

**BÁO TOÁN HỌC  
VÀ TUỔI TRẺ**

**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 5, NĂM HỌC 2017-2018**

**MÔN: TOÁN 12**

(Thời gian làm bài 90 phút)

Mã đề thi ...

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

**Câu 1:** [1D2-3] Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.

**Câu 2:** [1D1-2] Phương trình  $\sqrt{3}\cos x + \sin x = -2$  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn  $[0; 4035\pi]$ ?

- A. 2016. B. 2017. C. 2011. D. 2018.

**Câu 3:** [2D1-2] Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?

- A.  $y = \frac{2x-1}{x+3}$ . B.  $y = \frac{1-x}{1+x}$ . C.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ . D.  $y = -x^3 + 3x - 2$ .

**Câu 4:** [2D2-2] Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\sqrt[3]{a^{14}} > \sqrt[4]{a^7}$ ,  $\log_b(2\sqrt{a+1}) < \log_b(\sqrt{a} + \sqrt{a+2})$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a > 1, b > 1$ . B.  $0 < a < 1 < b$ . C.  $0 < b < 1 < a$ . D.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .

**Câu 5:** [2D1-3] Một sợi dây kim loại dài  $a$  (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn có độ dài  $x$  (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ( $a > x > 0$ ). Tìm  $x$  để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

- A.  $x = \frac{a}{\pi+4}$  (cm). B.  $x = \frac{2a}{\pi+4}$  (cm). C.  $x = \frac{\pi a}{\pi+4}$  (cm). D.  $x = \frac{4a}{\pi+4}$  (cm).

**Câu 6:** [1D2-2] Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất một lần. Giả sử con xúc sắc xuất hiện mặt  $k$  chấm. Xét phương trình  $-x^3 + 3x^2 - x = k$ . Tính xác suất để phương trình trên có ba nghiệm thực phân biệt.

- A.  $\frac{1}{3}$ . B.  $\frac{1}{2}$ . C.  $\frac{2}{3}$ . D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 7:** [2D2-3] Áp suất không khí  $P$  (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức  $P = P_0 e^{kx}$  (mmHg), trong đó  $x$  là độ cao (đo bằng mét),  $P_0 = 760$  (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển ( $x=0$ ),  $k$  là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m.

- A. 527,06 (mmHg). B. 530,23 (mmHg). C. 530,73 (mmHg). D. 545,01 (mmHg).

**Câu 8:** [2H2-3] Tính thể tích  $V$  của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là  $h$  và bán kính mặt cầu nội tiếp là  $r$  ( $h > 2r > 0$ ).

- A.  $V = \frac{4r^2 h^2}{3(h+2r)}$ . B.  $V = \frac{4r^2 h^2}{(h+2r)}$ . C.  $V = \frac{4r^2 h^2}{3(h-2r)}$ . D.  $V = \frac{3r^2 h^2}{4(h-2r)}$ .

**Câu 9:** [2D4-3] Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$ ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

**Câu 10:** [0D6-2] Cho số thực  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ . Tính  $(\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\cos \alpha$

- A.  $\frac{25}{128}$ . B.  $\frac{1}{16}$ . C.  $\frac{255}{128}$ . D.  $\frac{225}{128}$ .

**Câu 11:** [2H3-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;3;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x-2y+2z=1$ . Gọi  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $(P)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $MN$ .

- A.  $x-2y+2z+3=0$ . B.  $x-2y+2z+1=0$ .  
C.  $x-2y+2z-3=0$ . D.  $x-2y+2z+2=0$ .

**Câu 12:** [2D1-3] Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đường thẳng  $d: y=mx-m-3$  cắt đồ thị  $(C): y=2x^3-3x^2-2$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, I(1;-3)$  mà tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A$  và tại  $B$  vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của  $S$ .

- A.  $-1$ . B.  $1$ . C.  $2$ . D.  $5$ .

**Câu 13:** [2H1-3] Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $A', B', C', D'$  lần là trung điểm các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp  $S.A'B'C'D'$  và  $S.ABCD$ .

- A.  $\frac{1}{12}$ . B.  $\frac{1}{8}$ . C.  $\frac{1}{16}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 14:** [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y=x^4+(m+1)x^2-2m-1$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng  $120^\circ$ .

- A.  $m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$ . B.  $m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}, m=-1$ .  
C.  $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ . D.  $m<-1$ .

**Câu 15:** [1D5-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số sau liên tục trên  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{khi } x > 1 \\ m.e^{x-1} + 1 - 2mx^2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

- A.  $m=1$ . B.  $m=-1$ . C.  $m=\frac{1}{2}$ . D.  $m=0$ .

**Câu 16:** [2D1-2] Trên đồ thị  $(C): y=\frac{x-1}{x-2}$  có bao nhiêu điểm  $M$  mà tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $M$  song song với đường thẳng  $d: x+y=1$ .

- A.  $0$ . B.  $1$ . C.  $2$ . D.  $4$ .

**Câu 17:** [2H2-3] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng cắt nhau  $\Delta_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=2+2t \\ z=-1-t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x=1-t' \\ y=-t' \\ z=2t' \end{cases}$  ( $t, t' \in \mathbb{R}$ ). Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ .

- A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$ . B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ . C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$ . D. Cả A, B, C đều sai.

**Câu 18:** [1D2-3] Tìm hệ số của  $x^7$  trong khai triển  $f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10}$  thành đa thức.

- A. 204120. B. -262440. C. -4320. **D. -62640.**

**Câu 19:** [2D3-3] Với mỗi số nguyên dương  $n$  ta kí hiệu  $I_n = \int_0^1 x^2 (1 - x^2)^n dx$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n}$ .

