

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu 1: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$ 0 $+$	
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Arrows in the original image indicate the function values at the boundaries of the intervals: from 2 to $-\infty$ on $(-\infty, 0)$, from $+\infty$ to 2 on $(0, 2)$, and from 2 to $+\infty$ on $(2, +\infty)$.

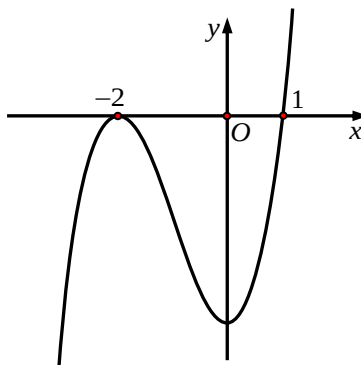
Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 2)$. **B. $(0; 2)$.** C. $(2; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2: [2D2-2] Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$?

- A. $y' = \frac{1}{2(x-1)}$. **B. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.** C. $y' = \frac{\ln 2}{x-1}$. D. $y' = \frac{1}{2(x-1) \cdot \ln 2}$.

Câu 3: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$.

- A. 2. **B. 1.** C. 0. D. 3.

Câu 4: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$, đường thẳng d đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Viết phương trình tham số của đường thẳng d .

- A. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$.** C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 5: [2D1-1] Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$?

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; 7)$. C. $(0; -1)$. D. $(1; -2)$.

Câu 6: [2D4-1] Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = -2 - 2i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = 2 - 2i$.

Câu 7: [2D3-2] Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{(1+x)^2}$.

- A. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{2}{(x+1)^3} + C$. B. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = -\frac{1}{x+1} + C$.
C. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{1}{x+1} + C$. D. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-2}{(x+1)^3} + C$.

Câu 8: [1H2-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Câu 9: [2D1-1] Gọi x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (x; 2; 1)$ và $\vec{v} = (1; -1; 2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. $x + 2$. B. $3x - 2$. C. $3x + 2$. D. $-2 - x$.

Câu 11: [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2}$

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 12: [1D3-2] Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng với công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

- A. $\frac{4}{9}$. B. 3. C. $\frac{4}{3}$. D. 9.

Câu 13: [2D1-2] Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2}$.

- A. $x = -2$ và $y = 3$. B. $x = -2$ và $y = -3$.
C. $y = 3$ và $x = 2$. D. $y = -3$, $y = 3$ và $x = -2$.

Câu 14: [1D2-2] Tìm hệ số của x^7 khi khai triển: $P(x) = (1+x)^{20}$.

A. A_{20}^7 .

B. P_7 .

C. C_{20}^7 .

D. A_{20}^{13} .

Câu 15: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a, b]$. Giả sử hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a, b]$ và $u(x) \in [\alpha, \beta] \forall x \in [a, b]$, hơn nữa $f(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha, \beta]$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng? $x = a$

A. $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_a^b f(u)du$.

B. $\int_{u(a)}^{u(b)} f(u(x))u'(x)dx = \int_a^b f(u)du$.

C. $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)du$.

D. $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_a^b f(x)du$.

Câu 16: [2D2-1] Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$?

A. $x = \sqrt{7}$.

B. $x = \frac{7}{2}$.

C. $x = \log_2 7$.

D. $x = \log_7 2$.

Câu 17: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Vector nào sau đây cũng là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(4; -2; 2)$.

B. $(-4; 2; 3)$.

C. $(4; 2; -2)$.

D. $(-2; 1; 1)$.

Câu 18: [1D2-1] Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 9n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. n chia hết cho 7.

B. n chia hết cho 5.

C. n chia hết cho 2.

D. n chia hết cho 3.

Câu 19: [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx$.

A. $I = \frac{\pi}{4}$.

B. $I = -1$.

C. $I = 0$.

D. $I = 1$.

Câu 20: [2D2-1] Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + \sqrt{3}b$.

A. -2 .

B. 1 .

C. 2 .

D. -1 .

Câu 21: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng (Q): $x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

A. 1 .

B. Vô số.

C. 2 .

D. 0 .

Câu 22: [2H2-2] Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 23: [2D2-2] Cho a, b là 2 số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{76}{21}$.

B. 2.

C. $\frac{4}{21}$.

D. $\frac{76}{3}$.

Câu 24: [2H1-1] Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

A. Loại $\{3;4\}$.

B. Loại $\{5;3\}$.

C. Loại $\{4;3\}$.

D. Loại $\{3;5\}$.

Câu 25: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 26: [2D3-3] Cho $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn

$F(0) = 0$. Biết $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a = 3$. Tính $F(a) - 10a^2 + 3a$.

A. $-\frac{1}{2}\ln 10$.

B. $-\frac{1}{4}\ln 10$.

C. $\frac{1}{2}\ln 10$.

D. $\ln 10$.

Câu 27: [2D3-3] Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}} dx$ với $n \in \mathbb{N}$.

Đặt $u_n = 1 \cdot (I_1 + I_2) + 2(I_2 + I_3) + 3(I_3 + I_4) + \dots + n(I_n + I_{n+1}) - n$.

Biết $\lim u_n = L$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $L \in (-1; 0)$.

B. $L \in (-2; -1)$.

C. $L \in (0; 1)$.

D. $L \in (1; 2)$.

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$,

$d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa

chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .

A. -11.

B. 12.

C. -12.

D. 11.

Câu 29: [2H2-2] Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ . Trên đường Δ lấy hai điểm A, B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30: [1D2-3] Có bao nhiêu số dương n sao cho

$$S = 2 + (C_1^0 + C_2^0 + \dots + C_n^0) + (C_1^1 + C_2^1 + \dots + C_n^1) + \dots + (C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1}) + C_n^n$$

là một số có 1000 chữ số?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 31: [2D3-2] Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục và luôn dương trên $[0; a]$ thỏa

$$\text{mãn } f(x) \cdot f(a-x) = 1, \forall x \in [0; a]. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}.$$

- A. $I = \frac{2a}{3}$. B. $I = \frac{a}{2}$. C. $I = a$. D. $I = \frac{a}{3}$.

Câu 32: [2D4-3] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị lớn nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$

- A. $m = 2\sqrt{2} + 2$. B. $m = \sqrt{2} + 1$. C. $m = 2\sqrt{2}$. D. $m = 2$.

