C. 26.

D. 27.

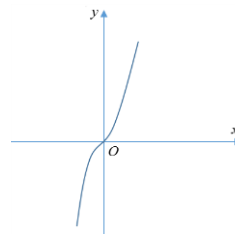
Câu 7: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và các hình vẽ dưới đây.



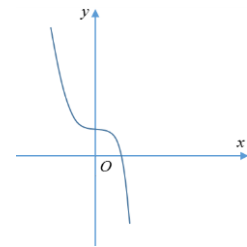
Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)



Hình (IV)

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (IV) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (III) khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (I) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (II) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.

Câu 8: [2D2-2] Cho $x > 0$, $y > 0$ và $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Xác định mệnh đề đúng.

- A. $K = 2x$. B. $K = x + 1$. C. $K = x - 1$. D. $K = x$.

Câu 9: [2D1-2] Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5$ và trục hoành.

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 10: [2D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2$ có đồ thị là đường cong (C). Biết rằng tồn tại hai số thực m_1, m_2 của tham số m để hai điểm cực trị của (C) và hai giao điểm của (C) với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T = m_1^4 + m_2^4$.

- A. $T = 22 - 12\sqrt{2}$. B. $T = 11 - 6\sqrt{2}$. C. $T = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$. D. $T = \frac{15 - 6\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11: [1D1-2] Tìm số nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x - 2 = 0$, $x \in [0; 2\pi]$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 12: [2D2-2] Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Xác định mệnh đề đúng

- A. $xy' - 1 = e^y$. B. $xy' + 1 = -e^y$. C. $xy' - 1 = -e^y$. D. $xy' + 1 = e^y$.

Câu 13: [1D1-1] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).

- A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 14: [2D2-3] Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$, $n \in \mathbb{N}^*$. Một học sinh đã tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} b}$ như sau:

Bước 1: $P = \log_b a + \log_b a^2 + \log_b a^3 + \dots + \log_b a^n$.

Bước 2: $P = \log_b (a \cdot a^2 \cdot a^3 \dots a^n)$.

Bước 3: $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n}$.

Bước 4: $P = n(n-1)\log_b \sqrt{a}$.

Hỏi bạn học sinh đó đã giải **sai** từ bước nào?

- A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Bước 4.

Câu 15: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in [2; +\infty)$. C. $m \in (2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 2)$.

Câu 16: [2D1-2] Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 3x + 2}$.

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 17: [2D1-3] Người ta muốn thiết kế một bể cá theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính, thể tích 8 m^3 . Giá mỗi m^2 kính là 600.000 đồng/ m^2 . Gọi t là số tiền tối thiểu phải trả. Giá trị t xấp xỉ với giá trị nào sau đây?

A. 11.400.000 đồng.

B. 6.790.000 đồng.

C. 4.800.000 đồng.

D. 14.400.000 đồng.

Câu 18: [2D2-3] Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm.

B. 13 năm.

C. 14 năm.

D. 15 năm.

Câu 19: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$, $(a \in K)$.

A. $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

B. $y = f'(a)(x+a) + f(a)$.

C. $y = f(a)(x-a) + f'(a)$.

D. $y = f'(a)(x-a) - f(a)$.

Câu 20: [2H2-3] Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $2\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	
$f(x)$		$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	-1		0	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

B. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số và trục hoành có hai điểm chung.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 22: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tam giác SAB đều, M là trung điểm của SA . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .

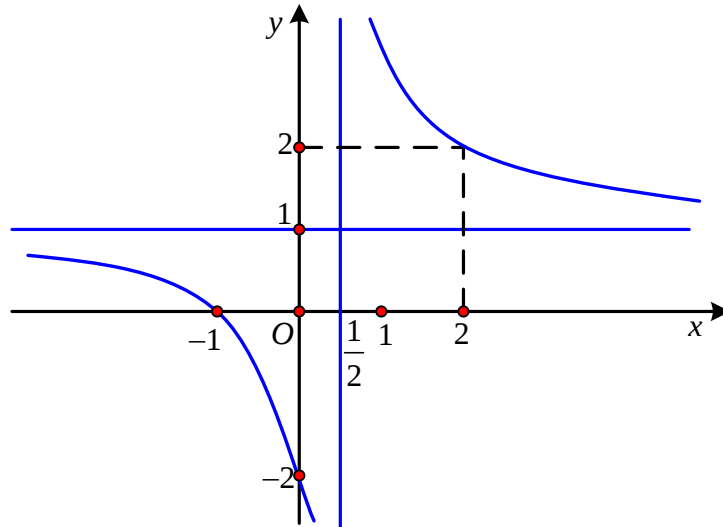
A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 23: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

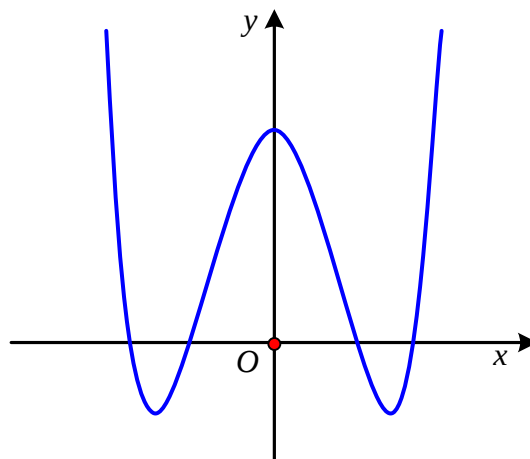
A. $\max_{[1;2]} f(x) = 2$.

B. $\max_{[-2;1]} f(x) = 0$.

C. $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

D. $\max_{[3;4]} f(x) = f(4)$.

Câu 24: [2D1-2] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 + 4x^2 + 3$.

B. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

D. $y = x^3 - 4x^2 - 3$.

Câu 25: [2D2-1] Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 26: [2H1-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 27: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Câu 28: [2D1-2] Gọi A, B là các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y = -x-1$. Tính AB .

A. $AB = 4$.

B. $AB = \sqrt{2}$.

C. $AB = 2\sqrt{2}$.

D. $AB = 4\sqrt{2}$.

Câu 29: [2H2-3] Cho nửa hình tròn tâm O , đường kính AB . Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại tạo thành mặt xung quanh của hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón đó.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 30: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(x+1)$.

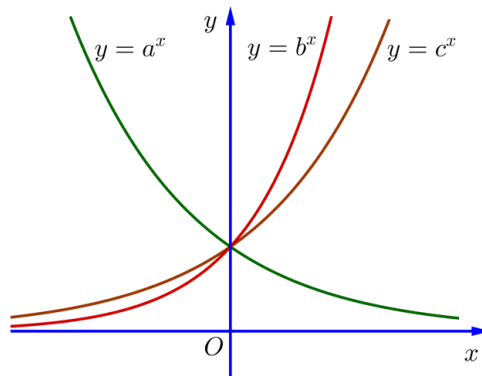
A. $f'(x) = \frac{1}{x+1}$.

