

Bài 1. Cho $\int_0^4 f(x)dx = -1$ tính $I = \int_0^1 f(4x)dx$

A. $I = -\frac{1}{2}$; . B. $I = -\frac{1}{4}$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = -2$.

Lời giải. Đặt $t = 4x$ khi đó ta có : $dt = 4dx$; đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 4$.

Vậy $I = \frac{1}{4} \int_0^4 f(t)dt = -\frac{1}{4}$.

□

Bài 2.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

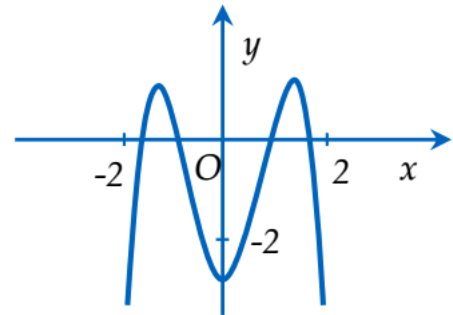
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Lời giải.

Để ý thấy khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $y \rightarrow -\infty$ nên ta có $a < 0$

Tại $x = 0$ thì $y(0) = c < 0$ nên $c < 0$.

Mặt khác $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$ mà phương trình $y' = 0$ lại có 3 nghiệm phân biệt nên $2ax^2 + b = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-b}{2a}$ phải có hai nghiệm phân biệt hay $\frac{-b}{2a} > 0$ mà $a < 0$ nên $b > 0$.

Kết luận: $a < 0, b > 0, c < 0$.

□

Bài 3 (Đã sửa đề). Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = 6cm$ có thể tích là?

A. $24\sqrt{3}cm^3$.

B. $12\sqrt{3}cm^3$.

C. $24\sqrt{2}cm^3$.

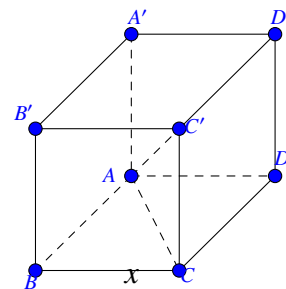
D. $12\sqrt{2}cm^3$.

Lời giải.

Giả sử hình lập phương có cạnh là x khi đó ta có $AC' = \sqrt{CC'^2 + AC^2} = \sqrt{x^2 + 2x^2} = \sqrt{3}x = 6$

Vậy cạnh của hình lập phương có độ dài là $x = 2\sqrt{3}$

Vậy $V = (2\sqrt{3})^3$.



□

Bài 4. Tính khoảng cách giữa các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - \sqrt{3}x^2 + 1$.

A. $\sqrt[4]{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt[4]{3}$.

Lời giải. Xét $y' = 8x^3 - 2\sqrt{3}x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt[4]{3}}{2} \end{cases}$ Để thấy hoành độ 2 điểm cực tiểu lần lượt là

$\frac{\sqrt[4]{3}}{2}; -\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$ Nên khoảng cách giữa 2 điểm cực tiểu là: $\sqrt[4]{3}$.

□

Bài 5.

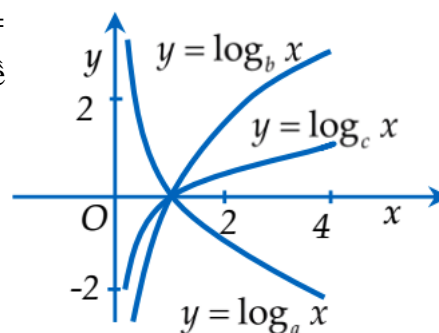
Cho 3 số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x; y = \log_b x; y = \log_c x$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $b < a < c$.

B. $a < b < c$.

C. $a < c < b$.

D. $c < a < b$.



Lời giải. Nhìn trên đồ thị ta thấy các nhận xét sau:

$y = \log_a x$ là một hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

$y = \log_b x; y = \log_c x$ là các hàm đồng biến nên $b, c > 1$

Mặt khác ta thấy hàm $y = \log_b x$ tăng nhanh hơn hàm $y = \log_c x$ suy ra $b < c$

Kết luận: $a < b < c$.