- A. 1.** B. 2. C. 3. **D. 5.**

**Câu 20:** [1H3-3] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông cân,  $AB = AC = a$ ,  $AA' = h (a, h > 0)$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB'$ ,  $BC'$ .

- A.  $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$ . B.  $\frac{ah}{\sqrt{5a^2 + h^2}}$ . C.  $\frac{ah}{\sqrt{2a^2 + h^2}}$ . **D.  $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}$ .**

**Câu 21:** [1H1-2] Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $I(2; -1)$ . Gọi  $(C)$  là đồ thị hàm số  $y = \sin 3x$ . Phép vị tự tâm  $I(2; -1)$ , tỉ số  $k = -\frac{1}{2}$  biến  $(C)$  thành  $(C')$ . Viết phương trình đường cong  $(C')$ .

- A.  $y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x + 18)$ . B.  $y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x + 18)$ .  
C.  $y = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x - 18)$ . **D.  $y = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x - 18)$ .**

**Câu 22:** [2D1-2] Đường thẳng  $y = m$  tiếp xúc với đồ thị  $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$  tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

- A. 1.** B. -1. C. 0. **D. 3.**

**Câu 23:** [1D3-3] Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

- A. 20.** B. 42. C. 21. **D. 17.**

**Câu 24:** [2H3-1] Trong không gian Oxyz, cho hình nón đỉnh  $S\left(\frac{17}{18}; -\frac{11}{9}; \frac{17}{18}\right)$  có đường tròn đáy đi qua ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ . Tính độ dài đường sinh  $l$  của hình nón đã cho.

- A.  $l = \frac{\sqrt{86}}{6}$ .** B.  $l = \frac{\sqrt{194}}{6}$ . C.  $l = \frac{\sqrt{94}}{6}$ . **D.  $l = \frac{5\sqrt{2}}{6}$ .**

**Câu 25:** [2D1-2] Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = x^{2017} \cdot (x-1)^{2018} \cdot (x+1)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. **C. 2.** **D. 3.**

**Câu 26:** [2D1-2] Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{mx+1}{2m+1-x}$  cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm  $m$ .

- A.  $m=1$ ;  $m=\frac{3}{2}$ . B.  $m=-1$ ;  $m=-\frac{3}{2}$ .  
**C.  $m=1$ ;  $m=-\frac{3}{2}$ .** **D.  $m=-1$ ;  $m=3$ .**

- Câu 27:** [2H1-2] Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật biết rằng ba mặt của hình này có diện tích là  $20\text{cm}^2, 10\text{cm}^2, 8\text{cm}^2$ .
- A.  $40\text{cm}^3$ . B.  $1600\text{cm}^3$ . C.  $80\text{cm}^3$ . D.  $200\text{cm}^3$ .
- Câu 28:** [1D5-2] Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $S$  tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.
- A.  $12\text{m/s}$ . B.  $0\text{m/s}$ . C.  $11\text{m/s}$ . D.  $6\text{m/s}$ .
- Câu 29:** [2D5-2] Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{8}{1+2x} + x$  trên đoạn  $[1; 2]$  lần lượt là
- A.  $\frac{11}{3}; \frac{7}{2}$ . B.  $\frac{11}{3}; \frac{18}{5}$ . C.  $\frac{13}{3}; \frac{7}{2}$ . D.  $\frac{18}{5}; \frac{3}{2}$ .
- Câu 30:** [2H3-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $H(1; 2; -2)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $H$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  tại  $A, B, C$  sao cho  $H$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- A.  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$ . B.  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . C.  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . D.  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ .
- Câu 31:** [1H3-2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = 1, BC = \sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB, SC$ .
- A.  $45^\circ$ . B.  $120^\circ$ . C.  $30^\circ$ . D.  $60^\circ$ .
- Câu 32:** [2D1-3] Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$ .
- A.  $y = 2x + 2$ . B.  $y = x + 1$ . C.  $y = 2x + 1$ . D.  $y = 1 - x$ .
- Câu 33:** [2D2-2] Từ phương trình  $(3 + 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$  đặt  $t = (\sqrt{2} - 1)^x$  ta thu được phương trình nào sau đây?
- A.  $t^3 - 3t - 2 = 0$ . B.  $2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$ . C.  $2t^3 + 3t - 1 = 0$ . D.  $2t^2 + 3t - 1 = 0$ .
- Câu 34:** [2H1-3] Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  có  $AB = a, AC = 2a, BAC = 120^\circ, SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  $60^\circ$ .
- A.  $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$ . B.  $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$ . C.  $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$ . D.  $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$ .
- Câu 35:** [2D2-3] Tìm tất cả giá trị của  $m$  để phương trình  $81^{2x-\sqrt{x}} = m$  có nghiệm.
- A.  $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ . B.  $m \geq 0$ . C.  $m \geq 1$ . D.  $m \geq -\frac{1}{8}$ .
- Câu 36:** [2D3-3] Tìm tất cả các giá trị dương của  $m$  để  $\int_0^3 x(3-x)^m dx = -f''\left(\frac{10}{9}\right)$ , với  $f(x) = \ln x^{15}$ .
- A.  $m = 20$ . B.  $m = 4$ . C.  $m = 5$ . D.  $m = 3$ .
- Câu 37:** [2D3-3] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(P): y = x^2 - 4x + 5$  và các tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $A(1; 2)$  và  $B(4; 5)$ .

**A.**  $\frac{9}{4}$ .

**B.**  $\frac{4}{9}$ .

**C.**  $\frac{9}{8}$ .

**D.**  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 38:** [1H2-3] Cho hình bình hành  $ABCD$ . Qua  $A, B, C, D$  lần lượt vẽ các nửa đường thẳng  $Ax, By, Cz, Dt$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(ABCD)$ , song song với nhau và không nằm trong  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(P)$  cắt  $Ax, By, Cz, Dt$  tương ứng tại  $A', B', C', D'$  sao cho  $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$ . Tính  $DD'$ .

