

**SỞ GD VÀ ĐT HẢI PHÒNG
TRƯỜNG THPT HỒNG BÀNG**

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1, NĂM HỌC 2017-2018

MÔN: TOÁN 12

(Thời gian làm bài 90 phút)

Mã đề thi 445

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

- Câu 1:** [2D1-2] Hàm số $y = \frac{2x+1}{x+5}$ đồng biến trên
- A. $\square \setminus \{-5\}$. B. $(-5; +\infty)$. C. $\square$. D. $(-\infty; 5)$.
- Câu 2:** [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 3:** [2D2-3] Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7% một tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.
- A. 24. B. 23. C. 22. D. 21.
- Câu 4:** [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?
- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 5:** [2D1-2] Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.
- A. $m=1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$. B. $m=1$. C. $m=4$. D. $m = \frac{17}{2}$.
- Câu 6:** [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng
- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.
- Câu 7:** [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là
- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.
- Câu 8:** [2D2-2] Phương trình $\log_2(5-2^x) = 2-x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1x_2$.
- A. 11. B. 9. C. 3. D. 2.
- Câu 9:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là:
- A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

- Câu 10: [2H1-2]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên $AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CA' bằng
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{24}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 11: [2H3-3]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 2)$, $B(3; 5; 4)$. Tìm toạ độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $M(0; 0; 49)$. B. $M(0; 0; 67)$. C. $M(0; 0; 3)$. D. $M(0; 0; 0)$.
- Câu 12: [2D3-2]** Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 5$; $\int_0^1 g(x)dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây là sai?
- A. $\int_{-1}^1 f(x)dx = 10$. B. $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)]dx = 10$. C. $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)]dx = 10$. D. $\int_{-1}^1 g(x)dx = 14$.
- Câu 13: [1D2-2]** Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.
- A. $\frac{83}{90}$. B. $\frac{1}{90}$. C. $\frac{13}{90}$. D. $\frac{89}{90}$.
- Câu 14: [2D2-2]** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là
- A. $(-2; 2)$. B. $[0; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -2) \cup [0; 2)$.
- Câu 15: [2H2-3]** Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{12}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.
- Câu 16: [1D2-3]** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$
- A. 61236. B. 63216. C. 61326. D. 66321.
- Câu 17: [2D1-3]** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm phía dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{5}$.
- Câu 18: [1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) theo a .
- A. $\frac{a\sqrt{13}}{26}$. B. $\frac{3a\sqrt{26}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $1 < m \leq 5$.

Câu 19: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{12}$. B. $\frac{43\pi}{36}$. C. $\frac{43\pi}{4}$. D. $\frac{43\pi}{12}$.

Câu 20: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

Câu 21: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng 12. B. Cực tiểu của hàm số bằng 2.
C. Cực đại của hàm số bằng 12. D. Cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 22: [2D3-2] Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì I là

- A. $I = \int_1^2 (2t^2 - t) dt$. B. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$. C. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$. D. $I = \int_1^2 (t^2 - 2t) dt$.

Câu 23: [2H3-2] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Tam giác ABC có $A(-1; 2; 1)$, các điểm B, C nằm trên (P) và

trọng tâm G nằm trên đường thẳng d . Tọa độ trung điểm I của BC là

- A. $I(1; -1; -4)$. B. $I(2; 1; 2)$. C. $I(2; -1; -2)$. D. $I(0; 1; -2)$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$. B. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$. C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$. D. $\vec{n} = (5; -6; 7)$.

Câu 25: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

- A. $-2 < m \leq -1$. B. $-2 \leq m < -1$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $m \leq -1$.

Câu 26: [1D5-2] Cho đường cong $(C): y = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ và đường thẳng $d: 3x - y + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng tiếp xúc với (C) và song song với d ?

- A. $y = 3x + \frac{268}{27}$. B. $y = 3x + 4$.
C. $81x - 27y + 32 = 0$. D. $81x - 27y + 140 = 0$.

Câu 27: [2D3-2] Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$?

- A. $\frac{x^2}{x+1}$. B. $\frac{x^2+x-1}{x+1}$. C. $\frac{x^2-x-1}{x+1}$. D. $\frac{x^2+x+1}{x+1}$.

Câu 28: [1D2-2] Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

- A. $C_{40}^4 - C_{15}^4$ (cách). B. C_{25}^4 (cách). C. $C_{25}^1 C_{15}^3$ (cách). D. $C_{40}^4 + C_{15}^4$ (cách).

Câu 29: [2D2-2] Cho a, b là hai số thực dương bất kì, $a \neq 1$ và $M = \frac{3}{\log_a 3} \left(1 + \log_a 3 - \frac{\log_3 b \cdot \log_a 3}{3} \right)$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = \log_3 \left(\frac{27a^3}{b} \right)$. B. $M = 3 \log_3 \frac{a}{b}$. C. $M = 3 \left(1 + \log_3 \frac{a}{b} \right)$. D. $M = 2 + \log_3 \frac{a^3}{b}$.

Câu 30: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 4]$, $f(4) = 2018$, $\int_{-1}^4 f'(x) dx = 2017$.

Tính $f(-1)$?

- A. $f(-1) = -1$. B. $f(-1) = 1$. C. $f(-1) = 3$. D. $f(-1) = 2$.

