

**SỞ GD VÀ ĐT HÀ TĨNH
TRƯỜNG THPT HỒNG LĨNH**

THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017-2018

MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 322

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của z là:

- A. $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $\bar{z} = -1 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + i$. D. $\bar{z} = 1 - 2i$.

Câu 2: [1D3-1] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

- A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -18$.

Câu 3: [2H3-1] Vector $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 2 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 4: [1D2-4] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng:

- A. 2. B. 0. C. $-\frac{3}{5}$. D. -3.

Câu 5: [1D2-4] Tập hợp tất cả nghiệm thực của phương trình $A_x^2 - A_x = 3$ là

- A. $\{-1\}$. B. $\{3\}$. C. $\{-1; 3\}$. D. $\{1\}$.

Câu 6: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			0	$+\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 7: [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.
B. $\int_a^b xf(x)dx = x \int_a^b f(x)dx$.
C. $\int_a^a kf(x)dx = 0$.
D. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Câu 8: [2H1-1] Cho khối chóp có thể tích $V = 36(cm^3)$ và diện tích mặt đáy $B = 6(cm^2)$. Chiều cao

của khối chóp là

- A. $h = 72(cm)$. B. $h = \frac{1}{2}(cm)$. C. $h = 6(cm)$. D. $h = 18(cm)$.

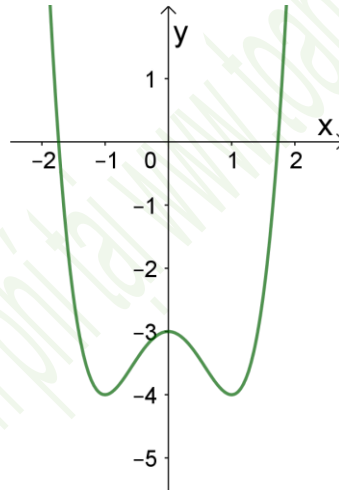
Câu 9: [2D2-2] Với số thực a thỏa mãn $a > 0$ và $a \neq 1$ thì mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x \neq 0$).
 B. $\log_a \sqrt[n]{x} = n \log_a x$ ($x > 0$, n là số nguyên dương lẻ).
 C. $\log_{a^n} x = n \log_a x$ ($x > 0$, n khác 0).
 D. $\log_a x^n = n \log_a |x|$ ($x > 0$, n là số nguyên dương chẵn).

Câu 10: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C$. B. $F(x) = 2x - 2 + C$.
 C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$. D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$.

Câu 11: [2D1-1] Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. C. $y = -x^4 + x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 12: [2D1-1] Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
y	1		$+\infty$		1

- A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{x-1}{2x+2}$. C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

Câu 13: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 14)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $\left[\frac{1}{2}; 14\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 14\right)$.

- Câu 14:** [2H2-2] Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng bán kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng 12π . Thể tích của khối nón bằng
- A. $16\sqrt{3}\pi$. B. 24π . C. $8\sqrt{3}\pi$. D. $9\sqrt{3}\pi$.
- Câu 15:** [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-6)$, $B(8;0;0)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng
- A. 2. B. 10. C. 14. D. 100.
- Câu 16:** [2D1-2] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}}$ là
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 17:** [2D1-2] Gọi M , N là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d: y = x+2$. Hoành độ trung điểm I của đoạn MN là
- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 18:** [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng
- A. 22. B. 24. C. 15. D. 6.
- Câu 19:** [2D3-2] Tích phân $\int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng
- A. e^4 . B. $e^4 - 1$. C. $4e^4$. D. $3e^4 - 1$.
- Câu 20:** [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng
- A. 1. B. 0. C. 4. D. 2.
- Câu 21:** [2H3-2] Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;1)$ và song song với giá của hai vector $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là
- A. $5x + 2y - 3z + 3 = 0$. B. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$.
C. $-5x + 2y + 3z - 3 = 0$. D. $-10x + 4y + 6z + 3 = 0$.
- Câu 22:** [2D2-2] Một người gửi số tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với độ nào dưới đây.
- A. 4. B. 6. C. 5. D. 7.
- Câu 23:** [1D2-2] Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khác nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên. Xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh bằng
- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{8}{15}$.
- Câu 24:** [2H1-2] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, mặt bên $(ABB'A')$ có diện tích bằng 10. Khoảng cách đỉnh C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 40.

B. 60.

C. 30.

D. 20.

Câu 25. [2H2-1] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. $4\pi a^3$.

B. πa^3 .

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Câu 26. [1D2-3] Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai

triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

A. $-101376x^8$.

B. -101376 .

C. -112640 .

D. $101376x^8$.

Câu 27. [2D2-2] Biết x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $16^x - 3.4^x + 2 = 0$. Tích $P = 4^{x_1} . 4^{x_2}$ bằng

A. -3 .

B. 2 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0 .

Câu 28. [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ (O là gốc tọa độ), $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ và mặt phẳng (ABC) có phương trình: $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 14 .

B. 3 .

C. 1 .

D. 8 .

Câu 29. [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(AD'B')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. a .

Câu 30. [2D1-3] Cho hàm số $y = (2m-1)x - (3m+2)\cos x$. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị hai phân tử nhỏ nhất và lớn nhất của X bằng

A. -4 .

B. -5 .

C. -3 .

D. 0 .

Câu 31. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có góc $ASB = BSC = CSA = 60^\circ$, $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 6$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Câu 32. [2D3-2] Tích phân $\int_0^2 \min\{x^2, 3x-2\} dx$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{11}{6}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{17}{6}$.