Câu 33: [2D1-3] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right|$

- A. $\sqrt{2} - 1$. B. $2\sqrt{2} + 1$. C. $\sqrt{2} + 1$. D. $2\sqrt{2} - 1$.

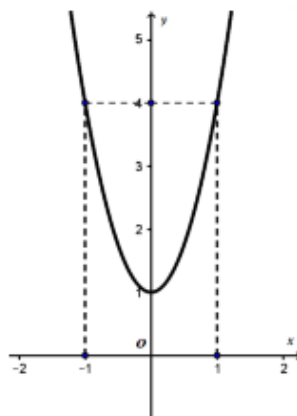
Câu 34: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là A, B . Tìm số giá trị m sao cho ba điểm $A, B, C(4; 2)$ phân biệt và thẳng hàng.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 35: [2D1-3] Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

- A. 2. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị là (C) . Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ



Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$.

- A. $H = 58$. B. $H = 51$. C. $H = 45$. D. $H = 64$.

Câu 37: [1D2-3] Trước kỳ thi học kỳ 2 của lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kỳ của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

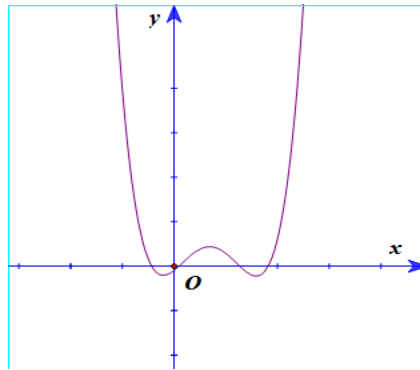
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 38: [2D1-4] Biết rằng đồ thị hàm số bậc 4: $y = f(x)$ được cho như hình vẽ sau:



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox .

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 0.

Câu 39: [2D4-4]. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$.

A. $5\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 40: [1D2-4]. Từ các số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $p = \frac{4}{85}$.

B. $p = \frac{4}{135}$.

C. $p = \frac{3}{20}$.

D. $p = \frac{5}{158}$.

Câu 41: [2H1-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dụng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

A. 4 mặt phẳng.

B. 2 mặt phẳng.

C. 1 mặt phẳng.

D. 5 mặt phẳng.

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0,1,1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) , cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S .

- A. 36π . B. $36\sqrt{2}\pi$. C. $18\sqrt{2}\pi$. D. 18π .

Câu 44: [2D2-3] Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

- A. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

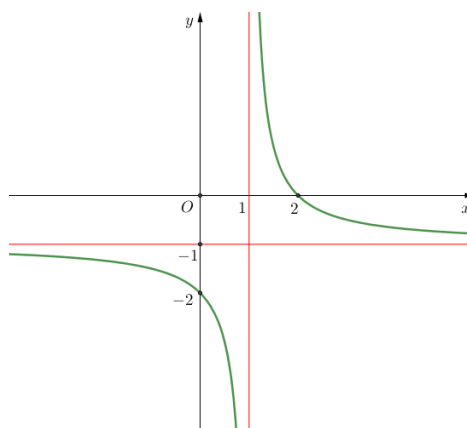
Câu 45: [2D3-3] Biết diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = a$ (với $a \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$) là $\frac{1}{2}(-3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{3})$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(\frac{7}{10}, 1)$. B. $(\frac{51}{50}, \frac{11}{10})$. C. $(\frac{11}{10}, \frac{3}{2})$. D. $(1, \frac{51}{50})$.

Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a,0,0)$, $B(0,b,0)$, $C(0,0,c)$ với $a,b,c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7})$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

- A. 14. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 47: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.



- A. $T = 12$. B. $T = -7$. C. $T = 10$. D. $T = -9$.

Câu 48: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

A. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$. C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$. D. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 49: [1H3-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{35}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$.

Câu 50: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

A. 0. B. 4. C. 10. D. 9.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	A	C	B	D	A	C	B	D	D	D	A	C	D	C	D	C	B	C	A	D	B	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	D	D	A	C	B	D	A	B	B	B	A	A	A	A	A	C	C	A	D	D	C	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 2)$. **B. $(0; 2)$.** C. $(2; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2: [2D2-2] Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$?

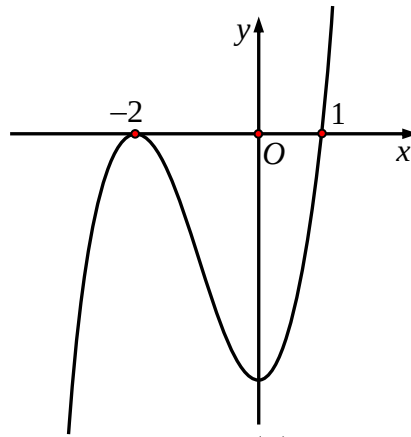
- A. $y' = \frac{1}{2(x-1)}$. **B. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.** C. $y' = \frac{\ln 2}{x-1}$. D. $y' = \frac{1}{2(x-1) \cdot \ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 3: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y=1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Dựa đồ thị ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại một điểm nên phương trình có một nghiệm.

Câu 4: **[2H3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-4z+1=0$, đường thẳng d đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Viết phương trình tham số của đường thẳng d .

A. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-6t \\ z=3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+6t \\ z=3+t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $B(0;0;b)$ là giao điểm của đường thẳng d và trục Oz .

Ta có $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AB} = (-1; -2; b-3)$. Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{n_p} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2 - 4(b-3) = 0 \Leftrightarrow b = 2.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AB} = (-1; -2; -1) = -1(1; 2; 1).$$

Câu 5: **[2D1-1]** Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$?

A. $(-1;2)$.

B. $(2;7)$.

C. $(0;-1)$.

D. $(1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điểm $A(-1;2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 6: **[2D4-1]** Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Tính $z=z_1+z_2$.

A. $z = -2 - 2i$.

B. $z = -2 + 2i$.

C. $z = 2 + 2i$.

D. $z = 2 - 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$z = z_1 + z_2 = 2 + 3i + (-4 - 5i) = -2 - 2i.$$

Câu 7: **[2D3-2]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{(1+x)^2}$.

A. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{2}{(x+1)^3} + C.$

B. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = -\frac{1}{x+1} + C.$

C. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{1}{x+1} + C.$

D. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-2}{(x+1)^3} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \int (x+1)^{-2} dx = -(x+1)^{-1} + C = -\frac{1}{x+1} + C.$$

Câu 8: **[1H2-1]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .

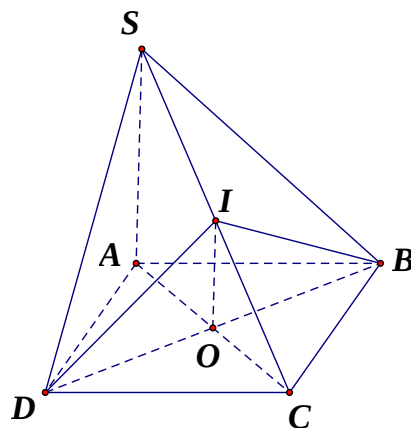
B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Hướng dẫn giải

Chọn B.



A đúng vì $IO \parallel SA \Rightarrow IO \parallel (SAD)$.

C đúng vì $IO \parallel SA \Rightarrow IO \parallel (SAB)$.

D đúng vì $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

B sai vì mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD .

Câu 9: [2D1-1] Gọi x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y' = -3x^2 + 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	2	$+\infty$	

Dựa vào BBT, điểm cực đại là $x_1 = -1$ và điểm cực tiểu là $x_2 = 1$ nên $x_1 + 2x_2 = 1$.

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (x; 2; 1)$ và $\vec{v} = (1; -1; 2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $x + 2$.

B. $3x - 2$.

C. $3x + 2$.

D. $-2 - x$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x \cdot 1 + 2(-1) + 1 \cdot 2x = 3x - 2.$$

Câu 11: [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2}$

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + x\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3 + \frac{2}{x}} = -\frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Câu 12: [1D3-2] Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng với công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

A. $\frac{4}{9}$.

B. 3.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình } \begin{cases} b^2 = ac \\ b = a + 3s \\ c = a + 7s \end{cases} \Rightarrow (a + 3s)^2 = a(a + 7s) \Leftrightarrow 9s^2 - as = 0.$$

Do $s \neq 0$ nên $a = 9s \Rightarrow \frac{a}{s} = 9$.

Câu 13: [2D1-2] Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2}$.

A. $x = -2$ và $y = 3$.

B. $x = -2$ và $y = -3$.

C. $y = 3$ và $x = 2$.

D. $y = -3$, $y = 3$ và $x = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Do $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2} = -3$ nên đường thẳng $y = -3$ là đường tiệm cận ngang.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2} = 3$ nên đường thẳng $y = 3$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 14: [1D2-2] Tìm hệ số của x^7 khi khai triển: $P(x) = (1 + x)^{20}$.

A. A_{20}^7 .

B. P_7 .

C. C_{20}^7 .

D. A_{20}^{13} .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $(1+x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k x^k$.

Theo đề bài ta tìm hệ số của x^7 nên ta có $k=7$. Vậy hệ số của x^7 trong khai triển là C_{20}^7 .

Câu 15: [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a,b]$. Giả sử hàm số $u=u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a,b]$ và $u(x) \in [\alpha, \beta] \forall x \in [a,b]$, hơn nữa $f(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha, \beta]$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng? $x=a$

A. $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_a^b f(u)du$.

B. $\int_{u(a)}^{u(b)} f(u(x))u'(x)dx = \int_a^b f(u)du$.

C. $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)du$.

D. $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_a^b f(x)du$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $u(x)=t \Rightarrow u'(x)dx=dt$.

Đổi cận

Khi $x=a$ thì $t=u(x)$; khi $x=b$ thì $t=u(b)$.

Do đó $\int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t)dt = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)du$.

Câu 16: [2D2-1] Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x=7$?

A. $x=\sqrt{7}$.

B. $x=\frac{7}{2}$.

C. $x=\log_2 7$.

D. $x=\log_7 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $2^x=7$. Lấy logarit cơ số 2 cho hai vế ta được nghiệm $x=\log_2 7$.

Câu 17: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;1)$. Vectơ nào sau đây cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(4;-2;2)$.

B. $(-4;2;3)$.

C. $(4;2;-2)$.

D. $(-2;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $\vec{x} = (4; -2; 2) = 2(2; -1; 1) = 2\vec{n}$ nên đây cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 18: [1D2-1] Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 9n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. n chia hết cho 7.

B. n chia hết cho 5.

C. n chia hết cho 2.

D. n chia hết cho 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

$$C_n^2 + A_n^2 = 9n \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 9n \Leftrightarrow \frac{(n-1)n}{2} + (n-1)n = 9n \Leftrightarrow 3(n-1) = 18 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy n chia hết cho 7.

Câu 19: [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx$.

A. $I = \frac{\pi}{4}$.

B. $I = -1$.

C. $I = 0$.

D. $I = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Câu 20: [2D2-1] Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + \sqrt{3}b$.

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}; b = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a + \sqrt{3}b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2.$$

Câu 21: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

A. 1.

B. Vô số.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có mặt phẳng cần tìm là $(P): x + y + z + d = 0$ với $d \neq 3$.

Mặt phẳng (P) cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|6+d|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} d=3 \\ d=-15 \end{cases}$ đối chiếu điều kiện suy ra $d = -15$. Khi đó $(P): x + y + z - 15 = 0$.

Theo giả thiết $X(a; b; c) \in (P) \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$ không thỏa mãn $a + b + c < -2$.

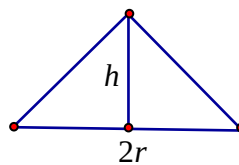
Vậy không tồn tại mặt phẳng (P) .

Câu 22: [2H2-2] Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Khối nón có $2r = a\sqrt{6} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $h = r$ suy ra thể tích $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Câu 23: [2D2-2] Cho a, b là 2 số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{76}{21}$. **B.** 2. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{76}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab} \Leftrightarrow 5^{-3(a^2+4ab)} = 5^{\frac{4}{3}(3a^2-10ab)} \Leftrightarrow 7a^2 - \frac{4}{3}ab = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{21}.$$

Câu 24: [2H1-1] Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

A. Loại $\{3; 4\}$. **B.** Loại $\{5; 3\}$. **C.** Loại $\{4; 3\}$. **D.** Loại $\{3; 5\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Loại $\{3; 4\}$ có 8 mặt.

