

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 001

Câu 1: [2D1-2] Tìm tập xác định S của bất phương trình $3^{-3x} > 3^{-x+2}$.

A. $S = (-1; 0)$.

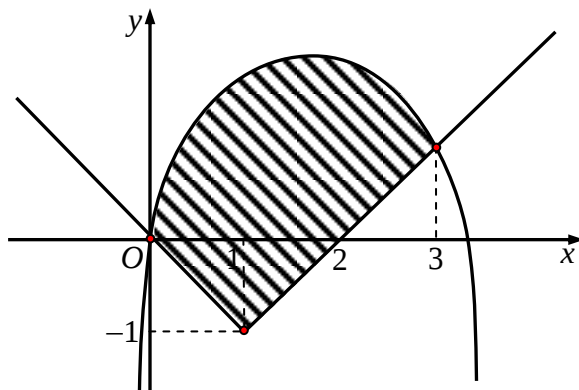
B. $S = (-1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1)$.

D. $S = (-\infty; -1)$.

Câu 2: [2D3-3] Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có

phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



A. $\frac{11}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{14}{3}$.

Câu 3: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	2		$+\infty$
		$-\infty$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 2$.

Câu 4: [1H3-1] Cho hình lập phương $ABCD.A'BC'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 5: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên (Oxz) là điểm nào sau đây.

A. $K(0; 2; 3)$.

B. $H(1; 2; 0)$.

C. $F(0; 2; 0)$.

D. $E(1; 0; 3)$.

Câu 6: [1D5-2] Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm

$A\left(1; \frac{-1}{2}\right).$

A. $y = \frac{1}{2}(x+1) - \frac{1}{2}.$ **B.** $y = \frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{2}.$ **C.** $y = \frac{1}{4}(x-1) - \frac{1}{2}.$ **D.** $y = \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2}.$

Câu 7: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases}.$

Câu 8: [2D4-2] Cho số phức $z = a + bi$ khác 0 ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

A. $\frac{a}{a^2 + b^2}.$

B. $\frac{b}{a^2 + b^2}.$

C. $\frac{-bi}{a^2 + b^2}.$

D. $\frac{-b}{a^2 + b^2}.$

Câu 9: [2D2-2] Với a là số thực dương bất kì và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln a}.$

B. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a.$

C. $\ln a^5 = \frac{5}{\ln a}.$

D. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e.$

Câu 10: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$.

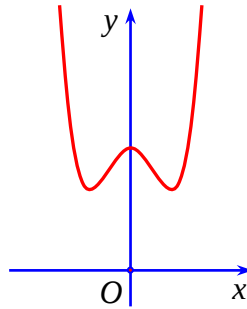
A. $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C.$

B. $3 \sin x - \frac{1}{x} + C.$

C. $3 \cos x + \frac{1}{x} + C.$

D. $3 \cos x + \ln x + C.$

Câu 11: [2D1-1] Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -4x^4 + x^2 + 4.$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 3.$

C. $y = x^4 + 3x^2 + 2.$

D. $y = x^3 - 2x^2 + 1.$

Câu 12: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e \cdot x^e + 4$ là

A. 101376.

B. $e^2 \cdot x^{e-1} + C.$

C. $\frac{x^{e+1}}{e+1} + 4x + C.$

D. $\frac{e \cdot x^{e+1}}{e+1} + 4x + C.$

Câu 13: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

nào sau đây?

A. $K(1; -1; 1).$

B. $H(1; 2; 0).$

C. $E(1; 1; 2).$

D. $F(0; 1; 2).$

Câu 14: [1H3-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

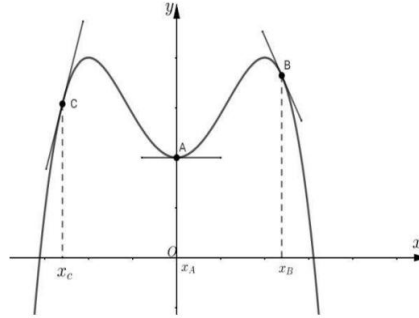
A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Câu 15: [1D5-2] Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.

B. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

C. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.

D. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.

Câu 16: [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}$.

A. $I = \frac{4581}{5000}$.

B. $I = \log \frac{5}{2}$.

C. $I = \ln \frac{5}{2}$.

D. $I = -\frac{21}{100}$.

Câu 17: [1D4-2] Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

A. $L = -5$.

B. $L = 0$.

C. $L = -3$.

D. $L = 5$.

Câu 18: [2H3-3] Trong không gian Oxy , cho điểm $M(-1;1;2)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' ?

A. $\begin{cases} x = -1 - 7t \\ y = 1 + 7t \\ z = 2 + 7t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$.

Câu 19: [2H2-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$.

C. $S_{xq} = 9\pi$.

D. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Câu 20: [1D2-1] Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440.

B. 120.

C. 462.

D. 39916800.

Câu 21: [2D4-1] Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

A. -1 . B. 1 . C. $-i$. D. i .

Câu 22: [2H3-2] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(3-2x)^2$ trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

A. 2 . B. $\frac{1}{2}$. C. 0 . D. 1 .

Câu 23: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

A. $2x + y + 3z - 9 = 0$. B. $2x - y + 3z + 9 = 0$.
B. $2x - y + 3z - 6 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 24: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 . B. 0 . C. 2 . D. 1 .

Câu 25: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 4 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .

Câu 26: [2D3-1] Cho hàm số $y = \pi^x$ có đồ thị (C) . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

A. $V = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx$. B. $V = \pi^3 \int_2^3 \pi^x dx$. C. $V = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx$. D. $V = \pi^2 \int_2^3 \pi^x dx$.