Câu 33. [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A , B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 1 mặt phẳng.

B. 2 mặt phẳng.

C. 0 mặt phẳng..

D. Vô số mặt phẳng..

Câu 34. [2D2-2] Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{13}{3}iz$ có môđun bằng

A. 26.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\frac{3\sqrt{26}}{2}$.

D. 13.

Câu 35. [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4, 2)$ và trục hoành là

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 36. [2D2-3] Cho $P = 9\log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Tính $S = 3m + 4M$.

A. $S = \frac{83}{2}$.

B. $S = \frac{109}{9}$.

C. $S = 42$.

D. $S = 38$.

Câu 37. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbf{R}$ thỏa mãn $\int_1^{16} \frac{16f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$ và

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^4 f(x) dx.$$

A. $I = -2$.

B. $I = 6$.

C. $I = 9$.

D. $I = 2$.

Câu 38. [2H2-2] Cho mặt cầu (S) tâm I . Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $3(cm)$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C biết $AB = 6(cm)$, $BC = 8(cm)$, $CA = 10(cm)$. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $68\pi cm^2$.

B. $20\pi cm^2$.

C. $136\pi cm^2$.

D. $300\pi cm^2$.

Câu 39. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C) . Từ một điểm bất kì trên đường thẳng nào dưới đây luôn kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị (C) .

A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Câu 40. [2D2-2] Biết $1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = a.2^{2018} + b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a.b$

A. $P = 2017$.

B. $P = 2018$.

C. $P = 2019$.

D. $P = 2020$.

Câu 41. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. $\sin$ của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Câu 42. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ với $x_A < x_B$ là các điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B song song với nhau và $AB = 4\sqrt{2}$. Tính $S = 3x_A - 5x_B$

A. $S = -16$.

B. $S = 16$.

C. $S = 15$.

D. $S = -9$.

- Câu 43:** [2D1-3] Cho (P) là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$.
Gọi m_a là giá trị để (P) đi qua $B(\sqrt{2}; 2)$. Hỏi m_a thuộc khoảng nào dưới đây?
A. $(\sqrt{10}; \sqrt{15})$. B. $(-2; \sqrt{5})$. C. $(-5; \sqrt{2})$. D. $(-8; 2)$.
- Câu 44:** [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SC = 2a\sqrt{6}$. Sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) bằng:
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$. C. 1. D. $\sqrt{\frac{5}{7}}$.
- Câu 45:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (T) có tâm $I(1; 3; 0)$ ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$, $SA = SB = SC = \sqrt{6}$, đỉnh $S(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng:
A. $\frac{\sqrt{94}}{4}$. B. $\sqrt{11}$. C. 3. D. 1.
- Câu 46:** [2D2-3] Biết $(a; b)$ là khoảng chứa tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2 - 1}$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt. Tính $M = a + b$.
A. $M = \frac{1}{8}$. B. $M = \frac{1}{16}$. C. $M = \frac{-7}{16}$. D. $M = \frac{3}{5}$.
- Câu 47:** [1D1-4] Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 = m$ có đúng một nghiệm thực thuộc khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4}\right)$?
A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 48:** [2D4-3] Cho số phức $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|w^2 + 4| = 2|w|$. Đặt $P = 8(x^2 - y^2) + 12$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $P = -(|w|^2 - 2)^2$. B. $P = -(|w|^2 - 2)^2$. C. $P = -(|w| - 4)^2$. D. $P = -(|w|^2 - 4)^2$.
- Câu 49:** [1D2-4] Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt $(n > 4, n \in \mathbb{N})$, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.
A. 8. B. 12. C. 5. D. 6.
- Câu 50:** [1H3-4] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng
A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	B	B	B	C	B	D	D	C	D	C	D	B	B	C	D	C	B	C	C	B	D	C	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	A	A	B	B	A	C	A	D	B	C	D	A	C	B	B	B	D	B	B	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của z là:

- A. $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $\bar{z} = -1 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + i$. D. $\bar{z} = 1 - 2i$.

Lời giải

Chọn D.

Số phức liên hợp của z là: $\bar{z} = 1 - 2i$.

Câu 2: [1D3-1] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

- A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -18$.

Lời giải

Chọn A.

Số hạng u_2 là: $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

Câu 3: [2H3-1] Vector $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây ?

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 2 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng $x + 2y - z - 2 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$.

Câu 4: [1D2-4] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng:

- A. 2. B. 0. C. $-\frac{3}{5}$. D. -3.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^4} - \frac{3}{n^6}}{1 + \frac{5}{n}} = 0.$$

Câu 5: [1D2-4] Tập hợp tất cả nghiệm thực của phương trình $A_x^2 - A_x^1 = 3$ là

- A. $\{-1\}$. B. $\{3\}$. C. $\{-1; 3\}$. D. $\{1\}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 2 \end{cases}$.

$$A_x^2 - A_x^1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} - \frac{x!}{(x-1)!} = 3 \Leftrightarrow x(x-1) - x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập hợp tất cả nghiệm thực của phương trình là $\{3\}$.

Câu 6: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3			0		$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 7: [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

B. $\int_a^b xf(x)dx = x \int_a^b f(x)dx$.

C. $\int_a^a kf(x)dx = 0$.

D. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào tính chất của tích phân, A, C, D đúng nên B sai.

