

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

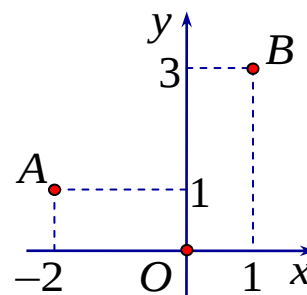
Câu 1: [2D4-1] Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức.

A. $-\frac{1}{2} + 2i$.

B. $-1 + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $2 - \frac{1}{2}i$.



Câu 2: [2D3-1] Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là:

A. $2 \sin 2x + C$.

B. $\sin 2x + C$.

C. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

D. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 3: [2H1-1] Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích tam giác ABC bằng S . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

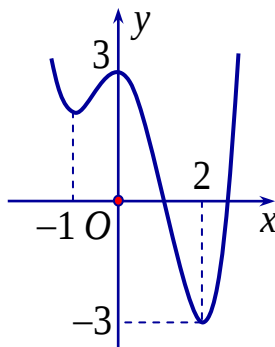
A. $V = \frac{1}{3}Sh$.

B. $V = \frac{2}{3}Sh$.

C. $V = Sh$.

D. $V = 2Sh$.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



A. Đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 5: [2H2-2] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $R = h$.

B. $R = 2h$.

C. $h = 2R$.

D. $h = \sqrt{2}R$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

A. $\vec{m} = (2; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (-2; -1; 0)$.

C. $\vec{v} = (2; -1; 0)$.

D. $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Câu 7: [1D2-1] Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $A_n^k = k!.C_n^k$.

B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

C. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

D. $A_n^k = n!.C_n^k$.

Câu 8: [2D2-1] Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$.

B. $\log(10ab)^2 = 2 + 2\log(ab)$.

C. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$.

Câu 9: [1D4-1] Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$.

B. $m = 0$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Câu 10: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-2	0	1	3	
$f'(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào sau đây là **đúng** về hàm số đã cho?

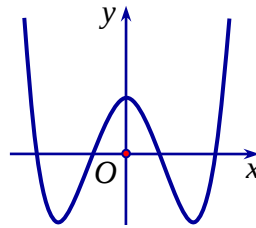
A. Đạt cực tiểu tại $x = -2$.

B. Đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Đạt cực tiểu tại $x = 3$.

D. Đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 11: [2D1-2] Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $P(1;0;3)$.

B. $Q(0;2;0)$.

C. $R(1;0;0)$.

D. $S(0;0;3)$.

Câu 13: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. Không tồn tại m .

Câu 14: [2D2-2] Phương trình $\ln(x^2 + 1) \cdot \ln(x^2 - 2018) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 15: [2D3-1] Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ và $y = \sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức?

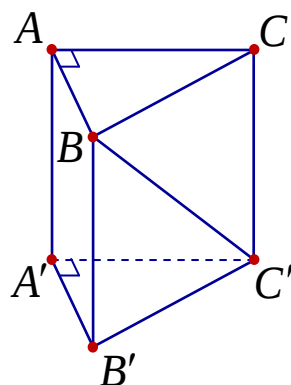
A. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

B. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$.

C. $V = \int_0^1 (2x+1) dx$.

D. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

Câu 16: [1H3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: [2D2-1] Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

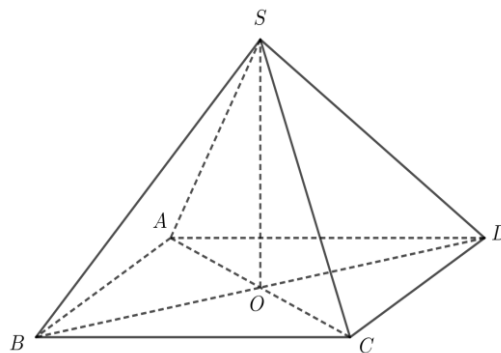
A. $\frac{2}{\ln 3}$.

B. 0.

C. $2\ln 3$.

D. 2.

Câu 18: [1H3-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O , $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

D. $\sqrt{3}a$.

Câu 19: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y=0$.

B. $x+z=0$.

C. $y+z+1=0$.

D. $x+y+z=0$.

Câu 20: [2D4-2] Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Câu 21: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 22: [1D2-2] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 23: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng

A. 5.

B. -4.

C. -6.

D. -5.

Câu 24: [2D3-2] Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 25: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 26: [2D1-3] Cho $(P): y = x^2$ và $A\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P) . Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 27: [1D2-3] Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Câu 28: [2D2-3] Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a \in (10^3; 10^4]$.

B. $a \in (10^2; 10^3]$.

C. $a \in (0; 10^2]$.

D. $(10^4; +\infty)$.

Câu 29: [2D3-3] Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16, \int_0^1 f(2x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng ?

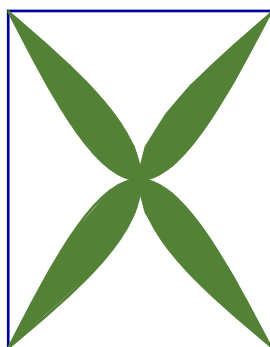
A. 30.