Câu 27: [2H1-1] Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = \frac{1}{6} Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 28: [1D2-2] Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x-1)^n$.

A. 25344 . B. 101376 . C. -101376 . D. -25344 .

Câu 29: [1D2-2] Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{90}{119}$. B. $\frac{30}{119}$. C. $\frac{125}{7854}$. D. $\frac{6}{119}$.

Câu 30: [2D4-1] Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$. B. 5 . C. 25 . D. $\sqrt{37}$.

- Câu 31:** [2D3-2] Biết $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + ex^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \ln \left(p + \frac{e}{e + \pi} \right)$ với m, n, p là các số nguyên dương. Tính tổng $S = m + n + p$.
- A. $S = 6$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 8$.
- Câu 32:** [2D2-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.
- Câu 33:** [1H3-2] Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a$, $\angle ABC = 45^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC .
- A. 60° . B. 120° . C. 90° . D. 30° .
- Câu 34:** [2D1-1] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C_2) . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ. B. (C_1) và (C_2) trùng nhau.
C. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Oy . D. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Ox .
- Câu 35:** [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(0; +\infty) \setminus \{e\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$, $f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln 6$ và $f(e^2) = 3$. Giá trị của biểu thức $f\left(\frac{1}{e}\right) + f(e^3)$ bằng
- A. $3\ln 2 + 1$. B. $2\ln 2$. C. $3(\ln 2 + 1)$. D. $\ln 2 + 3$.
- Câu 36:** [2D2-3] Cho phương trình $e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Khi đó S có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính $T = 10a + 20b$.
- A. $T = 10\sqrt{3}$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = 3\sqrt{10}$.
- Câu 37:** [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.
- A. $2x - y + 2z - 3 = 0$. B. $4x - y - z - 6 = 0$.
C. $2x + y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.
- Câu 38:** [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1), N\left(\frac{-8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .
- A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$. B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.
- Câu 39:** [1D3-1] Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Câu 40: [2H2-1] Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

A. $r = 4a$.B. $r = 6a$.C. $r = 4\pi$.D. $r = 8a$.

Câu 41: [2D1-3] Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.B. $m \in (0; +\infty)$.C. $m \in (-\infty; 0)$.D. $m = 0$.

Câu 42: [2D2-2] Biết rằng phương trình $2\ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4\ln 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $P = \frac{x_1}{x_2}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. 64.

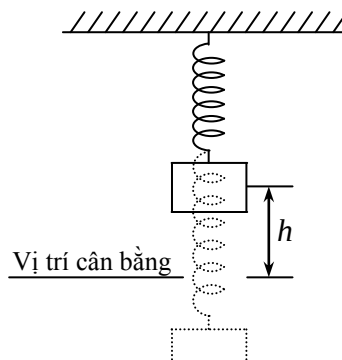
C. $\frac{1}{64}$.

D. 4.

Câu 43: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 2$.B. $m = 1$.C. $m \in \emptyset$.D. $m \in [1; +\infty)$.

Câu 44: [1D1-3] Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống qua vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách h từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm t giây được tính theo công thức $h = |d|$ trong đó $d = 5\sin 6t - 4\cos 6t$ với d được tính bằng centimet.



Ta quy ước rằng $d > 0$ khi vật ở trên vị trí cân bằng, $d < 0$ khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên, có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất?

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 45: [2D2-3] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

A. 1419.

B. 1418.

C. 1420.

D. 1417.

Câu 46: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = -\frac{3}{4}$.B. $T = \frac{33}{5}$.C. $T = \frac{27}{4}$.D. $T = \frac{31}{5}$.

Câu 47: [1D3-4] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. M là một điểm di động trên đoạn AB . Gọi H là hình chiếu của A' trên đường thẳng CM . Tính độ dài đoạn thẳng BH khi tam giác AHC có diện tích lớn nhất.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$. D. $a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)$.

Câu 48: [2D4-4] Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 2$. Tính $a + b$ khi $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $4 - \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. 3. D. $4 + \sqrt{3}$.

Câu 49: [2H1-4] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$. B. $V = \frac{11\sqrt{2}}{216}$. C. $V = \frac{7\sqrt{2}}{216}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{108}$.

Câu 50: [1D2-3] Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố

- A. $\frac{2045}{13608}$. B. $\frac{409}{90000}$. C. $\frac{409}{3402}$. D. $\frac{409}{11250}$.

---HẾT---

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	D	D	C	A	D	A	1B	B	D	D	B	B	C	D	B	D	A	D	D	D	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	D	A	B	C	A	A	C	C	A	D	B	B	A	B	C	C	D	A	A	C	D	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-2] Tìm tập xác định S của bất phương trình $3^{-3x} > 3^{-x+2}$.

A. $S = (-1; 0)$.

B. $S = (-1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1)$.

D. $S = (-\infty; -1)$.

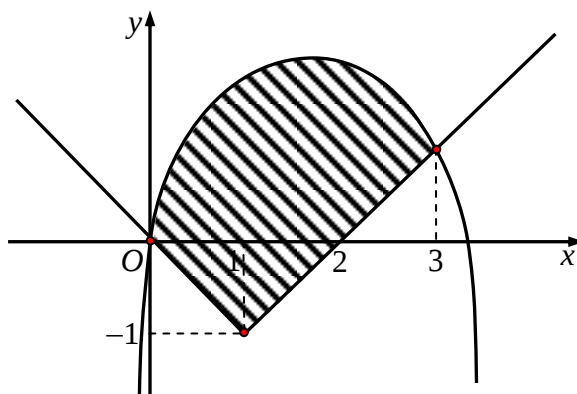
Lời giải

Chọn D.