Câu 8: [2H1-1] Cho khối chóp có thể tích $V = 36(\text{cm}^3)$ và diện tích mặt đáy $B = 6(\text{cm}^2)$. Chiều cao của khối chóp là

A. $h = 72(\text{cm})$.

B. $h = \frac{1}{2}(\text{cm})$.

C. $h = 6(\text{cm})$.

D. $h = 18(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $h = \frac{3V}{B} = \frac{3.36}{6} = 18 \text{ (cm)}.$

Câu 9: [2D2-2] Với số thực a thỏa mãn $a > 0$ và $a \neq 1$ thì mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a x^n = n \log_a x \text{ (} x \neq 0 \text{)}.$

B. $\log_a \sqrt[n]{x} = n \log_a x \text{ (} x > 0, n \text{ là số nguyên dương lẻ)}.$

C. $\log_{a^n} x = n \log_a x \text{ (} x > 0, n \text{ khác } 0 \text{)}.$

D. $\log_a x^n = n \log_a |x| \text{ (} x > 0, n \text{ là số nguyên dương chẵn)}.$

Lời giải

Chọn D.

$\log_a x^n = n \log_a |x|$

Câu 10: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C.$

B. $F(x) = 2x - 2 + C.$

C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C.$

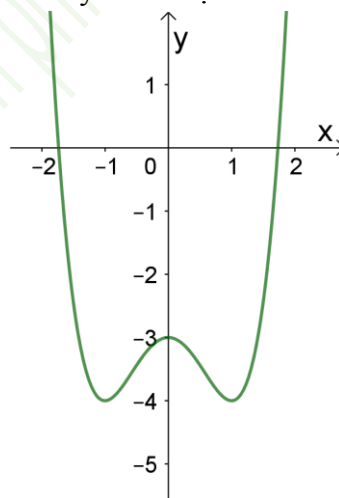
D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C.$

Lời giải

Chọn C.

$F(x) = \int f(x)dx = \int (x^2 - 2x + 1)dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C.$

Câu 11: [2D1-1] Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^4 - 2x^2 - 3.$

B. $y = x^4 + 2x^2 - 3.$

C. $y = -x^4 + x^2 - 3.$

D. $y = x^4 - 2x^2 - 3.$

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số có bề lõm quay lên trên nên $a > 0$ và đồ thị có 3 cực trị nên $b < 0$.

Câu 12: [2D1-1] Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1		$+\infty$		1

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x-1}{2x+2}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên hàm số phải là $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 13: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 3$ là

A. $(-\infty; 14)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

C. $\left[\frac{1}{2}; 14\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 14\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < 27 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 14$.

Câu 14: [2H2-2] Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng bán kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng 12π . Thể tích của khối nón bằng

A. $16\sqrt{3}\pi$.

B. 24π .

C. $8\sqrt{3}\pi$.

D. $9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $S = \pi R^2 = 12\pi \Leftrightarrow R = 2\sqrt{3} \Rightarrow l = 2R = 4\sqrt{3}$ nên $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{48 - 12} = 6$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 24\pi$.

Câu 15: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-6)$, $B(8;0;0)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2.

B. 10.

C. 14.

D. 100.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức ta có $AB = 10$.

Câu 16: [2D1-2] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}}$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $4x^2 + x + 1 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{2} \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{\sqrt{4x^2+x+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 TCN là $y = \frac{1}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 17. [2D1-2] Gọi M, N là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d: y = x+2$.

Hoàn độ trung điểm I của đoạn MN là

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm $x+2 = \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow x^2-4-x-1=0 \Leftrightarrow x^2-x-5=0$.

Theo Viet suy ra $x_M + x_N = -\frac{b}{a} = 1$.

Suy ra $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 18. [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 22.

B. 24.

C. 15.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

$y' = 6x^2 + 6x - 12; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Ta có $y(-1) = 15; y(1) = -5; y(2) = 6$.

Vậy $\max_{[-1;2]} y = 15$

Câu 19. [2D3-2] Tích phân $\int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng

A. e^4 .

B. $e^4 - 1$.

C. $4e^4$.

D. $3e^4 - 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $I = \int_0^2 2e^{2x} dx = \int_0^2 e^{2x} d2x = e^{2x} \Big|_0^2 = e^4 - 1$.

Câu 20. [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

$$(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow z = \frac{4+i-(2-i)^2}{3+2i} = \frac{5i+1}{3+2i} = \frac{1}{3} + \frac{11}{3}i.$$

Suy ra $\bar{z} = \frac{1}{3} - \frac{11}{3}i$. Vậy hiệu phần thực và ảo của $\bar{z}$ bằng 4.

Câu 21. [2H3-2] Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (3; 0; 5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $5x + 2y - 3z + 3 = 0$.

B. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$.

C. $-5x + 2y + 3z - 3 = 0$.

D. $-10x + 4y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-10; 4; 6)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;1)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-10; 4; 6)$ là $-10(x-0) + 4(y-0) + 6(z-1) = 0 \Leftrightarrow -5x + 2y + 3z - 3 = 0$.

Câu 22. [2D2-2] Một người gửi số tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với đô nào dưới đây.

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Từ công thức $A_n = A_0(1+r)^n$ ta có $n = \log_{1+r} \left(\frac{A_n}{A_0} \right)$.

Với $A_n = 80$, $A_0 = 50$, $r = 0,084 \Rightarrow n = \log_{(1+0,084)} \left(\frac{80}{50} \right) \Leftrightarrow n \approx 5,827$.

Câu 23. [1D2-2] Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khá nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên. Xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải

Chọn D.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A : "2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh".