B. $f'(x) = \frac{x}{(x+1)\ln 2}$.

C. $f'(x) = 0$.

D. $f'(x) = \frac{1}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 31: [2D2-2] Cho 3 số $a, b, c > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$, $c \neq 1$. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong dưới hình vẽ dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $b < c < a$.

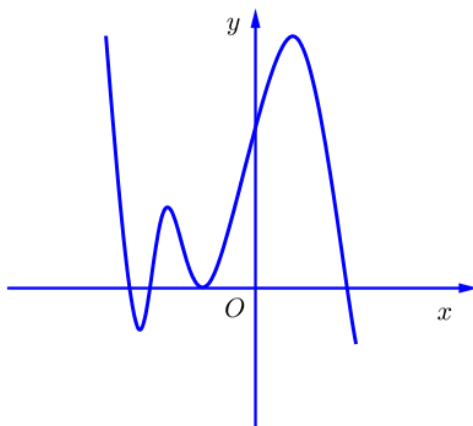
B. $a < c < b$.

C. $a < b < c$.

D. $c < a < b$.

Câu 32: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở

hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Câu 33: [1D5-3] Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, M là điểm di động trên (C) ; Mt, Mz là các đường thẳng đi qua M sao cho Mt song song với trục tung đồng thời tiếp tuyến tại M là phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz . Khi M di chuyển trên (C) thì Mz luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $M_0\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

B. $M_0\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $M_0(-1; 1)$.

D. $M_0(-1; 0)$.

Câu 34: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = -4$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Câu 35: [2H1-1] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = AB.BC.AA'$.

B. $V = \frac{1}{3} AB.BC.AA'$.

C. $V = AB.AC.AA'$.

D. $V = AB.AC.AD$.

Câu 36: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 37: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

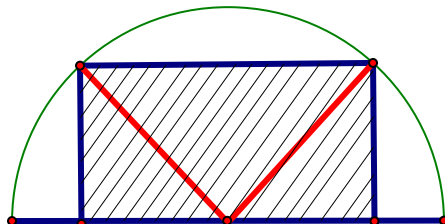
A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38: [2D1-2] Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6\text{ cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



A. $S_{\max} = 36\pi \text{ cm}^2$.

B. $S_{\max} = 36 \text{ cm}^2$.

C. $S_{\max} = 96\pi \text{ cm}^2$.

D. $S_{\max} = 18 \text{ cm}^2$.

Câu 39: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

A. 30° .

B. 150° .

C. 60° .

D. 120° .

Câu 40: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

B. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C) .

C. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

D. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (C) .

Câu 41: [2D1-2] Cho hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điểm $A(\sqrt{3}; 10)$ là điểm cực tiểu của (C) .

B. Điểm $A(-\sqrt{3}; 10)$ là điểm cực đại của (C) .

C. Điểm $A(-\sqrt{3}; 28)$ là điểm cực đại của (C) .

D. Điểm $A(0; 1)$ là điểm cực đại của (C) .

Câu 42: [2D1-2] Vòng quay mặt trời – Sun Wheel tại Công viên Châu Á, Đà Nẵng có đường kính 100 m, quay hết một vòng trong khoảng thời gian 15 phút. Lúc bắt đầu quay, một người ở cabin thấp nhất (độ cao 0 m). Hỏi người đó đạt được độ cao 85 m lần đầu tiên sau bao nhiêu giây (làm tròn đến 1/10 giây)?

A. 336,1 s.

B. 382,5 s.

C. 380,1 s.

D. 350,5 s.

Câu 43: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng 60° và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 44: [2D1-4] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C (B nằm giữa A và C) sao cho $AB = 2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S

- A. -2 . B. -4 . C. 0 . D. $\frac{7 - \sqrt{7}}{7}$.

Câu 45: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BC , $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{11}}{4}$.

Câu 46: [2H2-1] Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

- A. 50 m^2 . B. $50\pi \text{ m}^2$. C. $100\pi \text{ m}^2$. D. 100 m^2 .

Câu 47: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a ($a > 0$) thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

- A. $0 < a < 1$. B. $1 < a < 2017$. C. $a \geq 2017$. D. $0 < a \leq 2017$.

Câu 48: [2D1-1] Tìm hệ số k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2; 2)$.

- A. $k = \frac{1}{9}$. B. $k = 1$. C. $k = \sqrt{2}$. D. $k = -1$.

Câu 49: [2H2-1] Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

- A. $V = 800\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 50: [2H1-3] Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OB = OC = a$. Gọi H là hình chiếu của điểm O trên mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối tứ diện $OABH$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	A	D	B	D	D	B	C	D	D	D	C	C	A	C	A	C	C	A	C	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	C	D	B	D	A	A	A	C	B	B	D	A	B	B	C	B	C	D	D	B	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: [2D2-1] Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a$.

B. $P = a^5$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}} = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} a^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} = a^{2 + \frac{5}{2} + \frac{4}{3} - \frac{5}{6}} = a^5.$$

Câu 2: [2D2-1] Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$.

B. $y = (\sqrt{5} - 2)^x$.

C. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

D. $y = (0,7)^x$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Ta có $\frac{e}{2} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3: [2D2-2] Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

A. $A = (3+a)a$.

B. $A = (3-a)a$.

C. $A = \frac{3+a}{a}$.

D. $A = \frac{3-a}{a}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } A = \log_m(8m) = \log_m 8 + \log_m m = \frac{3}{\log_2 m} + 1 = \frac{3+a}{a}.$$

Câu 4: [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số: $y = \sqrt{8+2x-x^2}$ có:

$$\text{TXĐ: } D = [-2; 4].$$

$$y' = \frac{(8+2x-x^2)'}{2\sqrt{8+2x-x^2}} = \frac{2-2x}{2\sqrt{8+2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{8+2x-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	-2	1	4
y'		0	
		+	-
y	0	3	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = \sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 5: [2H2-1] Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) .

A. a .

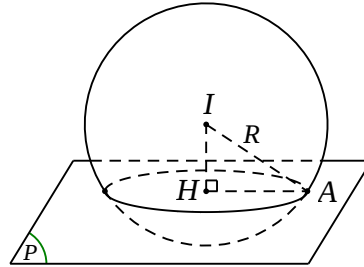
B. $\frac{a}{2}$.

C. $a\sqrt{10}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Bán kính hình cầu đã cho là $R = a\sqrt{3}$.

Khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a$.

Câu 6: [1D1-1] Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm?

A. 13.

B. Vô số.

C. 26.

D. 27.

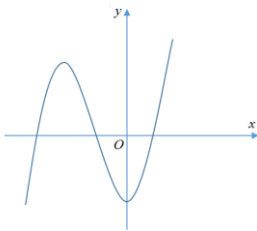
Lời giải

Chọn D.

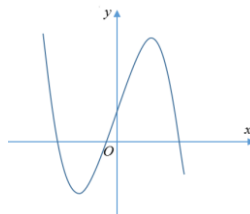
Phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $5^2 + (-12)^2 \geq m^2 \Leftrightarrow m^2 \leq 169 \Leftrightarrow -13 \leq m \leq 13$.