Câu 31: [2D2-2] Tìm giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của hàm số $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x}$.

- A. 1. B. 4. C. 8. D. 2.

Câu 32: [2H2-2] Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

- A. $8\pi(\text{cm}^3)$. B. $16\pi(\text{cm}^3)$. C. $32\pi(\text{cm}^3)$. D. $64\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 33: [2D2-4] Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong đoạn $[-5\pi; 2017\pi]$?

- A. 2017. B. 2023. C. 2022. D. 2018.

Câu 34: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng. B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.
C. Hàm số luôn có cực trị. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Câu 35: [2D2-2] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 36: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có

nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$

- A. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$. C. $m \in (-\infty; 0]$. D. $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Câu 37: [2H2-3] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

Câu 38: [2H3-2] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng

$$(Q): x + y - 4z - 6 = 0 \text{ và đường thẳng } d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}. \text{ Phương trình mặt phẳng } (P) \text{ qua } A,$$

song song với d và vuông góc với (Q) là: A,

- A. $3x + y + z - 1 = 0$. B. $3x - y - z + 1 = 0$. C. $x + 3y + z - 3 = 0$. D. $x + y + z - 1 = 0$.

Câu 39: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là:

- A. $(-2;1;1)$. B. $(1;1;2)$. C. $(-3;0;1)$. D. $(-3;0;-1)$.

Câu 40: [2D1-2] Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của chúng trong các hàm số sau:

$$(1): y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 4 \quad (2): y = \frac{2x-1}{2x+1} \quad (3): y = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$(4): y = x^3 + x - \sin x \quad (5): y = x^4 + x^2 + 2$$

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 41: [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

Câu 42: [1D2-1] Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là.

- A. C_n^2 . B. A_n^2 . C. $A_n^2 - n$. D. $C_n^2 - n$.

Câu 43: [1D5-3] Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = 2x^3 - 6x^2 + 3$ có hệ số góc nhỏ nhất là.

- A. $6x + y - 5 = 0$. B. $6x + y + 5 = 0$. C. $6x - y + 3 = 0$. D. $6x + y - 7 = 0$.

Câu 44: [2H1-2] Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp bằng.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 45: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại ba điểm phân biệt.

- A. $0 < m < 4$. B. $1 < m \leq 5$. C. $1 < m < 5$. D. $1 \leq m < 5$.

Câu 46: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m-2)x^2 + (2m+3)x + 1$. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0;3]$ là:

A. 2.

B. -2.

C. -1.

D. 1.

Câu 47: [1D1-3] Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$ bằng:

A. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

B. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$.

C. $1 - \frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$.

Câu 48: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + (m^2 - 3m)x + 4$. Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 < 0$.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

C. $m \in [0; 3]$.

D. $m \in (0; 3)$.

Câu 49: [2D2-1] Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = \frac{1}{5^x}$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

C. $y = \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^x}$.

D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Câu 50: [2H3-2] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Viết phương

trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz) .

A. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

B. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $d': \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $d': \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	B	B	C	B	D	B	A	C	D	B	B	D	A	C	D	D	C	A	A	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	A	A	B	B	A	B	C	C	B	D	A	C	B	D	D	A	C	C	B	A	D	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{2x+1}{x+5}$ đồng biến trên

A. $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

B. $(-5; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y' = \frac{9}{(x+5)^2} > 0 \quad \forall x \neq -5.$$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.

Câu 2: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $f'(x)$ đổi dấu khi x qua các điểm $0; 1$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 3: [2D2-3] Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7% một tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

A. 24.

B. 23.

C. 22.

D. 21.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử người đó trả nợ hết trong n tháng.

Ta tính số tiền lãi do 100 triệu sinh ra trong n tháng: $S = 100 \times (1,007)^n$ (triệu đồng).

Do mỗi tháng người đó gửi vào 5 triệu đồng nên sau n tháng có được (tháng thứ $n+1$ gửi vào đầu tháng):

$$S_2 = 5 + 5 \times 1,007 + 5 \times 1,007^2 + \dots + 5 \times 1,007^n = 5 \times \frac{1 - 1,007^{n+1}}{1 - 1,007} \text{ (triệu đồng)}.$$

Xét phương trình $S = S_2$ suy ra $n = 21$.

Câu 4: [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ và } y' \text{ đổi dấu từ dương sang âm khi } x \text{ qua điểm } 0.$$

Vậy hàm số không có điểm cực tiểu.

Câu 5: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m + 5$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

A. $m=1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$.

B. $m=1$.

C. $m=4$.

D. $m = \frac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 4(m-4)x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4-m \end{cases}.$$

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m < 4$. Khi đó các điểm cực trị của (C_m) là

$$A(0; m+5), B(\sqrt{4-m}; m+5-(m-4)^2), C(-\sqrt{4-m}; m+5-(m-4)^2).$$

$$\text{Do } O \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } 3(m+5) = 2(m-4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m = \frac{17}{2} \end{cases}.$$

Do $m < 4$ nên $m=1$.

Câu 6: [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $-\frac{5}{4}$.