$\Rightarrow \bar{A}$: "2 viên bi được chọn có màu đỏ".

Ta có $n(\bar{A}) = C_7^2 = 21 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$.

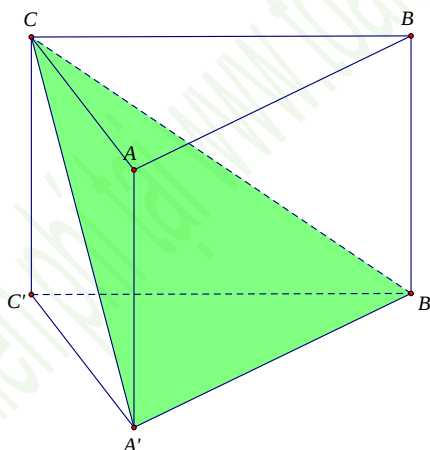
Vậy xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh là

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}.$$

- Câu 24.** [2H1-2] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, mặt bên $(ABB'A')$ có diện tích bằng 10. Khoảng cách đỉnh C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. 40. B. 60. C. 30. D. 20.

Lời giải

Chọn C.



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khi đó $\frac{V_{C.ABB'A'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{C.ABB'A'}$.

Theo đề bài ta có $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 6 = 20$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} \cdot 20 = 30$.

- Câu 25.** [2H2-1] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng
- A. $4\pi a^3$. B. πa^3 . C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ tròn xoay ta có

$$V = \pi r^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3.$$

Câu 26. [1D2-3] Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

A. $-101376x^8$.

B. -101376 .

C. -112640 .

D. $101376x^8$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!1!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12 \text{ (vì } n \text{ là số nguyên dương).}$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là: } (-1)^k C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{36-4k}.$$

$$\text{Cho } 36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^8 \text{ trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là } -C_{12}^7 \cdot 2^7 \cdot x^8 = -101376x^8.$$

Câu 27. [2D2-2] Biết x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $16^x - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$. Tích $P = 4^{x_1} \cdot 4^{x_2}$ bằng

A. -3 .

B. 2 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0 .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 16^x - 3 \cdot 4^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 1 \\ 4^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 4^0 \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 2.$$

Câu 28. [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ (O là gốc tọa độ), $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ và mặt phẳng (ABC) có phương trình: $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 14 .

B. 3 .

C. 1 .

D. 8 .

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6).$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } OABC \text{ là: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 = 8 \text{ (đvtt).}$$

Câu 29. [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(AD'B')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

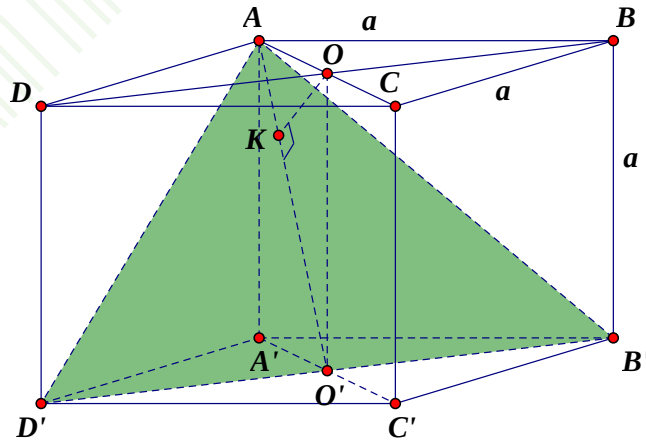
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. a .

Lời giải

Chọn A.



Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Ta có $BO \parallel B'O' \subset (AB'D') \Rightarrow BO \parallel (AB'D')$.

Dựng $OK \perp AO'$, ta có $\begin{cases} B'D' \perp A'C' \\ B'D' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'C'C) \supset OK \Rightarrow B'D' \perp OK$.

$\Rightarrow OK \perp (AB'D')$.

$\Rightarrow d(B, (AB'D')) = d(O, (AB'D')) = OK$.

Xét $\triangle AOO'$ vuông tại O có OK là đường cao.

$$\Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OO'^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2}.$$

$$\Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 30. [2D1-3] Cho hàm số $y = (2m-1)x - (3m+2)\cos x$. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị hai phần tử nhỏ nhất và lớn nhất của X bằng

A. -4.

B. -5.

C. -3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = 2m-1+(3m+2)\sin x$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2m-1+(3m+2)\sin x \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

Nếu $m = -\frac{2}{3}$ thì $(*)$ không thỏa.

$$\text{Nếu } m > -\frac{2}{3} \text{ thì } (*) \Leftrightarrow \sin x \leq \frac{1-2m}{3m+2}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{3m+2} \geq 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < m \leq -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Nếu } m < -\frac{2}{3} \text{ thì } (*) \Leftrightarrow \sin x \geq \frac{1-2m}{3m+2}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{3m+2} \leq -1 \Leftrightarrow -3 \leq m < -\frac{2}{3}.$$

Ta có $X = \{-3; -2; -1\}$.

Vậy $-3-1 = -4$.