**A.** 4.

**B.** 6.

**C.** 2.

**D.** 12.

**Câu 39:** [1H3-3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ . Tính khoảng cách giữa  $SC$  và  $AB$  biết rằng  $SO = a$  và vuông góc với mặt đáy của hình chóp.

**A.**  $a$ .

**B.**  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

**C.**  $\frac{2a}{5}$ .

**D.**  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 40:** [2H2-3] Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ ,  $HB = 3,6\text{cm}$ ,  $HC = 6,4\text{cm}$ . Quay miền tam giác  $ABC$  quanh đường thẳng  $AH$  ta thu được khối nón có thể tích bằng bao nhiêu?

**A.**  $205,89\text{cm}^3$ .

**B.**  $617,66\text{cm}^3$ .

**C.**  $65,14\text{cm}^3$ .

**D.**  $65,54\text{cm}^3$ .

**Câu 41:** [2H2-4] Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  biết rằng  $AB = CD = a$ ,  $BC = AD = b$ ,  $AC = BD = c$ .

**A.**  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .

**B.**  $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$ .

**C.**  $\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .

**Câu 42:** [1D4-2] Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây sai?

**A.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy tăng.

**B.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .

**C.**  $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**D.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$ .

**Câu 43:** [2D1-2] Trên đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{3x+4}$  có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 0.

**D.** 4.

**Câu 44:** Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của  $m$  để phương trình  $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$  có nghiệm. Tập  $S$  có bao nhiêu tập con?

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;0;1)$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên trục  $Ox$  và trên mặt phẳng  $(Oyz)$ . Viết phương trình mặt trung trực của đoạn  $AB$ .

**A.**  $4x - 2z - 3 = 0$ .

**B.**  $4x - 2y - 3 = 0$ .

**C.**  $4x - 2z + 3 = 0$ .

**D.**  $4x + 2z + 3 = 0$ .

**Câu 46:** Cho tích phân  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x \cos 4x dx = a + b\sqrt{3}$ , trong đó  $a, b$  là các hằng số hữu tỉ. Tính  $e^a + \log_2 |b|$ .

- A.**  $-2$ . **B.**  $-3$ . **C.**  $\frac{1}{8}$ . **D.**  $0$ .

**Câu 47:** [2H3-4] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ . Hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(P')$  chứa  $d$  và tiếp xúc với  $(S)$  tại  $T$  và  $T'$ . Tìm tọa độ trung điểm  $H$  của  $TT'$ .

- A.**  $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$ . **B.**  $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$ . **C.**  $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$ . **D.**  $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$ .

**Câu 48:** [2D4-4] Cho các số phức  $z_1, z_2$  với  $z_1 \neq 0$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = z_1.z + z_2$  là đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng 1. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường nào sau đây?

- A.** Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $|z_1|$ .  
**B.** Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức  $-\frac{z_2}{z_1}$ , bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .  
**C.** Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .  
**D.** Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức  $\frac{z_2}{z_1}$ , bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .

**Câu 49:** [1D5-3] Tính đạo hàm cấp  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) của hàm số  $y = \ln|2x-3|$ .

- A.**  $y^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! \left(\frac{2}{2x-3}\right)^n$ . **B.**  $y^{(n)} = (n-1)! \left(\frac{2}{2x-3}\right)^n$ .  
**C.**  $y^{(n)} = (-1)^n (n-1)! \left(\frac{2}{2x-3}\right)^n$ . **D.**  $y^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! \left(\frac{1}{2x-3}\right)^n$ .

**Câu 50:** [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = 8^{\cot x} + (m-3).2^{\cot x} + 3m-2$  (1) đồng biến trên  $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ .

- A.**  $-9 \leq m < 3$ . **B.**  $m \leq 3$ . **C.**  $m \leq -9$ . **D.**  $m < -9$ .

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| A | B | A | C | C | A | A | C | B | D  | C  | A  | B  | A  | D  | B  | A  | D  | A  | D  | D  | A  | A  | A  | C  |

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| C  | A  | A  | A  | C  | D  | B  | B  | B  | A  | D  | A  | C  | D  | A  | C  | A  | B  | D  | A  | A  | A  | B  | D  | C  |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1:** [1D2-3] Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.

### Hướng dẫn giải

#### Chọn A.

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có  $C_9^2$  cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có  $C_7^3$  cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có  $C_4^4$  cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là  $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$  số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là  $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$  số.

**Câu 2:** [1D1-2] Phương trình  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -2$  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn  $[0; 4035\pi]$ ?

- A. 2016. B. 2017. C. 2011. D. 2018.

### Hướng dẫn giải

#### Chọn B.

Ta có  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Trên đoạn  $[0; 4035\pi]$ , các giá trị  $k \in \mathbb{Z}$  thỏa bài toán thuộc tập  $\{0; 1; 2; \dots; 2016\}$ .

Do đó có 2017 nghiệm của phương trình thuộc đoạn  $[0; 4035\pi]$ .

**Câu 3:** [2D1-2] Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?

- A.  $y = \frac{2x-1}{x+3}$ . B.  $y = \frac{1-x}{1+x}$ . C.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ . D.  $y = -x^3 + 3x - 2$ .

### Hướng dẫn giải

#### Chọn A.

Ta đã biết đối với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất thì giao điểm hai tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị, đối với hàm bậc ba thì điểm uốn chính là tâm đối xứng của đồ thị.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu A:  $I_A = (-3; 2)$ .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu B:  $I_B = (-1; -1)$ .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu C:  $I_C = \left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số ở câu D:  $I_D = (0; -2)$ .