□

Bài 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+5)x^2 + mx$ có cực đại, cực tiểu

và $|x_{\text{CD}} - x_{\text{CT}}| = 5$

A. $m = 0$.

B. $m = -6$.

C. $m \in \{0; 6\}$.

D. $m \in \{-6; 0\}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - (m+5)x + m$. Để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt hay $\Delta = (m+5)^2 - 4m = m^2 + 6m + 25 > 0 \forall m$.

Khi đó $|x_{\text{CD}} - x_{\text{CT}}| = \frac{\sqrt{\Delta}}{1} = 5 \Leftrightarrow m^2 + 6m = 0 \Leftrightarrow m = -6; m = 0$

□

Bài 7. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} + \sqrt{x^2 - 2x + 2}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f(\sqrt[3]{4}) > f(\sqrt[4]{5})$.

B. $f(\sqrt[3]{4}) < f(\sqrt[4]{5})$.

C. $f(\sqrt[4]{5}) = 2f(\sqrt[3]{4})$.

D. $f(\sqrt[3]{4}) > f(\sqrt[4]{5})$.

Lời giải. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

Ta có $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2 + 1}} + \frac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2 + 1}}$.

Để thấy hàm số $g(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}}$ đồng biến với mọi t . Khi đó $f'(x) > 0 \forall x > 1$.

Hay hàm số đồng biến với $x > 1$. Để thấy $\sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5} > 1$ nên $f(\sqrt[3]{4}) > f(\sqrt[4]{5})$

□

Bài 8. Cho hình trụ có bán kính đáy là R , độ dài đường cao là h . Đường kính MN của đáy dưới vuông góc với đường kính PQ của đáy trên. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

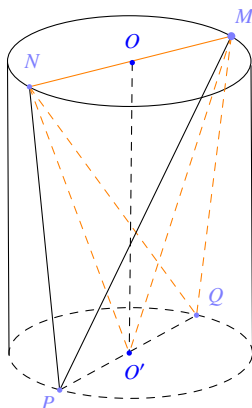
A. $\frac{2}{3}R^2h$.

B. $\frac{1}{6}R^2h$.

C. $\frac{1}{3}R^2h$.

D. $2R^2h$.

Lời giải.



Gọi O và O' lần lượt là tâm hai đáy của hình trụ. Để thấy $PQ \perp (O'MN)$.

Do O' là trung điểm của PQ nên $d(Q, (O'MN)) = d(P, (O'MN)) \Rightarrow V_{Q.O'MN} = V_{P.O'MN}$

Khi đó thể tích khối chóp $MNPQ$ $V = 2V_{P.O'MN} = 2 \cdot \frac{1}{3} O'Q \cdot S_{O'MN} = \frac{2}{3} R^2 h$.

□

□

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A cạnh huyền $BC = 6cm$, các cạnh bên cùng tạo với đáy một góc 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

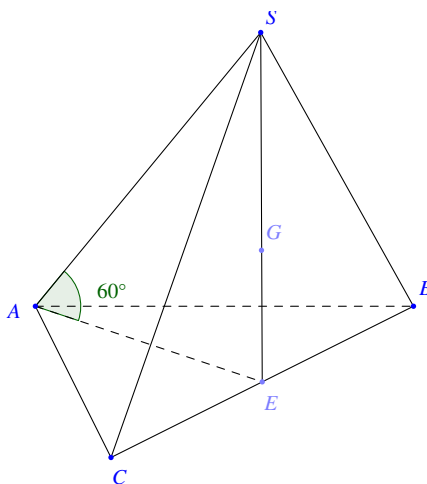
A. $48\pi cm^2$.

B. $12\pi cm^2$.

C. $16\pi cm^2$.

D. $24 cm^2$.

Lời giải.



Gọi E là trung điểm của BC khi đó E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Do các cạnh bên hợp với đáy một góc bằng nhau nên ta có $SE \perp (ABC)$ và $SA = SB = SC = 2.EA = 6 cm$.

Khi đó tam giác SBE là đều cạnh bằng $6 cm$ nên trọng tâm G cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp.

Ta lại có $(SBC) \perp (ABC)$ nên điểm G là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Khi đó bán kính mặt cầu đó $R = \frac{2}{3} SE = 2\sqrt{3} (cm)$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là $S_{\text{cầu}} = 4\pi R^2 = 48\pi cm^2$.