Câu 31. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có góc $ASB = BSC = CSA = 60^\circ$, $SA = 2, SB = 3, SC = 6$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

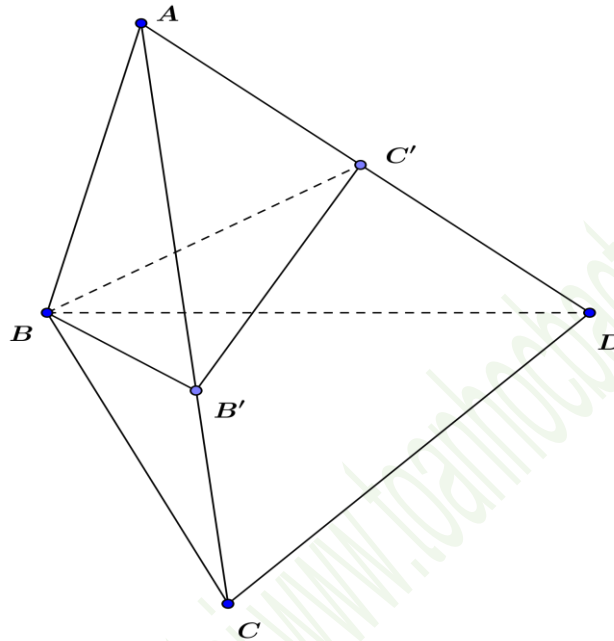
B. $3\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Trên cạnh SB , SC lần lượt lấy B' , C' sao cho $SB' = SC' = SA = 2$. Suy ra $S.AB'C'$ là tứ diện đều cạnh bằng 2. Suy ra $V_{S.AB'C'} = \frac{2^3\sqrt{2}}{12} = \frac{8\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mặt khác: $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SB} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{2}{9} = 3\sqrt{2}$.

Câu 32. [2D3-2] Tích phân $\int_0^2 \min\{x^2, 3x-2\} dx$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{11}{6}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{17}{6}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Suy ra $x^2 - 3x + 2$ âm trên khoảng $(0, 1)$; dương trên $(1, 2)$.

Vậy $\min_{[0,1]} \{x^2, 3x-2\} = 3x-2$, $\min_{[1,2]} \{x^2, 3x-2\} = x^2$

Vậy $\int_0^2 \min\{x^2, 3x-2\} dx = \int_0^1 (3x-2) dx + \int_1^2 x^2 dx = -\frac{1}{2} + \frac{7}{3} = \frac{11}{6}$.

Câu 33. [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A , B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 1 mặt phẳng.

B. 2 mặt phẳng.

C. 0 mặt phẳng..

D. Vô số mặt phẳng..

Lời giải

Chọn A.

Gọi phương trình mặt phẳng là: $(P): Ax + By + Cz + D = 0 (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$.

Theo đề bài, mặt phẳng qua A, B nên ta có:

$$\begin{cases} A + D = 0 \\ 2C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2C \\ D = -2C \end{cases}. \text{ Vậy mặt phẳng } (P) \text{ có dạng: } 2Cx + By + Cz - 2C = 0.$$

(S) có tâm $I(1, 1, 0)$ và $R = 1$.

$$\text{Vì } (P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ nên } d_{(I, (P))} = R \Leftrightarrow \frac{2C + B - 2C}{\sqrt{5C^2 + B^2}} = 1 \Leftrightarrow B^2 = 5C^2 + B^2 \Leftrightarrow C = 0.$$

Suy ra $A = D = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): y = 0$.

Câu 34. [2D2-2] Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz - (3i + 1)\bar{z}}{1 + i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{13}{3}iz$ có môđun bằng

A. 26.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\frac{3\sqrt{26}}{2}$.

D. 13.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } \frac{iz - (3i + 1)\bar{z}}{1 + i} = |z|^2 \Leftrightarrow \frac{i(a + bi) - (3i + 1)(a - bi)}{1 + i} = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow ai - b - 3ai - 3b - a + bi = a^2 + b^2 + a^2i + b^2i$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + 2a - b)i + (a^2 + b^2 + 4b + a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - b = 0 \\ a^2 + b^2 + a + 4b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 26b^2 + 9b = 0 \\ a = 5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0, a = 0 \\ b = \frac{-9}{26}, a = \frac{-45}{26} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \text{ (Vì } z \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Với } z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \Rightarrow w = \frac{15}{2} - \frac{3}{2}i \Rightarrow |w| = \frac{3\sqrt{26}}{2}.$$

Câu 35. [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4, 2)$ và trục hoành là

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi d là phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại $M(4, 2) \Rightarrow d: y = \frac{1}{4}x + 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, d và trục Ox là

$$S = \int_{-4}^0 \left(\frac{1}{4}x + 1 \right) dx + \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x + 1 - \sqrt{x} \right) dx = \frac{8}{3}.$$

Câu 36. [2D2-3] Cho $P = 9\log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3 \right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Tính $S = 3m + 4M$.

A. $S = \frac{83}{2}$.

B. $S = \frac{109}{9}$.

C. $S = 42$.

D. $S = 38$.

Lời giải

Chọn D.

$$P = \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{3}}^3 a + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - 3 \log_{\frac{1}{3}} a + 1$$

Đặt $\log_{\frac{1}{3}} a = t, t \in [-1; 3]$

$$P = \frac{1}{3}t^3 + t^2 - 3t + 1, P' = t^2 + 2t - 3 \text{ với } t \in [-1; 3]$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
P'			$-$	
P			$10 \rightarrow -\frac{2}{3}$	

Ta thấy $m = \min_{[-1;3]} P = -\frac{2}{3}, M = \max_{[-1;3]} P = 10$

Suy ra $S = 3m + 4M = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) + 4 \cdot 10 = 38$.