Ta có  $OI_A = \sqrt{13}$ ;  $OI_B = \sqrt{2}$ ;  $OI_C = \sqrt{\frac{13}{2}}$ ;  $OI_D = 2$ ;

Suy ra  $I_A$  cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng lớn nhất.

**Câu 4:** [2D2-2] Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\sqrt[3]{a^{14}} > \sqrt[4]{a^7}$ ,  $\log_b(2\sqrt{a+1}) < \log_b(\sqrt{a} + \sqrt{a+2})$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a > 1, b > 1$ .

B.  $0 < a < 1 < b$ .

C.  $0 < b < 1 < a$ .

D.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

Điều kiện:  $a > 0, 0 < b \neq 1$ .

Ta có  $\sqrt[3]{a^{14}} > \sqrt[4]{a^7} \Leftrightarrow a^{\frac{14}{3}} > a^{\frac{7}{4}}$ .

Mà  $\frac{14}{3} > \frac{7}{4}$  nên  $a > 1$ .

Giả sử  $2\sqrt{a+1} < \sqrt{a} + \sqrt{a+2} \Leftrightarrow 4(a+1) < a + 2\sqrt{a(a+2)} + a + 2$

$\Leftrightarrow a+1 < \sqrt{a(a+2)} \Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 < a^2 + 2a \Leftrightarrow 1 < 0$  (vô lý).

Vậy  $2\sqrt{a+1} > \sqrt{a} + \sqrt{a+2}$ .

Mà  $\log_b(2\sqrt{a+1}) < \log_b(\sqrt{a} + \sqrt{a+2})$  nên  $0 < b < 1$ .

**Câu 5:** [2D1-3] Một sợi dây kim loại dài  $a$  (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn có độ dài  $x$  (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ( $a > x > 0$ ). Tìm  $x$  để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

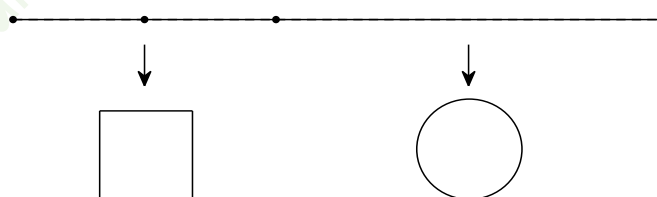
A.  $x = \frac{a}{\pi+4}$  (cm).

B.  $x = \frac{2a}{\pi+4}$  (cm).

C.  $x = \frac{\pi a}{\pi+4}$  (cm).

D.  $x = \frac{4a}{\pi+4}$  (cm).

**Hướng dẫn giải**



**Chọn C.**

Do  $x$  là độ dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn ( $0 < x < a$ ).

Suy ra chiều dài đoạn còn lại là  $a - x$ .

Chu vi đường tròn:  $2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$ .

Diện tích hình tròn:  $S_1 = \pi r^2 = \frac{x^2}{4\pi}$ .

Diện tích hình vuông:  $S_2 = \left(\frac{a-x}{4}\right)^2$ .

$$\text{Tổng diện tích hai hình: } S = \frac{x^2}{4\pi} + \left(\frac{a-x}{4}\right)^2 = \frac{(4+\pi).x^2 - 2a\pi x + \pi a^2}{16\pi}.$$

$$\text{Đạo hàm: } S' = \frac{(4+\pi).x - a\pi}{8\pi}; S' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\pi}{4+\pi}.$$

|      |   |                      |     |
|------|---|----------------------|-----|
|      |   | $\frac{a\pi}{4+\pi}$ |     |
| $x$  | 0 |                      | $a$ |
| $S'$ |   | 0                    |     |
|      | - | +                    |     |
| $S$  |   |                      |     |

$y_{CT}$

Suy ra hàm  $S$  chỉ có một cực trị và là cực tiểu tại  $x = \frac{a\pi}{4+\pi}$ .

Do đó  $S$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = \frac{a\pi}{4+\pi}$ .

**Câu 6:** [1D2-2] Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất một lần. Giả sử con xúc sắc xuất hiện mặt  $k$  chấm. Xét phương trình  $-x^3 + 3x^2 - x = k$ . Tính xác suất để phương trình trên có ba nghiệm thực phân biệt.

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$ .

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Số phần tử không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 6$ .

Xét hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x$ . Số nghiệm của phương trình  $-x^3 + 3x^2 - x = k$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - x$  và đường thẳng  $y = k$ .

Ta có:  $f'(x) = -3x^2 + 6x - 1$ .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3-\sqrt{6}}{3} \Rightarrow y = \frac{9-4\sqrt{6}}{9} \\ x = \frac{3+\sqrt{6}}{3} \Rightarrow y = \frac{9+4\sqrt{6}}{9} \end{cases}.$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm thực phân biệt khi  $\frac{9-4\sqrt{6}}{9} < k < \frac{9+4\sqrt{6}}{9}$ .

$$\Rightarrow k \in \{1; 2\}.$$

Gọi  $A$  là biến cố “Con xúc sắc xuất hiện mặt  $k$  chấm để phương trình đã cho có ba nghiệm thực phân biệt”.

$$\Rightarrow n(A) = 2.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 7:** [2D2-3] Áp suất không khí  $P$  (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức  $P = P_0 \cdot e^{kx}$  (mmHg), trong đó  $x$  là độ cao (đo bằng mét),  $P_0 = 760$  (mmHg) là áp suất không

khí ở mức nước biển ( $x=0$ ),  $k$  là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m.

- A.** 527,06 (mmHg). **B.** 530,23 (mmHg). **C.** 530,73 (mmHg). **D.** 545,01 (mmHg).