C. $-\frac{4}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-4x}{5x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(\frac{3}{x}-4\right)}{x\left(5+\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{3}{x}-4\right)}{\left(5+\frac{2}{x}\right)} = \frac{-4}{5}.$$

Câu 7: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

TXĐ: $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \text{đường thẳng } y = \frac{5}{2} \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \text{đường thẳng } y = -\frac{5}{2} \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = +\infty \Rightarrow \text{đường thẳng } x = \frac{1}{2} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{5x+3}{\sqrt{4x^2-1}} = +\infty \Rightarrow \text{đường thẳng } x = -\frac{1}{2} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Câu 8: [2D2-2] Phương trình $\log_2(5-2^x) = 2-x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1x_2$.

A. 11.

B. 9.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện: $2^x < 5$

$$\log_2(5-2^x) = 2-x \Leftrightarrow 5-2^x = 2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x = \frac{4}{2^x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = x_1 + x_2 + x_1x_2 = 2.$$

Câu 9: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là:

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tâm I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;2;0)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3.$$

Câu 10: [2H1-2] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên $AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CA' bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

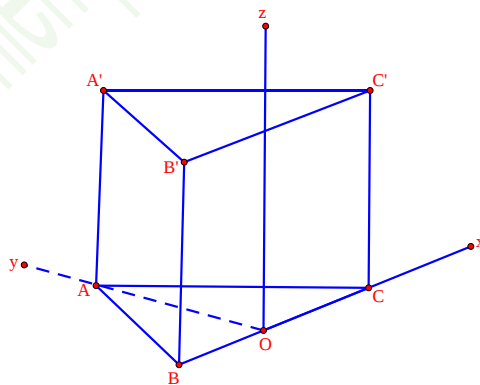
B. $\frac{a\sqrt{6}}{24}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào trung điểm O của BC , ta được

$$B\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right); C\left(\frac{1}{2}a; 0; 0\right); C'\left(\frac{1}{2}a; 0; \frac{\sqrt{2}}{2}a\right); A'\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}a; \frac{\sqrt{2}}{2}a\right)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{A'C}\left(\frac{1}{2}a; -\frac{\sqrt{3}}{2}a; -\frac{\sqrt{2}}{2}a\right); \overrightarrow{BC'}\left(a; 0; \frac{\sqrt{2}}{2}a\right); \overrightarrow{CB}(a; 0; 0)$$

$$d[A'C, BC'] = \frac{|\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BC'}|}{\|\overrightarrow{A'C} \times \overrightarrow{BC'}\|} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 11: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 2)$, $B(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(0; 0; 49)$. B. $M(0; 0; 67)$. C. $M(0; 0; 3)$. D. $M(0; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 1; 3\right).$$

$$\text{Ta có: } MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2.$$

$IA^2 + IB^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên trục Oz .

$$\Rightarrow M(0; 0; 3).$$

Câu 12: [2D3-2] Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn,

$g(x)$ là hàm số lẻ. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 5$; $\int_0^1 g(x)dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\int_{-1}^1 f(x)dx = 10$.

B. $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)]dx = 10$.

C. $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)]dx = 10$.

D. $\int_{-1}^1 g(x)dx = 14$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Vì } f(x) \text{ là hàm số chẵn nên } \int_{-1}^1 f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx = 2 \cdot 5 = 10.$$

Vì $g(x)$ là hàm số lẻ nên $\int_{-1}^1 g(x) dx = 0$.

$$\Rightarrow \int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10 \text{ và } \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10.$$

Vậy đáp án D sai.

Câu 13: [1D2-2] Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

A. $\frac{83}{90}$.

B. $\frac{1}{90}$.

C. $\frac{13}{90}$.

D. $\frac{89}{90}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

Gọi $\overline{ab}$ là hai chữ số cuối của số điện thoại ($a \neq b$).

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_{10}^2 = 90$.

Gọi A là biến cố “Người đó gọi một lần đúng số cần gọi”.

$$\Rightarrow n(A) = 1.$$

Vậy xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{90}$.

Câu 14: [2D2-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

A. $(-2; 2)$.

B. $[0; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -2) \cup [0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \frac{2-x}{x+2} > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \frac{2-x}{x+2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \frac{-2x}{x+2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x < -2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x < 2.$$

Câu 15: [2H2-3] Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

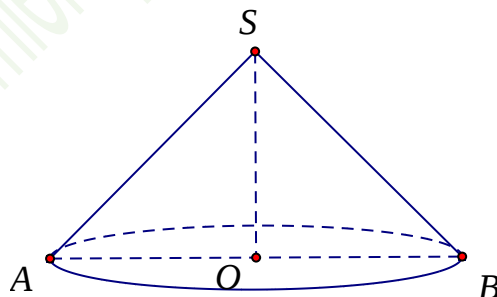
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có: ΔSAB vuông cân tại S và $AB = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow SO = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối nón là: } V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OB^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

Câu 16: [1D2-3] Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$

A. 61236.

B. 63216.

C. 61326.

D. 66321.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } A_n^3 + 2A_n^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \frac{n!}{(n-2)!} = 100 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) = 100$$

$$\Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow n = 5.$$

$$\text{Ta có: } (1+3x)^{2n} = (1+3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x)^k.$$

$$\text{Hệ số } x^5 \text{ sẽ là } C_{10}^5 3^5 = 61236.$$

Câu 17: [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm phía dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x + 3m; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0.$$

$$\Delta' = 1 - m;$$

Để có diện tích phần trên và phần dưới thì hàm số phải có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$.
Mặt khác $y'' = 6x - 6$.

$$y'' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4m - 3.$$

Hàm số bậc ba có đồ thị nhận điểm uốn là trục đối xứng. Do đó, để diện tích hai phần bằng nhau thì điểm uốn phải nằm trên trục hoành.