Câu 37. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbf{R}$ thỏa mãn $\int_1^{16} \frac{16f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$ và

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^4 f(x) dx.$$

A. $I = -2$.

B. $I = 6$.

C. $I = 9$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn B.

+ Xét $I = \int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$, đặt $\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{dx}{2\sqrt{x}} = dt$

Đổi cận:

x	1	16
t	1	4

$$I = 2 \int_1^4 f(t) dt = 6 \Rightarrow \int_1^4 f(t) dt = \frac{6}{2} = 3.$$

+ $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3$, đặt $\sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du$

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
u	0	1

$$J = \int_0^1 f(u) du = 3$$

$$I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx = 3 + 3 = 6.$$

Câu 38. [2H2-2] Cho mặt cầu (S) tâm I . Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $3(cm)$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C biết $AB=6(cm)$, $BC=8(cm)$, $CA=10(cm)$. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $68\pi cm^2$.

B. $20\pi cm^2$.

C. $136\pi cm^2$.

D. $300\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi S là diện tích tam giác ABC và R bán kính đường tròn đi qua ba điểm A, B, C

$$S = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$$

$$R = \frac{6 \cdot 8 \cdot 10}{4 \cdot 24} = 5$$

$$\text{Khi đó bán kính mặt cầu } r = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$

$$\text{Diện tích của mặt cầu } (S) \text{ bằng: } S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (\sqrt{34})^2 = 136\pi cm^2.$$

Câu 39. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C) . Từ một điểm bất kì trên đường thẳng nào dưới đây luôn kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị (C) .

A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Lấy bất kì $A(a, 0)$. Đường thẳng đi qua A có hệ số góc k có phương trình $y = k(x - a)$ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow k(x - a) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \Leftrightarrow (3x^2 - 6x + 3)(x - a) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax - 3a + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - (1-a)x + 3a-1) = 0 \text{ có nghiệm kép.}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)g(x) = 0 \text{ có nghiệm kép}$$

$$\text{Để qua } A \text{ kẻ được đúng một tiếp tuyến đến } (C) \text{ thì } \begin{cases} \Delta = 0 \\ g(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy điểm $A(1; 0)$ thuộc đường thẳng $x = 1$.

Câu 40. [2D2-2] Biết $1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = a.2^{2018} + b$, với a, b là các số nguyên dương.

Tính $P = a.b$

A. $P = 2017$.

B. $P = 2018$.

C. $P = 2019$.

D. $P = 2020$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = (n-1).2^n$$

$$\text{Với } n = 2018: 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = 2017.2^{2018} + 1$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 2017 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } P = 2017.1 = 2017.$$

Câu 41. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. $\sin$ của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

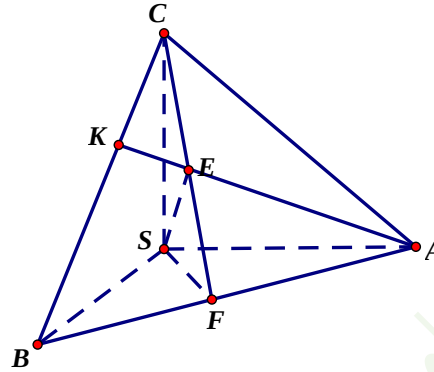
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn C.



Trong tam giác ABC kẻ đường cao AK và CF và $AK \cap CF = \{E\}$ nên E là trực tâm tam giác ABC .

$$\begin{cases} SC \perp SA \\ SC \perp SB \end{cases} \Rightarrow SC \perp (SAB) \text{ hay } SC \perp AB$$

Mà $CF \perp AB$ nên $AB \perp (SCF) \Rightarrow AB \perp SE$. Chứng minh tương tự ta được

$$BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp SE. \text{ Vậy } SE \perp (ABC).$$

Ta có CE là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) .

$$(SC, (ABC)) = (SC, CE) = SCE$$

Ta có tam giác SCF vuông tại S nên $\frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SF^2}$. Mặt khác tam giác SAB vuông tại

$$S \text{ nên } \frac{1}{SF^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2}. \text{ Suy ra } \frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SE^2} = \frac{3}{a^2} \Leftrightarrow SE = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\sin SCE = \frac{SE}{SC} = \frac{a}{\sqrt{3}} : a = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 42. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ với $x_A < x_B$ là các điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B song song với nhau và $AB = 4\sqrt{2}$. Tính

$$S = 3x_A - 5x_B$$

A. $S = -16$.

B. $S = 16$.

C. $S = 15$.

D. $S = -9$.

Lời giải

Chọn B.

$y' = 3x^2 - 3$. Theo đề bài ta có

$$y'(x_A) = y'(x_B) \Leftrightarrow 3x_A^2 - 3 = 3x_B^2 - 3 \Leftrightarrow x_A^2 = x_B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B \\ x_A = -x_B \end{cases} \Leftrightarrow x_A = -x_B \text{ (do } A, B \text{ phân}$$

biệt)

$$AB = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 32 \Leftrightarrow (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow 4x_B^2 + (x_B^3 - 3x_B + 1 - x_A^3 + 3x_A - 1)^2 = 32 \Leftrightarrow 4x_B^2 + (x_B^3 - 3x_B + 1 - x_A^3 + 3x_A - 1)^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow 4x_B^2 + (2x_B^3 - 6x_B)^2 = 32 \Leftrightarrow 4x_B^2 + 4x_B^6 - 24x_B^4 + 36x_B^2 = 32 \Leftrightarrow 4x_B^6 - 24x_B^4 + 40x_B^2 - 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_B^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2, x_A = -2 \\ x_B = -2, x_A = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } x_B = 2, x_A = -2 \text{ nên } S = 3x_A - 5x_B = -16.$$

Câu 43. [2D1-3] Cho (P) là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$.