Suy ra có 27 số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm.

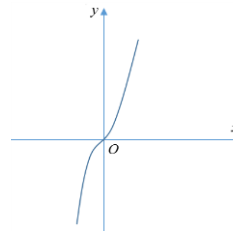
Câu 7: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và các hình vẽ dưới đây.



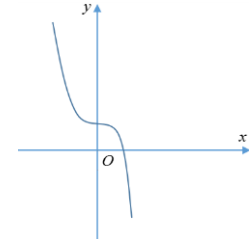
Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)



Hình (IV)

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (IV) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (III) khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (I) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (II) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.

Lời giải

Chọn B.

Câu 8: [2D2-2] Cho $x > 0$, $y > 0$ và $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $K = 2x$.

B. $K = x + 1$.

C. $K = x - 1$.

D. $K = x$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{-2} = x.$$

Câu 9: [2D1-2] Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5$ và trục hoành.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình $x^4 - 3x^2 - 5 = 0$ (1). Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$ ta được phương trình

$t^2 - 3t - 5 = 0$ (2). Ta thấy $t_1 t_2 = -5 < 0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm trái dấu. Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 10: [2D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2$ có đồ thị là đường cong (C). Biết rằng tồn tại hai số thực m_1, m_2 của tham số m để hai điểm cực trị của (C) và hai giao điểm của (C) với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T = m_1^4 + m_2^4$.

A. $T = 22 - 12\sqrt{2}$.

B. $T = 11 - 6\sqrt{2}$.

C. $T = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$.

D. $T = \frac{15 - 6\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m^2 + 2$. Ta có $\Delta' = 9 + 3m^2 - 6 = 3m^2 + 3 > 0$ nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị với $\forall m \in \mathbb{R}$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của y' .

$$\text{Ta có: } y = \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot y' - \frac{2}{3}(m^2 + 1)x + \frac{2}{3}(m^2 + 1).$$

$$\text{Vậy hai điểm cực trị là } A\left(x_1; -\frac{2}{3}(m^2 + 1)x_1 + \frac{2}{3}(m^2 + 1)\right) \text{ và } C\left(x_2; -\frac{2}{3}(m^2 + 1)x_2 + \frac{2}{3}(m^2 + 1)\right)$$

Điểm uốn: $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0$. Vậy điểm uốn $U(1; 0)$.

Ta có, hai điểm cực trị luôn nhận điểm uốn U là trung điểm.

Xét phương trình $x^3 - 3x^2 - (m^2 - 2)x + m^2 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - m^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - m^2 = 0 \end{cases} \text{ (2)}$$

Phương trình (2) luôn có hai nghiệm thực phân biệt x_3 và x_4 . Do $U \in Ox$ nên các điểm $B(x_3; 0)$ và $D(x_4; 0)$ luôn đối xứng qua $U \Rightarrow ABCD$ luôn là hình bình hành.

Để $ABCD$ là hình chữ nhật thì $AC = BD$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } AC^2 &= (x_1 - x_2)^2 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2 (x_1 - x_2)^2 = \left[1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right] (x_1 - x_2)^2 \\ &= \left[1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right] \left[4 - \frac{4(2 - m^2)}{3}\right] = \frac{4}{3} \left[1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right] (m^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\text{Và } BD^2 = (x_3 - x_4)^2 = 4 + 4m^2$$

$$\text{Vậy ta có phương trình: } \frac{4}{3} \left[1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right] (m^2 + 1) = 4(m^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 1)^2 = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1$$

$$\Rightarrow m_1^4 = m_2^4 = \frac{11}{2} - 3\sqrt{2} \text{ nên } T = 11 - 6\sqrt{2}.$$

Câu 11: [1D1-2] Tìm số nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x - 2 = 0$, $x \in [0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\cos 2x - \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3}{2} \text{ (VN)} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Với $x \in [0; 2\pi]$, ta có $0 \leq \pi + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow k = 0$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 12: [2D2-2] Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Xác định mệnh đề **đúng**

A. $xy' - 1 = e^y$.

B. $xy' + 1 = -e^y$.

C. $xy' - 1 = -e^y$.

D. $xy' + 1 = e^y$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } y' = \left(-\ln(x+1)\right)' = -\frac{1}{x+1} \Rightarrow xy' + 1 = -\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1} = e^y.$$

Câu 13: [1D1-1] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).

A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: [2D2-3] Cho $a, b > 0, a \neq 1, b \neq 1, n \in \mathbb{N}^*$. Một học sinh đã tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} b} \text{ như sau:}$$

Bước 1: $P = \log_b a + \log_b a^2 + \log_b a^3 + \dots + \log_b a^n$.

Bước 2: $P = \log_b (a \cdot a^2 \cdot a^3 \dots a^n)$.

Bước 3: $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n}$.

Bước 4: $P = n(n-1)\log_b \sqrt{a}$.

Hỏi bạn học sinh đó đã giải **sai** từ bước nào ?

A. Bước 1.

B. Bước 2.

C. Bước 3.

D. Bước 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Do đó: $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n} = \log_b a^{\frac{n(n+1)}{2}} = n(n+1)\log_b \sqrt{a}$.

Vậy bạn học sinh đó đã giải sai từ bước 4.

Câu 15: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in [2; +\infty)$.

C. $m \in (2; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $y' = \frac{m-2}{(x-1)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng xác định của nó thì

$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{m-2}{(x-1)^2} > 0 \quad \forall x \in D \Leftrightarrow m > 2 \text{ suy ra } m \in (2; +\infty).$$

Câu 16: [2D1-2] Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 3x + 2}$.

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = 1$ suy ra đồ thị hàm số có đường thẳng $y = 1$ tiệm

cận ngang.

$$\text{Ta có } y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x+1)(x-5)}{(x-1)(x-2)}.$$

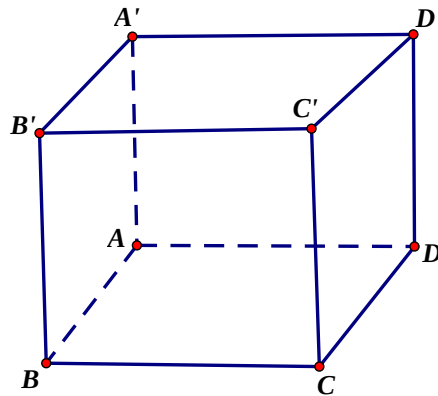
suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$ là tiệm cận đứng. Vậy hàm số có ba tiệm cận.

Câu 17: [2D1-3] Người ta muốn thiết kế một bể cá theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính, thể tích 8 m^3 . Giá mỗi m^2 kính là 600.000 đồng/m^2 . Gọi t là số tiền tối thiểu phải trả. Giá trị t xấp xỉ với giá trị nào sau đây ?

A. 11.400.000 đồng. **B.** 6.790.000 đồng. **C.** 4.800.000 đồng. **D.** 14.400.000 đồng.

Lời giải

Chọn A.



