

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP**
ĐỀ CHÍNH THỨC

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2017-2018
MÔN: TOÁN – Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 183

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $|z| = \sqrt{a+b}$ là môđun của z .

B. $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .

C. a là phần thực của z .

D. b là phần ảo của z .

Câu 2: [2D4-2] Cho số phức $z = 2 + i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là

A. 2 và 1.

B. -2 và -1.

C. -2 và 1.

D. 2 và -1.

Câu 3: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$.

A. $\int f(x)dx = x^3 + x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + C$.

C. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.

D. $\int f(x)dx = 6x + C$.

Câu 4: [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 5: [2D3-1] Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)

A. $P(1;1;0)$.

B. $M(1;0;1)$.

C. $N(0;1;1)$.

D. $Q(1;1;1)$.

Câu 7: [2D3-1] Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$, ($k \neq 0$)

B. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$, ($C \in \mathbb{R}$).

Câu 8: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3z - 5 = 0$. Tính khoảng cách từ $M(1; -1; 2)$ mặt phẳng (P)

A. $d = \frac{4}{5}$.

B. $d = 1$.

C. $d = \frac{7}{5}$.

D. $d = \frac{1}{5}$.

- Câu 9:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng qua $M(1;2;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;0;-3)$?
- A. $2x - 3z - 5 = 0$. B. $2x - 3z + 5 = 0$. C. $x + y - z - 6 = 0$. D. $x + 2y - z - 5 = 0$.
- Câu 10:** [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tâm I của mặt cầu (S) là
- A. $I(2;1;-1)$. B. $I(2;0;-1)$. C. $I(-2;0;1)$. D. $I(-2;1;1)$.
- Câu 11:** [2D3-1] Tính tích phân $\int_0^1 3^x dx$.
- A. $\frac{2}{\ln 3}$. B. $\frac{3}{\ln 3}$. C. $\frac{9}{5}$. D. $2\ln 3$.
- Câu 12:** [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là:
- A. $(2;0;0)$. B. $(0;-3;-1)$. C. $(-2;0;0)$. D. $(0;3;1)$.
- Câu 13:** [2D3-1] Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.
- A. $\int_0^1 f(x) dx = -3$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 7$. C. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. D. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.
- Câu 14:** [2D4-2] Tính môđun của số phức z biết $z = \frac{1+7i}{3-4i}$:
- A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = 0$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| = 2$.
- Câu 15:** [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) có tọa độ là:
- A. $(0;-2;-4)$. B. $(0;2;4)$. C. $(3;-1;1)$. D. $(3;-1;0)$.
- Câu 16:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:
- A. $x - y + 2z - 9 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 14 = 0$. C. $x - y + 2z + 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 9 = 0$.
- Câu 17:** [2D3-2] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số: $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$, $x = -1$ và $x = 2$.

A. $S = \frac{256}{27}$

B. $S = \frac{269}{27}$.

C. $S = 9$.

D. $S = 27$.

Câu 18: [2D4-2] Cho số phức z biết số phức liên hợp $\bar{z} = (1-2i)(1+i)^3$. Điểm biểu diễn z trên mặt phẳng phức Oxy là điểm nào dưới đây?

A. $P(6;-2)$

B. $M(2;6)$.

C. $Q(6;2)$.

D. $N(2;-6)$.

Câu 19: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 2; 0)$, $B(1; 0; -4)$. Mặt cầu nhận AB làm đường kính có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 15 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 15 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z + 3 = 0$.

Câu 20: [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$.

B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$.

D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Câu 21: [2D3-2] Cho biết $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Tính tích phân $I = \int_4^{12} f\left(\frac{x}{4}\right) dx$.

A. $I = 12$.

B. $I = 2$.

C. $I = 32$.

D. $I = 3$.

Câu 22: [2D4-2] Tìm tất cả giá trị thực x, y sao cho $x-1-yi = y+(2x-5)i$.

A. $x=3, y=2$.

B. $x=2, y=1$.

C. $x=-2, y=-1$.

D. $x=-2, y=9$.

Câu 23: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (4; 2; -9)$.