Vậy $4m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ (thỏa $m < 1$).

Câu 18: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{26}$.

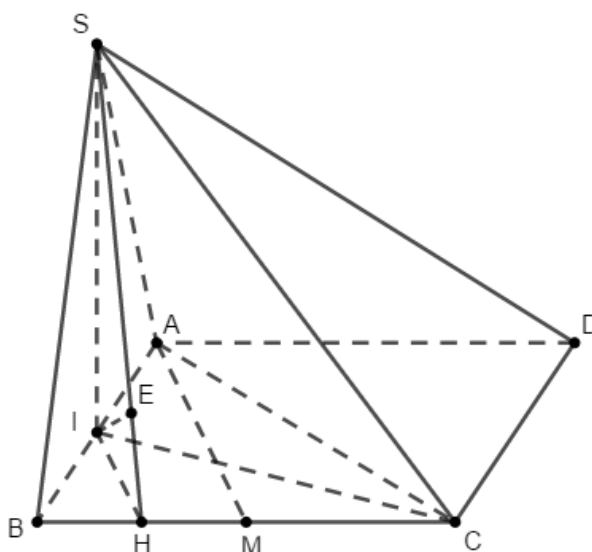
- B.** $\frac{3a\sqrt{26}}{13}$.

- C.** $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

- D.** $1 < m \leq 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi M , H lần lượt là trung điểm của BC và BM . Do $\triangle ABC$ là tam giác đều nên $AM \perp BC$. Mà HI là đường trung bình nên $HI \perp BC$.

Kẻ $IE \perp SH$ tại E . Ta chứng minh được $IE \perp (SBC)$ tại E .

Suy ra: $d(I, (SBC)) = IE$.

$$\text{Ta có: } IE = \frac{IS.IH}{\sqrt{IS^2 + IH^2}} = \frac{IC.\tan 60^\circ.\frac{AM}{2}}{\sqrt{(IC.\tan 60^\circ)^2 + \left(\frac{AM}{2}\right)^2}} = \frac{3a\sqrt{13}}{26}.$$

Câu 19: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A.** $\frac{4\pi a^3}{12}$.

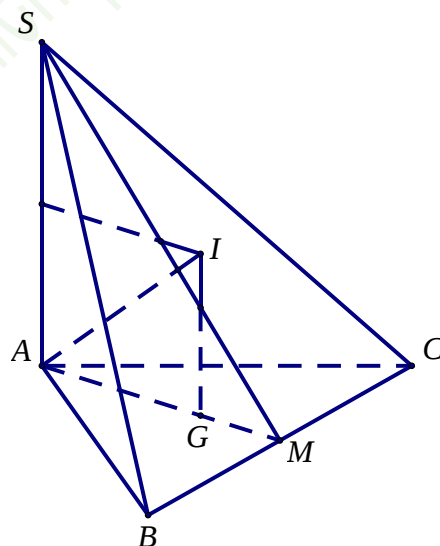
- B.** $\frac{43\pi}{36}$.

- C.** $\frac{43\pi}{4}$.

- D.** $\frac{43\pi}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi M là trung điểm của BC thì $AM \perp BC$ (1). Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAM)$. Do đó góc giữa (SBC) và (ABC) là góc SMA .

Vậy $SMA = 60^\circ$. Trong tam giác vuông SAM có $SA = AM$, $\tan SMA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Qua G dựng đường thẳng song song với SA , cắt mặt phẳng trung trực của đoạn SA tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $IG = \frac{1}{2} SA = \frac{3}{4}$.

Trong tam giác vuông AIG có $IA^2 = IG^2 + GA^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{1}{3} = \frac{43}{48}$.

Vậy mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng $4\pi IA^2 = 4\pi \frac{43}{48} = \frac{43\pi}{12}$.

Câu 20: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Biết rằng thể tích khối

chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

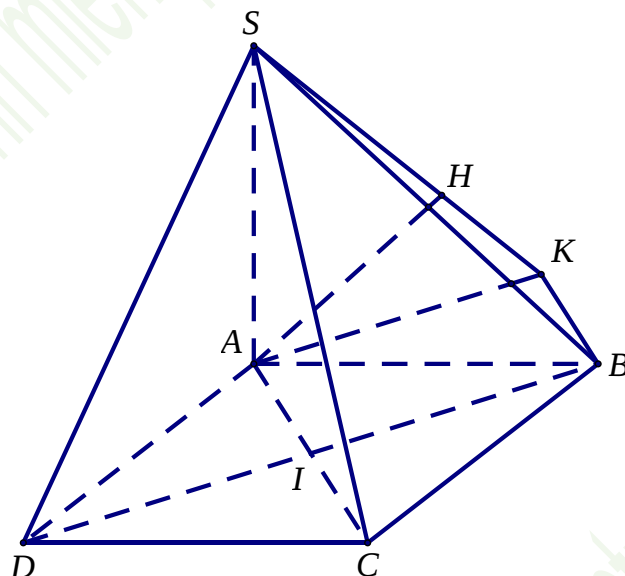
B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Đặt cạnh của hình vuông $ABCD$ là x , $x > 0$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc SCA .

