

**SỞ GD VÀ ĐT HẢI DƯƠNG
TRƯỜNG KINH MÔN**

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN II, NĂM HỌC 2017-2018

MÔN: TOÁN 12

(Thời gian làm bài 90 phút)

Mã đề thi 001

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu 1: [0H2-3] Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MA:MB:MC=1:2:3$ khi đó góc AMB bằng bao nhiêu?

- A.** 135° . **B.** 90° . **C.** 150° . **D.** 120° .

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến $(P): x+3y-4z+9=0$ là:

- A.** $\frac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\frac{17}{\sqrt{26}}$. **D.** $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Câu 3: [2D2-3] Tìm giá trị của a để phương trình $(2+\sqrt{3})^x + (1-a)(2-\sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$, ta có a thuộc khoảng:

- A.** $(-\infty; -3)$. **B.** $(-3; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 4: [2D3-4] Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$; thỏa mãn $f(0)=1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{x}{x^2+1}$.

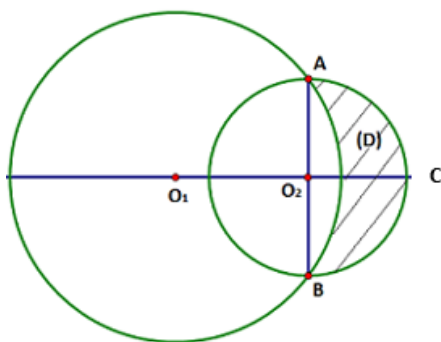
Khi đó hiệu $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$ thuộc khoảng

- A.** $(2;3)$ **B.** $(7;9)$ **C.** $(0;1)$ **D.** $(9;12)$

Câu 5: [2D1-2] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0); (2;+\infty)$;
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$;
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0); (2;+\infty)$;
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 6: [2D3-4] Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2;3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = 36\pi$. B. $V = \frac{68\pi}{3}$. C. $V = \frac{14\pi}{3}$. D. $V = \frac{40\pi}{3}$.

Câu 7: [2D4-3] Số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ là

A. 9. B. 8. C. 6. D. 7.

Câu 8: [1D5-2] Cho $f(x) = \sin^3 ax$, $a > 0$. Tính $f'(\pi)$

A. $f'(\pi) = 3\sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$. B. $f'(\pi) = 0$.
C. $f'(\pi) = 3a\sin^2(a\pi)$. D. $f'(\pi) = 3a \cdot \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$.

Câu 9: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$. B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.
C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$. D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 10: [2D2-2] Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0 e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 triệu và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

A. 2018. B. 2017. C. 2015. D. 2016.

Câu 11: [2D3-2] Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$. C. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$. D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

Câu 12: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\frac{5}{4} < m \leq 2$. B. $-2 < m < \frac{5}{4}$. C. $-\frac{5}{4} < m < 2$. D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Câu 13: [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$. Với giá trị nào của m thì $f'(x) - 6x > 0$ với mọi $x > 2$

A. $m > \frac{1}{2}$. B. $m < -\frac{1}{2}$. C. $m > 1$. D. $m \leq 0$.

Câu 14: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của vector $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

A.
$$\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ x - 2y + z - 21 = 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$$

Câu 15: [1D1-2] Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16: [2D3-3] Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, tính tổng $S = a + b + c$

A. $S = 1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 3$.

D. $S = 0$.

Câu 17: [2H1-3] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại N, K . Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 18: [1D1-3] Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$

A. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$.

B. $(643)^2 \pi$.

C. $(642)^2 \pi$.

D. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$.

Câu 19: [2D2-2] Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

A. $x > -\frac{2}{3}$.

B. $x > \frac{3}{2}$.

C. $x > \frac{2}{3}$.

D. $x < \frac{2}{3}$.

Câu 20: [2H2-2] Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?

A. Một.

B. Hai.

C. Không có hình nón nào.

D. Ba.

Câu 21: [1H2-1] Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 22: [1H3-4] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1$, $AC=2$, $AA'=3$ và $BAC=120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh BB', CC' sao cho $BM=3B'M$; $CN=2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$.

B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$.

D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$.

Câu 23: [2D4-1] Cho số phức $z = 2018 - 2017i$. Điểm M biểu diễn của số phức liên hợp của z là

A. $M(-2018; 2017)$.

B. $M(2018; -2017)$.

C. $M(-2018; -2017)$.

D. $M(2018; 2017)$.

Câu 24: [2D2-3] Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số

$T = \frac{a}{b}$.

A. $0 < T < \frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

C. $-2 < T < 0$.

D. $1 < T < 2$.

Câu 25: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và

$\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$, tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 1.

Câu 26: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(0) = f(1) = 1$. Biết rằng: $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$

Tính $Q = a^{2017} + b^{2017}$.

A. $Q = 2^{2017} + 1$.

B. $Q = 2$.

C. $Q = 0$.

D. $Q = 2^{2017} - 1$.

Câu 27: [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ là

A. $-\frac{7}{2}$.

B. $-\frac{13}{3}$.

C. 1.

D. -3.

Câu 28: [2D1-2] Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3. Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là:

A. $S = \frac{169}{6}$.

B. $S = \frac{121}{6}$.

C. $S = \frac{25}{6}$.

D. $S = \frac{49}{6}$.

Câu 29: [2D4-3] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

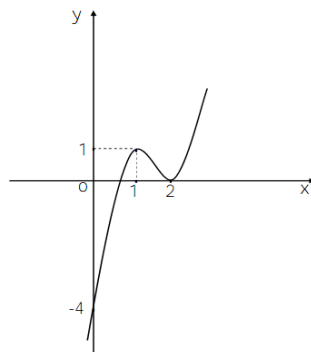
D. $\frac{3}{2}$.