B. $\vec{u} = (-4; -2; 9)$.

C. $\vec{u} = (1; 3; -11)$.

D. $\vec{u} = (-4; -5; 9)$.

Câu 24: [2D3-2] Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của $f(x) = \sqrt[3]{x}$ trên $(0; +\infty)$?

A. $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$.

B. $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$.

C. $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$.

D. $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$.

Câu 25: [2D3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{6}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. **B.** $V = \frac{1}{2} (2 - \sqrt{3})$. **C.** $V = \frac{\pi}{2} (2 - \sqrt{3})$. **D.** $V = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$.

D. $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Câu 27: [2D3-2] Cho biết $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx.$$

A. $I = 18$.

B. $I = 5$.

C. $I = 11$.

D. $I = 3$.

Câu 28: [2D4-2] Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính

$$P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}.$$

A. $P = -\frac{4}{9}$.

B. $P = \frac{4}{9}$.

C. $P = \frac{9}{4}$.

D. $P = -\frac{9}{4}$.

Câu 29: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$). Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng (d) ?

A. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.

B. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-3}$.

D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

Câu 30: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là.

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$.

D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

Câu 31: [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)^{2016}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2018}}{2018} - \frac{(x+1)^{2017}}{2017} + C$.

B. $\int f(x) dx = 2018(x+1)^{2018} + 2017(x+1)^{2017} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{(x+1)^{2018}}{2018} + \frac{(x+1)^{2017}}{2017} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2018(x+1)^{2018} - 2017(x+1)^{2017} + C.$

Câu 32: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-1+2t, \\ z=2-t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}.$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}.$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$

Câu 33: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

A. $m = 4.$

B. $m = 2.$

C. $m = 3.$

D. $m = -2.$

Câu 34: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$.

A. $F(x) = x^2 + e^x - 1.$

B. $F(x) = x^2 + e^x.$

C. $F(x) = e^x - 1.$

D. $F(x) = x^2 + e^x + 1.$

Câu 35: [2D4-2] Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $2z - 3(1+i) = iz + 7 - 3i$.

A. $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i.$

B. $z = 4 - 2i.$

C. $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i.$

D. $z = 4 + 2i.$

Câu 36: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x-1}$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Tính $F(-1)$

A. $F(-1) = -\ln 2.$

B. $F(-1) = -2 + \ln 2.$

C. $F(-1) = \ln 2.$

D. $F(-1) = 2 + \ln 2.$

Câu 37: [2D4-3] Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+1| = |1-i-2z|$ là đường tròn (C) . Tính bán kính R của đường tròn (C)

A. $R = \frac{10}{9}.$

B. $R = 2\sqrt{3}.$

C. $R = \frac{7}{3}.$

D. $R = \frac{\sqrt{10}}{3}.$

Câu 38: [2D3-2] Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ bằng cách đặt $u = \tan x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} u^2 du$.

B. $I = \int_0^2 \frac{1}{u^2} du$.

C. $I = -\int_0^1 u^2 du$.

D. $I = \int_0^1 u^2 du$.

Câu 39: [2D4-2] Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a - 3b$.

A. $S = -\frac{7}{3}$.

B. $S = 3$.

C. $S = -3$.

D. $S = \frac{7}{3}$.

Câu 40: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và một điểm $A(1;1;0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là

A. $x + y + 1 = 0$.

B. $x + 1 = 0$.

C. $x + y - 2 = 0$.

D. $x - 1 = 0$.

Câu 41: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $x - my + z - 1 = 0$ ($m \in \mathbf{R}$), mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và qua điểm $A(1; -3; 1)$. Tìm số thực m để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc.

A. $m = -3$.

B. $m = -\frac{1}{3}$.

C. $m = \frac{1}{3}$.

D. $m = 3$.

Câu 42: [2D3-2] Cho $\int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx = \frac{a - b\sqrt{3}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - 2b = 12$.

B. $ab = 24$.

C. $a - b = 10$.

D. $a + b = 10$.

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;3;-4)$, $D(2;6;0)$ tạo thành một hình tứ diện. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD . Tìm tọa độ trung điểm G của đoạn thẳng MN .