Ta có $3^{-3x} > 3^{-x+2} \Leftrightarrow -3x > -x+2 \Leftrightarrow 2x < -2 \Leftrightarrow x < -1$.

Câu 2: [2D3-3] Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có

phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



A. $\frac{11}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -x$ và $y = x - 2$ là: $-x = x - 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

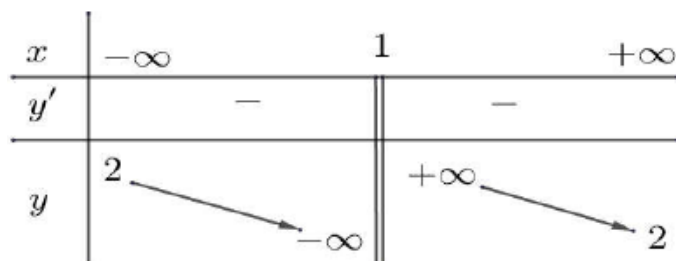
$$S = \int_0^1 \left(\frac{10}{3}x - x^2 + x \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{10}{3}x - x^2 - x + 2 \right) dx.$$

$$\Leftrightarrow S = \int_0^1 \left(\frac{13}{3}x - x^2 \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{7}{3}x - x^2 + 2 \right) dx$$

$$\Leftrightarrow S = \int_0^1 \left(\frac{13}{3}x - x^2 \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{7}{3}x - x^2 + 2 \right) dx$$

$$\Leftrightarrow S = \left(\frac{13}{6}x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{7}{6}x^2 - \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_1^3 = \frac{13}{2}.$$

Câu 3: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa bảng biến thiên ta có đáp án đúng là **A.**

Câu 4: **[1H3-1]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

A. 45° .

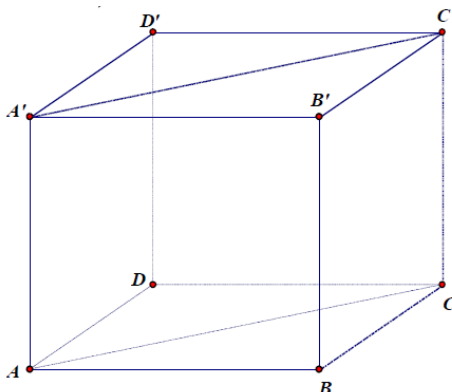
B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.



Do $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow (ACC'A') \perp (ABCD)$.

Câu 5: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên (Oxz) là điểm nào sau đây.

A. $K(0;2;3)$.

B. $H(1;2;0)$.

C. $F(0;2;0)$.

D. $E(1;0;3)$.

Lời giải

Chọn D.

Hình chiếu vuông góc của $M(1;2;3)$ trên (Oxz) là điểm $E(1;0;3)$.

Câu 6: **[1D5-2]** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm

$A\left(1; \frac{-1}{2}\right)$.

A. $y = \frac{1}{2}(x+1) - \frac{1}{2}$. **B.** $y = \frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{2}$. **C.** $y = \frac{1}{4}(x-1) - \frac{1}{2}$. **D.** $y = \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 2}{(x+1)^2}$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; \frac{-1}{2}\right)$ là: $y = y'(1)(x-1) - \frac{1}{2}$

Vậy (d): $y = \frac{1}{4}(x-1) - \frac{1}{2}$.

Câu 7: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$ sẽ có vector chỉ phương là $\vec{a_d} = (2; 1; -3)$

Đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua $B(3; 3; -3)$ nên đường thẳng d còn có thể viết $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$.

Câu 8: **[2D4-2]** Cho số phức $z = a + bi$ khác 0 ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

A. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. **B.** $\frac{b}{a^2 + b^2}$. **C.** $\frac{-bi}{a^2 + b^2}$. **D.** $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} + \frac{-b}{a^2+b^2}i$. Vậy phần ảo của z^{-1} là $\frac{-b}{a^2+b^2}$.

Câu 9: **[2D2-2]** Với a là số thực dương bất kì và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln a}$. **B.** $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$. **C.** $\ln a^5 = \frac{5}{\ln a}$. **D.** $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_{a^5} e = \frac{1}{5} \log_a e = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\log_e a} = \frac{1}{5 \ln a}$.

Câu 10: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x + \frac{1}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$.

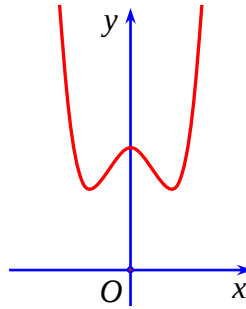
- A. $-3\sin x + \frac{1}{x} + C$. B. $3\sin x - \frac{1}{x} + C$. C. $3\cos x + \frac{1}{x} + C$. D. $3\cos x + \ln x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \left(3\cos x + \frac{1}{x^2} \right) dx = 3\sin x - \frac{1}{x} + C.$$

Câu 11: [2D1-1] Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -4x^4 + x^2 + 4$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương có $a > 0$ và có 3 cực trị.

Câu 12: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e \cdot x^e + 4$ là

- A. 101376. B. $e^2 \cdot x^{e-1} + C$. C. $\frac{x^{e+1}}{e+1} + 4x + C$. D. $\frac{e \cdot x^{e+1}}{e+1} + 4x + C$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (e \cdot x^e + 4) dx = \frac{e \cdot x^{e+1}}{e+1} + 4x + C.$$

Câu 13: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

nào sau đây?