B. 28.

C. 36.

D. 16.

Câu 30: [2D2-3] Một viên gạch hoa hình vuông cạnh $40cm$. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

A. $800cm^2$.

B. $\frac{800}{3}cm^2$.

C. $\frac{400}{3}cm^2$.

D. $250cm^2$.

Câu 31: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

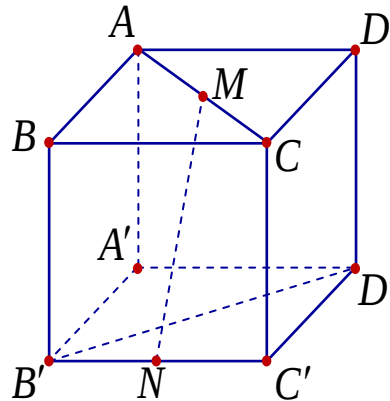
A. $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\Delta_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

B. $\Delta_3: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\Delta_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Câu 32: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng



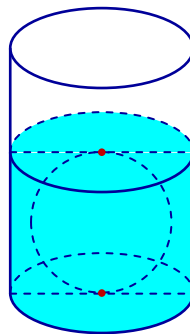
A. $\sqrt{5}a$.

B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $3a$.

D. $\frac{a}{3}$.

Câu 33: [2H2-3] Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5cm. Bán kính của viên billiards đó bằng

A. 2,7cm.

B. 4,2cm.

C. 3,6cm.

D. 2,6cm.

Câu 34: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = m^2 x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 15.

B. 6.

C. 7.

D. 16.

Câu 35: [2D4-3] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

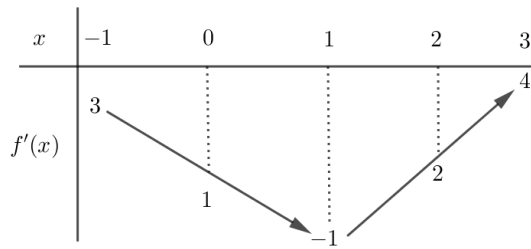
A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng



- A. $(2; 4)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-4; -2)$.

Câu 37: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z - 2 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 38: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng:

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 10. D. 8.

Câu 39: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a+10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 8.

Câu 40: [1D2-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10), N(100;10), P(100;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong kể cả trên cạnh của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A(x;y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

- A. $\frac{169}{200}$. B. $\frac{845}{1111}$. C. $\frac{86}{101}$. D. $\frac{473}{500}$.

Câu 41: [2D2-4]. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3x} + b \cdot 10^{2x}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng?

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{29}{2}$. C. $-\frac{31}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.

Câu 42: [2D3-4]. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0) + f(1) = 0$. Biết

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2}, \int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. π .

B. $\frac{1}{\pi}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 43: [2D2-4] Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

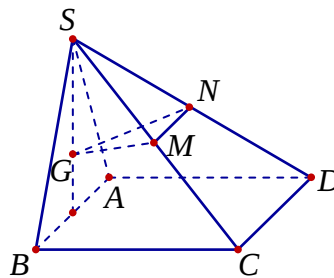
A. $a \in (2; 3]$.

B. $a \in (8; +\infty)$.

C. $a \in (6; 7]$.

D. $a \in (-6; -5]$.

Câu 44: [2H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.



A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 45: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 17.

C. 16

D. 18

Câu 46: [2H1-4] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 6; -2)$, $B(5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn D cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4 .

B. $\frac{9}{2}$.

C. 2 .

D. 10 .

Câu 48: [2D1-4] Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10; 10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$?

A. 2.

B. 9.

C. 17.

D. 16.

Câu 49: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 1; 1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz , Gọi B là hình chiếu của A lên (α) . Biết rằng tam giác MAB cân tại M . Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $6\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{123}}{2}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Câu 50: [2D4-4] Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$.

Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 3.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	C	A	B	D	A	B	D	B	B	D	D	B	A	A	B	A	C	B	A	B	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	B	C	B	D	A	D	D	D	A	D	B	C	B	C	C	C	A	A	C	C	B	A

LỜI GIẢI

Câu 1: [2D4-1] Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức.

A. $-\frac{1}{2} + 2i$.

B. $-1 + 2i$.

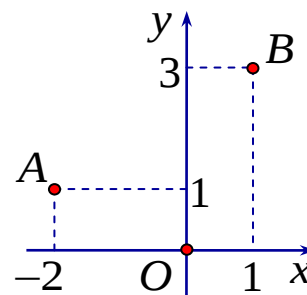
C. $2 - i$.

D. $2 - \frac{1}{2}i$.

Lời giải

Chọn A.

Trung điểm AB là $I\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$, biểu diễn số phức $-\frac{1}{2} + 2i$.



Câu 2: [2D3-1] Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là:

A. $2\sin 2x + C$.

B. $\sin 2x + C$.

C. $\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

D. $-\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Câu 3: [2H1-1] Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích tam giác ABC bằng S . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

A. $V = \frac{1}{3}Sh$.

B. $V = \frac{2}{3}Sh$.

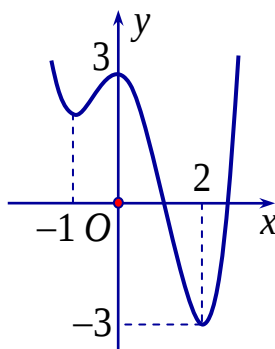
C. $V = Sh$.

D. $V = 2Sh$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



A. Đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy trong khoảng $(-1; 0)$ thì đồ thị là một đường đi lên.

Câu 5: [2H2-2] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $R = h$.

B. $R = 2h$.

C. $h = 2R$.

D. $h = \sqrt{2}R$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2.2\pi Rh \Leftrightarrow R = h$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

A. $\vec{m} = (2; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (-2; -1; 0)$.

C. $\vec{v} = (2; -1; 0)$.

D. $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào hệ số trước t trong phương trình tham số của đường thẳng Δ ta có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 0)$ nên ta chọn đáp án B vì vector $\vec{n} = (-2; -1; 0)$ cùng phương với $\vec{a}$.

Câu 7: [1D2-1] Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $A_n^k = k!.C_n^k$.