A. $G(4;8;0)$.

B. $G(2;4;0)$.

C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$.

D. $G(1;2;0)$.

Câu 44: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(2;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) là điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;2;3)$.

B. $M(-1;4;-4)$.

C. $N(0;-2;1)$.

D. $P(1;0;2)$.

Câu 45: [2D3-2] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x - 2$, $y = 0$ và $x = 2$.

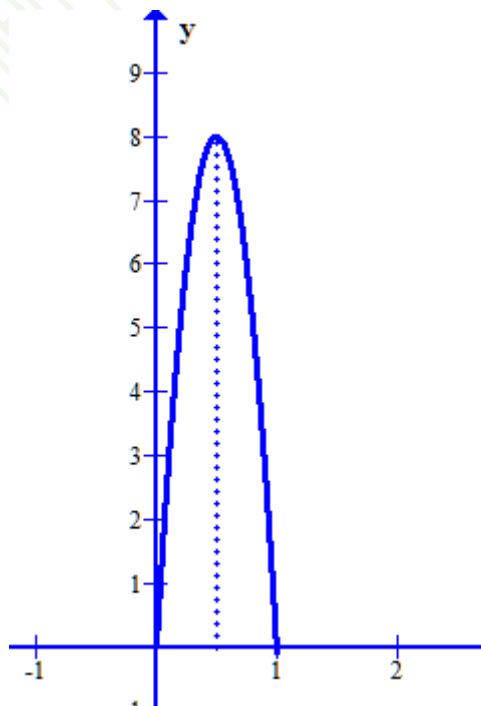
A. $S = \frac{2 + 2\ln 2}{\ln 2}$.

B. $S = \frac{3 - 4\ln 2}{\ln 2}$.

C. $S = \frac{3 + 4\ln 2}{\ln 2}$.

D. $S = \frac{2 - 2\ln 2}{\ln 2}$.

Câu 46: [2D3-3] Một người chạy trong thời gian 1 giờ, với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



- A. 5,3 (km). B. 4,5 (km). C. 4 (km). D. 2,3 (km).

Câu 47: [2H2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho đoạn IM ngắn nhất.

- A. $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{11}{9}; -\frac{8}{9}; -\frac{2}{9}\right)$ C. $(1; -2; 2)$. D. $(1; -2; -3)$.

Câu 48: [2H2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Câu 49: [2D4-4] Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{|z - 3 + 4i| + 1}{3|z - 3 + 4i| - 3} = \frac{1}{2}$ và môđun $|z|$ lớn nhất. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = 1$.

Câu 50: [2D3-3] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{28\pi}{5}$. B. $V = \frac{12\pi}{5}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{36\pi}{35}$.

-HẾT-

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	C	D	C	C	B	B	A	B	A	C	D	C	C	A	B	D	C	A	C	B	B	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	A	C	A	A	B	A	D	A	D	D	B	D	D	C	D	D	D	B	A	D	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ là môđun của z .

B. $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .

C. a là phần thực của z .

D. b là phần ảo của z .

Lời giải

Chọn A.

A sai vì $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ là môđun của số phức z .

Câu 2: [2D4-2] Cho số phức $z = 2 + i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là

A. 2 và 1.

B. -2 và -1.

C. -2 và 1.

D. 2 và -1.

Lời giải

Chọn D.

$z = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$. Vậy $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là 2 và -1.

Câu 3: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$.

A. $\int f(x)dx = x^3 + x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + C$.

C. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.

D. $\int f(x)dx = 6x + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 - 1)dx = x^3 - x + C.$$

Câu 4: [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng $\int \cos(ax + b)dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$.

$$\text{Vậy } \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

Câu 5: [2D3-1] Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn C.

Theo lý thuyết $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)

A. $P(1;1;0).$

B. $M(1;0;1).$

C. $N(0;1;1).$

D. $Q(1;1;1).$

Lời giải

Chọn C.

Thay tọa độ điểm $N(0;1;1)$ vào mặt phẳng $(P) \Rightarrow N \in (P).$

Câu 7: [2D3-1] Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, (k \neq 0)$

B. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx. \int g(x) dx.$

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

D. $\int f'(x) dx = f(x) + C, (C \in \mathbb{R}).$

Lời giải

Chọn B.