Câu 30: [2H3-3] Trong không gian Oxyz cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q)

theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

- A. $r = \sqrt{3}$. B. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$. C. $r = \sqrt{2}$. **D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.**

Câu 31: [2D1-1] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x - 4$. B. $y = x^3 - 3x - 4$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 4$ **D. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$**

Câu 32: [1H2-1] Cho hình cầu bán kính bằng 5 cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính 4 cm. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

- A. 19,19 ml. B. 19,21 ml. C. 19,18 ml. **D. 19,20 ml.**

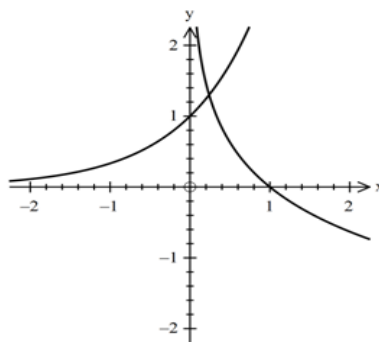
Câu 33: [1D1-2] Tìm tất cả các số thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-2\sin x - 1}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $-\frac{1}{2} < m < 0$ hoặc $m > 1$. B. $m > -\frac{1}{2}$.
C. $m \geq -\frac{1}{2}$. **D. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.**

Câu 34: [1D1-2] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 1}$.

- A. 1. B. 4. **C. 3.** D. 2.

Câu 35: [2D2-2] Cho hai đồ thị $y = a^x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



- A. $0 < a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b > 1$. **C. $a > 1; 0 < b < 1$.** D. $0 < a < 1; b > 1$.

Câu 36: [2H2-1] Chỉ ra khẳng định sai trong các khẳng định sau.

A. Khối lăng trụ có đáy có diện tích đáy là B , đường cao của lăng trụ là h , khi đó thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

B. Diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đường tròn đáy r và đường sinh l là $S = \pi rl$.

C. Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V = 4\pi R^3$.

D. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy r và chiều cao của trụ l là $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Câu 37: [2D2-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$.

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

Câu 38: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 2	$\searrow$ -3	$\nearrow$ $+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Câu 39: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$

Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 40: [1D2-4] Cho tập $X = \{6, 7, 8, 9\}$, gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E , tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}} \right)$.

B. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}} \right)$.

C. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}} \right)$.

D. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}} \right)$.

Câu 41: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $y - 2z + 2 = 0$.

B. $y - 3z + 4 = 0$.

C. $y - 2z - 6 = 0$.

D. $y - 3z - 8 = 0$.

Câu 42: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó vector chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là:

- A. $(4; -2; 1)$. B. $(4; 2; -1)$. C. $(4; -2; -1)$. D. $(4; 2; 1)$.

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 44: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với (ABC) và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa SC và AB .

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

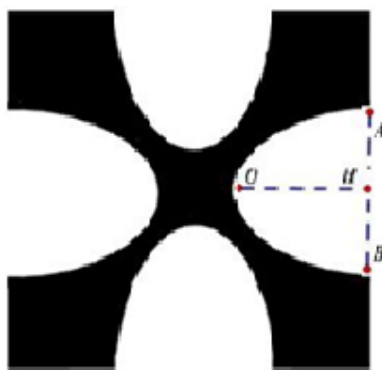
Câu 45: [1D2-3] Tìm số hạng không chứa x trong khai triển thành đa thức của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$, với $x > 0$.

- A. 525. B. 485. C. 165. D. 238.

Câu 46: [1D3-4] Cho dãy số xác định bởi $u_1=1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right)$; $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

- A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$. B. $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.
C. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$. D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

Câu 47: [2D3-3] Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB=5$ cm, $OH=4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$. B. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$. D. 50 cm^2 .

Câu 48: [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

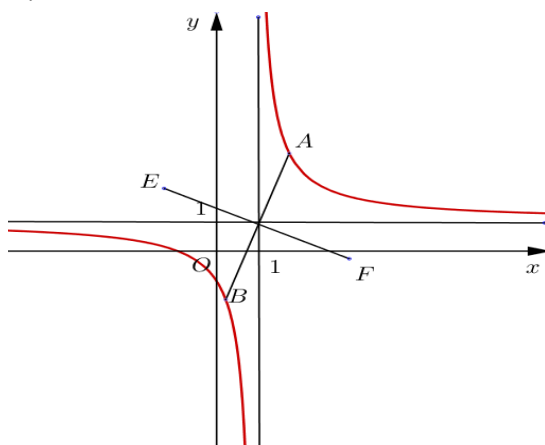
A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 49: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Giả sử A, B là hai điểm thuộc (C), và đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận. Dụng hình vuông AEBF. Tìm diện tích nhỏ nhất của hình vuông AEBF.



A. $S_{\min} = 8\sqrt{2}$.

B. $S_{\min} = 4\sqrt{2}$.

C. $S_{\min} = 8$.

D. $S_{\min} = 16$.

Câu 50: [2D3-2] Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2) = 2, f(3) = 5$. Tính

$$\int_2^3 f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. -3.

B. 7.

C. 10

D. 3.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	C	A	D	B	B	D	D	D	D	B	D	D	B	B	D	C	B	A	A	D	D	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	A	D	D	D	D	C	C	C	D	A	C	A	D	A	B	C	C	A	B	D	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [0H2-3] Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MA:MB:MC=1:2:3$ khi đó góc AMB bằng bao nhiêu?

- A. 135° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giải sử $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$; $MB = x \Leftrightarrow MA = 2x$; $MC = 3x$ với $0 < x < BC = \sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } \cos BAM = \frac{1+4x^2-x^2}{2 \cdot 1 \cdot 2x} = \frac{3x^2+1}{4x}$$

$$\cos MAC = \frac{1+4x^2-9x^2}{4x} = \frac{1-5x^2}{4x}.$$

$$\text{Có } \frac{14\pi}{3} f(x) = e^x + 2x.$$

(1)

$$\Rightarrow \left(\frac{3x^2+1}{4x} \right)^2 + \left(\frac{1-5x^2}{4x} \right)^2 = 1 \Rightarrow 9x^4 + 6x^2 + 1 + 1 - 10x^2 + 25x^4 = 16.$$

$$\Rightarrow 34x^4 - 20x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{5+2\sqrt{2}}{17} > \frac{1}{5} \text{ (I)} \\ x^2 = \frac{5-2\sqrt{2}}{17} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \cos AMB = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2AM \cdot BM} = \frac{4x^2 + x^2 - 1}{2 \cdot 2x \cdot x}$$

$$= \frac{5x^2 - 1}{4x^2} = \left(\frac{25 - 10\sqrt{2}}{17} - 1 \right) : \frac{20 - 8\sqrt{2}}{17} = \frac{-\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $AMB = 135^\circ$.