B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

C. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

D. $A_n^k = n!.C_n^k$.

Lời giải

Chọn D.

Theo định nghĩa về tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị.

Câu 8: [2D2-1] Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$.

B. $\log(10ab)^2 = 2 + 2\log(ab)$.

C. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$.

Lời giải

Chọn A.

B đúng vì $\log(10ab)^2 = 2\log(10ab) = 2(1 + \log(ab)) = 2 + 2\log(ab)$.

C đúng vì $\log(10ab)^2 = 2\log(10ab) = 2(1 + \log a + \log b)$.

D đúng vì $\log(10ab)^2 = 2\log(10ab) = 2(1 + \log(ab)) = 2 + 2\log(ab) = 2 + \log(ab)^2$.

Câu 9: [1D4-1] Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên hàm số **không** liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 10: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-2		0		1		3
$f'(x)$		+		-	0	+	

Mệnh đề nào sau đây là **đúng** về hàm số đã cho?

A. Đạt cực tiểu tại $x = -2$.

B. Đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Đạt cực tiểu tại $x = 3$.

D. Đạt cực đại tại $x = 0$.

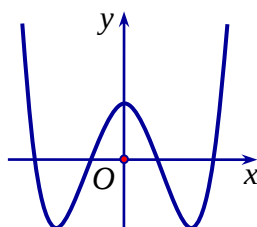
Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên, ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = 1$ nên $x = 1$ là điểm cực tiểu.

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 11: [2D1-2] Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên từ đáp án suy ra hàm số là hàm bậc 4

Theo nhánh phải đồ thị có hướng đi lên nên ta có hệ số $a > 0$ nên ta chọn phương án B.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $P(1;0;3)$.

B. $Q(0;2;0)$.

C. $R(1;0;0)$.

D. $S(0;0;3)$.

Lời giải

Chọn B.

Hình chiếu của $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0;2;0)$.

Câu 13: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$.

B. $m=2$.

C. $m=-2$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (β) có một VTPT là $\vec{n}_2 = (2; 4; -m)$.

$$\text{Ta có } (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 14: [2D2-2] Phương trình $\ln(x^2+1) \cdot \ln(x^2-2018) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \ln(x^2+1) \cdot \ln(x^2-2018) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1 > 0, x^2-2018 > 0 \\ \ln(x^2+1) = 0 \\ \ln(x^2-2018) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2018 \\ x^2+1=1 \\ x^2-2018=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2018 \\ x=0 \\ x=\pm\sqrt{2019} \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2019}.$$

Vậy phương trình $\ln(x^2+1) \cdot \ln(x^2-2018) = 0$ có 2 nghiệm.

Câu 15: [2D3-1] Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=1$, $y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức?

A. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

B. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$.

C. $V = \int_0^1 (2x+1) dx$.

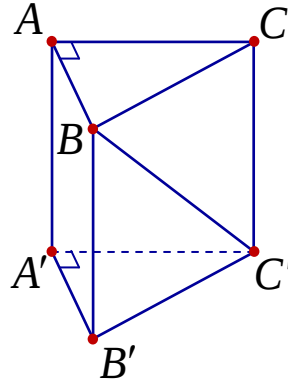
D. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{2x+1})^2 dx = \pi \int_0^1 (2x+1) dx.$

Câu 16: [1H3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}.$

C. $\sqrt{2}.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải

Chọn A.

ΔABC vuông cân tại $A \Rightarrow AB = AC = a.$

$\Delta ABA'$ vuông tại $A \Rightarrow A'B = a\sqrt{2}.$

Ta có $\begin{cases} C'A' \perp A'B' \\ C'A' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow C'A' \perp (ABB'A').$

$\Rightarrow BA'$ là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ABB'A').$

$\Rightarrow (BC'; (ABB'A')) = (BC'; BA').$

$\Delta A'BC'$ vuông tại $A' \Rightarrow \tan A'BC' = \frac{A'C'}{A'B} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Câu 17: [2D2-1] Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 3}.$

B. $0.$

C. $2\ln 3.$

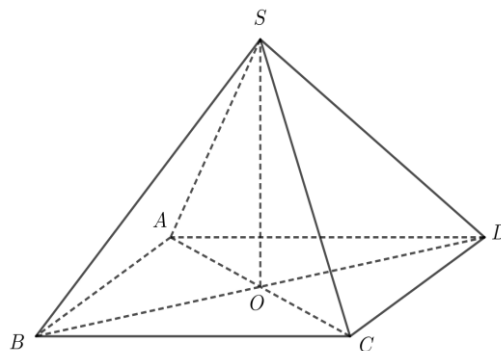
D. $2.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x) = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 3} = \frac{2}{(2x+1)\ln 3} \Rightarrow f'(0) = \frac{2}{\ln 3}.$

Câu 18: [1H3-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O , $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

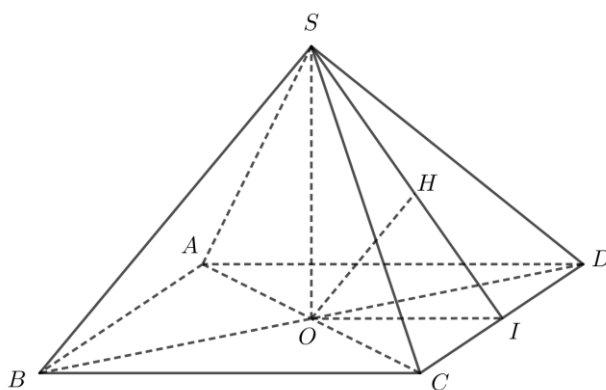
B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

D. $\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi I là trung điểm CD . Trong mặt phẳng (SOI) , kẻ $OH \perp SI$ tại H .