## Hướng dẫn giải

**Chọn A.**

Ở độ cao 1000 m áp suất không khí là 672,71 (mmHg).

Nên ta có:  $672,71 = 760e^{1000k}$

$$\Leftrightarrow e^{1000k} = \frac{672,71}{760}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}.$$

Áp suất ở độ cao 3000 m là  $P = 760e^{3000k} = 760e^{3000 \cdot \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}} \approx 527,06$  (mmHg).

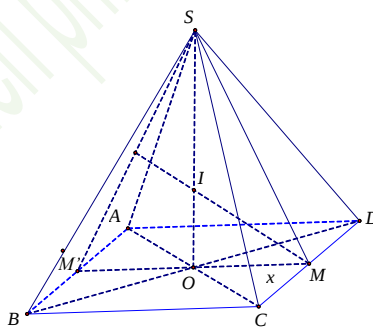
**Câu 8:** [2H2-3] Tính thể tích  $V$  của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là  $h$  và bán kính mặt cầu nội tiếp là  $r$  ( $h > 2r > 0$ ).

- A.**  $V = \frac{4r^2h^2}{3(h+2r)}$       **B.**  $V = \frac{4r^2h^2}{(h+2r)}$       **C.**  $V = \frac{4r^2h^2}{3(h-2r)}$       **D.**  $V = \frac{3r^2h^2}{4(h-2r)}$

## Hướng dẫn giải

**Chọn C.**

Gọi  $I$  là giao điểm ba đường phân giác trong tam giác  $\Delta SMM'$ . Nên  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $\Delta SMM'$ . Mặt khác, do  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $I$  là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp.



Xét  $\Delta SMO$  có  $MI$  là đường phân giác ta có:

$$\frac{SM}{MO} = \frac{SI}{IO} \Rightarrow \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x} = \frac{h-r}{r} \text{ (với } x = MO \text{)}. \Rightarrow x^2 = \frac{hr^2}{h-2r} \Rightarrow AB^2 = 4 \frac{hr^2}{h-2r}$$

Vậy thể tích cần tìm là  $V = \frac{1}{3}h.4.x^2 = \frac{4h^2r^2}{3(h-2r)}$ .

**Câu 9:** [2D4-3] Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$ ?

- A.** 0.      **B.** 1.      **C.** 2.      **D.** 4.

## Hướng dẫn giải

**Chọn B.**

Gọi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

Ta có:

$$\begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \\ a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+1 = -2b+1 \\ -6b+9 = 2b+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}.$$

Vậy có một số phức thỏa mãn là  $z = 1+i$ .

**Câu 10:** [0D6-2] Cho số thực  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ . Tính  $(\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\cos \alpha$

A.  $\frac{25}{128}$ .

B.  $\frac{1}{16}$ .

C.  $\frac{255}{128}$ .

D.  $\frac{225}{128}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\cos \alpha &= 2\sin 2\alpha(\cos 2\alpha + 1)\cos \alpha = 4\sin \alpha \cos \alpha(1 - 2\sin^2 \alpha + 1)\cos \alpha \\ &= 4\sin \alpha(1 - \sin^2 \alpha)(2 - 2\sin^2 \alpha) = 8(1 - \sin^2 \alpha)^2 \sin \alpha = 8\left(1 - \frac{1}{16}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{225}{128}. \end{aligned}$$

**Câu 11:** [2H3-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;3;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z = 1$ . Gọi  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $(P)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $MN$ .

A.  $x - 2y + 2z + 3 = 0$ .

B.  $x - 2y + 2z + 1 = 0$ .

C.  $x - 2y + 2z - 3 = 0$ .

D.  $x - 2y + 2z + 2 = 0$ .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; -2; 2)$ .

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(1;3;-1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  là

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3-2t \\ z = -1+2t \end{cases}.$$

Gọi  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $(P)$  ta có  $N(1+t; 3-2t; -1+2t)$ .

$$\text{Thay } N \text{ vào phương trình mặt phẳng } (P) \text{ ta được } 9t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{8}{9} \Rightarrow N\left(\frac{17}{9}; \frac{11}{9}; \frac{-1}{9}\right)$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } MN \text{ khi đó ta có } I\left(\frac{13}{9}; \frac{19}{9}; \frac{-1}{9}\right).$$

Do mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $MN$  song song với mặt phẳng  $(P)$  nên véc tơ pháp tuyến của  $(P)$  cũng là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn  $MN$ .

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $MN$  đi qua  $I\left(\frac{13}{9}; \frac{19}{9}; -\frac{1}{9}\right)$  và có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; -2; 2)$  là  $x - 2y + 2z + 3 = 0$ .

**Câu 12:** [2D1-3] Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đường thẳng  $d: y = mx - m - 3$  cắt đồ thị  $(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 2$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, I(1; -3)$  mà tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A$  và tại  $B$  vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của  $S$ .

**A.** -1.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 5.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $(d): 2x^3 - 3x^2 - 2 = mx - m - 3$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - m - 1) = 0 \quad (*)$$

Để đường thẳng  $(d)$  cắt đồ thị  $(C)$  tại ba điểm phân biệt thì phương trình  $(*)$  có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow 2x^2 - x - m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x \neq 1$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2.1^2 - 1 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{8} \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Do tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A$  và tại  $B$  vuông góc với nhau nên  $k_1.k_2 = -1$ .

Với  $k_1$  là hệ số góc tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A$ ,  $k_2$  là hệ số góc tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $B$ .