Câu 8: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3z - 5 = 0$. Tính khoảng cách từ $M(1; -1; 2)$ mặt phẳng (P)

A. $d = \frac{4}{5}.$

B. $d = 1.$

C. $d = \frac{7}{5}.$

D. $d = \frac{1}{5}.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(M, (P)) = \frac{|4 + 3 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1.$

Câu 9: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng qua $M(1; 2; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0; -3)$?

A. $2x - 3z - 5 = 0.$

B. $2x - 3z + 5 = 0.$

C. $x + y - z - 6 = 0.$

D. $x + 2y - z - 5 = 0.$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng qua $M(1; 2; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

$$2(x-1) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3z - 5 = 0.$$

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

Tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(2; 1; -1)$.

B. $I(2; 0; -1)$.

C. $I(-2; 0; 1)$.

D. $I(-2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(2; 0; -1)$.

Câu 11: [2D3-1] Tính tích phân $\int_0^1 3^x dx$.

A. $\frac{2}{\ln 3}$.

B. $\frac{3}{\ln 3}$.

C. $\frac{9}{5}$.

D. $2\ln 3$

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng công thức ta có: $\int_0^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 = \frac{2}{\ln 3}$.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là:

A. $(2; 0; 0)$.

B. $(0; -3; -1)$.

C. $(-2; 0; 0)$.

D. $(0; 3; 1)$

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là: $(-2; 0; 0)$.

Câu 13: [2D3-1] Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x) dx = -3$.

B. $\int_0^1 f(x) dx = 7$.

C. $\int_0^1 f(x) dx = 1$.

D. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = 3$.

Câu 14: [2D4-2] Tính môđun của số phức z biết $z = \frac{1+7i}{3-4i}$:

- A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = 0$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $z = \frac{1+7i}{3-4i} = -1+i \Rightarrow |z| = \sqrt{2}$.

Câu 15: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$. Một vector chỉ phương của đường thẳng (d) có tọa độ là:

- A. $(0; -2; -4)$. B. $(0; 2; 4)$. C. $(3; -1; 1)$. D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng $(d): \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (3; -1; 1)$.

Câu 16: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

- A. $x - y + 2z - 9 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 14 = 0$.
C. $x - y + 2z + 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d có vector chỉ phương: $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng (d) nên (P) có vector pháp tuyến: $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $(x-1) - (y+2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 9 = 0$.

Câu 17: [2D3-2] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số: $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$, $x = -1$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{256}{27}$. B. $S = \frac{269}{27}$. C. $S = 9$. D. $S = 27$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình: $3x^2 = 2x + 5 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}.$

Diện tích của hình phẳng cần tìm: $S = \left| \int_{-1}^{\frac{5}{3}} (3x^2 - 2x - 5) dx \right| + \left| \int_{\frac{5}{3}}^2 (3x^2 - 2x - 5) dx \right| \Leftrightarrow S = \frac{269}{27}.$

Câu 18: [2D4-2] Cho số phức z biết số phức liên hợp $\bar{z} = (1-2i)(1+i)^3$. Điểm biểu diễn z trên mặt phẳng phức Oxy là điểm nào dưới đây?

- A. $P(6;-2)$ B. $M(2;6)$. C. $Q(6;2)$. **D. $N(2;-6)$.**

Lời giải

Chọn D.

Có: $\bar{z} = (1-2i)(1+i)^3 = (1-2i)(1+3i+3i^2+i^3) = (1-2i)(-2+2i) = 2+6i.$

$\Rightarrow z = 2-6i.$

$\Rightarrow$ Điểm biểu diễn của z là: $N(2;-6).$

Câu 19: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;2;0)$, $B(1;0;-4)$. Mặt cầu nhận AB làm đường kính có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 15 = 0.$ B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 15 = 0.$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0.$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z + 3 = 0.$

Lời giải

Chọn C.