Vậy $SCA = 45^\circ$. Do đó tam giác SAC vuông cân tại A . Suy ra $SA = AC = x\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot x\sqrt{2} \cdot x^2 = \frac{x^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Theo bài ra thì } V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}. \text{ Vậy } x = a.$$

Cách 1:

Qua B dựng đường thẳng d song song với AC , qua A dựng đường thẳng d' song song với BD . Gọi K là giao điểm của d và d' . Ta có $AC \parallel (SKB)$.

$$\text{Do đó } d(AC, SB) = d(AC, (SKB)) = d(A, (SKB)).$$

Trong mặt phẳng (SAK) dựng AH vuông góc với SK tại H (1).

Vì $AC \perp BD$ nên suy ra $AK \perp KB$ (2). Mặt khác $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp KB$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra $KB \perp (SAK)$. Do đó ta có $KB \perp AH$ (4).

Từ (1) và (4) suy ra $AH \perp (SKB)$. Vậy $AH = d(A, (SKB))$.

Gọi I là giao điểm của AC và BD .

$$\text{Ta có tứ giác } AKBI \text{ hình chữ nhật nên } AK = BI = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAK \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{5}{2a^2}.$$

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$. Vậy $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Cách 2 (tọa độ hóa):

Gán hệ trục tọa độ như sau: $A = (0; 0; 0)$, $D = (a; 0; 0)$, $B = (0; a; 0)$ và $S = (0; 0; a\sqrt{2})$.

Khi đó $C = (a; a; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{SB} = (0; a; -a\sqrt{2})$, $\overrightarrow{AC} = (a; a; 0)$, $\overrightarrow{AS} = (0; 0; a\sqrt{2})$.

Do đó: $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] = (-a^2\sqrt{2}; a^2\sqrt{2}; a^2)$, $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AS} = a^3\sqrt{2}$.

Từ đó ta có $d(AC, SB) = \frac{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AS}|}{\|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]\|} = \frac{a^3\sqrt{2}}{a^2\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 21: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng 12.

B. Cực tiểu của hàm số bằng 2.

C. Cực đại của hàm số bằng 12.

D. Cực đại của hàm số bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$y' = 2x - \frac{16}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$		12		$+\infty$

Vậy cực tiểu của hàm số bằng 12.

Câu 22: [2D3-2] Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì I là

A. $I = \int_1^2 (2t^2 - t) dt$.

B. $I = \int_1^2 (2t^2 + 2t) dt$.

C. $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.

D. $I = \int_1^2 (t^2 - 2t) dt$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Leftrightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt$.

Đổi cận: Khi $x = 0$ thì $t = 1$; khi $x = 3$ thì $t = 2$.

$$I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \frac{t^2 - 1}{1 + t} 2tdt = \int_1^2 2t(t-1)dt = \int_1^2 (2t^2 - t)dt.$$

Câu 23: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Tam giác ABC có $A(-1; 2; 1)$, các điểm B, C nằm trên (P) và

trọng tâm G nằm trên đường thẳng d . Tọa độ trung điểm I của BC là

A. $I(1; -1; -4)$. B. $I(2; 1; 2)$. C. $I(2; -1; -2)$. D. $I(0; 1; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $G(2+t; 2+2t; -2-t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AG} = (3+t; 2t; -3-t)$.

Mà G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AI}$ (với I là trung điểm của BC).

$$\Rightarrow I\left(\frac{7+3t}{2}; 2+3t; \frac{-7-3t}{2}\right).$$

Mặt khác $I \in (P)$ nên $2\left(\frac{7+3t}{2}\right) + 2(2+3t) - \frac{(-7-3t)}{2} - 4 = 0 \Leftrightarrow 21t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Với $t = -1$ thì $I(2; -1; -2)$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$. B. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$. C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$. D. $\vec{n} = (5; -6; 7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\vec{u}_1 = (2; -3; 4)$.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2 là $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$.

Gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Do (P) song song với hai đường thẳng d_1 và

$$d_2 \text{ nên } \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 6; 7).$$

- Câu 25:** [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- A.** $-2 < m \leq -1$. **B.** $-2 \leq m < -1$. **C.** $-2 \leq m \leq -1$. **D.** $m \leq -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $y' < 0$ với $\forall x \in (-\infty; 1)$ thì $\frac{m^2 - 4}{(x+m)^2} < 0$
 $\Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Do hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $x \neq -m$ nên $m \in (-\infty; -1]$.

Vậy $-2 < m \leq -1$.

- Câu 26:** [1D5-2] Cho đường cong $(C): y = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ và đường thẳng $d: 3x - y + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng tiếp xúc với (C) và song song với d ?
- A.** $y = 3x + \frac{268}{27}$. **B.** $y = 3x + 4$.
C. $81x - 27y + 32 = 0$. **D.** $81x - 27y + 140 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tiếp tuyến song song với d nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k = 3$, mà $k = y'(x_0)$.