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow k_1 = (6x_1^2 - 6x_1); \Rightarrow k_2 = (6x_2^2 - 6x_2).$$

$$\text{Do } k_1.k_2 = -1 \text{ nên } (6x_1^2 - 6x_1)(6x_2^2 - 6x_2) = -1 \Leftrightarrow 36(x_1x_2)^2 - 36x_1x_2(x_1 + x_2) + 36x_1x_2 + 1 = 0.$$

$$\text{Theo định lý vi-et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1x_2 = -\frac{m+1}{2} \end{cases}$$

$$\text{khi đó ta có } \Leftrightarrow 36\left(-\frac{m+1}{2}\right)^2 - 36\left(-\frac{m+1}{2}\right)\frac{1}{2} + 36\left(-\frac{m+1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 + 9m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-3+\sqrt{5}}{6} \\ m = \frac{-3-\sqrt{5}}{6} \end{cases}. \text{ Vậy } S = \frac{-3+\sqrt{5}}{6} + \frac{-3-\sqrt{5}}{6} = -1.$$

**Câu 13:** [2H1-3] Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $A', B', C', D'$  lần là trung điểm các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp  $S.A'B'C'D'$  và  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{1}{12}$ .

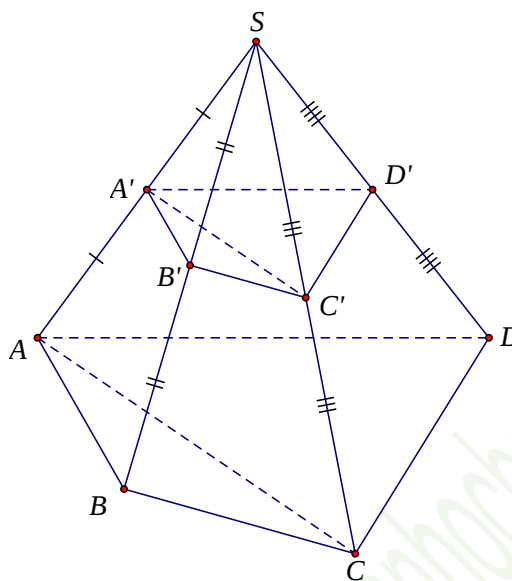
B.  $\frac{1}{8}$ .

C.  $\frac{1}{16}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$\text{Ta có } \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}, \frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{V_{SA'B'C'} + V_{SA'C'D'}}{V_{SABC} + V_{SACD}} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{8}.$$

**Câu 14:** [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng  $120^\circ$ .

A.  $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$ .

B.  $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}, m = -1$ .

C.  $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ .

D.  $m < -1$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 2(m+1)x = 2x(2x^2 + m+1).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 = -m-1 \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi  $y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1.$$

Khi đó

$$A(0; -2m-1), B\left(-\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4} - 2m-1\right), C\left(\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4} - 2m-1\right), \text{ là các}$$

điểm cực trị của đồ thị.

Ta thấy  $AB = AC = \sqrt{-\frac{m+1}{2} + \frac{(m+1)^4}{16}}$  nên tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .

Từ giả thiết suy ra  $A = 120^\circ$ .

Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ , ta có  $H\left(0; -\frac{(m+1)^2}{4} - 2m - 1\right)$

$$BH = AH \tan 60^\circ \Leftrightarrow \frac{(m+1)^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{-\frac{m+1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(m+1)^4}{16} = -\frac{m+1}{2} \Leftrightarrow 3(m+1)^3 = -8 \Leftrightarrow m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}.$$

**Câu 15:** [1D5-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số sau liên tục trên  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{khi } x > 1 \\ m.e^{x-1} + 1 - 2mx^2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

A.  $m = 1$ .

B.  $m = -1$ .

C.  $m = \frac{1}{2}$ .

D.  $m = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ ,  $f(1) = 1 - m$ .

Ta thấy hàm số  $f(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\ln x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (m.e^{x-1} + 1 - 2mx^2) = 1 - m.$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1).$$

$$\Leftrightarrow 1 - m = 1 \Leftrightarrow m = 0.$$

**Câu 16:** [2D1-2] Trên đồ thị  $(C): y = \frac{x-1}{x-2}$  có bao nhiêu điểm  $M$  mà tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $M$  song song với đường thẳng  $d: x + y = 1$ .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$y' = \frac{-1}{(x-2)^2}.$$

Gọi  $M(x_0; y_0) \in (C)$ .

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến với } (C) \text{ tại } M \text{ là: } y'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-2)^2}.$$

Vì tiếp tuyến song song với  $d: y = -x + 1$  nên:

$$y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M(1; 0) \in d \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow M(3; 2) \notin d \end{cases}$$

Vậy có 1 điểm  $M(3; 2)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 17: [2H2-3]** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng cắt nhau  $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$

$(t, t' \in \mathbb{R})$ . Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ .

- A.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$ . **B.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ . **C.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$ . **D.** Cả A, B, C đều sai.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$I(1; 0; 0) = \Delta_1 \cap \Delta_2.$$

$\Delta_1$  và  $\Delta_2$  có VTCP lần lượt là  $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$  và  $\vec{u}_2 = (-1; -1; 2)$ .

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = -\frac{5}{6} < 0 \Rightarrow (\vec{u}_1; \vec{u}_2) \text{ là góc tù.}$$

Gọi  $\vec{u}'$  là véc tơ đối của  $\vec{u}_2 \Rightarrow \vec{u}' = (1; 1; -2)$ .

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  có VTCP  $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}' = (2; 3; -3)$ .

Vậy phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  có dạng:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$ .

**Câu 18: [1D2-3]** Tìm hệ số của  $x^7$  trong khai triển  $f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10}$  thành đa thức.