Loại $\{5; 3\}$ có 12 mặt.

Loại $\{4; 3\}$ có 6 mặt.

Loại $\{3;5\}$ có 20 mặt. Suy ra kết quả là đáp án **D**.

Câu 25: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tâm mặt cầu chính là trung điểm I của AB , với $I(1;1;1)$.

Bán kính mặt cầu: $R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{2}$.

Suy ra phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 26: **[2D3-3]** Cho $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn

$F(0) = 0$. Biết $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a = 3$. Tính $F(a) - 10a^2 + 3a$.

A. $-\frac{1}{2}\ln 10$.

B. $-\frac{1}{4}\ln 10$.

C. $\frac{1}{2}\ln 10$.

D. $\ln 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $F(x) = \int xf'(x)dx = \int xdf(x) = xf(x) - \int f(x)dx$

Ta lại có: $\int f(x)dx = \int \frac{x}{\cos^2 x}dx = \int x d(\tan x) = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x - \int \frac{\sin x}{\cos x}dx$

$= x \tan x + \int \frac{1}{\cos x}d(\cos x) = x \tan x + \ln|\cos x| + C \Rightarrow F(x) = xf(x) - x \tan x - \ln|\cos x| + C$

Lại có: $F(0) = 0 \Rightarrow C = 0$, do đó: $F(x) = xf(x) - x \tan x - \ln|\cos x|$.

$\Rightarrow F(a) = af(a) - a \tan a - \ln|\cos a|$

Khi đó $f(a) = \frac{a}{\cos^2 a} = a(1 + \tan^2 a) = 10a$ và

$\frac{1}{\cos^2 a} = 1 + \tan^2 a = 10 \Leftrightarrow \cos^2 a = \frac{1}{10} \Leftrightarrow |\cos a| = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Vậy $F(a) - 10a^2 + 3a = 10a^2 - 3a - \ln\left|\frac{1}{\sqrt{10}}\right| - 10a^2 + 3a = \frac{1}{2}\ln 10$.

Câu 27: **[2D3-3]** Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}dx$ với $n \in \mathbb{N}$.

Đặt $u_n = 1 \cdot (I_1 + I_2) + 2(I_2 + I_3) + 3(I_3 + I_4) + \dots + n(I_n + I_{n+1}) - n$.

Biết $\lim u_n = L$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $L \in (-1; 0)$. **B.** $L \in (-2; -1)$. **C.** $L \in (0; 1)$. **D.** $L \in (1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Với } n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = \int_0^1 \frac{e^{-(n+1)x}}{1+e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{e^{-nx} \cdot e^{-x}}{1+e^{-x}} dx = \int_0^1 e^{-nx} dx - \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}} dx = \int_0^1 e^{-nx} dx - I_n$$

$$\Rightarrow I_{n+1} = \int_0^1 e^{-nx} dx - I_n \Rightarrow I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n} (1 - e^{-n})$$

$$\text{Do đó } u_n = (1 - e^{-1}) + (1 - e^{-2}) + (1 - e^{-3}) + \dots + (1 - e^{-n}) - n$$

$$\Rightarrow u_n = -e^{-1} - e^{-2} - e^{-3} - \dots - e^{-n}$$

Ta thấy u_n là tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = -e^{-1}$ và $q = \frac{1}{e}$, nên

$$\lim u_n = \frac{-e^{-1}}{1 - \frac{1}{e}} \Rightarrow L = \frac{-1}{e-1} \Rightarrow L \in (-1; 0).$$

Câu 28: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$,

$$d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = m \end{cases}. \text{ Gọi } S \text{ là tập tất cả các số } m \text{ sao cho } d_1 \text{ và } d_2 \text{ chéo nhau và khoảng cách giữa}$$

chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .

- A.** -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1 = (1; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2 = (1; 2; m)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{M_1M_2} = (0; 2; m)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 3; 1)$. Do đó $[u_1, u_2] \overrightarrow{M_1M_2} = m + 6$.

Điều kiện cần và đủ để d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$ là

$$\frac{|m+6|}{\sqrt{19}} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow |m+6| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m+6 = 5 \\ m+6 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -11 \end{cases}.$$

Vậy $S = \{-1; -11\}$. Do đó tổng các phần tử của S là $-1 + (-11) = -12$.

Câu 29: [2H2-2] Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ . Trên đường Δ lấy hai điểm A, B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

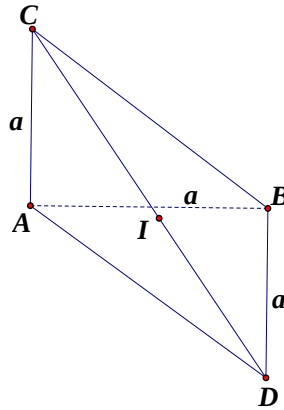
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau theo giao tuyến AB mà $CA \perp AB \Rightarrow CA \perp (ABD)$ suy ra $CA \perp AD$.

Tương tự, ta cũng có $DB \perp BC$.

Hai điểm A, B cùng nhìn đoạn CD dưới một góc vuông nên bốn điểm A, B, C, D nằm trên mặt cầu đường kính CD , tâm I là trung điểm CD .

Xét tam giác vuông ACD , ta có $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: [1D2-3] Có bao nhiêu số dương n sao cho

$$S = 2 + (C_1^0 + C_2^0 + \dots + C_n^0) + (C_1^1 + C_2^1 + \dots + C_n^1) + \dots + (C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1}) + C_n^n$$

là một số có 1000 chữ số?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} S &= 2 + (C_1^0 + C_2^0 + \dots + C_n^0) + (C_1^1 + C_2^1 + \dots + C_n^1) + \dots + (C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1}) + C_n^n \\ &= 2 + (C_1^0 + C_1^1) + (C_2^0 + C_2^1 + C_2^2) + \dots + (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + \dots + C_{n-1}^{n-1}) + (C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n) \\ &= 2 + 2 + (1+1)^2 + \dots + (1+1)^{n-1} + (1+1)^n \end{aligned}$$

$$= 2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2 + 2 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \Rightarrow S = 2^{n+1}.$$

$$S \text{ là một số có 1000 chữ số } \Rightarrow 10^{999} \leq S < 10^{1000} \Leftrightarrow 10^{999} \leq 2^{n+1} < 10^{1000} \\ \Leftrightarrow 999 \log_2 10 - 1 \leq n < 1000 \log_2 10 - 1$$

Do $n \in \mathbb{N}$ nên $n \in \{3318; 3319; 3320\}$.