Suy ra $3x_0^2 + 4x_0 + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -\frac{4}{3} \end{cases}$. Do đó ta có hai điểm $M(0; 4)$, $N\left(-\frac{4}{3}; \frac{32}{27}\right)$.

Tại $M(0; 4)$, ta có tiếp tuyến là: $y = 3x + 4$ trùng với d nên không thỏa.

Tại $N\left(-\frac{4}{3}; \frac{32}{27}\right)$ ta có tiếp tuyến là $y = 3\left(x + \frac{4}{3}\right) + \frac{32}{27} \Leftrightarrow 81x - 27y + 140 = 0$.

- Câu 27:** [2D3-2] Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$?
- A.** $\frac{x^2}{x+1}$. **B.** $\frac{x^2 + x - 1}{x+1}$. **C.** $\frac{x^2 - x - 1}{x+1}$. **D.** $\frac{x^2 + x + 1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\left(\frac{x^2}{x+1}\right)' = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = f(x)$ nên A thỏa.

$\left(\frac{x^2+x-1}{x+1}\right)' = \frac{x^2+2x+2}{(x+1)^2} \neq f(x)$ nên B không thỏa.

$\left(\frac{x^2-x-1}{x+1}\right)' = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = f(x)$ nên C thỏa.

$\left(\frac{x^2+x+1}{x+1}\right)' = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = f(x)$ nên D thỏa.

Câu 28: [1D2-2] Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

- A. $C_{40}^4 - C_{15}^4$ (cách). B. C_{25}^4 (cách). C. $C_{25}^1 C_{15}^3$ (cách). D. $C_{40}^4 + C_{15}^4$ (cách).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số cách chọn 4 em tùy ý trong lớp: C_{40}^4 .

Số cách chọn 4 em nữ trong lớp: C_{15}^4 .

Số cách chọn 4 em trong đó ít nhất phải có một nam: $C_{40}^4 - C_{15}^4$.

Câu 29: [2D2-2] Cho a, b là hai số thực dương bất kì, $a \neq 1$ và $M = \frac{3}{\log_a 3} \left(1 + \log_a 3 - \frac{\log_3 b \cdot \log_a 3}{3} \right)$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = \log_3 \left(\frac{27a^3}{b} \right)$. B. $M = 3 \log_3 \frac{a}{b}$. C. $M = 3 \left(1 + \log_3 \frac{a}{b} \right)$. D. $M = 2 + \log_3 \frac{a^3}{b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $M = \frac{3}{\log_a 3} \left(1 + \log_a 3 - \frac{\log_3 b \cdot \log_a 3}{3} \right) = \frac{3}{\log_a 3} + 3 - \log_3 b = 3 \log_3 a + \log_3 27 - \log_3 b$

Suy ra $M = \log_3 \left(\frac{27a^3}{b} \right)$.

Câu 30: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 4]$, $f(4) = 2018$, $\int_{-1}^4 f'(x) dx = 2017$.

Tính $f(-1)$?

- A. $f(-1) = -1$. B. $f(-1) = 1$. C. $f(-1) = 3$. D. $f(-1) = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int_{-1}^4 f'(x)dx = f(x)|_{-1}^4 = f(4) - f(-1) \Rightarrow f(-1) = f(4) - \int_{-1}^4 f'(x)dx = 2018 - 2017 = 1.$

Câu 31: [2D2-2] Tìm giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của hàm số $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x}.$

A. 1.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}.$

Ta có $f(x) = 2^{x-1} + 2^{3-x} \geq 2\sqrt{2^{x-1} \cdot 2^{3-x}} = 4.$

Do đó $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 4$ khi $2^{x-1} = 2^{3-x} \Leftrightarrow x = 2.$

Câu 32: [2H2-2] Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

A. $8\pi(\text{cm}^3).$

B. $16\pi(\text{cm}^3).$

C. $32\pi(\text{cm}^3).$

D. $64\pi(\text{cm}^3).$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi x (cm), $x > 0$ là bán kính đáy của hình trụ.

Chiều cao của hình trụ là $\frac{12-4x}{2} = 6-2x$ (cm).

Thể tích khối trụ $V = \pi x^2 \cdot (6-2x) = \pi x \cdot x \cdot (6-2x) \leq \pi \left(\frac{x+x+6-2x}{3} \right)^3 = 8\pi(\text{cm}^3).$

Do đó khối trụ có thể tích lớn nhất bằng $8\pi(\text{cm}^3)$ khi $x = 2$ (cm).

Câu 33: [2D2-4] Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong đoạn $[-5\pi; 2017\pi]$?

A. 2017.

B. 2023.

C. 2022.

D. 2018.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện $2 - \cos^2 x \geq 0 \Leftrightarrow 1 + \sin^2 x \geq 0$ $SA = \sqrt{SM^2 + MA^2}$ (*).

Phương trình $\Leftrightarrow 2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x}$ (1).

Đặt $\sin x = t, t \in [-1; 1]$ thì (1) thành $2017^t = t + \sqrt{1 + t^2}$ (2).