Gọi m_a là giá trị để (P) đi qua $B(\sqrt{2}; 2)$. Hỏi m_a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(\sqrt{10}; \sqrt{15})$. B. $(-2; \sqrt{5})$. C. $(-5; \sqrt{2})$. D. $(-8; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

$$y' = x^3 - 2mx = x(x^2 - 2m).$$

Để hàm số có ba cực trị thì $ab < 0 \Leftrightarrow -\frac{m}{4} < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = m^2 \\ x = \sqrt{2m}, y = 0 \\ x = -\sqrt{2m}, y = 0 \end{cases}$$

Gọi parabol đi qua điểm $A(0; m^2)$, $B(\sqrt{2m}; 0)$, $C(-\sqrt{2m}; 0)$ có dạng: $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2ma + \sqrt{2mb} + c = 0 \\ 2ma - \sqrt{2mb} + c = 0 \\ c = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{m}{2} \\ b = 0 \\ c = m^2 \end{cases} \text{ hay } y = -\frac{m}{2}x^2 + m^2$$

Theo yêu cầu bài toán parabol đi qua $B(\sqrt{2}; 2)$ nên: $2 = -\frac{m_a}{2}(\sqrt{2})^2 + m_a^2 \Leftrightarrow m_a^2 - m_a - 2 = 0$

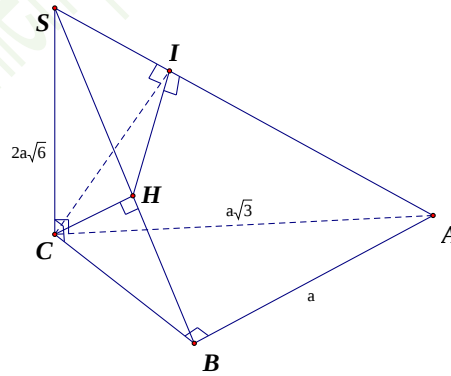
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_a = -1 \\ m_a = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } m_a = 2.$$

Câu 44: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SC = 2a\sqrt{6}$. Sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) bằng:

- A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$. B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$. C. 1. D. $\sqrt{\frac{5}{7}}$.

Lời giải

Chọn B.



Trong mặt phẳng (SAC) từ C kẻ $CI \perp SA$, $I \in SA$. Trong mặt phẳng (SAB) từ I kẻ $IH \perp SA$ cắt SB tại H .

Ta có: $AB \perp SC$, $AB \perp BC \Rightarrow AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp CH$ mà $CH \perp SB \Rightarrow CH \perp (SAB) \Rightarrow CH \perp SA$ mà $CI \perp SA \Rightarrow SA \perp (CIH)$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) là CIH . Vì $CH \perp (SAB) \Rightarrow CH \perp IH$ hay tam giác CHI vuông tại H .

$$\text{Xét tam giác vuông } SAC \text{ có: } CI = \frac{SC \cdot CA}{\sqrt{SC^2 + CA^2}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SBC \text{ có: } CH = \frac{SC \cdot CB}{\sqrt{SC^2 + CB^2}} = \frac{SC \cdot \sqrt{CA^2 - AB^2}}{\sqrt{SC^2 + CA^2 - AB^2}} = \frac{2a\sqrt{78}}{13}.$$

$$\text{Khi đó góc giữa hai mặt phẳng } (SAB), (SAC) \text{ là } CIH \text{ nên } \sin CIH = \frac{CH}{CI} = \frac{3}{\sqrt{13}}.$$

Câu 45: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (T) có tâm $I(1;3;0)$ ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$, $SA = SB = SC = \sqrt{6}$, đỉnh $S(2;1;2)$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{\sqrt{94}}{4}$.

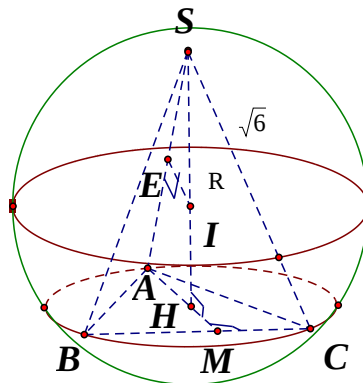
B. $\sqrt{11}$.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $R = SI = 3$.

$$\text{Tam giác } SAH \text{ và tam giác } SIE \text{ đồng dạng có: } \frac{SA}{SI} = \frac{SH}{SE} \Rightarrow SH = \frac{SA \cdot SE}{SI} = \frac{\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}}{3} = 1.$$

Câu 46: [2D2-3] Biết $(a;b)$ là khoảng chứa tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình

$$(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \text{ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt. Tính } M = a + b.$$

A. $M = \frac{1}{8}$.

B. $M = \frac{1}{16}$.

C. $M = \frac{-7}{16}$.

D. $M = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \Leftrightarrow \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{2}$.

Vì $\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} \cdot \left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = 1$ nên đặt $t = \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}$, $0 < t \leq 1$ phương trình trở thành:

$$t + \frac{m}{t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow 2m = -2t^2 + t (*).$$

Xét hàm số $f(t) = -2t^2 + t$, $0 < t \leq 1$.

$\Rightarrow f'(t) = -4t + 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$ ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{4}$	1
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	0	$\frac{1}{16}$	-1

Để phương trình đã cho có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < t < 1$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $0 < 2m < \frac{1}{8}$

$$\Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{16} \Rightarrow M = 0 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16}.$$

Câu 47: [1D1-4] Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 = m$ có

đúng một nghiệm thực thuộc khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4}\right)$?