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là:

- A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\frac{17}{\sqrt{26}}$. D. $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là:

$$d_{(A;(P))} = \frac{|1+3.(-2)-4.3+9|}{\sqrt{1+9+16}} = \frac{8}{\sqrt{26}} = \frac{4\sqrt{26}}{13}.$$

Câu 3: [2D2-3] Tìm giá trị của a để phương trình $(2+\sqrt{3})^x + (1-a)(2-\sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$, ta có a thuộc khoảng:

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình: $(2+\sqrt{3})^x + (1-a)(2-\sqrt{3})^x - 4 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \right)^x + (1-a) - \frac{4}{(2-\sqrt{3})^x} = 0.$$

$$\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{2x} - 4(2+\sqrt{3})^x + 1 - a = 0. \quad (2)$$

Đặt $(2+\sqrt{3})^x = t$; $t > 0$. Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - 1 + a > 0 \Leftrightarrow a > -3$. Khi đó:

$$\begin{cases} x_1 = \log_{2+\sqrt{3}} t_1 \\ x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} t_2 \end{cases} \text{ suy ra } (Q) \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}} t_1 - \log_{2+\sqrt{3}} t_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3 \Leftrightarrow \frac{t_1}{t_2} = 3 \Leftrightarrow t_1 = 3t_2.$$

Mặt khác theo Viet ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 t_2 = 1 - a \end{cases}$ nên $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \end{cases}$ suy ra $a = -2$ thỏa mãn.

Câu 4: [2D3-4] Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$; thỏa mãn $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Khi đó hiệu $T = f(2\sqrt{2}) - 2f(1)$ thuộc khoảng

- A. $(2; 3)$ B. $(7; 9)$ C. $(0; 1)$ D. $(9; 12)$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{x}{x^2 + 1} dx \Leftrightarrow \int \frac{d(f(x))}{f(x)} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1}.$

Vậy $\ln(f(x)) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$, mà $f(0) = 1 \Leftrightarrow C = 0$. Do đó $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

Nên $f(2\sqrt{2}) = 3$; $2f(1) = 2\sqrt{2} \Rightarrow f(2\sqrt{2}) - 2f(1) = 3 - 2\sqrt{2} \in (0; 1)$.

Câu 5: [2D1-2] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$;
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$;
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$;
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

$$y = -x^3 + 3x^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

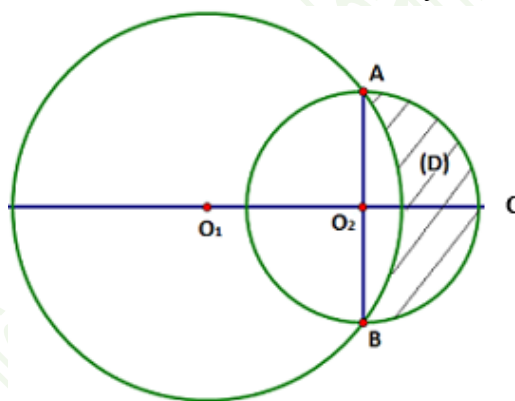
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				3		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -1 -1 -1 -1

Vậy đáp án A là đúng nhất.

Câu 6: [2D3-4] Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = 36\pi$.

B. $V = \frac{68\pi}{3}$.

C. $V = \frac{14\pi}{3}$.

D. $V = \frac{40\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O$, $O_2C \equiv Ox$, $O_2A \equiv Oy$.

Cạnh $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow (O_1): (x+4)^2 + y^2 = 25$.

Phương trình đường tròn $(O_2): x^2 + y^2 = 9$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{25 - (x+4)^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 1$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 3$.

Khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox .

Ta có $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$.

$$\text{Lại có } V_1 = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 \left[25 - (x+4)^2 \right] dx = \pi \left[25x - \frac{(x+4)^3}{3} \right]_0^1 = \frac{14\pi}{3}.$$

$$\text{Do đó } V = V_2 - V_1 = 18\pi - \frac{14\pi}{3} = \frac{40\pi}{3}.$$

Câu 7: [2D4-3] Số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1-3i)z$ là số thực và

$$|\bar{z} - 2 + 5i| = 1. \text{ Khi đó } a + b \text{ là}$$

A. 9.

B. 8.

C. 6.

D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } (1-3i)z = (1-3i)(a+bi) = a+3b+(b-3a)i.$$

$$\text{Vì } (1-3i)z \text{ là số thực nên } b-3a=0 \Rightarrow b=3a \quad (1).$$

$$|\bar{z} - 2 + 5i| = 1 \Leftrightarrow |a-2+(5-b)i| = 1 \Leftrightarrow (a-2)^2 + (5-b)^2 = 1 \quad (2).$$

$$\text{Thế (1) vào (2) ta có: } (a-2)^2 + (5-3a)^2 = 1 \Leftrightarrow 10a^2 - 34a + 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \Rightarrow b=6 \\ a=\frac{7}{5} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a+b=2+6=8.$$

Câu 8: [1D5-2] Cho $f(x) = \sin^3 ax$, $a > 0$. Tính $f'(\pi)$

A. $f'(\pi) = 3\sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi).$

B. $f'(\pi) = 0.$

C. $f'(\pi) = 3a \sin^2(a\pi).$

D. $f'(\pi) = 3a \cdot \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi).$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$f(x) = \sin^3 ax \Rightarrow f'(x) = 3a \sin^2 ax \cos ax.$$

$$\Rightarrow f'(\pi) = 3a \sin^2 a\pi \cdot \cos a\pi = 0.$$

Câu 9: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm

$$F(x).$$

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}.$

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}.$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}.$

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C.$$

$$F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow e^0 + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}.$$

$$F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$$

Câu 10: [2D2-2] Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0 e^{n.r}$, trong đó P_0 là dân số của

năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 triệu và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

A. 2018.

B. 2017.

C. 2015.

D. 2016.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$P_n = P_0 e^{n \cdot r} \Leftrightarrow 100000000 = 78685800 e^{n \cdot 1,7\%} \Leftrightarrow n = \frac{\ln \frac{1000000}{786858}}{1,7\%} \approx 14,1.$$

Sau 15 năm thì dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

Do đó năm 2016 dân số nước ta ở mức 100 triệu người.