□

□

Bài 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(3; -1; 2)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} = 4\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB}$ có tọa độ là

- A. $\left(\frac{5}{3}; 0; \frac{7}{3}\right)$. B. $(7; -4; 1)$. C. $\left(1; \frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$. D. $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Lời giải. Từ giả thiết $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} = 4\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB}$ ta lấy độ dài hai vế ta được $MA^2 = 4MB^2 \Leftrightarrow MA = 2MB$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} > 0 \end{cases} \implies \overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB} \implies M(7; -4; 1)$$

□

□

Bài 11. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$: $x^3 + x^2 + x = m(x^2 + 1)^2$.

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq 1$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $0 \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Lời giải.

- $m = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2 + 1)^2} := f(x)$.
- $f'(x) = \frac{-x^4 - 2x^3 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^3} = \frac{-(x-1)(x+1)^3}{(x^2 + 1)^3}$.
- Trên $[0; 1]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
- $f(0) = 0, f(1) = \frac{3}{4}$.
- Kết luận: $0 \leq m \leq \frac{3}{4}$. Chọn phương án D.

□

□

Bài 12. Tìm tất cả các điểm cực đại của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

- A. $x = \pm 1$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Lời giải.

- $y' = -4x^3 + 4x$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$.
- $y'' = -12x^2 + 4$.
 - * $y''(0) = 4 > 0$.
 - * $y''(\pm 1) = -8 < 0$.
- Kết luận: $m = \pm 1$. Chọn phương án A.

□

□

Bài 13. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , xét tam giác vuông OAB với A chạy trên trục hoành và có hoành độ dương; B chạy trên trục tung và có tung độ âm sao cho $OA + OB = 1$. Hỏi thể tích lớn nhất của vật thể tạo thành khi quay tam giác AOB quanh trục Oy bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4\pi}{81}$.

B. $\frac{15\pi}{27}$.

C. $\frac{9\pi}{4}$.

D. $\frac{17\pi}{9}$.

Lời giải.

- Gọi tọa độ $A(a; 0)$, $B(0; -b)$, với $a, b > 0$, $a + b = 1$.
- Khi quay $\triangle AOB$ quanh trục Oy ta thu được một khối nón có chiều cao $BO = b$, bán kính đáy $OA = a$.
- $V = \frac{1}{3}\pi a^2 b = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot b \leq \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{\frac{a}{2} + \frac{a}{2} + b}{3} \right)^3 = \frac{4\pi}{81}$.
- Kết luận: $\max V = \frac{4\pi}{81}$. Chọn phương án A.

□

□

Bài 14. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} dt > 0$ (ẩn x) là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

- $\int \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} dt = \int \frac{2t}{2\sqrt{t^2 + 1}} dt = \sqrt{t^2 + 1} + C$.
- $I = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} dt = \sqrt{x^2 + 1} - 1$.
- $I > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} > 1 \Leftrightarrow x \neq 0$.
- Kết luận: Tập hợp nghiệm là $(-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$. Chọn phương án C.

□

□

Bài 15. Ống nghiệm hình trụ có bán kính đáy là $R = 1\text{cm}$ và có chiều cao $h = 10\text{cm}$ chứa được lượng máu tối đa (làm tròn đến một chữ số thập phân) là

A. 10, 0cc.

B. 20, 0cc.

C. 31, 4cc.

D. 10, 5cc.

Lời giải.

- $V = \pi R^2 h = 10\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.
- $V \approx 31,4 \text{ (cm}^3\text{)}$. Chọn phương án C.

□

□

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 3cm , các mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt đáy là 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $6\sqrt{6}\text{cm}^3$.

B. $9\sqrt{6}\text{cm}^3$.

C. $3\sqrt{3}\text{cm}^3$.

D. $3\sqrt{6}\text{cm}^3$.

Lời giải. (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy nên SA vuông góc với đáy.

$AC = 3\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông).

$$SA = AC. \tan 60^\circ = 3\sqrt{6}.$$

$$V = 9\sqrt{6}.$$

□

□

Bài 17. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải. $y' = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

□

□

Bài 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua các hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ trên các trục tọa độ là:

- A. $x + 2y + 3z = 0$.
 B. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.
 C. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
 D. $x + 2y + 3z = 1$.

Lời giải. Các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là: $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$.

□

□

Bài 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; 1)$.
 B. $[1; +\infty)$.
 C. $[-1; 1]$.
 D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - m$.