- A. $K(1; -1; 1)$. B. $H(1; 2; 0)$. C. $E(1; 1; 2)$. D. $F(0; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

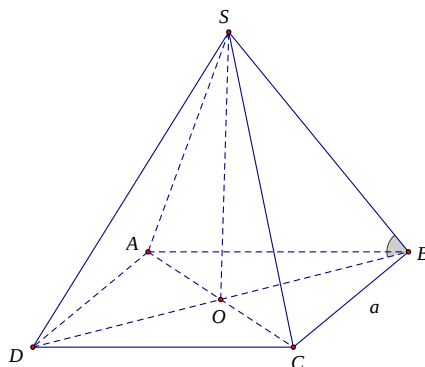
Đường thẳng d đi qua điểm $F(0; 1; 2)$.

Câu 14: [1H3-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Lời giải

Chọn B.



Trong $(ABCD)$ gọi O là giao điểm của AC và BD . Ta có: $SO \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow d(S, (ABCD)) = SO.$$

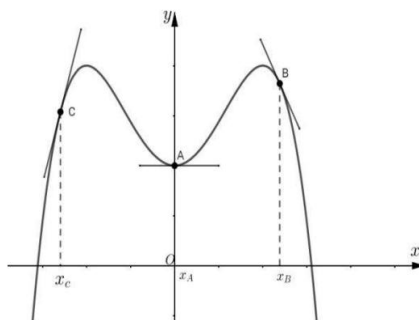
Ta lại có: OB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = SBO = 60^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle SOB \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } SO = OB \cdot \tan SBO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 15: [1D5-2] Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.

B. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

C. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.

D. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào hình vẽ ta có: $f'(x_A) = 0$, $f'(x_B) < 0$, $f'(x_C) > 0$.

Vậy $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

Câu 16: [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}$.

A. $I = \frac{4581}{5000}$.

B. $I = \log \frac{5}{2}$.

C. $I = \ln \frac{5}{2}$.

D. $I = -\frac{21}{100}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| \Big|_0^3 = \ln \frac{5}{2}.$$

Câu 17: [1D4-2] Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

A. $L = -5$.

B. $L = 0$.

C. $L = -3$.

D. $L = 5$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+4) = 5$.

Câu 18: [2H3-3] Trong không gian Oxy , cho điểm $M(-1;1;2)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt d và vuông góc với d' ?

A. $\begin{cases} x = -1 - 7t \\ y = 1 + 7t \\ z = 2 + 7t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ , A là giao của Δ và d .

Khi đó: $A(2+3t; -3+2t; 1+t)$, $\overrightarrow{MA} = (3+3t; -4+2t; -1+t)$.

Do Δ vuông góc với d' nên: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 7t - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Khi đó $\overrightarrow{MA} = (6; -2; 0)$, hay vector chỉ phương của Δ là $(3; -1; 0)$.

Vậy phương trình $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$.

Câu 19: [2H2-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$.

C. $S_{xq} = 9\pi$.

D. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{1}{2}AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = SA = 3$. Do đó $S_{xq} = \pi rl = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Câu 20: [1D2-1] Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440.

B. 120.

C. 462.

D. 39916800.

Lời giải

Chọn A.

Số cách chọn của huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^5 = 55440$.

Câu 21: [2D4-1] Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

A. -1 .

B. 1 .

C. $-i$.

D. i .

Lời giải

Chọn D.

Câu 22: [2H3-2] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(3-2x)^2$ trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

A. 2 .

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = (3-2x)^2 + x \cdot 2 \cdot (3-2x)(-2) = 12x^2 - 24x + 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 24x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \notin \left[\frac{1}{4}; 1\right] \\ x = \frac{1}{2} \in \left[\frac{1}{4}; 1\right] \end{cases}.$$

Ta có $y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{16}$; $y(1) = 1$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Vậy $\min_{\left[\frac{1}{4}; 1\right]} y = 1$.

Câu 23: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua

$M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

A. $2x + y + 3z - 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 6 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Vì mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ nên VTPT của mặt phẳng là $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

Mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$, nhận $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm VTPT có phương trình là:

$$2(x-1) - (y+1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0.$$

Câu 24: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn C.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua điểm $x_1 = -2$ và $x_2 = 3$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 25: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 4 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 1 .

Lời giải**Chọn A.**

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}} = 1 \Rightarrow \text{TCN: } y = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}} = -1 \Rightarrow \text{TCN: } y = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow \text{TCD: } x = -2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty \Rightarrow \text{TCD: } x = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 26: [2D3-1] Cho hàm số $y = \pi^x$ có đồ thị (C) . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

A. $V = \pi \int_3^2 \pi^{2x} dx$. B. $V = \pi^3 \int_2^3 \pi^x dx$. C. $V = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx$. D. $V = \pi^2 \int_2^3 \pi^x dx$.

Lời giải**Chọn C.**

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_2^3 (\pi^x)^2 dx = \pi \int_2^3 \pi^{2x} dx.$$

Câu 27: [2H1-1] Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = \frac{1}{6} Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải**Chọn D.**

Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Câu 28: [1D2-2] Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x-1)^n$.

A. 25344. B. 101376. C. -101376. D. -25344.

Lời giải**Chọn D.**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{1}{2}(n-1)n = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13(L) \end{cases}.$$

Suy ra: $(2x-1)^n = (2x-1)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^{12-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2)^{12-k} (-1)^k x^{12-k}$.