Ta có : $\begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow CD \perp OH$.

Mà $OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SCD)$.

Suy ra $d(O; (SCD)) = OH$.

Ta có $OI = \frac{1}{2}BC = a$, $SO = a \Rightarrow \triangle SOI$ vuông cân tại $O \Rightarrow OH = \frac{1}{2}SI = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Vậy $d(O; (SCD)) = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 19: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y = 0$.

B. $x + z = 0$.

C. $y + z + 1 = 0$.

D. $x + y + z = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một véc tơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{i}, \overline{OM}] \text{ với } \vec{i} = (1; 0; 0) \text{ và } \overline{OM} = (1; 0; -1) \Rightarrow \vec{n} = (0; 1; 0).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(1; 0; -1)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 0)$ là $y = 0$.

Câu 20: [2D4-2] Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Xét phương trình } z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases} \Rightarrow |z_1 - z_2| = |(4 + 3i) - (4 - 3i)| = |6i| = 6.$$

Câu 21: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -1 \text{ nên đường thẳng } y = -1 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = 1 \text{ nên đường thẳng } y = 1 \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{(x+1)(x+1)}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{(x+1)}}{\sqrt{(x-1)}} = 0$$

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{(x+1)(x+1)}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{(x+1)}}{\sqrt{(x-1)}} = 0 \text{ nên đường thẳng}$$

$x = -1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x+1)(x+1)}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x+1)}}{\sqrt{(x-1)}} = +\infty \text{ nên đường thẳng } x = 1 \text{ là}$$

đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 22: [1D2-2] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố được mặt b chấm để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{2} \\ b > 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Mà $b \in \Omega$ nên $b \in \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(A) = 4$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Câu 23: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng

A. 5.

B. -4.

C. -6.

D. -5.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số y xác định và liên tục trên đoạn $[-3; -1]$.

$$y' = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \in [-3; -1] \\ x = 2 \notin [-3; -1] \end{cases}$$

$$y(-3) = -\frac{10}{3}; y(-2) = -3; y(-1) = -4.$$

Vậy $\min_{[-3; -1]} y = -4$ tại $x = -1$.

Câu 24: [2D3-2] Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow 2tdt = 3dx \Rightarrow \frac{2t}{3} dt = dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=2$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}} = \frac{2}{3} \int_1^2 \frac{1}{t} \cdot t dt = \frac{2}{3} \int_1^2 dt = \frac{2}{3} t \Big|_1^2 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Cách khác: Sử dụng công thức } \int \frac{dx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C \text{ thì } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}} = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

Câu 25: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$.

Suy ra: Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 26: [2D1-3] Cho $(P): y = x^2$ và $A\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P) . Khoảng cách

MA bé nhất là

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M(t; t^2), t \in \mathbb{R}$.

$$MA = \sqrt{(t+2)^2 + \left(t^2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{t^4 + 4t + \frac{17}{4}}.$$

Đặt: $f(t) = t^4 + 4t + \frac{17}{4}$.

$$\Rightarrow f'(t) = 4t^3 + 4; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$			$\frac{5}{4}$		

Suy ra: $f(t) \geq \frac{5}{4} \Rightarrow AM \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$

Vậy: Khoảng cách MA bé nhất bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ khi $M(-1; 1)$.

Câu 27: [1D2-3] Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } (3 - 2x + x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \cdot (3-2x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \sum_{i=0}^k C_k^i \cdot 3^{k-i} \cdot (-2x)^i \quad (0 \leq i \leq k \leq 9)$$

$$\text{Giá trị } a_{15} \text{ ứng với: } 18 - 2k + i = 3 \Rightarrow \begin{cases} i=1 \\ k=8 \end{cases} \vee \begin{cases} i=3 \\ k=9 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } a_{15} = C_9^8 \cdot C_8^1 \cdot 3^7 \cdot (-2)^1 + C_9^9 \cdot C_9^3 \cdot 3^6 \cdot (-2)^3 = -804816.$$

Câu 28: [2D2-3] Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a \in (10^3; 10^4]$.

B. $a \in (10^2; 10^3]$.

C. $a \in (0; 10^2]$.

D. $(10^4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Bất phương trình $a^x \geq 9x+1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì nó phải đúng với $x=0 \Rightarrow a > 1$.

Do $a > 1$ nên hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$; Đồ thị hàm số $y = a^x$ có bề lõm quay lên trên. (hay hàm số là hàm số lõm trên $\mathbb{R}$).

Hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = 9x+1$ luôn đi qua điểm $A(0;1)$ nên bất phương trình $a^x \geq 9x+1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi đường thẳng $y = 9x+1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A .

Phương trình tiếp của đồ thị hàm số $y = a^x$ tại A là $y = x \ln a + 1$

Suy ra $\ln a = 9 \Leftrightarrow a = e^9 \Rightarrow a \in (10^3; 10^4]$.

Câu 29: **[2D3-3]** Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16$, $\int_0^1 f(2x) dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x) dx$ bằng ?

A. 30.

B. 28.

C. 36.

D. 16.

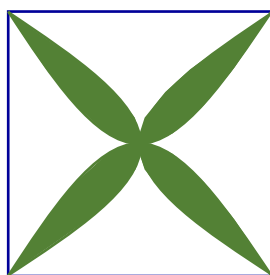
Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 2x \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$, ta có $\int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = 2 \Rightarrow \int_0^2 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 4$.

$\int_0^2 xf'(x) dx = \int_0^2 x d(f(x)) = xf(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx = 2f(2) - 4 = 28$.