Hàm số luôn đồng biến khi và chỉ khi $m \leq \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Xét $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 = 0$ (vô nghiệm)

Hàm số tăng và $-1 < f(x) < 1$.

Vậy $m \leq -1$.

□

□

Bài 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt: $9^{1-x} + 2(m-1) \cdot 3^{1-x} + 1 = 0$.

- A. $m > 1$.
 B. $m < -1$.
 C. $m < 0$.
 D. $-1 < m < 0$.

Lời giải. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2 + 2(m-1)t + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $m^2 - 2m > 0$ và $m - 1 < 0$ khi và chỉ khi $m < 0$.

□

□

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SB với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

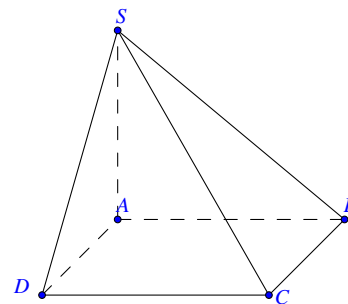
- A. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$.
 B. $V = 3\sqrt{3}a^3$.
 C. $V = \frac{a^3}{\sqrt{3}}$.
 D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow [SB; \widehat{(ABCD)}] = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow SA = AB. \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_A \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}. \text{ Chọn A.}$$



Bài 22. Cho a là số thực dương khác 1. Xét hai số thực x_1, x_2 . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 < x_2$.

B. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 > x_2$.

C. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a - 1)(x_1 - x_2) < 0$.

D. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a - 1)(x_1 - x_2) > 0$.

Lời giải. Nếu $a > 1$ thì từ: $a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow x_1 - x_2 < 0 \Rightarrow (a - 1)(x_1 - x_2) < 0$.

Nếu $0 < a < 1$ thì từ: $a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow x_1 - x_2 > 0 \Rightarrow (a - 1)(x_1 - x_2) < 0$. Chọn **C**.

Bài 23. Phương trình $4^{x^2} - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

1

Lời giải. Phương trình đã cho tương đương với:

$$(2^{x^2} - 1)(2^{x^2} - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} = 1 \\ 2^{x^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình có ba nghiệm. Chọn A.}$$

Bài 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng a . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}.$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

C. $V = a^3 \sqrt{2}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

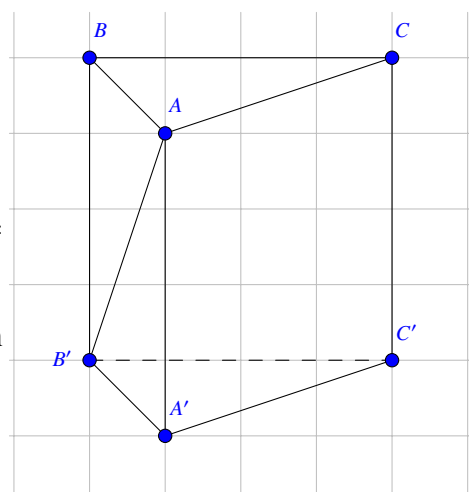
Để thấy $A'C' \perp (ABB'A')$.

Ta có CC' song song với $(ABB'A')$

$$\Rightarrow d[AB'; CC'] = d[CC'; (ABB'A')] = d[C, (ABB'A')] = A'C' =$$

$$\Rightarrow BB' = B'C' = a\sqrt{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{A'B'C'} = a^3\sqrt{2}. \text{ Chon}$$

C.



Bài 25. Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng chiều cao và bằng 2cm . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq} = \frac{8\pi}{3}cm^2$. B. $S_{xq} = 4\pi cm^2$. C. $S_{xq} = 2\pi cm^2$. D. $S_{xq} = 8\pi cm^2$.

Lời giải. $S_{xq} = 2\pi.r.l = 2.\pi.2.2 = 8\pi$. Chọn A.

□

Bài 26. Tìm nghiệm của phương trình: $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$

A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq 1$.

Ta có: $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81} \Leftrightarrow 9^{\sqrt{x-1}} = 81 \Leftrightarrow x = 5$.

□

Bài 27. Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng a . Thể tích khối nón là:

A. $\frac{\pi a^3}{12}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải. Đường sinh của hình nón chính là cạnh góc vuông của tam giác vuông cân. Đường tròn đáy của hình nón có đường kính bằng cạnh huyền của tam giác vuông, đường cao của hình nón bằng đường cao của tam giác vuông.