Gọi $AB = x > 0$, ta có $V = hx^2 = 8 \Leftrightarrow h = \frac{8}{x^2}$.

Diện tích xung quanh của bể cá :

$$\begin{aligned} S_{xq} &= 4xh + x^2 = 4x \cdot \frac{8}{x^2} + x^2 = x^2 + \frac{32}{x} \\ &= x^2 + \frac{16}{x} + \frac{16}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{16}{x} \cdot \frac{16}{x}} = 3\sqrt{256}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi : $x^2 = \frac{16}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{16}$.

Số tiền tối thiểu để làm tủ kính là : $\left[\left(\sqrt[3]{16} \right)^2 + \frac{32}{\sqrt[3]{16}} \right] \cdot 600.000 = 11429287,57 \text{ đồng}.$

Câu 18: [2D2-3] Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $7\% / \text{năm}$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm ? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm.

B. 13 năm.

C. 14 năm.

D. 15 năm.

Lời giải

Chọn C.

Ta có công thức tính $A = a(1+r)^n$ với A là số tiền gửi sau n tháng, a là số tiền gửi ban đầu, r là lãi suất.

$$250.10^6 = 100.10^6 (1+0,07)^n \Leftrightarrow 1,07^n = 2,5 \Leftrightarrow n = \log_{1,07} 2,5 = 13,542.$$

Câu 19: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C) .
Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$, $(a \in K)$.

A. $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

B. $y = f'(a)(x+a) + f(a)$.

C. $y = f(a)(x-a) + f'(a)$.

D. $y = f'(a)(x-a) - f(a)$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a; f(a))$ có dạng

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \Leftrightarrow y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

Câu 20: [2H2-3] Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

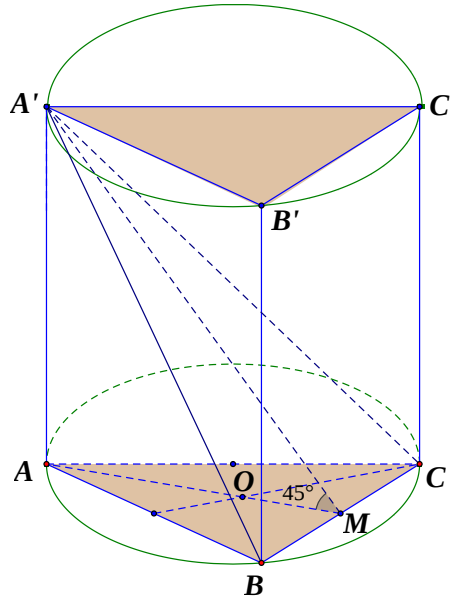
B. $2\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC . Khi đó ta có $BC \perp AM$, $BC \perp A'M$

Suy ra: $((A'BC), (ABC)) = A'MA = 45^\circ \Rightarrow A'A = AM$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC .

Đặt $BC = x$, $x > 0$. Ta có $AM = A'A = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'M = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Nên } S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC = \frac{x^2 \sqrt{6}}{4} = a^2 \sqrt{6} \Rightarrow x = 2a.$$

$$\text{Khi đó: } AO = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \text{ và } A'A = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra diện tích xung quanh khối trụ là: } S_{xq} = 2\pi \cdot OA \cdot A'A = 2\pi \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a\sqrt{3} = 4\pi a^2.$$

Câu 21: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$		$-$ 0 $+$		
$f(x)$	-1	$+\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- B. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số và trục hoành có hai điểm chung.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy:

* $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên A sai vì dấu bằng không xảy ra.

* Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng là $x = -1$ nên B sai.

* Đồ thị hàm số gồm có hai nhánh ở hai bên đường tiệm cận đứng và mỗi nhánh có một điểm chung với trục hoành nên C đúng.

* Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$ nên D sai.

Câu 22: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tam giác SAB đều, M là trung điểm của SA . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn A

D. $\max_{[3;4]} f(x) = f(4).$

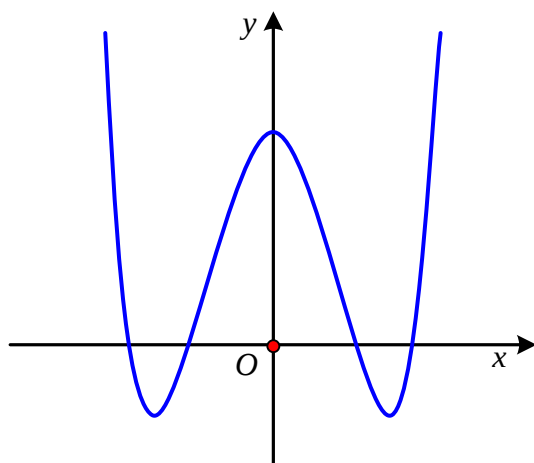
Lời giải

Chọn C.

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy: Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Trên $[1; 2]$ hàm số liên tục và $f(1) > f(2) = 2$ nên loại **A**. Trên $[-2; 1]$ hàm số gián đoạn tại $x = \frac{1}{2}$ nên loại **B**. Trên $[3; 4]$ hàm số liên tục và $f(3) > f(4)$ nên loại **D**. Trên đoạn $[-3; 0]$ hàm số liên tục và $f(-3) > f(0)$ nên $\max_{[-3; 0]} f(x) = f(-3)$.

Câu 24: **[2D1-2]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^4 + 4x^2 + 3$. **B.** $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 3$. **D.** $y = x^3 - 4x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn C.

Quan sát đồ thị hàm số ta có đây là đồ thị của hàm số bậc bốn: $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ và $a > 0$ nên loại **B** và **D**. Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b < 0$. Do đó loại **A**.

Câu 25: **[2D2-1]** Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Lời giải

Chọn B.

Với các số thực dương a, b, c khác 1, ta có

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \text{ nên A đúng.}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ nên B sai và D đúng.}$$

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c \text{ nên C đúng.}$$

Câu 26: [2H1-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 45° .

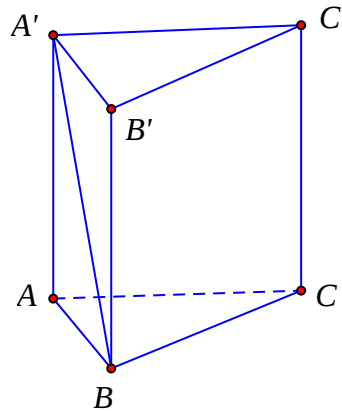
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Hình lăng trụ đứng } ABC.A'B'C' \text{ nên } BB' \perp (A'B'C') \Rightarrow BB' \perp A'B' \Rightarrow A'B' \perp BB' \quad (1)$$

$$\text{Bài ra có } AB \perp BC \Rightarrow A'B' \perp B'C'.$$

$$\text{Kết hợp với (1)} \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B') \Rightarrow (A'B; (BCC'B')) = A'BB'$$

$$\Rightarrow \tan(A'B; (BCC'B')) = \tan A'BB' = \frac{A'B'}{BB'} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow (A'B; (BCC'B')) = 30^\circ.$$

Câu 27: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

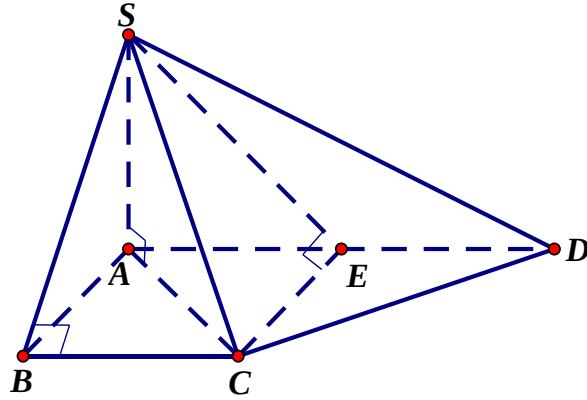
B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn D.



* Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \angle SAC = 90^\circ$.

* Do $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \angle SBC = 90^\circ$.

* Do $CE \parallel AB \Rightarrow CE \perp (SAD) \Rightarrow CE \perp SE \Rightarrow \angle SEC = 90^\circ$.

Suy ra các điểm A, B, E cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông nên mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là mặt cầu đường kính SC .

Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là: $R = \frac{SC}{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = AC\sqrt{2} = 2a$

$\Rightarrow R = \frac{SC}{2} = a$.

Câu 28: [2D1-2] Gọi A, B là các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y = -x-1$. Tính AB .

A. $AB = 4$.

B. $AB = \sqrt{2}$.

C. $AB = 2\sqrt{2}$.

D. $AB = 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ các điểm A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = -x-1 \\ \frac{2x+1}{x+1} = -x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x-1 \\ x^2 + 4x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x-1 \\ x = -2 \pm \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(-2-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}) \\ B(-2+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}) \end{cases}$$

$\Rightarrow \overline{AB} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}) \Rightarrow AB = 4$.

Câu 29: [2H2-3] Cho nửa hình tròn tâm O , đường kính AB . Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại tạo thành mặt xung quanh của hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón đó.

A. 30° .

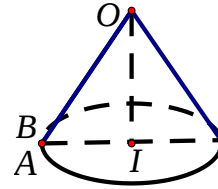
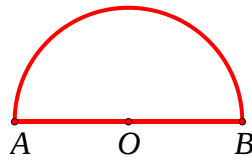
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C.



Gọi R, r lần lượt là bán kính của nửa hình tròn tâm O và hình nón.

Hình nón có đường sinh $l = OA = R$ và chu vi đường tròn đáy bằng nửa chu vi hình tròn tâm O , đường kính AB . Do đó $2\pi r = \pi R \Leftrightarrow r = \frac{R}{2}$.

Gọi I là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Xét $\triangle OAI$ vuông tại I có: $\sin AOI = \frac{AI}{OA} = \frac{\frac{R}{2}}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow AOI = 30^\circ$.

Do đó góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° .

Câu 30: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(x+1)$.

A. $f'(x) = \frac{1}{x+1}$. B. $f'(x) = \frac{x}{(x+1)\ln 2}$. C. $f'(x) = 0$.

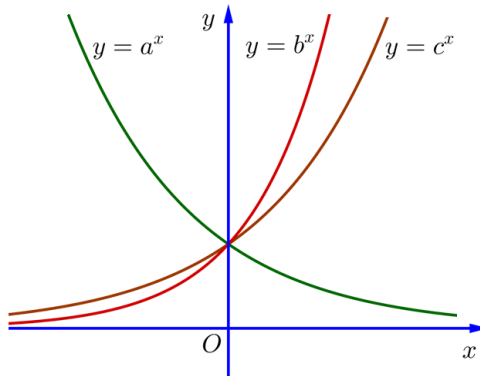
D. $f'(x) = \frac{1}{(x+1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f'(x) = [\log_2(x+1)]' = \frac{(x+1)'}{(x+1)\ln 2} = \frac{1}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 31: [2D2-2] Cho 3 số $a, b, c > 0, a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong dưới hình vẽ dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $b < c < a$.

B. $a < c < b$.

C. $a < b < c$.

D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $a < 1$.

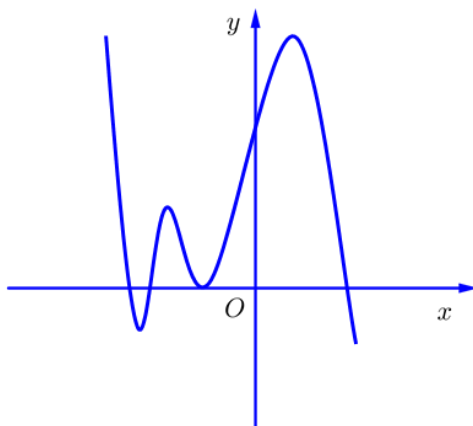
Hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ đồng biến nên $b > 1, c > 1$.

Xét $x = x_0 > 0$ ta thấy $b^{x_0} < c^{x_0} \Rightarrow b < c$.

Vậy $a < c < b$.

Câu 32: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở

hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm nhưng giá trị $f'(x)$ chỉ đổi dấu 3 lần.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 33: [1D5-3] Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, M là điểm di động trên (C) ; Mt, Mz là các đường thẳng đi qua M sao cho Mt song song với trục tung đồng thời tiếp tuyến tại M là phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz . Khi M di chuyển trên (C) thì Mz luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $M_0\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

B. $M_0\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $M_0(-1; 1)$.

D. $M_0(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi tọa độ điểm M là: $M(x_0; (x_0 + 1)^2)$.

Phương trình đường thẳng Mz có dạng: $y = k(x - x_0) + (x_0 + 1)^2 \Leftrightarrow kx - y - kx_0 + (x_0 + 1)^2 = 0$.

Phương trình đường thẳng Mt là: $x = x_0 \Leftrightarrow x - x_0 = 0$.

Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz là:

$$\frac{x - x_0}{1} - \frac{kx - y - kx_0 + (x_0 + 1)^2}{\sqrt{k^2 + 1}} = 0 \text{ hoặc } \frac{x - x_0}{1} + \frac{kx - y - kx_0 + (x_0 + 1)^2}{\sqrt{k^2 + 1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \left(k + \sqrt{k^2 + 1}\right)x + kx_0 - x_0\sqrt{k^2 + 1} + (x_0 + 1)^2$$

$$\text{hoặc } y = \left(k - \sqrt{k^2 + 1}\right)x + kx_0 + x_0\sqrt{k^2 + 1} + (x_0 + 1)^2.$$

Mặt khác tiếp tuyến tại M là phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz nên:

$$\begin{cases} y'(x_0) = k + \sqrt{k^2 + 1} \\ y'(x_0) = k - \sqrt{k^2 + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 + 2 = k + \sqrt{k^2 + 1} \\ 2x_0 + 2 = k - \sqrt{k^2 + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = \frac{1}{2}(k + \sqrt{k^2 + 1}) \\ x_0 + 1 = \frac{1}{2}(k - \sqrt{k^2 + 1}) \end{cases} (*).$$

Thay (*) vào phương trình đường thẳng Mz ta có:

+) Với $x_0 + 1 = \frac{1}{2}(k + \sqrt{k^2 + 1})$ ta có:

$$\begin{aligned} Mz: kx - y - kx_0 + (x_0 + 1)^2 &= 0 \Leftrightarrow y = kx + k - k(x_0 + 1) + (x_0 + 1)^2 \\ \Leftrightarrow y &= kx + k - k \cdot \frac{1}{2}(k + \sqrt{k^2 + 1}) + \left[\frac{1}{2}(k + \sqrt{k^2 + 1}) \right]^2 \Leftrightarrow y = kx + k + \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

+) Với $x_0 + 1 = \frac{1}{2}(k - \sqrt{k^2 + 1})$ ta có:

$$\begin{aligned} Mz: kx - y - kx_0 + (x_0 + 1)^2 &= 0 \Leftrightarrow y = kx + k - k(x_0 + 1) + (x_0 + 1)^2 \\ \Leftrightarrow y &= kx + k - k \cdot \frac{1}{2}(k - \sqrt{k^2 + 1}) + \left[\frac{1}{2}(k - \sqrt{k^2 + 1}) \right]^2 \Leftrightarrow y = kx + k + \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Do đó phương trình đường thẳng $Mz: y = kx + k + \frac{1}{4}$.

Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tọa độ điểm cố định mà Mz luôn đi qua ta có: $y_0 = kx_0 + k + \frac{1}{4} \forall k \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow k(x_0 + 1) + \frac{1}{4} - y_0 = 0 \forall k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ \frac{1}{4} - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow M_0\left(-1; \frac{1}{4}\right).$$

Vậy Mz luôn đi qua điểm cố định $M_0\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

Câu 34: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = -4$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y' = 3mx^2 + 2x + m^2 - 6$ và $y'' = 6mx + 2$

Để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 4 = 0 \\ 6m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Thử lại: với $m = 1$ ta có: $y = x^3 + x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2x - 5, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$.

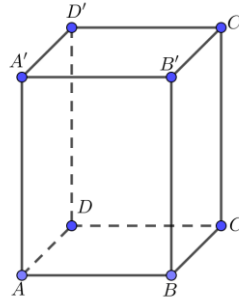
Vì $a=1>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-\frac{5}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x=1$. Vậy $m=1$ thỏa mãn.

Câu 35: [2H1-1] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $V = AB.BC.AA'$. **B.** $V = \frac{1}{3} AB.BC.AA'$. **C.** $V = AB.AC.AA'$. **D.** $V = AB.AC.AD$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $V = S.h$.

Trong đó $S = S_{ABCD} = AB.AD = AB.BC$ và $h = AA'$.

Vậy $V = AB.BC.AA'$ là mệnh đề đúng.

Câu 36: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

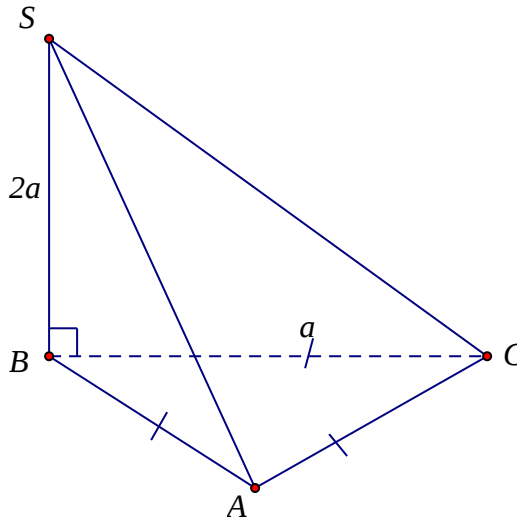
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 37: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A.** $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

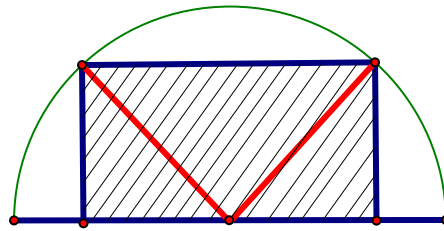
Lời giải

Chọn B.



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 38: [2D1-2] Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6\text{ cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



A. $S_{\max} = 36\pi \text{ cm}^2$.

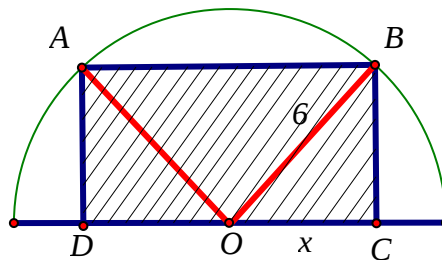
B. $S_{\max} = 36 \text{ cm}^2$.

C. $S_{\max} = 96\pi \text{ cm}^2$.

D. $S_{\max} = 18 \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi hình chữ nhật cần tính diện tích là $ABCD$ có $OC = x$ ($0 < x < 6$), $OB = 6$.

Khi đó diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $S = AB \cdot BC = 2x\sqrt{36 - x^2} = f(x)$.

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ là giá trị lớn nhất của $f(x) = 2x\sqrt{36 - x^2}$ trên $(0; 6)$.

$$f'(x) = 2\sqrt{36 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = \frac{-4x^2 + 72}{\sqrt{36 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\sqrt{2} \in (0; 6) \\ x = -3\sqrt{2} \notin (0; 6) \end{cases}.$$

BBT

x	0	$3\sqrt{2}$	6	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	36	0	

Ta có: $\max_{(0;6)} f(x) = 36$.

Vậy $S_{\max} = 36\text{cm}^2$.

Câu 39: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

A. 30° .

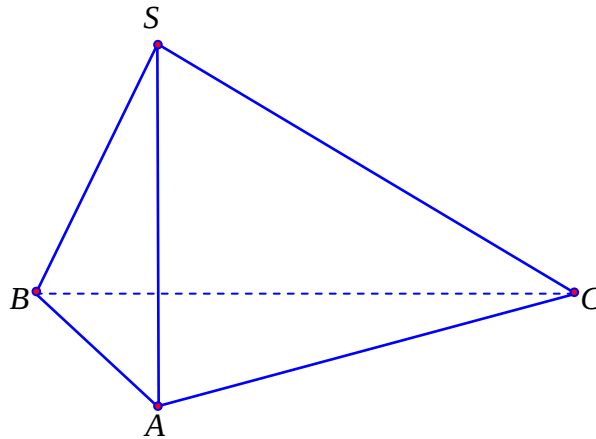
B. 150° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn D.



Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp AC$.

$$\text{ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (SAC)) = (AB, AC) = BAC.$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } \cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow BAC = 120^\circ.$$

$$\text{Vậy } ((SAB), (SAC)) = 120^\circ.$$

Câu 40: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$;

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

B. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C) .

C. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

D. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (C) .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow$ đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

Câu 41: [2D1-2] Cho hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điểm $A(\sqrt{3}; 10)$ là điểm cực tiểu của (C) . B. Điểm $A(-\sqrt{3}; 10)$ là điểm cực đại của (C) .

C. Điểm $A(-\sqrt{3}; 28)$ là điểm cực đại của (C) . D. Điểm $A(0; 1)$ là điểm cực đại của (C) .

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = -x^4 + 6x^2 + 1 \Rightarrow y' = -4x^3 + 12x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$.

Do hàm số đã cho là hàm số bậc bốn trùng phương và hệ số $a = -1 < 0$ nên có $y_{CT} = y(0) = 1$ và $y_{CD} = y(\pm\sqrt{3}) = 10$.

Vậy mệnh đề đúng là B.

Câu 42: [2D1-2] Vòng quay mặt trời – Sun Wheel tại Công viên Châu Á, Đà Nẵng có đường kính 100 m, quay hết một vòng trong khoảng thời gian 15 phút. Lúc bắt đầu quay, một người ở cabin thấp nhất (độ cao 0 m). Hỏi người đó đạt được độ cao 85 m lần đầu tiên sau bao nhiêu giây (làm tròn đến 1/10 giây)?

A. 336,1 s.

B. 382,5 s.

C. 380,1 s.

D. 350,5 s.

Lời giải

Chọn B.

Xét trong thời gian một vòng quay của cabin đang ở vị trí thấp nhất.

Ta có thời gian để cabin đạt vị trí cao nhất 100 m là $\frac{15}{2} \cdot 60 = 450$ s.

Suy ra $f(x) = \frac{450}{100}x = \frac{9}{2}x$ là thời gian để cabin đạt đến độ cao x m, ($0 \leq x \leq 100$).

Nên cabin đạt độ cao 85 m lần đầu tiên sau $f(85) = \frac{9}{2} \cdot 85 = 382,5$ s.

Câu 43: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng 60° và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.

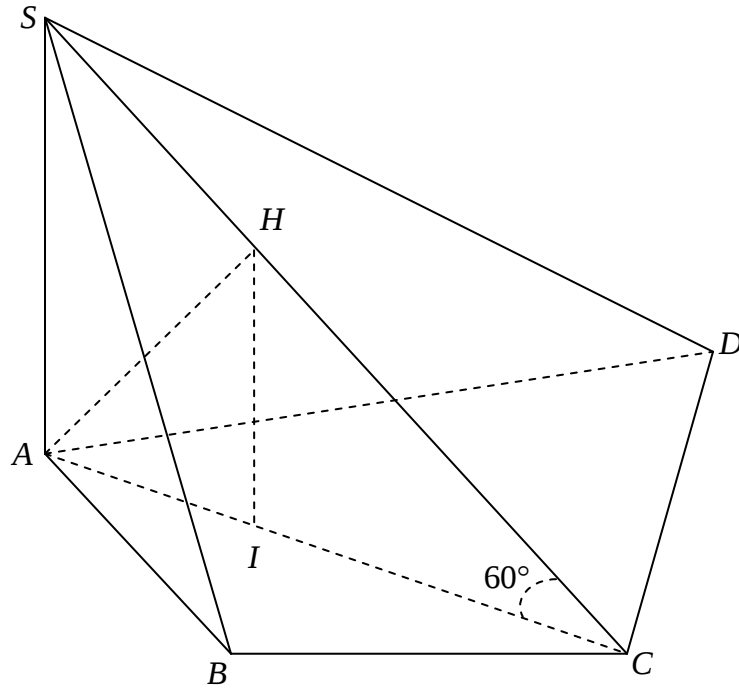
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi I là hình chiếu của H lên $(ABCD)$, vì $(SAC) \perp (ABCD)$ nên $I \in AC$.

Ta có $SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

$$\text{Suy ra } AH = \frac{AS \cdot AC}{\sqrt{AS^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{8}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Do đó } HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{6a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vì vậy } HI = \frac{HA \cdot HC}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } V_{H.ABCD} = \frac{1}{3} HI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 44: [2D1-4] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C (B nằm giữa A và C) sao cho $AB = 2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S

A. -2.

B. -4.

C. 0.

D. $\frac{7 - \sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - m = 0$ (1).

Giả sử $x_1; x_2; x_3$ và giả sử $A(x_1; m), B(x_2; m), C(x_3; m)$.

Áp dụng định lý Vi-et cho phương trình bậc 3 ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 & (1) \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0 & (2). \text{ Mặt khác} \\ x_1x_2x_3 = m & (3) \end{cases}$$

$$AB = 2BC \Rightarrow x_2 - x_1 = 2(x_3 - x_2) \Leftrightarrow 3x_2 - x_1 - 2x_3 = 0 \quad (4)$$

Từ (4) và (1) ta có $\begin{cases} x_1 = 6 - 5x_2 \\ x_3 = 4x_2 - 3 \end{cases}$ thay vào phương trình (2) ta có :

$$(6 - 5x_2)x_2 + x_2(4x_2 - 3) + (4x_2 - 3)(6 - 5x_2) = 0 \Leftrightarrow 7x_2^2 - 14x_2 + 6 = 0 \quad \begin{cases} x_2 = \frac{7 - \sqrt{7}}{7} \\ x_2 = \frac{7 + \sqrt{7}}{7} \end{cases}$$

Với $x_2 = \frac{7 - \sqrt{7}}{7}$ ta có $x_1 = \frac{7 + 5\sqrt{7}}{7}$ và $x_3 = \frac{7 - 4\sqrt{7}}{7}$ thay vào (3) ta được $m = \frac{-98 + 20\sqrt{7}}{49}$. Thử lại vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Với $x_2 = \frac{7 + \sqrt{7}}{7}$ ta có $x_1 = \frac{7 - 5\sqrt{7}}{7}$ và $x_3 = \frac{7 + 4\sqrt{7}}{7}$ thay vào (3) ta được $m = \frac{-98 - 20\sqrt{7}}{49}$. Thử lại vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Vậy tổng hai giá trị của m là $\frac{-98 + 20\sqrt{7}}{49} - \frac{98 + 20\sqrt{7}}{49} = -4$.