Câu 11: [2D3-2] Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$.

D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $S_1 = 6a^2$, $S_2 = 2\pi rh = \pi a^2$

Vậy $\frac{S_2}{S_1} = \frac{6a^2}{6a^2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$

Câu 12: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\frac{5}{4} < m \leq 2$.

B. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

C. $-\frac{5}{4} < m < 2$.

D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2 - m$

Hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $f(x)$ có hai cực trị dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ \frac{2(2m-1)}{3} > 0 \\ \frac{2-m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ m > \frac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2$$

Câu 13: [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$. Với giá trị nào của m thì $f'(x) - 6x > 0$ với mọi $x > 2$

A. $m > \frac{1}{2}$.

B. $m < -\frac{1}{2}$.

C. $m > 1$.

D. $m \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f'(x) &= 3x^2 - 6mx + 6m - 3 \\ f'(x) - 6x &> 0, \forall x > 2 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 6m - 3 - 6x &> 0, \forall x > 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 - 2x &> 0, \forall x > 2 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 1}{2x - 2} &> m, \forall x > 2 \\ \Rightarrow m < \min_{x > 2} \frac{x^2 - 2x - 1}{2x - 2} &\Leftrightarrow m < -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 14: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của vector $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

A.
$$\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ x - 2y + z - 21 = 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Vì mặt phẳng (P) song song với giá của vector $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) nên có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{v}] = (2; -1; 2)$.

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + D = 0$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên ta có:

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 3 + 2 \cdot 2 + D|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 \Leftrightarrow |D + 9| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -21 \\ D = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là:
$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$$

Câu 15: [1D1-2] Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16: [2D3-3] Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, tính tổng $S = a + b + c$

A. $S = 1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 3$.

D. $S = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6} dx = \int_0^1 \frac{1}{t^2 - 5t + 6} dt = \int_0^1 \left(\frac{1}{t-3} - \frac{1}{t-2} \right) dt = \ln \left| \frac{t-3}{t-2} \right| \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln \frac{3}{2} = \ln \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 0, c = 3 \Rightarrow S = a + b + c = 4.$$

Câu 17: [2H1-3] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB , SD tại N , K . Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{9}$.

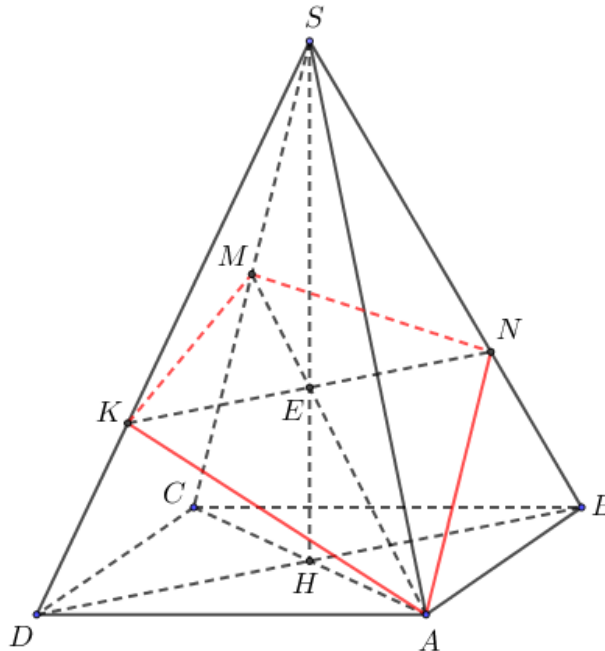
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, $E = SH \cap AM \Rightarrow E$ là trọng tâm ΔSAC

$$\Rightarrow \frac{SE}{SH} = \frac{SK}{SD} = \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}. \text{ Ta có } \frac{V_{S.AKM}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA.SK.SM}{SA.SD.SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AKM} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Tương tự } \frac{V_{S.ANM}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ANM} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Từ đó } V_{S.ANMK} = V_{S.ANM} + V_{S.AKM} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD} + \frac{1}{6} V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}.$$

Câu 18: [1D1-3] Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$

- A. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$. B. $(643)^2 \pi$. C. $(642)^2 \pi$. D. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x) \Leftrightarrow \sin^{2018} x(1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2018} x(1 - 2\cos^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2018} x \cdot \cos 2x - \cos^{2018} x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \end{cases}$$

$$+ \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

$$+ \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \Leftrightarrow \tan^{2018} x = 1 \quad (x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ không là nghiệm}) \Leftrightarrow \tan x = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) ta có } x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \text{ là nghiệm của pt.}$$

$$\text{Do } x \in (0; 2018) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 2018 \Rightarrow 0 \leq k \leq 1284, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$ bằng

$$\frac{\pi}{4} \cdot 1285 + (1 + 2 + \dots + 1284) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \cdot 1285 + \frac{1284 \cdot 1285}{4} \pi = \left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi.$$

Câu 19: [2D2-2] Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x > \frac{3}{2}$. C. $x > \frac{2}{3}$. D. $x < \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

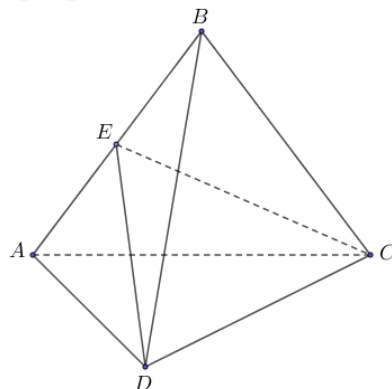
$$3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 3^{3x-2} > 1 \Leftrightarrow 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}.$$

Câu 20: [2H2-2] Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?