A. 3.

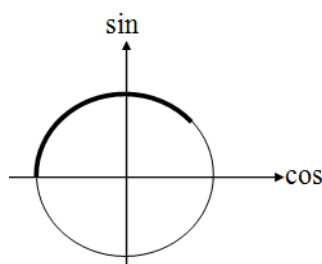
B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $x \in \left(0; \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{4} < x + \frac{\pi}{4} < \pi \Rightarrow 0 < \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Rightarrow 0 < \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$.

Mặt khác $\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x$.

Đặt $\sin x + \cos x = t$ với $t \in (0; \sqrt{2}] \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = t^2 \Rightarrow \sin 2x = t^2 - 1$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 1 + t - 2 = m \Leftrightarrow t^2 + t - 3 = m (*)$.

Xét $f(t) = t^2 + t - 3$ với $t \in (0; \sqrt{2}]$.

Ta có $f'(t) = 2t + 1$. Do đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$ (loại).

Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{2}$
f'		+
f	-3	$\sqrt{2} - 1$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (*) có nhiều nhất một nghiệm t . Do đó để

phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực x thuộc khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4}\right)$ thì $\begin{cases} t = \sqrt{2} \\ 0 < t \leq 1 \end{cases}$.

Với $t = \sqrt{2}$ thay vào phương trình (*): $2 + \sqrt{2} - 3 = m \Leftrightarrow m = \sqrt{2} - 1 \notin \mathbb{Q}$.

Với $0 < t \leq 1$ ta có bảng biến thiên

t	0	1
f'		+
f	-3	-1

Vậy $-3 < m \leq -1 \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của m là -2 và -1 .

Câu 48: [2D4-3] Cho số phức $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|w^2 + 4| = 2|w|$. Đặt $P = 8(x^2 - y^2) + 12$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $P = -(|w|^2 - 2)^2$. B. $P = -(|w|^2 - 2)^2$. C. $P = -(|w| - 4)^2$. D. $P = -(|w|^2 - 4)^2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $w^2 + 4 = (x + yi)^2 + 4 = x^2 - y^2 + 2xyi + 4 \Rightarrow |w^2 + 4| = \sqrt{(x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2}$.

Do đó

$$\begin{aligned} |w^2 + 4| = 2|w| &\Leftrightarrow \sqrt{(x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2} \Leftrightarrow (x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2 = 4(x^2 + y^2)^2 \\ &\Leftrightarrow x^4 + y^4 - 2x^2y^2 + 8(x^2 - y^2) + 16 + 4x^2y^2 = 4(x^2 + y^2)^2 \\ &\Leftrightarrow x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 4(x^2 + y^2) + 4 + 8(x^2 - y^2) + 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2 + y^2)^2 - 4(x^2 + y^2) + 4 + 8(x^2 - y^2) + 12 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2)^2 + 8(x^2 - y^2) + 12 = 0 \\ &\Leftrightarrow 8(x^2 - y^2) + 12 = -(x^2 + y^2 - 2)^2 \Leftrightarrow P = -(|w|^2 - 2)^2. \end{aligned}$$

Câu 49: [1D2-4] Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n > 4$, $n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

A. 8.

B. 12.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D.

Số cách chọn 3 điểm trong $2n$ điểm phân biệt đã cho là: C_{2n}^3 .

Số cách chọn 3 điểm trong n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng là: C_n^3 .

Số mặt phẳng được tạo ra từ $2n$ điểm đã cho là: $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$.

Như vậy:

$$C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 201 \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 200$$

$$\Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 200$$

$$\Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 1200 = 0 \Leftrightarrow (n-6)(7n^2 + 33n + 200) = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 6$$

Vậy $n = 6$.

Câu 50: [1H3-4] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H , K lần lượt là trung điểm BC , AD .

Vì $AB = AC = BD = CD = 1$ nên $AH \perp BC$ và $DH \perp BC$, suy ra $BC \perp (AHD) \Rightarrow BC \perp HK$.

Mặt khác $\triangle ABC = \triangle DBC$ nên $AH = DH$, suy ra $HK \perp AD$.

Như vậy, HK là đường vuông góc chung của đường thẳng AD và BC . Bởi vậy $d(AD; BC) = HK$.

Đặt $BC = 2x$, $AD = 2y$, với $0 < x < 1$ và $0 < y < 1$.

Ta có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - x^2}$, $HK = \sqrt{AH^2 - AK^2} = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, với $x^2 + y^2 < 1$.

Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là

$$\begin{aligned} V &= V_{B.AHD} + V_{C.AHD} = \frac{1}{3} S_{AHD} \cdot (BH + CH) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot HK \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2y \cdot 2x \cdot \sqrt{1 - x^2 - y^2} \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{x^2 y^2 (1 - x^2 - y^2)}. \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác } x^2 y^2 (1 - x^2 - y^2) \leq \left(\frac{x^2 + y^2 + (1 - x^2 - y^2)}{3} \right)^3 = \frac{1}{27}.$$

$$\text{Nên } V = \frac{2}{3} \sqrt{x^2 y^2 (1 - x^2 - y^2)} \leq \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

Do đó, thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất là bằng $\frac{2\sqrt{3}}{27}$ khi và chỉ khi:

$$x^2 = y^2 = 1 - x^2 - y^2 \Rightarrow x = y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Khi đó $HK = \sqrt{1 - x^2 - y^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $d(AD; BC) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