Hệ số x^5 ứng với $k=7$. Vậy: Hệ số x^5 là $C_{12}^7 2^5 (-1)^7 = -25344$.

Câu 29: **[1D2-2]** Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{90}{119}$.

B. $\frac{30}{119}$.

C. $\frac{125}{7854}$.

D. $\frac{6}{119}$.

Lời giải

Chọn A.

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega| = C_{35}^3$.

Gọi A là biến cố “trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ”.

Ta có: $|\Omega_A| = C_{15}^2 C_{20}^1 + C_{15}^1 C_{20}^2$. Vậy: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{90}{119}$.

Câu 30: **[2D4-1]** Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1+2i$; $z_2 = 5-i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$.

B. 5.

C. 25.

D. $\sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $A(1;2), B(5;-1) \Rightarrow AB=5$.

Câu 31: **[2D3-2]** B. iết $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + ex^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{m} + \frac{1}{e \ln n} \ln \left(p + \frac{e}{e + \pi} \right)$ với m, n, p là các số nguyên dương. Tính tổng $S = m + n + p$.

A. $S = 6$.

B. $S = 5$.

C. $S = 7$.

D. $S = 8$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + ex^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \int_0^1 \left(x^3 + \frac{2^x}{\pi + e \cdot 2^x} \right) dx = \frac{1}{4} + \int_0^1 \frac{2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{4} + J$.

Tính $J = \int_0^1 \frac{2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx$. Đặt $\pi + e \cdot 2^x = t \Rightarrow e \cdot 2^x \ln 2 dx = dt \Leftrightarrow 2^x dx = \frac{1}{e \cdot \ln 2} dt$.

Đổi cận: Khi $x=0$ thì $t=\pi+e$; khi $x=1$ thì $t=\pi+2e$.

$J = \int_0^1 \frac{2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{e \ln 2} \int_{\pi+e}^{\pi+2e} \frac{1}{t} dt = \frac{1}{e \ln 2} \ln |t| \Big|_{\pi+e}^{\pi+2e} = \frac{1}{e \ln 2} \ln \left(1 + \frac{e}{e + \pi} \right)$.

Khi đó $\int_0^1 \frac{\pi x^3 + 2^x + ex^3 \cdot 2^x}{\pi + e \cdot 2^x} dx = \frac{1}{4} + \frac{1}{e \ln 2} \ln \left(1 + \frac{e}{e + \pi} \right) \Rightarrow m=4, n=2, p=1$. Vậy $S=7$.

Câu 32: **[2D2-2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = x - m + \frac{1}{x-1}$.

Để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $y' \geq 0$ với $\forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x-1} \geq m \text{ với } \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \leq \min_{(1; +\infty)} f(x).$$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ ta có

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 2\sqrt{(x-1)\frac{1}{(x-1)}} + 1 \geq 3 \Rightarrow \min_{(1; +\infty)} f(x) = 3. \text{ Do } m \in \mathbb{R}^+ \text{ nên } m \in \{1; 2; 3\}.$$

Câu 33: **[1H3-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a$, $ABC = 45^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC .

A. 60° .

B. 120° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A.

Ta có tam giác ABC vuông cân tại A , tam giác BDC vuông cân tại D .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CD}$$

$$= |\overrightarrow{DB}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CD}) - |\overrightarrow{DA}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{1}{2}a^2.$$

$$\text{Mặt khác ta lại có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{CD}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{CD}|} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ.$$

Câu 34: **[2D1-1]** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C_2) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ. **B.** (C_1) và (C_2) trùng nhau.

C. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Oy .

D. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Ox .

Lời giải

Chọn C.

Xét $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ và $y = g(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ đều xác định trên $\mathbb{R}$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta luôn có $f(-x) = (-x)^3 + 3(-x)^2 - 4 = -x^3 + 3x^2 - 4 = g(x)$

Suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ đối xứng nhau qua Oy , tức (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Oy .

Câu 35: **[2D3-3]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(0; +\infty) \setminus \{e\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$,

$$f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln 6 \text{ và } f(e^2) = 3. \text{ Giá trị của biểu thức } f\left(\frac{1}{e}\right) + f(e^3) \text{ bằng}$$

A. $3\ln 2 + 1$.

B. $2\ln 2$.

C. $3(\ln 2 + 1)$.

D. $\ln 2 + 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x(\ln x - 1)} dx = \int \frac{1}{\ln x - 1} d(\ln x) = \ln |\ln x - 1| + C$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln |\ln x - 1| + C_1 & \text{khi } 0 < x < e \\ \ln |\ln x - 1| + C_2 & \text{khi } x > e \end{cases}.$$

$$\text{Do } f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln 6 \Rightarrow \ln \left| \ln \frac{1}{e^2} - 1 \right| + C_1 = \ln 6 \Leftrightarrow \ln 3 + C_1 = \ln 6 \Leftrightarrow C_1 = \ln 2$$

$$\text{Đồng thời } f(e^2) = 3 \Rightarrow \ln |\ln e^2 - 1| + C_2 = 3 \Leftrightarrow C_2 = 3$$

$$\text{Khi đó: } f\left(\frac{1}{e}\right) + f(e^3) = \ln \left| \ln \frac{1}{e} - 1 \right| + \ln 2 + \ln |\ln e^3 - 1| + 3 = 3(\ln 2 + 1).$$

Câu 36: [2D2-3] Cho phương trình $e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Khi đó S có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính $T = 10a + 20b$.