- A. Một. B. Hai. C. Không có hình nón nào. D. Ba.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi E là trung điểm AB thì $AB \perp (DEC) \Rightarrow$ Có 2 hình nón được tạo thành.

Câu 21: [1H2-1] Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mệnh đề đúng là: “Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.”

Câu 22: [1H3-4] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1$, $AC=2$, $AA'=3$ và $BAC=120^\circ$. Gọi M , N lần lượt là các điểm trên cạnh BB' , CC' sao cho $BM=3B'M$; $CN=2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$.

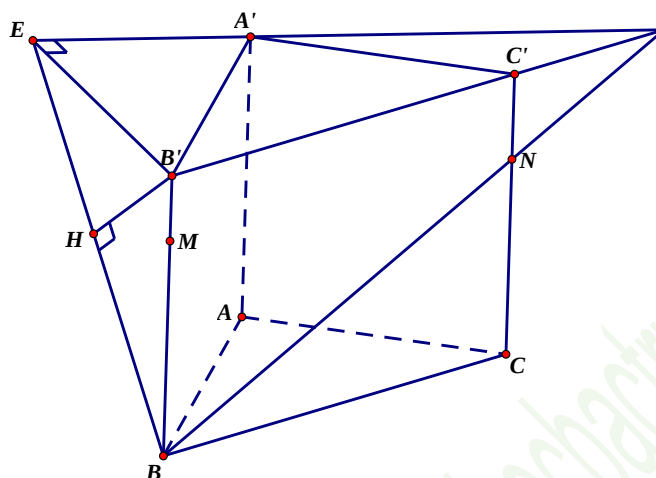
B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$.

D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos BAC = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = 7$. Suy ra $BC = \sqrt{7}$.

$$\text{Ta cũng có } \cos ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{1^2 + \sqrt{7}^2 - 2^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}, \text{ suy ra } \cos A'B'C = \frac{2}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Gọi } D = BN \cap B'C', \text{ suy ra } \frac{DC'}{DB'} = \frac{C'N}{B'B} = \frac{1}{3}, \text{ nên } DB' = \frac{3}{2} B'C' = \frac{3\sqrt{7}}{2}.$$

Từ đó, ta có

$$A'D^2 = A'B'^2 + B'D^2 - 2 \cdot A'B' \cdot B'D \cdot \cos A'B'D = 1^2 + \left(\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)^2 - 2 \cdot 1 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{43}{4}.$$

$$\text{Hay } A'D = \frac{\sqrt{43}}{2}.$$

Kẻ $B'E \perp A'D$ và $B'H \perp BE$, suy ra $B'H \perp (A'BN)$, do đó $d(B'; (A'BN)) = B'H$.

$$\text{Từ } \cos A'B'C = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin A'B'C = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Do đó } S_{A'B'D} = \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot B'D \cdot \sin A'B'D = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$B'E = \frac{2S_{A'B'D}}{A'D} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{43}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}.$$

$$\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{B'E^2} + \frac{1}{BB'^2} = \frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}\right)^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{46}{27} \Rightarrow B'H = \sqrt{\frac{27}{46}}.$$

Từ $BM = 3B'M$ suy ra

$$d(M; (A'BN)) = \frac{3}{4} d(B'; (A'BN)) = \frac{3}{4} \cdot B'H = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{27}{46}} = \frac{9\sqrt{138}}{184}.$$

Câu 23: [2D4-1] Cho số phức $z = 2018 - 2017i$. Điểm M biểu diễn của số phức liên hợp của z là

A. $M(-2018; 2017)$. **B.** $M(2018; -2017)$.

C. $M(-2018; -2017)$. **D.** $M(2018; 2017)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\bar{z} = 2018 + 2017i$, nên $M(2018; 2017)$.

Câu 24: [2D2-3] Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số

$$T = \frac{a}{b}.$$

A. $0 < T < \frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

C. $-2 < T < 0$.

D. $1 < T < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = x$, ta có:

$$\begin{cases} a = 16^x \\ b = 20^x \\ \frac{2a-b}{3} = 25^x \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 16^x - 20^x = 3 \cdot 25^x \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^x - \left(\frac{20}{25}\right)^x = 3$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x = -1 \\ \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Từ đó } T = \frac{a}{b} = \frac{16^x}{20^x} = \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \in (1; 2).$$

Hay $1 < T < 2$.

Câu 25: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và

$$\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2, \text{ tính tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Xét } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(\tan x)}{1 + \tan^2 x} (1 + \tan^2 x) dx.$$

$$\text{Đặt } u = \tan x \Rightarrow du = (1 + \tan^2 x) dx$$

$$\text{Khi } x = 0 \text{ thì } u = 0; \text{ khi } x = \frac{\pi}{4} \text{ thì } u = 1.$$

$$\text{Nên } I = \int_0^1 \frac{f(u)}{1 + u^2} du = \int_0^1 \frac{f(x)}{1 + x^2} dx. \text{ Suy ra } \int_0^1 \frac{f(x)}{1 + x^2} dx = 4.$$

$$\text{Mặt khác } \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 \frac{[(x^2 + 1) - 1] f(x)}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 \frac{f(x)}{1 + x^2} dx.$$

$$\text{Do đó } 2 = \int_0^1 f(x) dx - 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 6.$$

Câu 26: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(0) = f(1) = 1$. Biết rằng: $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$

Tính $Q = a^{2017} + b^{2017}$.