Vì mặt cầu nhận AB làm đường kính nên mặt cầu có tâm $I(2;1;-2)$ là trung điểm của AB và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}.$

Phương trình của mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6.$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0.$

Câu 20: [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx.$** B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx.$
 C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx.$ D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx.$

Lời giải

Chọn A.

$$I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx, \text{ đặt } u = 2x+1, dv = e^x dx \Rightarrow du = 2dx, v = e^x.$$

$$\Rightarrow I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx.$$

Câu 21: [2D3-2] Cho biết $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Tính tích phân $I = \int_4^{12} f\left(\frac{x}{4}\right) dx$.

A. $I = 12$.

B. $I = 2$.

C. $I = 32$.

D. $I = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \int_{x_1}^{x_2} f(ax+b) dx = \frac{1}{a} \int_{ax_1+b}^{ax_2+b} f(x) dx$$

$$\text{Nên } I = \int_4^{12} f\left(\frac{x}{4}\right) dx = 4 \int_1^3 f(x) dx = 32.$$

Câu 22: [2D4-2] Tìm tất cả giá trị thực x, y sao cho $x-1-yi = y+(2x-5)i$.

A. $x=3, y=2$.

B. $x=2, y=1$.

C. $x=-2, y=-1$.

D. $x=-2, y=9$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } x-1-yi = y+(2x-5)i \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y \\ -y=2x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$$

Câu 23: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

A. $\vec{u} = (4; 2; -9)$.

B. $\vec{u} = (-4; -2; 9)$.

C. $\vec{u} = (1; 3; -11)$.

D. $\vec{u} = (-4; -5; 9)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (-4; -2; 9).$$

Câu 24: [2D3-2] Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của $f(x) = \sqrt[3]{x}$ trên $(0; +\infty)$?

A. $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1.$

B. $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3.$

C. $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4.$

D. $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2.$

Lời giải

Chọn D.

Với $x \in (0; +\infty)$, ta có: $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$.

$$\text{Suy ra: } F(x) = \int f(x) dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + C = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + C.$$

Câu 25: [2D3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x = \frac{\pi}{6}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. **B.** $V = \frac{1}{2} (2 - \sqrt{3})$. **C.** $V = \frac{\pi}{2} (2 - \sqrt{3})$. **D.** $V = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{4} (2x - \sin 2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$. **D.** $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-\frac{3}{2} \\ d=7 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = \frac{1}{4} > 0.$$

$\Rightarrow$ B chọn.

Câu 27: [2D3-2] Cho biết $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$. Tính tích phân

$$I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx.$$

A. $I = 18$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 11$. **D.** $I = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 f(x) dx - 2 \int_0^2 g(x) dx = x^2 \Big|_0^2 + 3 - 2 \cdot (-2) = 11.$$

Câu 28: [2D4-2] Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính

$$P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}.$$

A. $P = -\frac{4}{9}.$

B. $P = \frac{4}{9}.$

C. $P = \frac{9}{4}.$

D. $P = -\frac{9}{4}.$

Lời giải

Chọn B.

$$2z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + \frac{\sqrt{14}}{2}i \\ z_2 = 1 - \frac{\sqrt{14}}{2}i \end{cases} \Rightarrow P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{14}}{2}i} + \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{14}}{2}i} = \frac{4}{9}.$$

Câu 29: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$

$(t \in \mathbb{R})$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng (d) ?

A. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}.$

B. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}.$

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-3}.$

D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}.$

Lời giải

Chọn A.

$$(d): \begin{cases} \text{qua } M(3; -1; 0) \\ \text{vtcp } \vec{u} = (-1; 2; -3) \end{cases}.$$

Phương trình chính tắc của $(d): \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}.$

Câu 30: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là.

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5.$

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5.$

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25.$

D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25.$

Lời giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25.$

Câu 31: [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)^{2016}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2018}}{2018} - \frac{(x+1)^{2017}}{2017} + C.$

B. $\int f(x) dx = 2018(x+1)^{2018} + 2017(x+1)^{2017} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2018}}{2018} + \frac{(x+1)^{2017}}{2017} + C.$

D. $\int f(x) dx = 2018(x+1)^{2018} - 2017(x+1)^{2017} + C.$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int x(x+1)^{2016} dx = \int (x+1-1)(x+1)^{2016} dx \\ &= \int \left[(x+1)^{2017} - (x+1)^{2016} \right] dx = \frac{(x+1)^{2018}}{2018} - \frac{(x+1)^{2017}}{2017} + C. \end{aligned}$$

Câu 32: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-1+2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=2-t \end{cases}$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}.$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}.$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}.$

Lời giải

Chọn A.