Cạnh huyền của tam giác có độ dài là: $a\sqrt{2}$, bán kính đáy của hình nón là: $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Đường cao của hình nón là: $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Thể tích của hình nón là: $V = \frac{1}{3}\pi.R^2.h = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

□

Bài 28. Khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2$ bằng:

A. 2. B. $4\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải. Ta có: $y' = 3x^2 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. Tọa độ 2 điểm cực trị là: $O(0; 0)$ và $A(2; -4)$, $AB = 2\sqrt{5}$.

□

Bài 29. Hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° và có cạnh bên bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải. Bán kính của đáy hình nón là $R = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi.R.l = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

□

Bài 30. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ và $F(0) = 1$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = \ln 2 + 1$. B. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 2 + 1$. C. $F(1) = 0$. D. $F(1) = \ln 2 + 2$.

Lời giải. Ta có $F(x) = \int \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$.

$F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \ln(0^2 + 1) + C \Rightarrow C = 1$.

$$F(1) = \frac{1}{2} \ln(1^2 + 1) + 1 = \frac{1}{2} \ln 2 + 1.$$

□

Bài 31. Tính đạo hàm của hàm số: $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

A. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$. B. $y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$. C. $y' = \frac{x}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải. $y' = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{(\sqrt{x^2 + 1} + x)\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

□

Bài 32. Thể tích tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh a và $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải. Gọi M là trung điểm BC , khi đó $AD = DM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó tam giác ADM đều cạnh bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$V_{ABCD} = 2V_{C.ADM} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$$

□

Bài 33. Cho hàm số $y = \frac{1+x}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải. $y' = \frac{2}{(-x+1)^2} > 0, \forall x \neq 1$

□

Bài 34. Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích của hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì kích thước của thùng là:

A. $x = 2; y = 6; z = \frac{3}{2}$. B. $x = 2; y = 6; z = 6$. C. $x = \frac{3}{2}; y = \frac{9}{2}; z = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{3}{2}; z = 24$.

Lời giải. Ta có $x : y = 1 : 3 \Rightarrow y = 3x$.

Do thể tích của hộp bằng 18 nên $xyz = 18 \Rightarrow z = \frac{6}{x^2}$.

Tổng diện tích nhiên liệu cần dùng là:

$$S = xy + 4.yz = 3x^2 + 4.3x \cdot \frac{6}{x^2} = 3x^2 + \frac{72}{x}.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{72}{x}$

Thay lần lượt các giá trị $x = 2; x = 1; x = \frac{3}{2}; x = \frac{1}{2}$ ở các đáp án A, B, C, D ta nhận được giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là 48.

Vậy $x = 2; y = 6; z = \frac{3}{2}$

Bài 35. Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \sin 2x$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

B. $\int f(x) dx = -2 \cos 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

D. $\int f(x) dx = 2 \cos 2x + C.$

Lời giải. Áp dụng công thức ta có: $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$

Bài 36. Tìm tất cả những điểm thuộc trục hoành và cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

A. $M(-1; 0).$

B. $M(1; 0), O(0; 0).$

C. $M(2; 0).$

D. $M(1; 0).$

Lời giải. Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 2)$ và $(B(2; -2).$ Giả sử $M(x; 0).$ Khi đó:

$$MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{(x-2)^2 + 4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = (x-2)^2 \Leftrightarrow x^2 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow x = 1.$$

Như vậy $M(1; 0),$ ta chọn đáp án D.

Bài 37. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \cdot \sqrt[3]{e}) = \frac{13}{3}.$

B. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \cdot \sqrt[3]{e}) = \frac{14}{3}.$

C. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \cdot \sqrt[3]{e}) = \frac{15}{3}.$

D. $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \cdot \sqrt[3]{e}) = 4.$

Lời giải. Ta có: $e^{\ln 2} + \ln(e^2 \cdot \sqrt[3]{e}) = 2 + \ln e^2 + \ln e^{\frac{1}{3}} = 2 + 2 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}.$

Bài 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bằng $a.$ Thể tích khối tứ diện $ABA'C'$ là

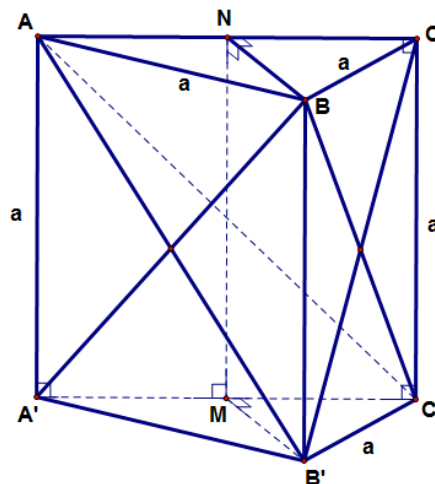
A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$

C. $\frac{a^3}{6}.$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$

Lời giải.