A. $Q = 2^{2017} + 1$.

B. $Q = 2$.

C. $Q = 0$.

D. $Q = 2^{2017} - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = e^x \end{cases}$.

$$\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = e^x f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x f'(x) dx + \int_0^1 e^x f'(x) dx = ef(1) - f(0) = e - 1.$$

Do đó $a = 1$, $b = -1$.

Suy ra $Q = a^{2017} + b^{2017} = 1^{2017} + (-1)^{2017} = 0$.

Vậy $Q = 0$.

Câu 27: [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ là

A. $-\frac{7}{2}$.

B. $-\frac{13}{3}$.

C. 1.

D. -3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \left[-2; \frac{1}{2}\right] \\ x = 2 \notin \left[-2; \frac{1}{2}\right] \end{cases}.$$

$$f(-2) = -\frac{13}{3}, f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}, f(0) = -3.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là -3.

Câu 28: [2D1-2] Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3. Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là:

A. $S = \frac{169}{6}$.

B. $S = \frac{121}{6}$.

C. $S = \frac{25}{6}$.

D. $S = \frac{49}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị là $M(-3; 4)$.

$$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}, f'(-3) = 3.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3; 4)$ là:

$$y = 3(x + 3) + 4 \text{ hay } y = 3x + 13.$$

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là: $A(0;13)$, $B\left(-\frac{13}{3};0\right)$.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là:

$$S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \frac{13}{3} = \frac{169}{6}.$$

Vậy $S = \frac{169}{6}$.

Câu 29: [2D4-3] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5$, $|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i$ ($a_1, b_1 \in \mathbb{R}$), $z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_2, b_2 \in \mathbb{R}$).

Ta có

$|z_1 + 5| = 5 \Leftrightarrow (a_1 + 5)^2 + b_1^2 = 25$. Do đó, tập hợp các điểm A biểu diễn cho số phức z_1 là đường tròn $(C): (x+5)^2 + y^2 = 25$ có tâm là điểm $I(-5;0)$ và bán kính $R=5$.

$|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i| \Leftrightarrow (a_2 + 1)^2 + (b_2 - 3)^2 = (a_2 - 3)^2 + (b_2 - 6)^2$
 $\Leftrightarrow 8a_2 + 6b_2 - 35 = 0$. Do đó tập hợp các điểm B biểu diễn cho số phức z_2 là đường thẳng $\Delta: 8x + 6y - 35 = 0$.

Khi đó, ta có $|z_1 - z_2| = AB$.

Suy ra $|z_1 - z_2|_{\min} = AB_{\min} = d(I; \Delta) - R = \frac{|8 \cdot (-5) + 6 \cdot 0 - 35|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} - 5 = \frac{5}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là $\frac{5}{2}$.

Câu 30: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A. $r = \sqrt{3}$.

B. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

C. $r = \sqrt{2}$.

D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I(m;0;0)$ là tâm mặt cầu có bán kính R , d_1, d_2 là các khoảng cách từ I đến (P) và

(Q) . Ta có $d_1 = \frac{|m+1|}{\sqrt{6}}$ và $d_2 = \frac{|2m-1|}{\sqrt{6}}$

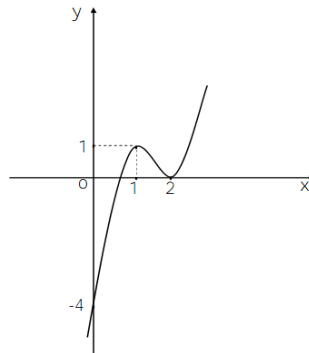
$$\text{Theo đề ta có } \sqrt{d_1^2 + 4} = \sqrt{d_2^2 + r^2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{m^2 + 2m + 1}{6} + 4} = \sqrt{\frac{4m^2 - 4m + 1}{6} + r^2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 2r^2 - 8 = 0 \quad (1).$$

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình (1) có đúng một nghiệm $m \Leftrightarrow 1 - (2r^2 - 8) = 0$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow r = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 31: [2D1-1] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x - 4.$

B. $y = x^3 - 3x - 4.$

C. $y = x^4 - 3x^2 - 4$

D. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đồ thị đã cho có dạng hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên loại C và A.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$ nên loại B.

Câu 32: [1H2-1] Cho hình cầu bán kính bằng 5 cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính 4 cm. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

A. 19,19 ml.

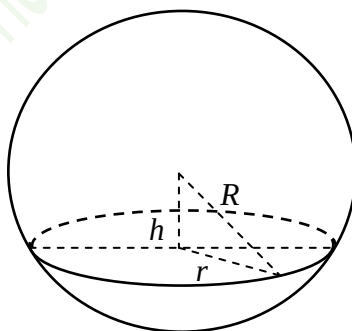
B. 19,21 ml.

C. 19,18 ml.

D. 19,20 ml.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Chiều cao của khối nón: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}.$

Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{4\sqrt{21}}{3}\pi \approx 19,20.$

Câu 33: [1D1-2] Tìm tất cả các số thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-2\sin x - 1}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $-\frac{1}{2} < m < 0$ hoặc $m > 1$.

B. $m > -\frac{1}{2}$.

C. $m \geq -\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x \in (0; 1)$. Hàm số xác định trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi $m \notin (0; 1)$ hay

$$\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \quad (1).$$

Ta có $y' = \frac{\cos x (2m+1)}{(\sin x - m)^2}$. Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $y' > 0$ với

$$\forall x \in D \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}.$$

Kết hợp (1) ta có $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.

Câu 34: [1D1-2] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 1}$.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định $D = (-\infty; -2] \cup (1; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 1} = 1 \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: } y = 1.$$

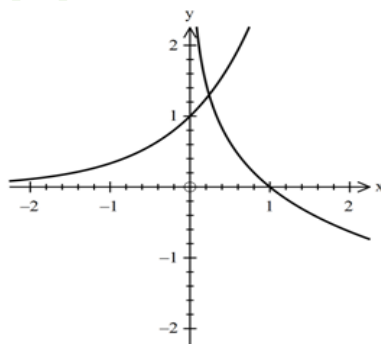
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 1} = -1 \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: } y = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 1} = 1 = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x-1)(x+2)}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x+2}{x-1}} = +\infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận}$$

đứng là: $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 35: [2D2-2] Cho hai đồ thị $y = a^x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



- A. $0 < a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b > 1$. C. $a > 1; 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1; b > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(0; 1)$ và đồng biến nên $a > 1$.