Vậy có 3 số nguyên dương n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 31: [2D3-2] Cho số thực $a > 0$. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục và luôn dương trên $[0; a]$ thỏa mãn $f(x) \cdot f(a-x) = 1, \forall x \in [0; a]$. Tính tích phân $I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}$.

A. $I = \frac{2a}{3}$.

B. $I = \frac{a}{2}$.

C. $I = a$.

D. $I = \frac{a}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = a - x \Rightarrow dx = -dt$.

Đổi cận

$x = 0 \Rightarrow t = a; x = a \Rightarrow t = 0$. Suy ra.

$$I = -\int_a^0 \frac{dt}{1+f(a-t)} = \int_0^a \frac{f(t)dt}{1+f(t)} \text{ (do } f(a-t) = \frac{1}{f(t)})$$

$$\Rightarrow 2I = \int_0^a dt = a \Rightarrow I = \frac{a}{2}.$$

Câu 32: [2D4-3] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị lớn nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$

A. $m = 2\sqrt{2} + 2$.

B. $m = \sqrt{2} + 1$.

C. $m = 2\sqrt{2}$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z_1 = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó theo giả thiết của đề bài ta có $z_2 = -y + xi$. Khi đó

$$|z_1 + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 4.$$

Vì vậy tồn tại $t \in \mathbb{R}$ để $x = -1 + 2\sin t$ và $y = 1 + 2\cos t$.

$$\text{Do đó } |z_1 - z_2|^2 = (x+y)^2 + (y-x)^2 = 2(x^2 + y^2) = 2[6 - 4(\sin t - \cos t)] = 12 - 8\sqrt{2} \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \\ \leq 12 + 8\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } m = \sqrt{12 + 8\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} + 2.$$

Câu 33: [2D1-3] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right|$

A. $\sqrt{2}-1$.

B. $2\sqrt{2}+1$.

C. $\sqrt{2}+1$.

D. $2\sqrt{2}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y = \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right| = \left| \sin x + \cos x + \frac{1 + \sin x + \cos x}{\sin x \cdot \cos x} \right|.$$

$$\text{Đặt } t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right), t \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right] \setminus \{1\}, \sin x \cdot \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } y = \left| t + \frac{1+t}{\frac{t^2-1}{2}} \right| = \left| t + \frac{2}{t-1} \right|.$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = t + \frac{2}{t-1}, g'(t) = 1 - \frac{2}{(t-1)^2} = \frac{(t-1)^2 - 2}{(t-1)^2}, g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} + 1 (l) \\ t = -\sqrt{2} + 1 (t/m) \end{cases}.$$

$$g(\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 2 > 0, g(-\sqrt{2}) < 0, g(-\sqrt{2} + 1) = -2\sqrt{2} + 1 < 0$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}+1$	1	$\sqrt{2}$
$g'(t)$		+	0	-
$g(t)$	$g(-\sqrt{2})$	$g(-\sqrt{2}+1)$	$+\infty$	$g(\sqrt{2})$
$y= g(t) $	$ g(-\sqrt{2}) $	$ g(-\sqrt{2}+1) $	$+\infty$	$g(\sqrt{2})$

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên suy ra } y_{\min} = |y(-\sqrt{2}+1)| = 2\sqrt{2}-1.$$

Câu 34: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là

A, B . Tìm số giá trị m sao cho ba điểm $A, B, C(4;2)$ phân biệt và thẳng hàng.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{|m|\}.$$

Ta có $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|} = x + \frac{4}{x - |m|}$.

$$y' = 1 - \frac{4}{(x - |m|)^2}, \forall x \in D, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + |m| \\ x = -2 + |m| \end{cases}$$

Tọa độ hai điểm cực trị là $B(2 + |m|; 4 + |m|)$, $A(-2 + |m|; -4 + |m|)$.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 8), \overrightarrow{AC} = (6 - |m|; 6 - |m|).$$

Ba điểm $A, B, C(4; 2)$ phân biệt và thẳng hàng $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB} \\ 6 - |m| \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - |m| = 4k \\ 6 - |m| = 8k \\ 6 - |m| \neq 0 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Vậy không có giá trị m nào thỏa mãn.

Câu 35: [2D1-3] Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

A. 2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 3} = \sqrt{(x-1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}$ Ta có $g(t) = 4t + 3 - t^2$ với $t \in [\sqrt{2}; +\infty)$.

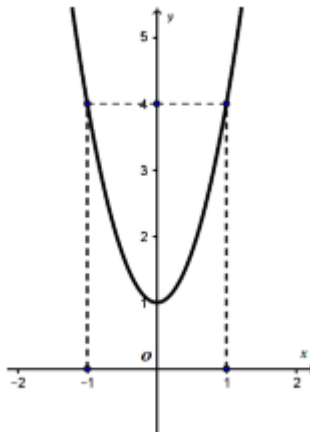
Có $g'(t) = 4 - 2t$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

BBT:

t	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	$4\sqrt{2} + 1$	7	$-\infty$

Vậy $\max_{[\sqrt{2}; +\infty)} g(t) = \max f(x) = 7$ khi $t = 2$ hay $x^2 - 2x - 1 = 0$ nên tích hai nghiệm bằng -1.

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C) . Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ



Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$.

A. $H = 58$.

B. $H = 51$.

C. $H = 45$.

D. $H = 64$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do $f(x)$ là hàm số bậc hai nên là hàm số bậc hai.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ thì $f'(x)$ có dạng $f'(x) = ax^2 + 1$ với $a > 0$. Đồ thị đi qua điểm $A(1; 4)$ nên $a = 3$ vậy $f'(x) = 3x^2 + 1$.

$$\text{Vậy } H = f(4) - f(2) = \int_2^4 f'(x) dx = \int_2^4 (3x^2 + 1) dx = 58.$$

Câu 37: **[1D2-3]** Trước kỳ thi học kỳ 2 của lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kỳ của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số cách chọn ngẫu nhiên 3 bài toán trong số $2n$ bài toán đó là C_{2n}^3 .