Rõ ràng $M \notin d$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

$$\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1} \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}.$$

Câu 33: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

A. $m = 4.$

B. $m = 2.$

C. $m = 3.$

D. $m = -2.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \Leftrightarrow 3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 34: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$.

A. $F(x) = x^2 + e^x - 1$.

B. $F(x) = x^2 + e^x$.

C. $F(x) = e^x - 1$.

D. $F(x) = x^2 + e^x + 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$F(x) = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C.$$

$$F(0) = 0 \Rightarrow 1 + C = 0 \Rightarrow C = -1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^2 + e^x - 1.$$

Câu 35: [2D4-2] Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $2z - 3(1+i) = iz + 7 - 3i$.

A. $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$.

B. $z = 4 - 2i$.

C. $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$.

D. $z = 4 + 2i$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } 2z - 3(1+i) = iz + 7 - 3i \Leftrightarrow (2-i)z = 10 \Leftrightarrow z = \frac{10}{2-i} \Leftrightarrow z = 4 + 2i.$$

Câu 36: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x-1}$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Tính $F(-1)$.

A. $F(-1) = -\ln 2$.

B. $F(-1) = -2 + \ln 2$.

C. $F(-1) = \ln 2$.

D. $F(-1) = 2 + \ln 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{2x^2 - 2x - 1}{x-1} dx = \int \left(2x - \frac{1}{x-1} \right) dx = x^2 - \ln|x-1| + C$$

$$F(0) = 0 - \ln 1 + C = -1 \Rightarrow C = -1.$$

$$\text{Vậy } F(-1) = 1 - \ln 2 - 1 = -\ln 2.$$

Câu 37: [2D4-3] Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+1| = |1-i-2z|$ là đường tròn (C) . Tính bán kính R của đường tròn (C) .

A. $R = \frac{10}{9}$.

B. $R = 2\sqrt{3}$.

C. $R = \frac{7}{3}$.

D. $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbf{R}$)

$$|a + bi + 1| = |1 - i - 2(a + bi)| \Leftrightarrow \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{(1-2a)^2 + (-1-2b)^2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 + b^2 = 1 - 4a + 4a^2 + 1 + 4b + 4b^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a + \frac{4}{3}b + \frac{1}{3} = 0$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I\left(1; -\frac{2}{3}\right)$,

$$\text{Bán kính } R = \sqrt{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Câu 38: [2D3-2] Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ bằng cách đặt $u = \tan x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} u^2 du.$

B. $I = \int_0^2 \frac{1}{u^2} du.$

C. $I = -\int_0^1 u^2 du.$

D. $I = \int_0^1 u^2 du.$

Lời giải

Chọn D.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } u = \tan x \Rightarrow du = \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow u = 0, \quad x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 1$$

$$\text{Suy ra: } I = \int_0^1 u^2 du.$$

Câu 39: [2D4-2] Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a - 3b$.

A. $S = -\frac{7}{3}.$

B. $S = 3.$

C. $S = -3.$

D. $S = \frac{7}{3}.$

Lời giải

Chọn B.

Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbf{R}$)

$$\text{Ta có phương trình: } (a + bi) + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Leftrightarrow (a + 1) + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

Suy ra $S = -1 + 3 \cdot \frac{4}{3} = 3$.

- Câu 40:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và một điểm $A(1;1;0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là
- A. $x+y+1=0$. B. $x+1=0$. C. $x+y-2=0$. **D. $x-1=0$.**

Lời giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;0)$, bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1 + 0 + 4} = 3$.

$$\overrightarrow{IA} = (3;0;0).$$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và có VTPT $\overrightarrow{IA} = (3;0;0)$ có phương trình dạng:

$$3(x-1) + 0(y-1) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0.$$

- Câu 41:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $x - my + z - 1 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$), mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và qua điểm $A(1;-3;1)$. Tìm số thực m để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc.