A. $T = 10\sqrt{3}$.

B. $T = 0$.

C. $T = 1$.

D. $T = 3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x$$

$$\Leftrightarrow e^{m \cos x - \sin x} + m \cos x - \sin x = e^{2(1 - \sin x)} + 2(1 - \sin x)$$

Xét hàm số $f(t) = e^t + t$ ($t \in \mathbb{R}$), $f'(t) = e^t + 1 > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } e^{m \cos x - \sin x} + m \cos x - \sin x = e^{2(1 - \sin x)} + 2(1 - \sin x) \Leftrightarrow m \cos x - \sin x = 2(1 - \sin x)$$

$$\Leftrightarrow m \cos x + \sin x = 2. \text{ Phương trình có nghiệm khi } m^2 + 1 \geq 4 \Leftrightarrow m^2 \geq 3.$$

$$\Rightarrow S = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty). \text{ Vậy } T = 10a + 20b = 10\sqrt{3}.$$

Câu 37: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $2x - y + 2z - 3 = 0$.

B. $4x - y - z - 6 = 0$.

C. $2x + y + 2z - 6 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, do A , B , C thuộc ba tia Ox , Oy , Oz nên a , b , $c > 0$.

$$(P) \text{ theo đoạn chắn có dạng } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \text{ Do } M(2;1;1) \in (P) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1.$$

$$\text{Áp dụng Cauchy cho 3 số dương } \frac{2}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c} \text{ ta có } 1 = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}}$$

$$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{abc}{6} \geq 9. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = c = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 6 = 0.$$

Câu 38: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(\frac{-8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1.$

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1.$

Lời giải

Chọn B.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

Ta áp dụng tính chất sau: “Cho tam giác OMN với I là tâm đường tròn nội tiếp, ta có $a\vec{IO} + b\vec{IM} + c\vec{IN} = \vec{0}$, với $a = MN$, $b = ON$, $c = OM$ ”.

Ta có $OM = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$, $ON = \sqrt{\left(\frac{-8}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = 4$.

$MN = \sqrt{\left(\frac{-8}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 1\right)^2} = 5.$

$$5\vec{IO} + 4\vec{IM} + 3\vec{IN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot \left(\frac{-8}{3}\right)}{3 + 4 + 5} = 0 \\ y_I = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)}{3 + 4 + 5} = 1 \\ z_I = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)}{3 + 4 + 5} = 1 \end{cases}$$

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$.

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) nên mặt cầu có bán kính $R = d(I, (Oxz)) = 1$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Câu 39: [1D3-1] Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 4)}{2} = 253$

$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} (L) \end{cases}$

Câu 40: [2H2-1] Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

A. $r = 4a$.

B. $r = 6a$.

C. $r = 4\pi$.

D. $r = 8a$.

Lời giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow r = \frac{S_{xq}}{2\pi l} = \frac{16\pi a^2}{2\pi \cdot 2a} = 4a$.

Câu 41: **[2D1-3]** Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. **B.** $m \in (0; +\infty)$. **C.** $m \in (-\infty; 0)$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$mx + 1 = \frac{x+1}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (mx+1)(x-1) = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ mx^2 - mx - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

YCBT $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 thỏa mãn $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = m^2 + 8m > 0 \\ m \cdot 1^2 - m \cdot 1 - 2 \neq 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ m < -8 \end{cases} \\ m \in \mathbb{R} \\ -\frac{2}{m} - 1 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 0 \\ m < -8 \end{cases} \\ \frac{2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

Câu 42: **[2D2-2]** Biết rằng phương trình $2\ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4\ln 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $P = \frac{x_1}{x_2}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. 64.

C. $\frac{1}{64}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0 \quad (*)$.

Phương trình $\Leftrightarrow \ln(x+2)^2 + \ln 4 = \ln x + \ln 3^4 \Leftrightarrow \ln[4(x+2)^2] = \ln(x \cdot 3^4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot 3^4 > 0 \\ 4(x+2)^2 = 81x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ thỏa mãn } (*) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{4} \\ x_2 = 16 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{64}.$$

Câu 43: **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m \in [1; +\infty)$.

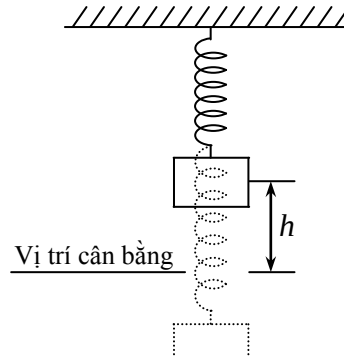
Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = -3x^2 + 4x - m$, $y'' = -6x + 4$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ -2 > 0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Câu 44: [1D1-3] Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống qua vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách h từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm t giây được tính theo công thức $h = |d|$ trong đó $d = 5\sin 6t - 4\cos 6t$ với d được tính bằng centimet.



Ta quy ước rằng $d > 0$ khi vật ở trên vị trí cân bằng, $d < 0$ khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên, có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất?

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $h = |d| = |5\sin 6t - 4\cos 6t| = \sqrt{41} |\sin(6t + \alpha)| \leq \sqrt{41}$, với $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} \\ \sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}} \end{cases}$.

Do đó vật ở xa vị trí cân bằng nhất $h_{\max} = \sqrt{41}$ khi $|\sin(6t + \alpha)| = 1 \Leftrightarrow \cos(6t + \alpha) = 0$

$$\Leftrightarrow 6t + \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = -\frac{\alpha}{6} + \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6}.$$

Trong giây đầu tiên, $0 \leq t \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq -\frac{\alpha}{6} + \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{6} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{6}{\pi} + \frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2} \Rightarrow k \in \{0; 1\}$.