- A.** 204120. **B.** -262440. **C.** -4320. **D.** -62640.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

$$\begin{aligned} f(x) &= (1 - 3x + 2x^3)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (1 - 3x)^{10-k} \cdot (2x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i (-3x)^i \cdot (2x^3)^k \\ &= \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i (-3)^i \cdot 2^k \cdot x^{i+3k} \quad (i, k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 10, 0 \leq i \leq 10-k). \end{aligned}$$

Số hạng chứa  $x^7$  ứng với  $i + 3k = 7$ .

|     |     |               |               |     |               |               |     |
|-----|-----|---------------|---------------|-----|---------------|---------------|-----|
| $i$ | 1   | 2             | 3             | 4   | 5             | 6             | 7   |
| $k$ | 2   | $\frac{5}{3}$ | $\frac{4}{3}$ | 1   | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 0   |
|     | T/m | Không t/m     | Không t/m     | T/m | Không t/m     | Không t/m     | T/m |

Vậy hệ số của  $x^7$  là:  $C_{10}^2 \cdot C_8^1 \cdot (-3) \cdot 2^2 + C_{10}^1 \cdot C_9^4 \cdot (-3)^4 \cdot 2 + C_{10}^0 \cdot C_{10}^7 \cdot (-3)^7 = -62640$ .

**Câu 19: [2D3-3]** Với mỗi số nguyên dương  $n$  ta kí hiệu  $I_n = \int_0^1 x^2 (1 - x^2)^n dx$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n}$ .

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$\text{Xét } I_n = \int_0^1 x^2 (1 - x^2)^n dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = x(1 - x^2)^n dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{(1 - x^2)^{n+1}}{2(n+1)} \end{cases}.$$

$$I_n = \frac{-x(1-x^2)^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 + \frac{1}{2(n+1)} \int_0^1 (1-x^2)^{n+1} dx = \frac{1}{2(n+1)} \int_0^1 (1-x^2)^{n+1} dx$$

$$\Rightarrow I_{n+1} = \frac{1}{2(n+2)} \int_0^1 (1-x^2)(1-x^2)^{n+1} dx$$

$$\Rightarrow I_{n+1} = \frac{1}{2(n+2)} \left[ \int_0^1 (1-x^2)^{n+1} dx - \int_0^1 x^2(1-x^2)^{n+1} dx \right]$$

$$\Rightarrow I_{n+1} = \frac{1}{2(n+2)} [2(n+1)I_n - I_{n+1}] \Rightarrow \frac{I_{n+1}}{I_n} = \frac{2n+1}{2n+5} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n} = 1.$$

**Câu 20: [1H3-3]** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $ABC$  là tam giác vuông cân,  $AB = AC = a$ ,  $AA' = h (a, h > 0)$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB'$ ,  $BC'$ .

**A.**  $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}.$

**B.**  $\frac{ah}{\sqrt{5a^2 + h^2}}.$

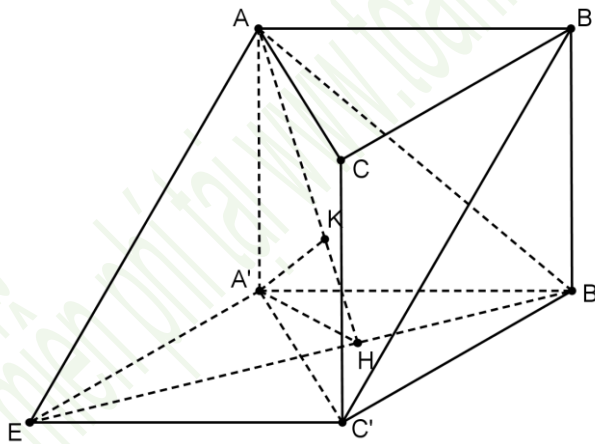
**C.**  $\frac{ah}{\sqrt{2a^2 + h^2}}.$

**D.**  $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}.$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

**Cách 1.**



Dựng hình bình hành  $A'B'C'E$ . Khi đó  $EC'$  vừa song song vừa bằng với  $AB = A'B'$  nên  $ABC'E$  là hình bình hành. Suy ra  $AE \parallel BC'$  hay  $BC' \parallel (AB'E)$  chứa  $AB'$ .

Ta có:  $d(AB', BC') = d(BC', (AB'E)) = d(C', (AB'E))$ . Do  $A'C'$  cắt  $(AB'E)$  tại trung điểm của  $A'C'$  nên  $d(C', (AB'E)) = d(A', (AB'E))$ .

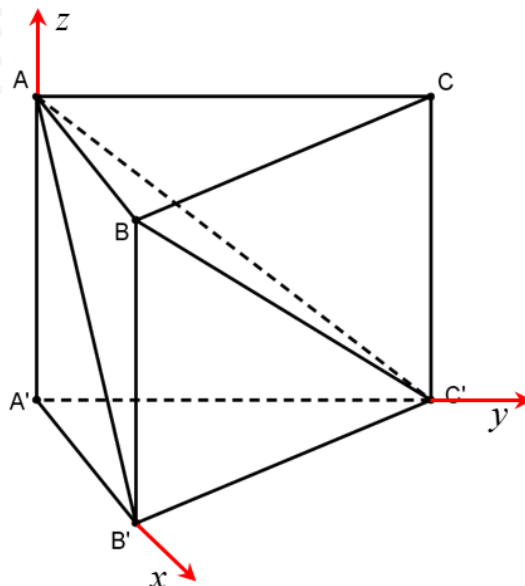
Dựng  $A'H \perp B'E$  tại  $H$  và  $A'K \perp AH$  tại  $K$ . Ta chứng minh được  $A'K \perp (AB'E)$ .

Suy ra  $d(AB', BC') = A'K$ .