- A. $m = -3$. B. $m = -\frac{1}{3}$. C. $m = \frac{1}{3}$. **D. $m = 3$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (1;-3;1)$, $\vec{i} = (1;0;0)$. Mặt phẳng (Q) qua điểm $A(1;-3;1)$ và chứa trục Ox

$$\Rightarrow (Q) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_Q = [\overrightarrow{OA}, \vec{i}] = (0;1;3).$$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1;-m;1)$.

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-m) + 1 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

- Câu 42:** [2D3-2] Cho $\int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx = \frac{a-b\sqrt{3}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a-2b=12$. B. $ab=24$. **C. $a-b=10$.** D. $a+b=10$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } u = \sqrt{3+\ln x} \Rightarrow u^2 = 3+\ln x \Rightarrow 2udu = \frac{dx}{x}.$$

Đổi cận :

x	1	e
u	$\sqrt{3}$	2

Khi đó : $\int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx = 2 \int_{\sqrt{3}}^2 u^2 du = 2 \cdot \frac{u^3}{3} \Big|_{\sqrt{3}}^2 = \frac{16-6\sqrt{3}}{3}$. Vậy $a=16, b=6 \Rightarrow a-b=10$.

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;3;-4)$, $D(2;6;0)$ tạo thành một hình tứ diện. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD . Tìm tọa độ trung điểm G của đoạn thẳng MN .

- A. $G(4;8;0)$. B. $G(2;4;0)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$. **D. $G(1;2;0)$.**

Lời giải

Chọn D.

M là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; 2\right)$

N là trung điểm của đoạn thẳng $CD \Rightarrow N\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}; -2\right)$.

G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $MN \Rightarrow G(1;2;0)$.

Câu 44: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(2;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) là điểm nào dưới đây ?

- A. $Q(2;2;3)$. B. $M(-1;4;-4)$. C. $N(0;-2;1)$. **D. $P(1;0;2)$.**

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng (Δ) đi qua $M(-1;-4;0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1;2;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = -1+t \\ y = -4+2t \\ z = t \end{cases}$

Gọi P là hình chiếu của A trên (Δ) . Khi đó : $P \in (\Delta) \Rightarrow P(-1+t; -4+2t; t)$.

Ta có : $\overrightarrow{AP} = (-3+t; -4+2t; t-1)$.

Vì $\overrightarrow{AP} \perp \vec{u}_\Delta$ nên $\overrightarrow{AP} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-3+t) + 2 \cdot (-4+2t) + 1 \cdot (t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow P(1;0;2)$.

Câu 45: [2D3-2] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x - 2$, $y = 0$ và $x = 2$.

A. $S = \frac{2+2\ln 2}{\ln 2}$.

B. $S = \frac{3-4\ln 2}{\ln 2}$.

C. $S = \frac{3+4\ln 2}{\ln 2}$.

D. $S = \frac{2-2\ln 2}{\ln 2}$.

Lời giải

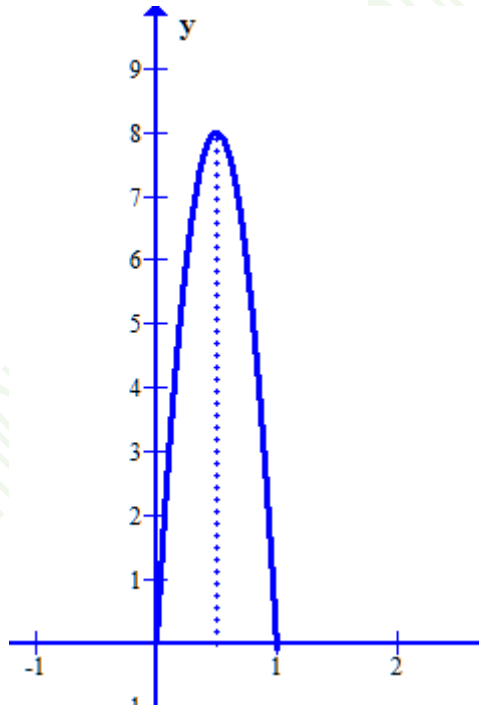
Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^x - 2$ và trục hoành :

$$2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là : $S = \int_1^2 |2^x - 2| dx = \int_1^2 (2^x - 2) dx = \left[\frac{2^x}{\ln 2} - 2x \right]_1^2 = \frac{2-2\ln 2}{\ln 2}$.