Vậy có 2 lần vật ở xa vị trí cân bằng nhất.

Câu 45: [2D2-3] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

A. 1419.

B. 1418.

C. 1420.

D. 1417.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$ nên u_n là cấp số cộng có công sai $d = 3$

$$e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} - e^{u_{18}} \quad (1)$$

Đặt $t = e^{u_{18}} - e^{4u_1}$ ($t \geq 0$)

Phương trình (1) trở thành $5\sqrt{t} = -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ 25t = t^2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$

$$5\sqrt{t} = -t \Leftrightarrow t + 5\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t}(\sqrt{t} + 5) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Với $t = 0$ ta có : $e^{u_{18}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow u_{18} = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 + 51 = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 = 17$

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = 17 + (n-1)3 = 3n + 14$

Có : $\log_3 u_n < \ln 2018 \Leftrightarrow u_n < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow 3n + 14 < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow n < \frac{3^{\ln 2018} - 14}{3} \approx 1419,98$

Vậy giá trị lớn nhất của n là 1419.

Câu 46: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A , B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = -\frac{3}{4}$.

B. $T = \frac{33}{5}$.

C. $T = \frac{27}{4}$.

D. $T = \frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B , có một VTCP là $\overrightarrow{BA} = (1;2;3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

$\overrightarrow{IB} = (1;-1;1) \Rightarrow IB = \sqrt{3} < R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) (C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.

Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB , ta có:

$$d(I, (P)) = IH \leq IK$$

Do đó $d(I, (P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K: K \in AB \Rightarrow K(t; 2t; 1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t+1; 2t-1; 3t+1)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \left(\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{4}{7}\right) = \frac{1}{7}(6; -9; 4)$

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0;0;1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6; -9; 4)$

$\Rightarrow (P): 6x - 9y + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{27}{4}y - 3z + 3 = 0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

Câu 47: [1D3-4] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. M là một điểm di động trên đoạn AB . Gọi H là hình chiếu của A' trên đường thẳng CM . Tính độ dài đoạn thẳng BH khi tam giác AHC có diện tích lớn nhất.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

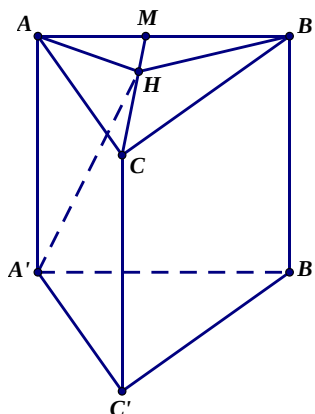
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$.

D. $a\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp CM$. Mặt khác $A'H \perp CM$. Do đó $CM \perp (AA'H)$. Suy ra $CM \perp AH$. Vậy H còn là hình chiếu của A trên CM .

Ta có $S_{AHC} = \frac{1}{2} AH \cdot HC \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (AH^2 + HC^2) = \frac{AC^2}{4} = \frac{a^2}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi $AH = HC$, tức là khi $ACM = 45^\circ$. Vậy tam giác AHC có diện tích lớn nhất khi M ở vị trí sao cho $ACM = 45^\circ$. Khi đó $HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $HCB = 15^\circ$.

Trong tam giác HBC : $BH^2 = HC^2 + BC^2 - 2HC \cdot BC \cdot \cos HCB$

$$= \frac{a^2}{2} + a^2 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} = \frac{(4 - 2\sqrt{3})a^2}{4} \Rightarrow BH = \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{2}.$$

Câu 48: [2D4-4] Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 2$. Tính $a + b$ khi $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $4 - \sqrt{3}$.

B. $2 + \sqrt{3}$.

C. 3.

D. $4 + \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:

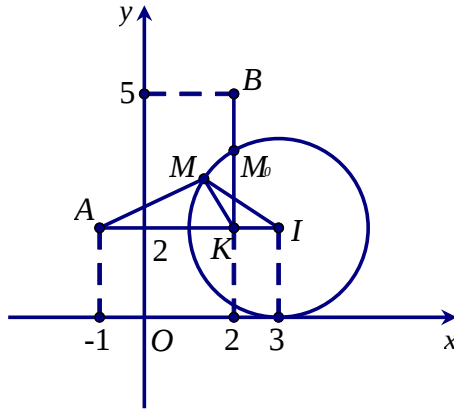
Đặt $z - 3 - 2i = w$ với $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo bài ra ta có $|w| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= |z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i| = |w + 4| + 2|w + 1 - 3i| = \sqrt{(x+4)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} \\ &= \sqrt{20 + 8x} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = 2\sqrt{5 + 2x} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} \\ &= 2\left(\sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 1} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}\right) = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}\right) \\ &\geq 2(|y| + |y-3|) \geq 2|y+3-y| = 6. \end{aligned}$$

$$P = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y(3-y) \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy GTNN của P là bằng 6 đạt được khi $z = 2 + (2 + \sqrt{3})i$.

Cách 2:



$$|z - 3 - 2i| = 2 \Rightarrow MI = 2 \Rightarrow M \in (I; 2) \text{ với } I = (3; 2).$$

$$P = |z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i| = MA + 2MB \text{ với } A = (1; 2), B = (2; 5).$$

$$\text{Ta có } IM = 2; IA = 4. \text{ Chọn } K(2; 2) \text{ thì } IK = 1. \text{ Do đó ta có } IA \cdot IK = IM^2 \Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{IM}{IK}$$

$$\Rightarrow \triangle IAM \text{ và } \triangle IMK \text{ đồng dạng với nhau} \Rightarrow \frac{AM}{MK} = \frac{IM}{IK} = 2 \Rightarrow AM = 2MK.$$

$$\text{Từ đó } P = MA + 2MB = 2(MK + MB) \geq 2BK.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M, K, B thẳng hàng và M thuộc đoạn thẳng BK .

$$\text{Từ đó tìm được } M = (2; 2 + \sqrt{3}).$$

Cách 3:

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$. Đặt $I = (3; 2)$, $A(-1; 2)$ và $B(2; 5)$.