Học sinh TWO giải được n bài toán và không giải được n bài toán.

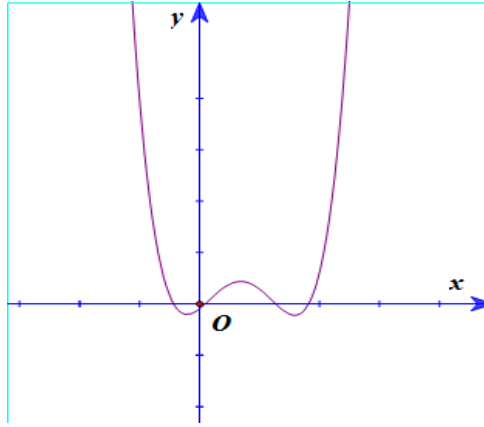
Để TWO không phải thi lại thì có các trường hợp sau:

TH1: 3 bài toán được chọn trong n bài toán TWO giải được. Số cách là C_n^3 .

TH2: 3 bài toán được chọn có 2 trong n bài toán TWO giải được và 1 trong n bài toán TWO không giải được. Số cách là $C_n^2 \cdot C_n^1$.

$$\text{Do đó xác suất để TWO không phải thi lại là } \frac{C_n^3 + C_n^1 \cdot C_n^2}{C_{2n}^3} = \frac{1}{2}.$$

Câu 38: **[2D1-4]** Biết rằng đồ thị hàm số bậc 4: $y = f(x)$ được cho như hình vẽ sau:



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox .

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox bằng số nghiệm của phương trình: $[f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) = 0 \Leftrightarrow [f'(x)]^2 = f(x) \cdot f''(x)$.

Giả sử đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0)$ cắt trục hoành Ox tại 4 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 .

Đặt $A = x - x_1; B = x - x_2; C = x - x_3; D = x - x_4$ ta có:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = a.ABCD.$$

TH1: Nếu $x = x_i$ với $i = 1, 2, 3, 4$ thì $g(x_i) = [f'(x_i)]^2 > 0$. Do đó $x = x_i, i = 1, 2, 3, 4$ không phải nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

TH2: Nếu $x \neq x_i$ với $i = 1, 2, 3, 4$ thì ta viết lại

$$f'(x) = a[BCD + ACD + ABD + ABC] = f(x) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right).$$

$$f''(x) = f'(x) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right) - f(x) \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right)$$

$$= f(x) \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right)^2 - f(x) \cdot \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right)$$

$$\text{Suy ra, } f''(x) \cdot f(x) = f^2(x) \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right)^2 - f^2(x) \cdot \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right).$$

$$\text{Khi đó } g(x) = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x) = f^2(x) \cdot \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right) > 0$$

$$\forall x \neq x_i (i = 1, 2, 3, 4).$$

Từ đó suy ra phương trình $g(x) = 0$ vô nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ không cắt trục hoành.

Câu 39: [2D4-4]. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$.

A. $5\sqrt{2}$.

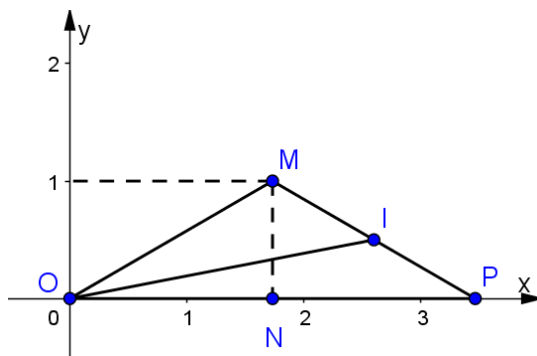
B. $3\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có

$$S = |z_1^2 + 4z_2^2| = |z_1^2 - (2iz_2)^2| = |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2|$$

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $2iz_2$.

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2| &= |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP}| \cdot |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}| \\ &= |\overrightarrow{PM}| \cdot |\overrightarrow{OI}| = 2PM \cdot OI. \end{aligned}$$

Do $\angle MON = 30^\circ$ nên áp dụng định lý cosin ta tính được $MN = 1$. Khi đó $\triangle OMP$ có MN đồng thời là đường cao và đường trung tuyến, suy ra $\triangle OMP$ cân tại $M \Rightarrow PM = OM = 2$.

Áp dụng định lý đường trung tuyến cho $\triangle OMN$ ta có: $OI^2 = \frac{OM^2 + OP^2}{2} - \frac{MN^2}{4} = 7$.

Vậy $S = 2PM \cdot OI = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$.

Câu 40: [1D2-4]. Từ các số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $p = \frac{4}{85}$.

B. $p = \frac{4}{135}$.

C. $p = \frac{3}{20}$.

D. $p = \frac{5}{158}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta dễ có số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 6.A_6^5 = 4320$.

Gọi A là biến cố “chọn được số thoả mãn yêu cầu bài toán”. Khi đó ta có 3 phương án để chọn số $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ như sau:

□ Phương án 1: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$. Khi đó

$$\{(a_1, a_2); (a_3, a_4); (a_5, a_6)\} \subset \{(0, 5); (1, 4); (2, 3)\}.$$

□ Phương án 1.1: $(a_1, a_2) = (0, 5) \Rightarrow$ có $2.(2!)^2$ cách chọn;

□ Phương án 1.2: $(a_1, a_2) \neq (0, 5) \Rightarrow$ có $4.(2!)^3$ cách chọn.

Vậy có $2.(2!)^2 + 4.(2!)^3 = 40$ cách chọn.

□ Phương án 2: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$. Khi đó

$\{(a_1, a_2); (a_3, a_4); (a_5, a_6)\} \subset \{(0, 6); (1, 5); (2, 4)\}$. Phương án này hoàn toàn tương tự phương án 1 do đó có $2.(2!)^2 + 4.(2!)^3 = 40$ cách chọn.