Câu 30: **[2D2-3]** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

A. 800 cm^2 .

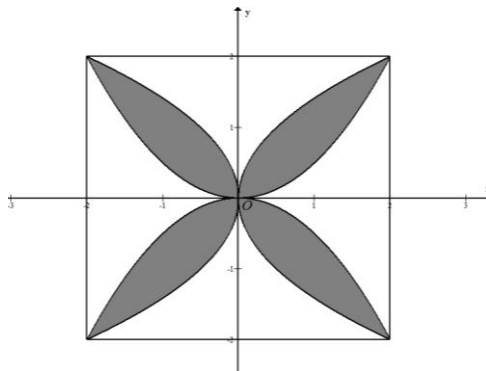
B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

D. 250 cm^2 .

Lời giải

Chọn C.



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{cm}=1\text{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2}$, $x = \frac{y^2}{2}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2).$$

Câu 31: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

A. $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\Delta_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

B. $\Delta_3: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\Delta_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

$$I \in d \Rightarrow I(1+t; 2+2t; 3+t)$$

$$I \in (\alpha) \Rightarrow 1+t+2+2t-(3+t)-2=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2; 4; 4).$$

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 1)$

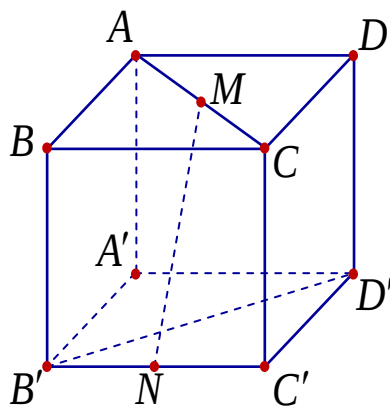
Vector chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$

Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2;4;4)$, nhận một VTCP là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$ nên có PTTS

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Câu 32: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng



A. $\sqrt{5}a$.

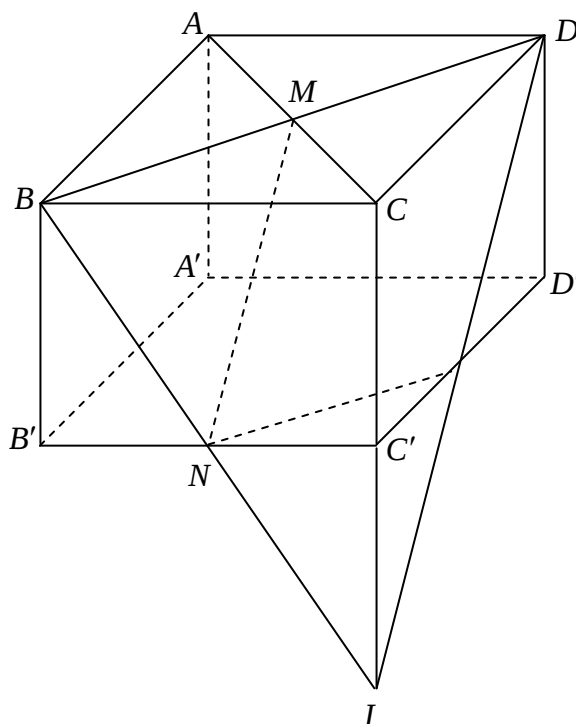
B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $3a$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $B'D' \parallel BD \Rightarrow B'D' \parallel (MBD)$

$$d(MN, B'D') = d(B'D', (MDB)) = d(B', (MDB)) = \frac{1}{2} d(C, (NBD))$$

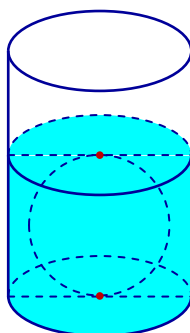
Gọi h là khoảng cách từ C đến (NBD) , $I = CC' \cap BN$

Ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$

Vậy $d(B'D') = \frac{a}{3}$.

Câu 33: [2H2-3] Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5cm. Bán kính của viên billiards đó bằng

- A.** 2,7 cm. **B.** 4,2 cm. **C.** 3,6 cm. **D.** 2,6 cm.

Lời giải

Chọn A.

Gọi r là bán kính của viên billiards snooker.

Thể tích viên billiards là $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Phần thể tích nước dâng lên sau khi bỏ viên billiards vào là: $V = \pi \cdot (5,4)^2 \cdot (2r - 4,5)$.

Ta có phương trình $\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \cdot (5,4)^2 \cdot (2r - 4,5) \quad 0 < r < 4,5 \Rightarrow r = 2,7$

Câu 34: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = m^2 x^4 - 2(4m - 1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A.** 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D.

+ Với $m = 0$, hàm số trở thành $y = 2x^2 + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, do đó $m = 0$ thỏa mãn.

+ Với $m \neq 0$, hàm số đã cho làm hàm số trùng phương với hệ số $a = m^2 > 0$.

$$y' = 4m^2 x^3 - 4(4m - 1)x = 4x(m^2 x^2 - 4m + 1), \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{4m - 1}{m^2} \end{cases}$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì phương trình $x^2 = \frac{4m - 1}{m^2}$ vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $-1 \leq x_1 < x_2 \leq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m-1 \leq 0 \\ 4m-1 > 0 \\ \sqrt{\frac{4m-1}{m^2}} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{4} \\ m > \frac{1}{4} \\ -m^2 + 4m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} < m < 2 - \sqrt{3} \\ m > 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy điều kiện để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ là $m \in (-\infty; 2 - \sqrt{3}) \cup (2 + \sqrt{3}; +\infty)$.

Vì m nguyên, $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{-9; -8; \dots; 0; 4; 5; \dots; 9\}$, có 16 giá trị.