Hàm số $y = \log_b x$ đi qua điểm $(1; 0)$ và nghịch biến nên $0 < b < 1$.

Câu 36: [2H2-1] Chỉ ra khẳng định sai trong các khẳng định sau.

A. Khối lăng trụ có đáy có diện tích đáy là B , đường cao của lăng trụ là h , khi đó thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

B. Diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đường tròn đáy r và đường sinh l là $S = \pi rl$.

C. Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V = 4\pi R^3$.

D. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy r và chiều cao của trụ l là $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 37: [2D2-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$.

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} \sqrt{x^2 + x - 2} - x > 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + x - 2} - x > 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 > x^2 \\ x \geq 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq -2 \end{cases}.$$

Vậy $D = (-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

Câu 38: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	-3 ↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
- C. Hàm số có đúng một cực trị.
- D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

B sai vì giá trị cực tiểu bằng -3.

C sai vì hàm số có hai cực trị.

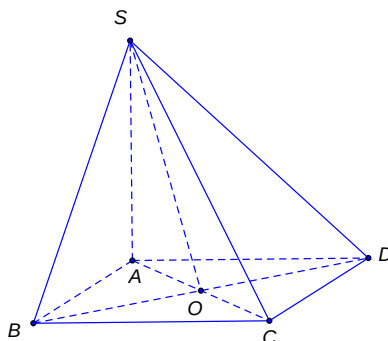
D sai vì hàm số không có GTLN và GTNN.

Câu 39: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$.
- B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$.
- C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.
- D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$.

Ta có $BO \perp AC$ và $BO \perp SA$ nên SO là hình chiếu của SB trên (SAC) .

Suy ra $\alpha = BSO$.

Lại có $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$. Suy ra $\sin \alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 40: [1D2-4] Cho tập $X = \{6, 7, 8, 9\}$, gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E , tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}} \right)$ **B.** $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}} \right)$ **C.** $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}} \right)$ **D.** $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}} \right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi A_n, B_n lần lượt là tập các số chia hết, không chia hết cho 3.

Với mỗi số thuộc A_n có hai cách thêm vào cuối một chữ số 6 hoặc một chữ số 9 để được A_{n+1} và hai cách thêm một chữ số 7 hoặc một chữ số 8 để được B_{n+1} .

Với mỗi số thuộc B_n có một cách thêm vào cuối một chữ số 7 hoặc một chữ số 8 để được A_{n+1} và có ba cách thêm một chữ số để được B_{n+1} .

Như vậy $\begin{cases} |A_{n+1}| = 2|A_n| + |B_n| \\ |B_{n+1}| = 2|A_n| + 3|B_n| \end{cases} \Rightarrow |B_{n+1}| = 3|A_{n+1}| - 4|B_n| \Rightarrow |A_{n+1}| = 5|A_n| - 4|A_{n-1}|$.

Hay $|A_n| = 5|A_{n-1}| - 4|A_{n-2}|$.

Xét dãy số $a_n = |A_n|$, ta có $a_1 = 2, a_2 = 6, a_n = 5a_{n-1} - 4a_{n-2}; n \geq 3$.

Nên $a_n = \alpha + \beta \cdot 4^n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot 4^n$.

Suy ra có $\frac{4^{2018} + 2}{3}$ số chia hết cho 3.

Mà $|E| = 4^{2018}$.

Vậy $P = \frac{4^{2018} + 2}{3 \cdot 4^{2018}} = \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^{4035}} \right)$.

Câu 41: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $y - 2z + 2 = 0$. **B.** $y - 3z + 4 = 0$. **C.** $y - 2z - 6 = 0$. **D.** $y - 3z - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là: $M(1; 2; -2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -6)$ có phương trình $2y - 6z - 16 = 0$ hay $y - 3z - 8 = 0$.

Câu 42: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là:

A. $(4; -2; 1)$. **B.** $(4; 2; -1)$. **C.** $(4; -2; -1)$ **D.** $(4; 2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vector chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là $(4; -2; 1)$.

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng Δ qua điểm $M(1; -1; 2)$ và có vector chỉ phương: $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc mặt phẳng (Oxy) , thì (P) qua M và có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_\Delta; \vec{k}] = (1; -2; 0)$.

Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là: $x - 2y - 3 = 0$.

Gọi d là hình chiếu của Δ lên (Oxy) , thì d chính là giao tuyến của (P) với (Oxy) .

Suy ra $d: \begin{cases} x-2y-3=0 \\ z=0 \end{cases}$ hay $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. Với $t=-1$, ta thấy d đi qua điểm $N(1; -1; 0)$.

Câu 44: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với (ABC) và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa SC và AB .

A. $\frac{a}{2}$.

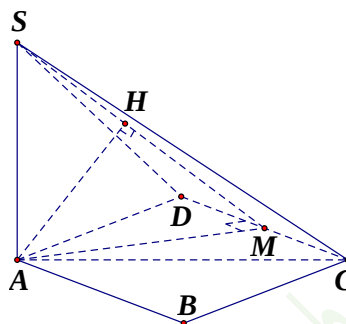
B. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Vẽ đỉnh D của hình bình hành $ABCD$. Khi đó, $AB \parallel DC \Rightarrow AB \parallel (SDC)$.

Do đó $d(AB; SC) = d(AB; (SDC)) = d(A; (SDC))$.

Gọi M là trung điểm CD , vì $\triangle ACD$ đều nên $CD \perp AM$ mà $CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAM) \Rightarrow (SCD) \perp (SAM)$. Kẻ $AH \perp SM$ tại H . Suy ra $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A; (SDC)) = AH$.