Câu 45: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BC , $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

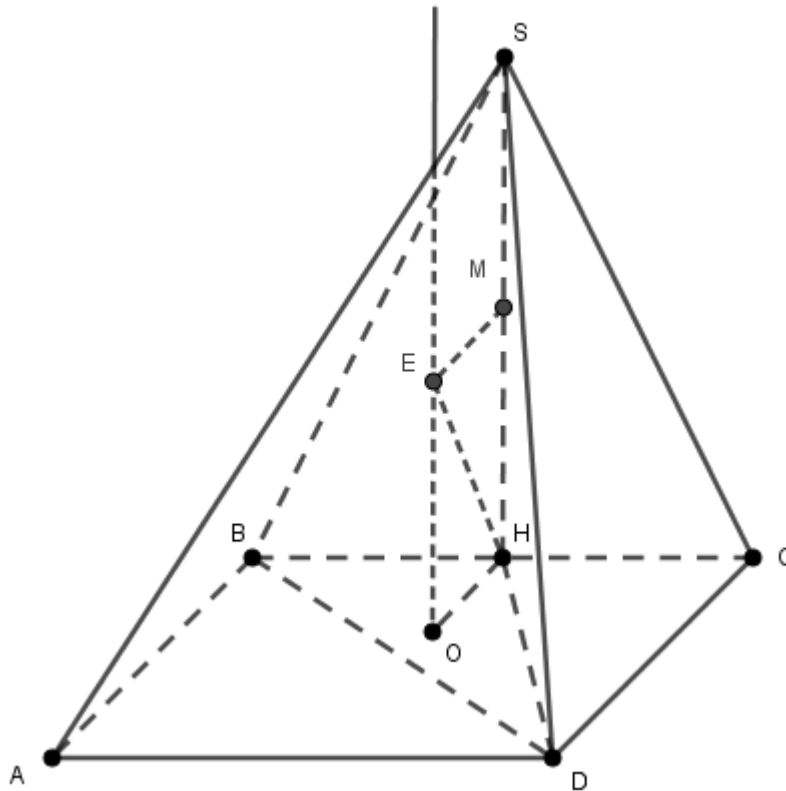
B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi R và r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$ và tam giác BHD .

$$\text{Ta có } HB = \frac{a\sqrt{2}}{2}, HD = \sqrt{HC^2 + DC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ và } BD = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}.$$

Áp dụng định lí Cô sin, ta có

$$\cos BHD = \frac{\frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{2} - 3a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin BHD = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } BHD \text{ là } S_{\triangle BHD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Do đó } r = \frac{HB \cdot HD \cdot BD}{4S} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{a^2\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHD và M là trung điểm SH . Mặt phẳng trung trực của SH cắt trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BHD tại E . Khi đó E là tâm mặt cầu cần tìm.

$$\text{Ta có } R = \sqrt{r^2 + MH^2} = \sqrt{r^2 + \frac{SH^2}{4}} = \sqrt{r^2 + \frac{SH^2}{4}} = \sqrt{\frac{9a^2}{2} + \frac{a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{17}}{4}.$$

Câu 46: [2H2-1] Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

A. 50 m^2 .

B. $50\pi \text{ m}^2$.

C. $100\pi \text{ m}^2$.

D. 100 m^2 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có chu vi đáy $C = 2\pi R = 5$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 5 \cdot 20 = 100 \text{ m}^2$.

Câu 47: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a ($a > 0$) thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0 < a < 1$.

B. $1 < a < 2017$.

C. $a \geq 2017$.

D. $0 < a \leq 2017$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$$

$$\Rightarrow 2017 \log_2 \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right) \leq a \log_2 \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\log_2 \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)}{a} \leq \frac{\log_2 \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)}{2017}.$$

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\log_2\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)}{x} = \frac{\log_2(4^x + 1) - x}{x} = \frac{\log_2(4^x + 1)}{x} - 1$.

Ta có
$$y' = \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{\frac{(4^x + 1)'}{4^x + 1} \cdot x - \ln(4^x + 1)}{x^2} \right] = \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{4^x \ln 4 \cdot x - (4^x + 1) \ln(4^x + 1)}{x^2 (4^x + 1)} \right] < 0$$

$$y' = \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{4^x \ln 4^x - (4^x + 1) \ln(4^x + 1)}{x^2 (4^x + 1)} \right] < 0, \forall x > 0.$$

Nên $y = f(x)$ là hàm giảm trên $(0; +\infty)$.

Do đó $f(a) \leq f(2017), (a > 0)$ khi $0 < a \leq 2017$.

Câu 48: [2D1-1] Tìm hệ số k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2; 2)$.

A. $k = \frac{1}{9}$.

B. $k = 1$.

C. $k = \sqrt{2}$.

D. $k = -1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$.

Suy ra $k = y'(-2) = 1$.

Câu 49: [2H2-1] Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V = 800\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn D.

Bán kính đáy của hình nón: $R = \sqrt{l^2 - h^2} = 10 \text{ cm}$.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 100 \cdot 24 = \frac{800\pi}{3}$.

Câu 50: [2H1-3] Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$OB = OC = a$. Gọi H là hình chiếu của điểm O trên mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối tứ diện $OABH$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

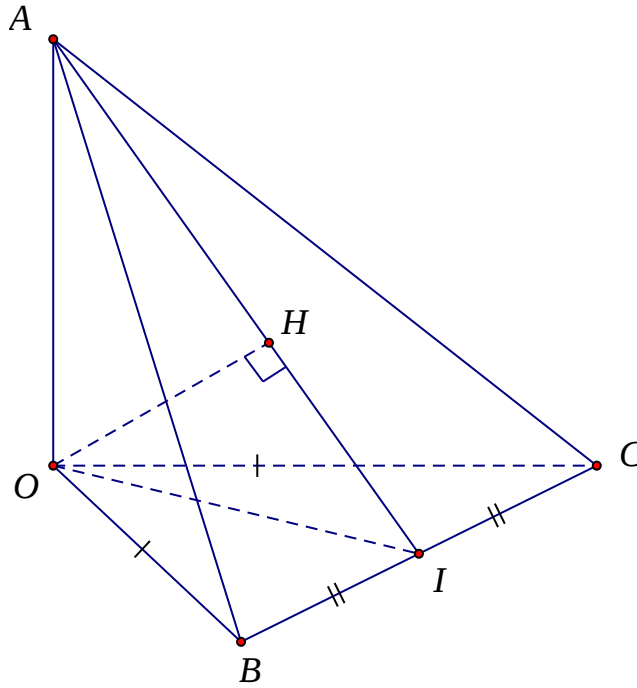
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Lời giải

Chọn D.



Từ giả thiết suy ra: $\triangle ABC$ cân tại A có:
$$\begin{cases} AB = AC = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ BC = a\sqrt{2} \end{cases}$$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

Giả sử H là trực tâm của tam giác ABC .

Ta thấy $OA \perp (OBC)$

Vì $OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$ và $AC \perp BH$ nên: $AC \perp (OBH) \Rightarrow OH \perp AC$ (1).

$BC \perp (OAI) \Rightarrow OH \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $OH \perp (ABC)$.

Có: $OI = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} = OA$.

$\Rightarrow \triangle AOI$ vuông cân tại $O \Rightarrow H$ là trung điểm AI và $OH = \frac{1}{2}AI = \frac{a}{2}$.

Khi đó: $S_{ABH} = \frac{1}{2}S_{ABI} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AI \cdot BI = \frac{1}{4} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

Vậy thể tích khối tứ diện $OABH$ là: $V = \frac{1}{3}OH \cdot S_{ABH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{8} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.