Câu 35: [2D4-3] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có $z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi \Leftrightarrow 2abi - b^2 = b^2 + a - bi$

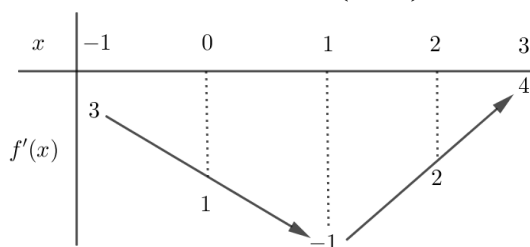
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2ab = -b \\ -b^2 = b^2 + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \\ 2b^2 + a = 0 \end{cases}$$

+ $b = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow z = 0$.

+ $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i$. Vậy có 3 số phức thỏa ycbt.

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số

$y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2; 4)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-4; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ thì $g'(x) = -\frac{1}{2} f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1$.

Ta có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2$

TH1: $f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow 1 - \frac{x}{2} > 2 \Leftrightarrow x < -2$ nên loại B, C.

TH2: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow -1 < 1-\frac{x}{2} < a \ (a < 0) \Leftrightarrow 2-2a < x < 4$. Do $2-2a > 2$ nên loại **A**.

Vậy hàm số $y = f\left(1-\frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên $(-4; -2)$.

Câu 37: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z - 2 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $B \in Oxy$ và $B \in (\alpha)$ nên $B(a; 2-2a; 0)$.

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1; -2; -3)$ và có 1 vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$

Ta có: $d(B; d) = 3 \Leftrightarrow \frac{[\vec{u}; \overrightarrow{MB}]}{|\vec{u}|} = 3$

Ta có: $\overrightarrow{MB} = (a+1; 4-2a; 3)$; $[\vec{u}; \overrightarrow{MB}] = (4a-2; 2a-1; 2-4a)$.

Do đó $\frac{[\vec{u}; \overrightarrow{MB}]}{|\vec{u}|} = 3 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{(2a-1)^2}}{3} = 3 \Leftrightarrow (2a-1)^2 = 9$.

Vậy $AB = \sqrt{\left(a-\frac{1}{2}\right)^2 + (1-2a)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9 + 1} = \frac{7}{2}$.

Câu 38: **[2D3-4]** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$ Giá trị của $f^2(1)$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$

$\Leftrightarrow [f'(x) \cdot f(x)]' = 15x^4 + 12x \Leftrightarrow f'(x) \cdot f(x) = 3x^5 + 6x^2 + C_1$

Do $f(0) = f'(0) = 1$ nên ta có $C_1 = 1$. Do đó: $f'(x) \cdot f(x) = 3x^5 + 6x^2 + 1$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} f^2(x)\right)' = 3x^5 + 6x^2 + 1 \Leftrightarrow f^2(x) = x^6 + 4x^3 + 2x + C_2$.

Mà $f(0) = 1$ nên ta có $C_2 = 1$. Vậy $f^2(x) = x^6 + 4x^3 + 2x + 1$ suy ra $f^2(1) = 8$.

Câu 39: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a+10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 8.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + (a+10)x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^3 - x + 1}{x^2} = -a - 10$

Xét hàm số $y = \frac{x^3 - x + 1}{x^2}$

$$y' = \frac{x^3 + x - 2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 1 điểm thì $-a - 10 < 1 \Leftrightarrow a > -11$

Vậy có 10 giá trị nguyên âm của a

Câu 40: [1D2-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10)$, $N(100;10)$, $P(100;0)$ Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong kể cả trên cạnh của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A(x;y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

A. $\frac{169}{200}$.

B. $\frac{845}{1111}$.

C. $\frac{86}{101}$.

D. $\frac{473}{500}$.

Lời giải

Chọn C.

Tập hợp S gồm có $11 \cdot 101 = 1111$ điểm.

Ta xét $S' = \{(x;y) : x + y > 90\}$ với $0 \leq x \leq 100$ và $0 \leq y \leq 10$

Khi $y = 0 \Rightarrow x > 90 \Rightarrow x = \overline{91;100} \Rightarrow$ có 10 giá trị của x

Khi $y = 1 \Rightarrow x > 89 \Rightarrow x = \overline{90;100} \Rightarrow$ có 11 giá trị của x

.....

Khi $y = 10 \Rightarrow x > 90 \Rightarrow x = \overline{91;100} \Rightarrow$ có 10 giá trị của x

Như vậy S' có 165 phần tử. Vậy xác suất cần tìm là : $\frac{1111 - 165}{1111} = \frac{86}{101}$.

Câu 41: [2D2-4]. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3x} + b \cdot 10^{2x}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng?

A. $\frac{31}{2}$.

B. $\frac{29}{2}$.

C. $-\frac{31}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2+y^2) = z+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ x^2+y^2 = 10 \cdot 10^z \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2}.$$

$$\text{Khi đó } x^3+y^3 = (x+y)(x^2+y^2-xy) = 10^z \left(10 \cdot 10^z - \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2} \right), \text{ suy ra}$$

$$x^3+y^3 = 15 \cdot 10^{2z} - \frac{1}{2} \cdot 10^{3z}. \text{ Vậy } a=15, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a+b = \frac{29}{2}.$$

Câu 42: [2D3-4]. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0) + f(1) = 0$. Biết

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2}, \int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. π .