Ta có $2017^t > 0, \forall t \in [-1; 1]$ và $t + \sqrt{1 + t^2} > t + \sqrt{t^2} = t + |t| \geq 0, \forall t \in [-1; 1].$

Do đó (2) $\Leftrightarrow t = \log_{2017}(t + \sqrt{1 + t^2}) \Leftrightarrow \log_{2017}(t + \sqrt{1 + t^2}) - t = 0$ (3).

Xét hàm số $= \frac{a\sqrt{21}}{6}$, với $t \in [-1; 1]$ có

$$f'(t) = \frac{1}{(t + \sqrt{1 + t^2}) \ln 2017} \cdot \left(1 + \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}} \right) - 1 = \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} \cdot \ln 2017} - 1$$

$$= \frac{1 - \sqrt{t^2 + 1} \ln 2017}{\sqrt{t^2 + 1} \ln 2017} < 0, \forall t \in (-1; 1) \Rightarrow f(t) \text{ nghịch biến trên } [-1; 1].$$

Do đó trên $[-1; 1]$, phương trình $f(t) = 0$ nếu có nghiệm thì sẽ có nghiệm duy nhất.

Mặt khác $f(0) = 0$ nên $f(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Khi đó $(3) \Leftrightarrow t = 0$ hay $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Bài ra $x \in [-5\pi; 2017\pi] \Rightarrow k\pi \in [-5\pi; 2017\pi] \Rightarrow k \in [-5; 2017]$.

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-5; -4; -3; \dots; 2017\}$.

Vậy phương trình đã cho có 2023 nghiệm thực trong đoạn $[-5\pi; 2017\pi]$.

Câu 34: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn có cực trị.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a$.

Phương trình $f''(x) = 0$ có nghiệm $x = -\frac{a}{3}$ nên đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

—→ Như vậy A đúng.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$.

Phương trình bậc ba luôn có nghiệm nên đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

—→ Như vậy B đúng.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0 \Leftrightarrow \Delta' = a^2 - 3b > 0$.

Do đó hàm số không thể luôn có cực trị.

—→ Như vậy C sai.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

—→ Như vậy D đúng.

Câu 35: [2D2-2] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

Câu 36: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$

A. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$.

B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

C. $m \in (-\infty; 0]$.

D. $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$.

$$4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m = 0.$$

Đặt $t = \log_2 x$, do $x \in (0;1) \Rightarrow t \in (-\infty; 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 - t = f(t)$

$$f'(t) = -2t - 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}, f(0) = 0.$$

BBT:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$		0	
		$+$	$-$
$f(t)$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	0

$$Y_{cbt} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}.$$

Cách khác

Điều kiện: $x > 0$.

$$4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình trở thành $t^2 + t + m = 0 \quad (2)$.

Phương trình (1) có nghiệm $x \in (0;1) \Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a.c < 0 \\ \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1 - 4m \geq 0 \\ -1 < 0 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 0 \leq m \leq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}.$$

Câu 37: [2H2-3] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$.

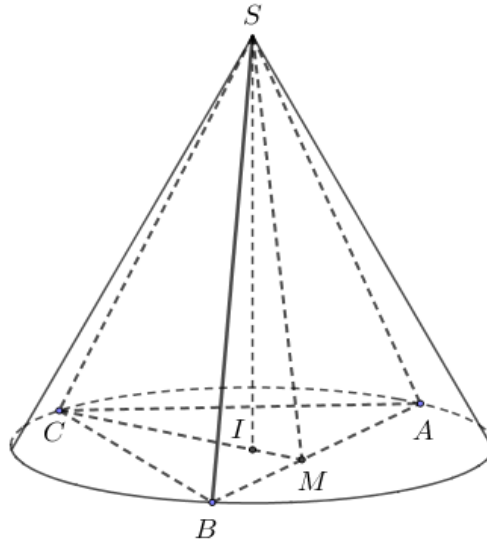
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi I là tâm đường tròn $(ABC) \Rightarrow IA = r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (SMC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $SMC = 60^\circ \Rightarrow SM = 2IM = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$\Rightarrow SA = \sqrt{SM^2 + MA^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

Câu 38: [2H3-2] Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng

$(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A ,

song song với d và vuông góc với (Q) là: A,

A. $3x + y + z - 1 = 0$.

B. $3x - y - z + 1 = 0$.

C. $x + 3y + z - 3 = 0$.

D. $x + y + z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (1;1;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (0;1;-1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P$.

Ta có: $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$ và $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$ nên chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}_d] = (3;1;1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\vec{n}_P = (3;1;1)$ có phương trình là: $3x + y + z - 1 = 0$.

Câu 39: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$ là:

- A. $(-2; 1; 1)$. B. $(1; 1; 2)$. C. $(-3; 0; 1)$. D. $(-3; 0; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $M(0; 2; -1)$, $N(-3; 2; 0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3; 0; 1)$.

Câu 40: [2D1-2] Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của chúng trong các hàm số sau:

(1): $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 4$; (2): $y = \frac{2x-1}{2x+1}$; (3): $y = \sqrt{x^2 + 4}$

(4): $y = x^3 + x - \sin x$; (5): $y = x^4 + x^2 + 2$.

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

(1): $D = \mathbb{R}$, $y' = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(2): $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, $y' = \frac{4}{(2x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$; $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$, không đồng biến trên tập xác định.

(3): $D = \mathbb{R}$, $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$; $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, không đồng biến trên tập xác định.