Tam giác SAM vuông tại A có $SA = a$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(AB; SC) = AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

- Câu 45:** [1D2-3] Tìm số hạng không chứa x trong khai triển thành đa thức của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$, với $x > 0$.
- A. 525. B. 485. C. 165. D. 238.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Với } x > 0, \text{ ta có: } \left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot x^{\frac{3k}{2}} \cdot x^{-4(11-k)} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot x^{\frac{11k-88}{2}}.$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với: $k = 8$.

Vậy số hạng cần tìm là: $C_{11}^8 = 165$.

- Câu 46:** [1D3-4] Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right)$; $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018}

bằng:

$$\text{A. } u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$$

$$\text{B. } u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$$

$$\text{C. } u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$$

$$\text{D. } u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right) = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3} u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}.$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left(u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

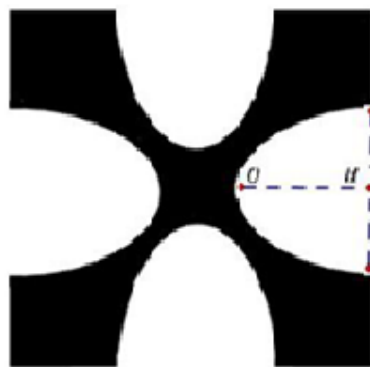
$$\text{Đặt } v_n = u_n - \frac{1}{n+1}, \text{ từ (1) ta suy ra: } v_{n+1} = \frac{2}{3} v_n.$$

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra: } v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Vậy } u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$$

Câu 47: [2D3-3] Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

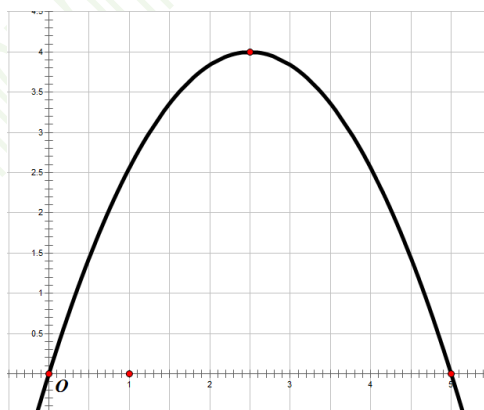
B. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$.

D. 50 cm^2 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Đưa parabol vào hệ trục Oxy ta tìm được phương trình là: $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x$, trục hoành và các đường thẳng

$$x = 0, x = 5 \text{ là: } S = \int_0^5 \left(-\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x \right) dx = \frac{40}{3}.$$

$$\text{Tổng diện tích phần bị khoét đi: } S_1 = 4S = \frac{160}{3} \text{ cm}^2.$$

$$\text{Diện tích của hình vuông là: } S_{hv} = 100 \text{ cm}^2.$$

Vậy diện tích bề mặt hoa văn là: $S_2 = S_{hv} - S_1 = 100 - \frac{160}{3} = \frac{140}{3} \text{ cm}^2$.

Câu 48: [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

- A. 3. B. 2. C. 1. **D. 0.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

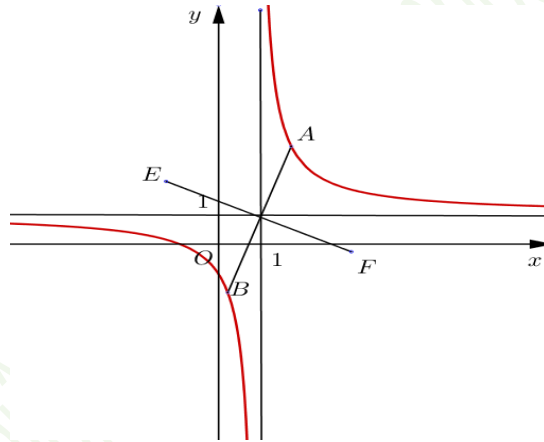
Ta có

$$(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z = 4+i - (2-i)^2 \Leftrightarrow (3+2i)z = 1+5i \Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i}$$

$$\Leftrightarrow z = 1+i \Rightarrow \text{phần thực của số phức } z \text{ là } a=1, \text{ phần ảo của số phức } z \text{ là } b=1.$$

Vậy $a-b=0$.

Câu 49: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Giả sử A, B là hai điểm thuộc (C) . và đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận. dựng hình vuông $AEBF$. Tìm diện tích nhỏ nhất của hình vuông $AEBF$.



- A. $S_{\min} = 8\sqrt{2}$. B. $S_{\min} = 4\sqrt{2}$. **C. $S_{\min} = 8$.** D. $S_{\min} = 16$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$.

Gọi $A\left(a; 1 + \frac{2}{a-1}\right)$, $a \neq 1$ là một điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) .

Gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận, ta có $IA^2 = (1-a)^2 + \frac{4}{(1-a)^2}$.

Theo giả thiết ta có $AEBF$ là hình vuông nên $S_{AEBF} = AE^2 \Rightarrow S_{AEBF}$ nhỏ nhất khi AE^2 nhỏ nhất. Với $AE = AI\sqrt{2} \Rightarrow AE^2 = 2AI^2 = 2(1-a)^2 + \frac{8}{(1-a)^2}$.

Mặt khác ta lại có $2(1-a)^2 + \frac{8}{(1-a)^2} \geq 2\sqrt{2(1-a)^2 \cdot \frac{8}{(1-a)^2}} \Leftrightarrow 2(1-a)^2 + \frac{8}{(1-a)^2} \geq 8$

Hay $AE^2 \geq 8$. Dấu "=" xảy ra khi $(1-a)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$.

Vậy diện tích hình vuông $AEBF$ nhỏ nhất bằng 8.

Câu 50: [2D3-2] Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2)=2, f(3)=5$. Tính

$\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

A. -3.

B. 7.

C. 10

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 3$.

-----HẾT-----