Ta xét bài toán: Tìm điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm I , bán kính $R = 2$ sao cho biểu thức $P = MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước tiên, ta tìm điểm $K(x; y)$ sao cho $MA = 2MK \forall M \in (C)$.

$$\text{Ta có } MA = 2MK \Leftrightarrow MA^2 = 4MK^2 \Leftrightarrow (\overline{MI} + \overline{IA})^2 = 4(\overline{MI} + \overline{IK})^2$$

$$\Leftrightarrow MI^2 + IA^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IA} = 4(MI^2 + IK^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IK}) \Leftrightarrow 2\overline{MI}(\overline{IA} - 4\overline{IK}) = 3R^2 + 4IK^2 - IA^2 (*).$$

$$(*) \text{ luôn đúng } \forall M \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{IA} - 4\overline{IK} = \vec{0} \\ 3R^2 + 4IK^2 - IA^2 = 0 \end{cases}.$$

$$\overline{IA} - 4\overline{IK} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x - 3) = -4 \\ 4(y - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Thử trực tiếp ta thấy $K(2; 2)$ thỏa mãn $3R^2 + 4IK^2 - IA^2 = 0$.

Vì $BI^2 = 1^2 + 3^2 = 10 > R^2 = 4$ nên B nằm ngoài (C) .

Vì $KI^2 = 1 < R^2 = 4$ nên K nằm trong (C) .

$$\text{Ta có } MA + 2MB = 2MK + 2MB = 2(MK + MB) \geq 2KB.$$

Dấu bằng trong bất đẳng thức trên xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn thẳng BK .

Do đó $MA + 2MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của (C) và đoạn thẳng BK .

Phương trình đường thẳng BK : $x = 2$.

$$\text{Phương trình đường tròn } (C): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4.$$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=2 \\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2+\sqrt{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=2 \\ y=2-\sqrt{3} \end{cases}$.

Thử lại thấy $M(2; 2+\sqrt{3})$ thuộc đoạn BK .

Vậy $a=2, b=2+\sqrt{3} \Rightarrow a+b=4+\sqrt{3}$.

Câu 49: [2H1-4] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$.

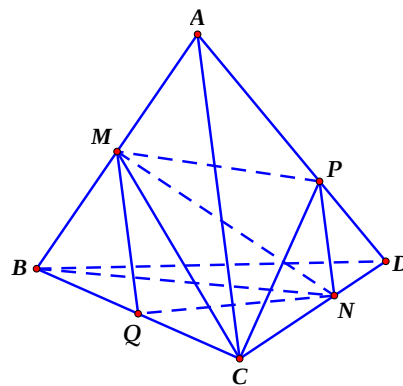
B. $V = \frac{11\sqrt{2}}{216}$.

C. $V = \frac{7\sqrt{2}}{216}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{108}$.

Lời giải

Chọn B.



Từ N kẻ $NP \parallel AC, N \in AD$

M kẻ $MQ \parallel AC, Q \in BC$. Mặt phẳng (P) là $MPNQ$

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}$

$V = V_{ACMPNQ} = V_{AMPC} + V_{MQNC} + V_{MPNC}$

Ta có $V_{AMPC} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AP}{AD} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCD} = \frac{1}{3} V_{ABCD}$

$V_{MQNC} = \frac{1}{2} V_{AQNC} = \frac{1}{2} \frac{CQ}{CB} \cdot \frac{CN}{CD} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCD} = \frac{1}{6} V_{ABCD}$

$V_{MPNC} = \frac{2}{3} V_{MPCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} V_{MACD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \frac{AM}{AB} \cdot V_{ABCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{ABCD} = \frac{1}{9} V_{ABCD}$

Vậy $V = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} \right) V_{ABCD} \Rightarrow V = \frac{11}{18} V_{ABCD} = \frac{11\sqrt{2}}{216}$.

Câu 50: [1D2-3] Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố

A. $\frac{2045}{13608}$.

B. $\frac{409}{90000}$.

C. $\frac{409}{3402}$.

D. $\frac{409}{11250}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde} = 11k$

Số cách chọn số có 5 chữ số từ tập số tự nhiên là: $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$

Gọi A là biến cố: chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

Do số có tận cùng là số nguyên tố nên $e = \{2; 3; 5; 7\}$

Suy ra k có tận cùng là 2 ; 3 ; 5 ; 7 .

Ta có số cần tìm có 5 chữ số nên $10010 \leq 11k \leq 99990 \Leftrightarrow 910 \leq 11k \leq 9090$.

Xét các bộ số $(910; 911, \dots, 919)$; $(920; 921; \dots, 929)$; $(9080; 9081 \dots 9089)$

Số các bộ số là $\frac{9090 - 910}{10} = 818$ bộ.

mỗi bộ số sẽ có 4 số k thỏa mãn. Do đó $n_A = 818 \cdot 4 = 3272$

Xác suất của biến cố là $P_A = \frac{3272}{9 \cdot 10^4} = \frac{409}{11250}$.

-----HẾT-----