(4): $D = \mathbb{R}$, $y' = 3x^2 + 1 - \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(5): $D = \mathbb{R}$, $y' = 4x^3 + 2x^2$; $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, không đồng biến trên tập xác định.

Câu 41: [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin^3 x \cos x dx = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$$

$$F(0) = \pi \Rightarrow \frac{\sin^4 0}{4} + C = \pi \Leftrightarrow C = \pi \Rightarrow F(x) = \frac{\sin^4 x}{4} + \pi.$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin^4 \frac{\pi}{2}}{4} = \frac{1}{4} + \pi.$$

Câu 42: [1D2-1] Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là.

- A. C_n^2 . B. A_n^2 . C. $A_n^2 - n$. D. $C_n^2 - n$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số đường chéo của đa giác là $C_n^2 - n$.

Câu 43: [1D5-3] Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = 2x^3 - 6x^2 + 3$ có hệ số góc nhỏ nhất là.

- A. $6x + y - 5 = 0$. B. $6x + y + 5 = 0$. C. $6x - y + 3 = 0$. D. $6x + y - 7 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 - 12x.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại x_0 là $k = y'(x_0)$.

$$\Leftrightarrow k = 6x_0^2 - 12x_0 = 6(x_0^2 - 2x_0) = 6(x_0 - 1)^2 - 6 \geq -6.$$

Hệ số góc nhỏ nhất bằng -6 khi $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -1$.

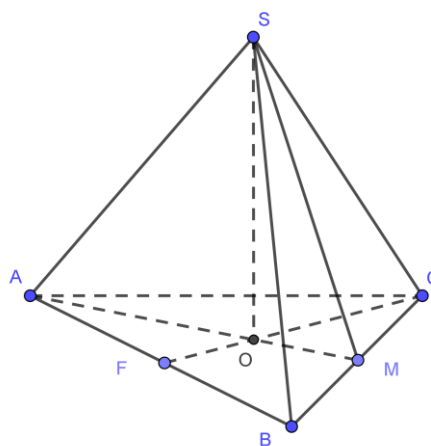
Phương trình tiếp tuyến là $y = -6(x - 1) - 1 \Leftrightarrow 6x + y - 5 = 0$.

Câu 44: [2H1-2] Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp bằng.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC .

Ta có: $((SBC), (ABC)) = SMO = 60^\circ$.

$$OM = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\tan 60^\circ = \frac{SO}{OM} \Rightarrow SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Câu 45: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại ba điểm phân biệt.

A. $0 < m < 4$. B. $1 < m \leq 5$. C. $1 < m < 5$. D. $1 \leq m < 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							
				4		0	
	$-\infty$						$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có.

Đường thẳng $d: y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 2$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 46: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m - 2)x^2 + (2m + 3)x + 1$. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0; 3]$ là:

A. 2. B. -2. C. -1. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y' = x^2 + 2(m - 2)x + 2m + 3.$$

Hàm số nghịch biến trên $[0; 3]$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in [0; 3]$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2(m - 2)x + 2m + 3 \leq 0, \forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow 2m \leq \frac{-x^2 + 4x - 3}{x + 1}, \forall x \in [0; 3].$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x + 1}$ trên $[0; 3]$.

$$g'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 7}{(x + 1)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{2} \in (0; 3) \\ x = -1 - 2\sqrt{2} \notin (0; 3) \end{cases}$$

$$g(0) = -3; g(3) = 0; g(-1 + 2\sqrt{2}) = 6 - 4\sqrt{2}.$$

$$2m \leq \frac{-x^2 + 4x - 3}{x + 1}, \forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow 2m \leq \min_{[0; 3]} \frac{-x^2 + 4x - 3}{x + 1} = -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}.$$

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -2$.

Câu 47: [1D1-3] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$ bằng:

A. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

B. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$.

C. $1 - \frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét hàm $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

$$y' = 1 - \sqrt{2} \sin x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$$

$$\text{Do } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Ta có } y(0) = \sqrt{2}; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy } M = \max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1; m = \min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = y(0) = \sqrt{2}.$$

$$\text{Nên } M - m = \frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}.$$

Câu 48: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + (m^2 - 3m)x + 4$. Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 < 0$.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

C. $m \in [0; 3]$.

D. $m \in (0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 2mx + m^2 - 3m.$$

Để hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 < 0$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$x_1, x_2 \text{ thỏa } x_1 \cdot x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 3.$$

Câu 49: [2D2-1] Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = \frac{1}{5^x}$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

C. $y = \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^x}$.

D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm số $y = \frac{1}{5^x} = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{5} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ có cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^x} = \left(\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{e}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 50: [2H3-2] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Viết phương

trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz) .

A. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **B.** $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$ **C.** $d': \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$ **D.** $d': \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$

Gọi A là giao điểm của d và mặt phẳng (Oyz) suy ra $A(0; -7; -5)$.

Chọn $M(2; -3; 1) \in d$

Gọi H là hình chiếu của M lên (Oyz) suy ra $H(0; -3; 1)$

Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz) là đường thẳng d' đi qua H nhận

$\overrightarrow{AH} = (0; -4; -6) = -2(0; 2; 3)$ có phương trình: $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

-----HẾT-----