Do $AA'C'C$ là hình vuông cạnh a nên $S_{\triangle AA'C'} = \frac{1}{2} S_{AA'C'C} = \frac{a^2}{2}.$ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và $AC.$ Khi đó mặt phẳng $BB'MN$ vuông góc với mặt phẳng $(AA'C'C)$ theo giao tuyến $MN,$ mà

BN vuông góc với NM nên BN vuông góc với mặt phẳng $(AA'C'C)$ tại N . Do đó:

$$d(B, (AA'C'C)) = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có $V_{ABA'C'} = V_{B'.AA'C'} = \frac{1}{3}S_{\Delta AA'C'} \times d(B, (AA'C'C))$.

Suy ra $V_{ABA'C'} = \frac{a^2}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Chọn đáp án D.

□

Bài 39. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}mx^2$ có điểm cực đại x_1 , điểm cực tiểu x_2 và $-2 < x_1 < -1, 1 < x_2 < 2$

A. $m > 0$.

B. $m < 0$.

C. $m = 0$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải. Ta có: $y' = x^2 + mx = x(x + m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -m. \end{cases}$

Do $0 \notin (-2; -1)$ và $0 \notin (1; 2)$ nên không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu đề bài. Vậy chọn D.

□

Bài 40. Tìm các giá trị thực của tham số thực m để phương trình $12^x + (4 - m)3^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$.

A. $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$.

B. $m \in [2; 4]$.

C. $m \in \left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

D. $m \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải. Phương trình đã cho tương đương:

$$12^x + (4 - m)3^x - m = 0 \Leftrightarrow 12^x + 4 \cdot 3^x = m(3^x + 1) \Leftrightarrow m = \frac{12^x + 4 \cdot 3^x}{3^x + 1}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{12^x + 4 \cdot 3^x}{3^x + 1}$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(12^x \ln 12 + 4 \cdot 3^x \ln 3)(3^x + 1) - 3^x \ln 3(12^x + 4 \cdot 3^x)}{(3^x + 1)^2} \\ &= \frac{36^x(\ln 12 - \ln 3) + (12^x \ln 12 + 4 \cdot 3^x \ln 3)}{(3^x + 1)^2} > 0. \end{aligned}$$

Như vậy hàm số f đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$. Do đó phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ khi và chỉ khi:

$$f(-1) < m < f(0) \Leftrightarrow \frac{17}{16} < m < \frac{5}{2}.$$

Vậy ta chọn đáp án A.

□

Bài 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(2; 1; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là:

A. $(3; 2; -3)$.

B. $(3; -2; 3)$.

C. $(3; -2; -3)$.

D. $(3; 2; 3)$.

Lời giải. Gọi $M(x; y; z)$. Khi đó,

$$\overrightarrow{MA} = (1 - x; -1 - y; -z);$$

$$\overrightarrow{MB} = (-x; 2 - y; -z)$$

$$\overrightarrow{MC} = (2 - x; 1 - y; 3 - z)$$

Theo giả thiết,

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x) - (-x) + (2-x) = 0 \\ (-1-y) - (2-y) + (1-y) = 0 \\ (-z) - (-z) + (3-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases} \text{ . Vậy } (3; -2; 3).$$

□

Bài 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(2; 4; 6)$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{24}{7}$.

B. $\frac{16}{7}$.

C. $\frac{8}{7}$.

D. $\frac{12}{7}$.

Lời giải.