B. $\frac{1}{\pi}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \cos(\pi x) \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = -\pi \sin(\pi x) dx \\ v = f(x) \end{cases}. \text{ Khi đó:}$$

$$\int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \cos(\pi x) f(x) \Big|_0^1 + \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx$$

$$= -(f(1) + f(0)) + \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx = \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx \Rightarrow \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Cách 1: Ta có } \int_0^1 [f(x) - k \sin(\pi x)]^2 dx = \int_0^1 f^2(x) dx - 2k \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx + k^2 \int_0^1 \sin^2(\pi x) dx$$

$$= \frac{1}{2} - k + \frac{k^2}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 1.$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 [f(x) - \sin(\pi x)]^2 dx = 0 \Rightarrow f(x) = \sin(\pi x). \text{ Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sin(\pi x) dx = \frac{2}{\pi}.$$

Cách 2: Sử dụng BĐT Holder.

$$\left[\int_a^b f(x) g(x) dx \right]^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \cdot \int_a^b g^2(x) dx.$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow f(x) = kg(x), \forall x \in [a; b]$.

$$\text{Áp dụng vào bài ta có } \frac{1}{4} = \left[\int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx \right]^2 \leq \int_0^1 f^2(x) dx \cdot \int_0^1 \sin^2(\pi x) dx = \frac{1}{4},$$

suy ra $f(x) = k \sin(\pi x)$.

$$\text{Mà } \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k \int_0^1 \sin^2(\pi x) dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow f(x) = \sin(\pi x).$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sin(\pi x) dx = \frac{2}{\pi}.$$

Câu 43: [2D2-4] Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $a \in (2; 3]$. B. $a \in (8; +\infty)$. C. $a \in (6; 7]$. D. $a \in (-6; -5]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \text{ suy ra } t \geq \frac{3}{4}$$

$$\text{Bất phương trình } x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow t + a \ln t + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a \ln t \geq -t - 1$$

Trường hợp 1: $t = 1$ khi đó $a \ln t \geq -t - 1$ luôn đúng với mọi a .

$$\text{Trường hợp 2: } \frac{3}{4} \leq t < 1$$

$$\text{Ta có } a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t} \geq 0, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \text{ do đó}$$

$$a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$$

Trường hợp 3: $t > 1$

$$\text{Ta có } a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty)$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t}, \forall t \in (1; +\infty).$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \ln t - 1 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow g'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} > 0$$

Vậy $g(t) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Vì $g(1) = -2$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = +\infty$ vậy $g(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm trên $(1; +\infty)$

Do đó $f'(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm là t_0 . Khi đó $\ln t_0 = \frac{t_0 + 1}{t_0}$ suy ra $f(t_0) = -t_0$

Bảng biến thiên

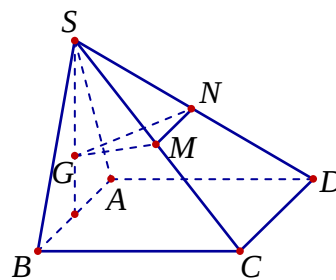
t	1		t_0	$+\infty$
f'		+	0	-
f		$-\infty \nearrow$	$-t_0 \searrow$	$-\infty$

Vậy $a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq -t_0$.

Vậy $-t_0 \leq a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$.

Vậy số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $a \in (6; 7]$.

Câu 44: [2H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.



A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$.

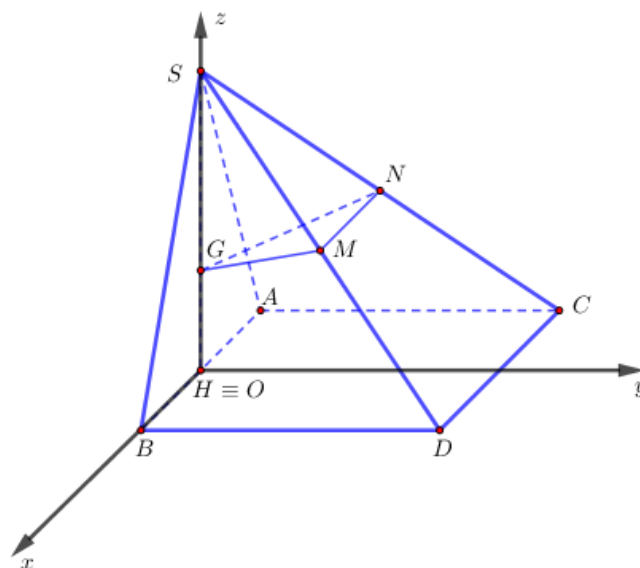
B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn C.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right); A\left(\frac{-a}{2};0;0\right); B\left(\frac{a}{2};0;0\right); C\left(\frac{a}{2};a;0\right); D\left(\frac{-a}{2};a;0\right)$$

$$\text{suy ra } G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right); M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right); N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$$

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$, mặt phẳng (GMN) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GN}] = \left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{24}; \frac{a}{4}\right)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$, ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{39}}{24}} = \frac{2\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 45: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 17.

C. 16

D. 18

Lời giải

Chọn A.

Đặt $g(x) = f(x^2-8x+m)$

$$f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-8)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m)(x^2-8x+m-2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 8x + m - 1 = 0 \quad (1) \\ x^2 - 8x + m = 0 \quad (2) \\ x^2 - 8x + m - 2 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2-8x+m-1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16-m > 0 \\ 16-m+2 > 0 \\ 16-32+m \neq 0 \\ 16-32+m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

m nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

Câu 46: [2H1-4] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

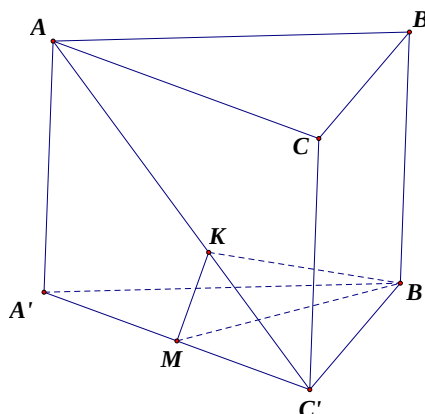
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Do tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' nên

$B'M \perp A'C' \Rightarrow MB' \perp (AA'C'C)$. Thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$ là $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} B'M \cdot AA' \cdot AC$.