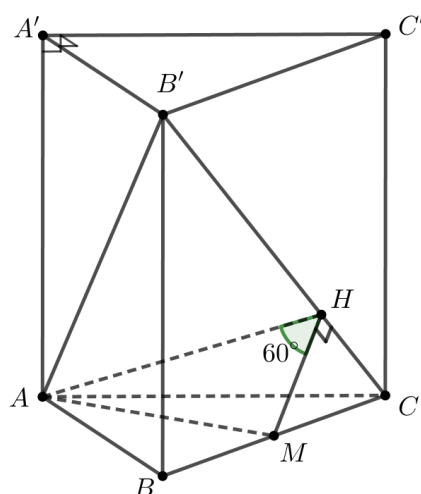
□ Phương án 3: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$. Khi đó

$\{(a_1, a_2); (a_3, a_4); (a_5, a_6)\} \subset \{(1, 6); (2, 5); (3, 4)\}$, suy ra có $3!. (2!)^3 = 48$ cách chọn.

Vậy số phần tử của A : $|A| = 40.2 + 48 = 128$. Suy ra $p = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Câu 41: [2H1-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Khối đa diện $AB'CA'C'$ là hình chóp $B'.ACC'A'$ có $A'B' \perp (ACC'A')$.

Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$ ta suy ra $AB = AC = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC , suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp B'C \quad (1).$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên $B'C$, suy ra $MH \perp B'C \quad (2).$

Từ (1) và (2) ta suy ra $B'C \perp (AMH)$. Từ đó suy ra góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc giữa AH và MH . Mà tam giác AMH vuông tại H nên $\Rightarrow AHM = 60^\circ$.

$$\Rightarrow MH = AM \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác $B'BC$ đồng dạng với tam giác MHC nên suy ra $\sin HCM = \frac{MH}{MC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 MCH = \frac{1}{1 - \sin^2 MCH} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan MCH = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow BB' = BC \cdot \tan MCH = a\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{AB'CA'C'} = V_{B'.ACC'A'} = \frac{1}{3} B'A' \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}.$$

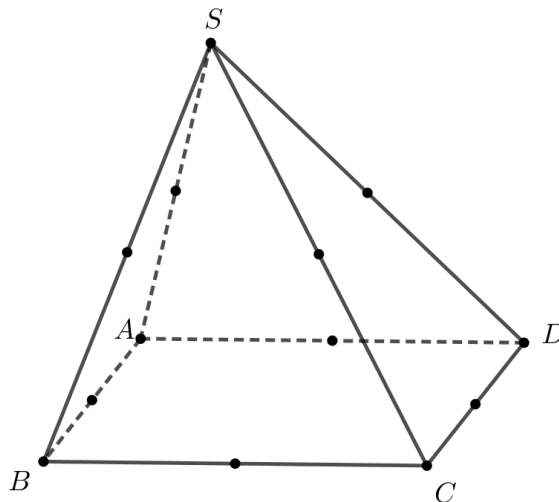
Câu 42: **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

A. 4 mặt phẳng.

B. 2 mặt phẳng.

C. 1 mặt phẳng.

D. 5 mặt phẳng.



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì 5 điểm S, A, B, C, D không đồng phẳng nên không xảy ra trường hợp cả 5 điểm cùng nằm về một phía của (P) .

- Trường hợp 1: bốn điểm nằm cùng một phía của (P) . Vì chỉ có 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng nên trong trường hợp này (P) là mặt phẳng đi qua các trung điểm của SA, SB, SC và SD .

- Trường hợp 2: hai điểm nằm cùng một phía của (P) .

□ Nếu A, B nằm cùng phía của (P) thì (P) là mặt phẳng đi qua trung điểm của SA, SB, AD, BC .

□ Nếu A, D nằm cùng phía của (P) thì (P) là mặt phẳng đi qua trung điểm của SA, SD, AB, DC .

□ Nếu B, C nằm cùng phía của (P) thì (P) là mặt phẳng đi qua trung điểm của SC, SB, AB, DC .

□ Nếu C, D nằm cùng phía của (P) thì (P) là mặt phẳng đi qua trung điểm của SC, SD, AD, BC .

Vậy có 5 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0,1,1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) , cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S .

A. 36π .

B. $36\sqrt{2}\pi$.

C. $18\sqrt{2}\pi$.

D. 18π .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(x, y, 0) \in (Oxy)$

$$d[M, \Delta] = \frac{\|[\overline{OM}, \overline{OI}]\|}{OI} = \frac{\sqrt{y^2 + 2x^2}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y^2 + 2x^2}}{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{72} = 1$$

Vậy quỹ tích M trên (Oxy) là hình Elip với $a = 6$ và $b = 6\sqrt{2}$

$$\Rightarrow S = \pi ab = 36\sqrt{2}\pi.$$

Câu 44: [2D2-3] Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$.

B. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$$

Khi $x < 0$ thì $0 < t < 1$

$$\text{BPT trở thành } 3m + \frac{3m+2}{t} + t > 0, \forall t \in (0;1).$$

$$\Leftrightarrow 3m > \frac{-t^2-2}{t+1}, \forall t \in (0;1)$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{-t^2-2}{t+1}, \forall t \in (0;1)$$

$$f'(t) = \frac{-t^2-2t+2}{t+1} = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{3}-1$$

x	0	$\sqrt{3}-1$	1
y'	+	0	-
y	-2	$\frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}}$	$\frac{-3}{2}$

$$\text{Vậy ycbt } \Leftrightarrow 3m > \frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 45: [2D3-3] Biết diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = a$ (với

$a \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{1}{2}(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3})$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{7}{10}; 1\right)$.

B. $\left(\frac{51}{50}; \frac{11}{10}\right)$.

C. $\left(\frac{11}{10}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(1, \frac{51}{50}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\sin x < \cos x$ với $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$, $\sin x > \cos x$ với $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$

Diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = a$ với $a \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

$$S = \int_0^a |\sin x - \cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x - \cos x| dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^a |\sin x - \cos x| dx =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^a (\sin x - \cos x) dx$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^a \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^a = \frac{-3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$$

$$S = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^a = \sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \left(\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 0\right)$$

$$S = \sqrt{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2} \left(\cos\left(a - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 2\sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} \cos\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow a - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow a = \frac{\pi}{3} \approx 1,047 \Rightarrow a \in \left(\frac{51}{50}, \frac{11}{10}\right).$$

Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. 14.