Cách 1:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 4; 0),$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2; 0; 6),$$

$$\overrightarrow{AD} = (0; 4; 6)$$

Suy ra:

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (24; 12; 8)$$

$$|[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]| = 28$$

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 96$$

Do đó:

$$d(D; (ABC)) = \frac{3V_{D.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{\frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]|} = \frac{24}{7}$$

□

Cách 2:

Ta có:

$$(ABC) : \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$$

$$d(D, (ABC)) = \frac{\left| \frac{2}{2} + \frac{4}{4} + \frac{6}{6} - 1 \right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2}} = \frac{24}{7}$$

□

Bài 43. Cho $0 < a < b < 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_b a > \log_a b$.

B. $\log_a b < 0$.

C. $\log_b a < \log_a b$.

D. $\log_a b > 1$.

Lời giải. Với $0 < a < b < 1$, $\log_b a > 1 > \log_a b$ và $\log_a b > 0$.

Do đó, chọn **A**

Nói thêm, $1 < a < b$ thì $\log_b a < 1 < \log_a b$ và $\log_a b > 0$

□

Bài 44. Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 4)$.

A. $S = (-2; -1)$.

B. $S = (-2; +\infty)$.

C. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$.

D. $S = (3; +\infty)$.

Lời giải. Điều kiện: $(2x + 4) > 0 \Leftrightarrow x > -2$

Vì $\frac{\pi}{4} < 1$ nên

$$\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 4) \Leftrightarrow (x^2 + 1) > (2x + 4) \Leftrightarrow x < -1; x > 3$$

Kết hợp với điều kiện ta được $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$

□ _____ □

Bài 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0; 1]$, $f(0) = 1$, $f(1) = -1$. Tính $I = \int_0^1 f'(x)dx$

A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = -2$. D. $I = 0$.

Lời giải. $I = \int_0^1 f'(x)dx = f(1) - f(0) = -2$

□ _____ □

Bài 46. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x^3}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{14}{15}}$. B. $P = x^{\frac{24}{15}}$. C. $P = x^{\frac{13}{15}}$. D. $P = x^{\frac{16}{15}}$.

Lời giải. Ta có $P = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x^3}} = \left(x^2 \cdot \left(x \cdot x^{\frac{3}{5}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{14}{15}}$. Chọn đáp án là A.

□ _____ □

Bài 47. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ là:

A. $y = 1$. B. $x = \pm 1$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Lời giải. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. Với mọi $x \in D$ thì $y = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-2}{x+1}$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} y = \frac{-1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$. Do đó tiệm cận đứng của hàm số là $x = -1$. Chọn đáp án là C.

□ _____ □

Bài 48. Cho hai mặt phẳng $(P) : x - y + z - 7 = 0$ và $(Q) : 3x + 2y - 12z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (R) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng trên là:

A. $x + 2y + 3z = 0$. B. $x + 3y + 2z = 0$. C. $2x + 3y + z = 0$. D. $3x + 2y + z = 0$.

Lời giải. Vì (R) vuông góc với $(P), (Q)$ nên $\vec{n}_R = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (10; 15; 5)$. Phương trình mặt phẳng (R) qua O là: $15x + 10y + 5z = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z = 0$. Chọn đáp án là C.

□ _____ □

Bài 49. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + 1}$.

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. B. $x = 1$.
C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Lời giải. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2 - x}{(x+1)(x^2 - x + 1)(1 + \sqrt{x^2 + x + 1})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x}{(x^2 - x + 1)(1 + \sqrt{x^2 + x + 1})} = \frac{1}{6}$. Chọn đáp án là A.

□ _____ □

Bài 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $x + y - z - 2 = 0$. B. $y - z = 0$. C. $z - x = 0$. D. $x - y = 0$.

Lời giải. Mặt phẳng trung trực đoạn AB thì đi qua trung điểm $I(2; 2; 2)$ và vuông góc với $\vec{AB} = (2; 0; -2)$ nên có phương trình là $2(x - 2) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow z - x = 0$. Chọn đáp án là C.

□ _____ □

ĐÁP ÁN

1 B	6 D	11 D	16 B	21 A	26 A	31 D	36 D	41 B	46 A
2 B	7 A	12 A	17 D	22 C	27 B	32 B	37 A	42 A	47 C
3 A	8 A	13 A	18 C	23 A	28 C	33 B	38 D	43 A	48 C
4 D	9 A	14 C	19 D	24 C	29 D	34 A	39 D	44 C	49 A
5 B	10 B	15 C	20 C	25 A	30 B	35 C	40 A	45 C	50 C