Ta có $B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$. Do $MB' \perp (AA'C'C) \Rightarrow MB' \perp AC'$. Kê

$MK \perp AC' \Rightarrow B'K \perp AC'$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ là $MKB' \Rightarrow MKB' = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông MKB' ta có $\tan 60^\circ = \frac{MB'}{MK} \Rightarrow MK = \frac{MB'}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Trong tam giác vuông MKC' ta có $\tan MC'K = \frac{MK}{KC} = \frac{MK}{\sqrt{MC'^2 - MK^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} - \frac{6a^2}{36}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác trong tam giác vuông $AA'C$ ta có $AA' = A'C' \cdot \tan MC'K = \frac{\sqrt{2}}{2} a\sqrt{2} = a$.

Vậy $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} B'M \cdot AA' \cdot AC = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 47: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA , MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn D cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4.

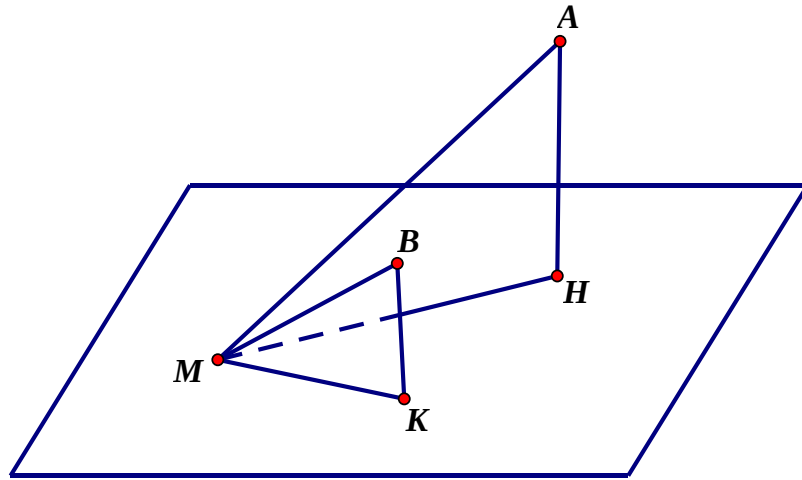
B. $\frac{9}{2}$.

C. 2.

D. 10.

Lời giải

Chọn C.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α) , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 + (-2) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6;$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + (-9) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Vì MA, MB với (α) các góc bằng nhau nên $\triangle AMH = \triangle BMK$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có:

$$MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$$

$$\Leftrightarrow (x-10)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = 4[(x-5)^2 + (y-10)^2 + (z+9)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0.$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$. Do đó, đường tròn D là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) , nên tâm J của đường tròn D là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) .

Phương trình đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) là:
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \end{cases}$$

Tọa độ điểm J là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \\ 2x + 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \\ z = -\frac{38}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $J = \left(2; 10; -\frac{38}{3} \right)$.

Câu 48: [2D1-4] Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10; 10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$?

A. 2.

B. 9.

C. 17.

D. 16.

Lời giải

Chọn C.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) có dạng:

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2.$$

Tiếp tuyến đi qua điểm $B(0; b)$ khi và chỉ khi:

$$b = (3x_0^2 - 6x_0)(0 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 \Leftrightarrow -2x_0^3 + 3x_0^2 = b \quad (*)$$

Xét hàm số $f(x_0) = -2x_0^3 + 3x_0^2$.

$$\text{Ta có } f'(x_0) = -6x_0^2 + 6x_0; \quad f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x_0	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x_0)$		-	0	+	0	-	
$f(x_0)$	$+\infty$	↘		0	↗		$-\infty$

Để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$ điều kiện là phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm x_0 . Từ bảng biến thiên, ta có điều kiện của b là $b \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Do đó, các số nguyên $b \in (-10; 10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$ là $\{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Hay có 17 giá trị nguyên của $b \in (-10; 10)$.

Câu 49: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 1; 1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz , Gọi B là hình chiếu của A lên (α) . Biết rằng tam giác MAB cân tại M . Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $6\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{123}}{2}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $A(0; 0; a)$. Đường thẳng AB qua A và vuông góc với (α) có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \end{cases}$.

B là hình chiếu của A lên (α) nên tọa độ B thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \\ x - z - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{suy ra}$$

$$B\left(\frac{a+3}{2}; 0; \frac{a-3}{2}\right).$$

Tam giác MAB cân tại M nên

$$MA = MB \Leftrightarrow 1+1+(1-a)^2 = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + 1 + \left(\frac{a-5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -3 \end{cases}.$$

Nếu $a = 3$ thì tọa độ $A(0; 0; 3)$, $B(3; 0; 0)$. Diện tích tam giác MAB bằng

$$S = \frac{1}{12} \left| [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] \right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Nếu $a = -3$ thì tọa độ $A(0; 0; -3)$ và $B(0; 0; -3)$ trùng nhau, loại.

Câu 50: [2D4-4] Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$.

Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $|iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow |z - (1 + i\sqrt{2})| = 1$. Gọi $z_0 = 1 + i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I(1; \sqrt{2})$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Vì $|z_1 - z_2| = 2$ nên I là trung điểm của AB .

Ta có $|z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{2(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4$.

Dấu bằng khi $OA = OB$.

-----HẾT-----