B. $\frac{1}{7}$.

C. 7.

D. $\frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì điểm $M\left(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}\right)$ thuộc mặt phẳng (ABC)

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{7}\right)}{a} + \frac{\left(\frac{2}{7}\right)}{b} + \frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{7a} + \frac{2}{7b} + \frac{3}{7c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$$

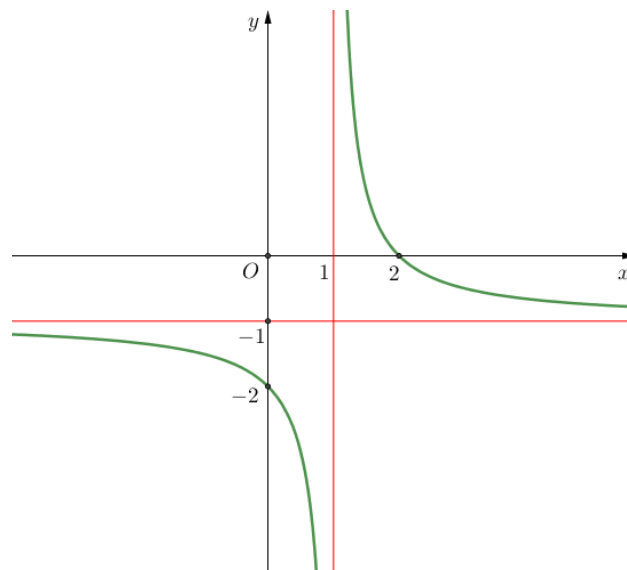
Mặt khác mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$

$\Rightarrow$ khoảng cách từ tâm $I(1,2,3)$ của cầu tới mặt phẳng (ABC) là $\sqrt{\frac{72}{7}}$

$$\Rightarrow d(I, (ABC)) = \frac{\left| \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \text{ mà } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$$

$$\Rightarrow d(I, (ABC)) = \frac{|7-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Câu 47: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.



A. $T = 12$.

B. $T = -7$.

C. $T = 10$.

D. $T = -9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tiệm cận ngang $y = -1 \Rightarrow a = -1$.

Tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow c = -1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -2) \Rightarrow -2 = \frac{b}{c} \Rightarrow b = 2$.

Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = -9$.

Câu 48: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

A. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

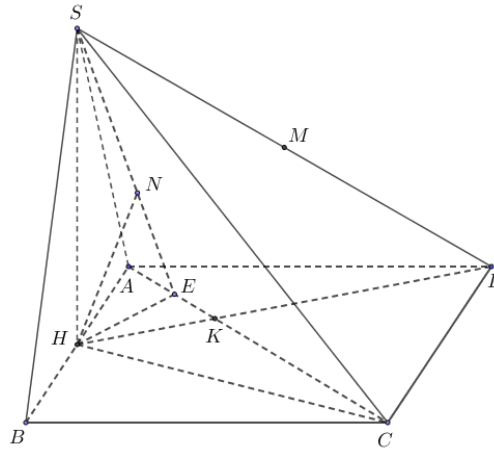
B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



$$AB = a, BC = 2a, HB = \frac{a}{2}, HC = \frac{a\sqrt{17}}{2}, AC = a\sqrt{5}.$$

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi K là giao điểm của HD và AC . Theo Talet $\frac{DK}{HK} = \frac{DC}{AH} = 2 \Rightarrow DK = 2HK$.

Vẽ $HE \perp AC$ tại $E \Rightarrow AC \perp (SHE) \Rightarrow (SAC) \perp (SHE)$.

Vẽ $HN \perp AE$ tại $N \Rightarrow HN \perp (SAC)$

$$\Rightarrow d(M, (SAC)) = \frac{1}{2} d(D, (SAC)) = d(H, (SAC)) = HN.$$

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $SCH \Rightarrow \triangle SHC$ vuông cân $\Rightarrow SH = HC = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

$$\text{Ta có } HE \cdot AC = CB \cdot AH \Rightarrow HE = \frac{2a \cdot \frac{a}{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (SAC)) = HN = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{17}}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{\frac{17a^2}{4} + \frac{a^2}{5}}} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}.$$

Câu 49: [1H3-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

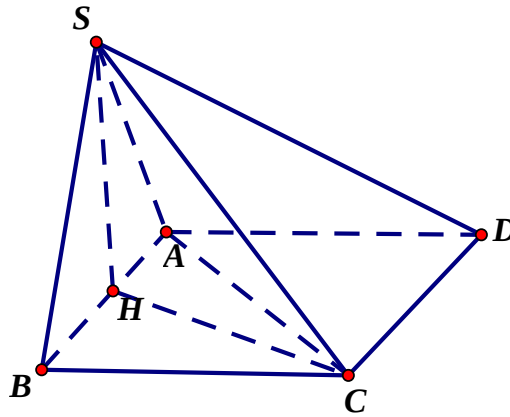
B. $\frac{2}{\sqrt{35}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$(SC, (ABCD)) = (SC, CH) = SCH = 60^\circ.$$

$$\cos(SB, AC) = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{SB \cdot AC}$$

$$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HB}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{SH} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SH} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} AB^2 = 2a^2$$

$$AC = a\sqrt{5}, CH = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}, SH = CH \cdot \tan SCH = a\sqrt{6}.$$

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \sqrt{(a\sqrt{6})^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\cos(SB, AC) = \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}}{SB \cdot AC} = \frac{2a^2}{a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{35}}.$$

Câu 50: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

A. 0.

B. 4.

C. 10.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$y = 1 - \frac{3}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+2)^2}$$

$$\text{Ta có } x = m-2 \Rightarrow y = 1 - \frac{3}{m} \quad (m \neq 0)$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến } d: y = \frac{3}{m^2}(x-m+2) + 1 - \frac{3}{m}$$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1$ và tiệm cận đứng $x = -2$.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - \frac{6}{m} \\ x = -2 \end{cases} \text{ nên } y_1 = 1 - \frac{6}{m}$$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2m - 2 \end{cases} \text{ nên } x_2 = 2m - 2$$

$$\text{Vậy } x_2 + y_1 = 2m - \frac{6}{m} - 1 = -5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow m_1^2 + m_2^2 = 10.$$

-----HẾT-----