Câu 46: [2D3-3] Một người chạy trong thời gian 1 giờ, với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



A. 5,3 (km).

B. 4,5 (km).

C. 4 (km).

D. 2,3 (km).

Lời giải

Chọn B.

Trước hết ta tìm công thức biểu thị vận tốc theo thời gian, giả sử $v(t) = at^2 + bt + c$.

Khi đó dựa vào hình vẽ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(\frac{1}{2}\right) + c = 8 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Do đó quãng đường người đó đi được sau 45 phút là $S = \int_0^{\frac{45}{60}} (32t - 32t^2) dt = 4,5 \text{ (km)}$.

Câu 47: [2H2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho đoạn IM ngắn nhất.

- A. $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{11}{9}; -\frac{8}{9}; -\frac{2}{9}\right)$ C. $(1; -2; 2)$. D. $(1; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) ngắn nhất khi M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \end{cases} \text{ Khi đó tọa độ của } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \\ 2x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \\ 2(1 + 2t) - (-2 - t) + 2(2t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \\ z = -\frac{4}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Câu 48: [2H2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, khi đó phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$, $\overrightarrow{CA} = (a; 0; -c)$ và $\overrightarrow{AM} = (3-a; 2; 1)$, $\overrightarrow{BM} = (3; 2-b; 1)$.

Vì M là trực tâm tam giác ABC nên ta có hệ

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + c = 0 \\ 3a - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b \\ c = 3a \end{cases}.$$

Hơn nữa vì M thuộc (ABC) nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{a} + \frac{2}{\frac{3a}{2}} + \frac{1}{3a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{14}{3}$.

Ta được $a = \frac{14}{3}$, $b = 7$, $c = 14$ hay $(ABC): \frac{x}{\frac{14}{3}} + \frac{y}{7} + \frac{z}{14} = 1$.

Ta chọn $(ABC): 3x + 2y + z - 14 = 0$.

Câu 49: [2D4-4] Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{|z-3+4i|+1}{3|z-3+4i|-3} = \frac{1}{2}$ và môđun $|z|$ lớn nhất. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 2$.

B. $S = -1$.

C. $S = -2$.

D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = |z-3+4i|$, ta được phương trình $\frac{t+1}{3t-3} = \frac{1}{2}$. Giải ra ta được $t = 5$ hay $|z-3+4i| = 5$.

Do đó tồn tại α để $a = 3 + 5\sin\alpha$, $b = -4 + 5\cos\alpha$. Khi đó ta có

$$|z|^2 = 50 + 10(3\sin\alpha - 4\cos\alpha) = 50 + 10.5\sin(\alpha - \beta) \leq 100,$$

trong đó $\sin\beta = \frac{4}{5}$, $\cos\beta = \frac{3}{5}$. Vậy $|z|$ đạt giá trị lớn nhất bằng 10 khi $\alpha = \frac{\pi}{2} + \beta + k2\pi$, $(k \in \mathbb{Z})$

$$\text{Lúc đó } a = 3 + 5\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = 3 + 5\cos\beta = 6.$$

$$b = -4 + 5\cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = -4 - 5\sin\beta = -8.$$

Vì vậy $S = a + b = -2$.

Câu 50: [2D3-3] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{28\pi}{5}$.

B. $V = \frac{12\pi}{5}$.

C. $V = \frac{4\pi}{3}$.

D. $V = \frac{36\pi}{35}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2}{2} = \sqrt{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \frac{x^4}{4} = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là $V = \pi \left| \int_0^2 \left[\left(\frac{x^2}{2} \right)^2 - (\sqrt{2x})^2 \right] dx \right| = \frac{12}{5} \pi.$