Ta có:  $\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}A'C'\right)^2} + \frac{1}{A'B'^2} = \frac{5}{a^2}$  và  $\frac{1}{A'K^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'A^2} = \frac{5}{a^2} + \frac{1}{h^2}$

Vậy  $A'K = \sqrt{\frac{a^2 h^2}{a^2 + 5h^2}} = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}.$

**Cách 2.**



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó:  $A'(0;0;0)$ ,  $B'(a;0;0)$ ,  $C'(0;a;0)$ ,  $A(0;0;h)$ ,  $B(a;0;h)$ ,  $C(0;a;h)$ .

Ta có:  $\overrightarrow{AB'} = (a;0;-h)$ ,  $\overrightarrow{BC'} = (-a;a;-h)$ ,  $\overrightarrow{B'C'} = (-a;a;0)$ .

Suy ra:  $[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] = (ah; 2ah; a^2)$

$$\text{Do đó: } d(AB', BC') = \frac{[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] \cdot \overrightarrow{B'C'}}{[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}]} = \frac{a^2h}{\sqrt{a^2h^2 + 4a^2h^2 + a^4}} = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}.$$

**Câu 21:** [1H1-2] Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $I(2;-1)$ . Gọi  $(C)$  là đồ thị hàm số  $y = \sin 3x$ . Phép vị tự tâm  $I(2;-1)$ , tỉ số  $k = -\frac{1}{2}$  biến  $(C)$  thành  $(C')$ . Viết phương trình đường cong  $(C')$ .

A.  $y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x+18)$ .

B.  $y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x+18)$ .

C.  $y = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x-18)$ .

D.  $y = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x-18)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có: } \forall M \in (C): V_{(I,k)}(M) = N \in (C') \Leftrightarrow \overrightarrow{IN} = k \overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_I = k(x_M - x_I) \\ y_N - y_I = k(y_M - y_I) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N - 2 = -\frac{1}{2}(x_M - 2) \\ y_N + 1 = -\frac{1}{2}(y_M + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2x_N + 6 \\ y_M = -2y_N - 3 \end{cases} \Leftrightarrow M(-2x_N + 6; -2y_N - 3) \in (C)$$

Thay tọa độ  $M$  vào hàm số  $y = \sin 3x$  ta có:

$$-2y_N - 3 = \sin[3(-2x_N + 6)]$$

$$\Leftrightarrow y_N = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(-6x_N + 18)$$

$$\Leftrightarrow y_N = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x_N - 18).$$

Vậy đường cong  $(C')$  có phương trình là  $\Leftrightarrow y = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sin(6x-18)$ .

**Câu 22:** [2D1-2] Đường thẳng  $y = m$  tiếp xúc với đồ thị  $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$  tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 0.                                      D. 3.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Để đường thẳng  $y = m$  tiếp xúc với đường cong  $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$  khi hệ sau có nghiệm.

$$\begin{cases} -2x^4 + 4x^2 - 1 = m & (1) \\ -8x^3 + 8x = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Với  $x = 0$  thay vào (1) ta được  $m = -1$ .

Với  $x = 1$  thay vào (1) ta được  $m = 1$ .

Với  $x = -1$  thay vào (1) ta được  $m = 1$ .

Do đó đường thẳng  $y = m$  tiếp xúc với đồ thị  $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$  tại hai điểm phân biệt khi  $m = 1$ . Hay tung độ tiếp điểm bằng 1.

**Câu 23:** [1D3-3] Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

- A. 20.                                      B. 42.                                      C. 21.                                      D. 17.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Gọi ba số đó là  $x, y, z$ . Do ba số là các số hạng thứ 2, thứ 9 và thứ 44 của một cấp số cộng nên ta có:  $x; y = x + 7d; z = x + 42d$  (với  $d$  là công sai của cấp số cộng).

Theo giả thiết, ta có:  $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 217$ .

Mặt khác, do  $x, y, z$  là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x + 7d)^2 = x(x + 42d) \Leftrightarrow d(-4x + 7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x + 7d = 0 \end{cases}$$

Với  $d = 0$ , ta có:  $x = y = z = \frac{217}{3}$ . Suy ra  $n = 820: \frac{217}{3} = \frac{2460}{217} \notin \mathbb{N}$ .

Với  $-4x + 7d = 0$ , ta có:  $\begin{cases} -4x + 7d = 0 \\ 3x + 49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ d = 4 \end{cases}$ . Suy ra  $u_1 = 7 - 4 = 3$ .

$$\text{Do đó, } S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \frac{[2.3 + 4(n-1)]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{41}{2} \end{cases}$$

Vậy  $n = 20$ .

**Câu 24:** [2H3-1] Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình nón đỉnh  $S\left(\frac{17}{18}; -\frac{11}{9}; \frac{17}{18}\right)$  có đường tròn đáy đi qua ba điểm  $A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 1)$ . Tính độ dài đường sinh  $l$  của hình nón đã cho.

**A.**  $l = \frac{\sqrt{86}}{6}$ .

**B.**  $l = \frac{\sqrt{194}}{6}$ .

**C.**  $l = \frac{\sqrt{94}}{6}$ .

**D.**  $l = \frac{5\sqrt{2}}{6}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$$l = SA = \sqrt{\left(\frac{17}{18} - 1\right)^2 + \left(-\frac{11}{9}\right)^2 + \left(\frac{17}{18}\right)^2} = \frac{\sqrt{86}}{6}.$$

**Câu 25:** [2D1-2] Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = x^{2017} \cdot (x-1)^{2018} \cdot (x+1)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^{2017} \cdot (x-1)^{2018} \cdot (x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -   | 0   | +         |
| $f(x)$  |           |      |     |     |           |

Vậy hàm số chỉ có hai điểm cực trị.

**Câu 26:** [2D1-2] Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{mx+1}{2m+1-x}$  cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm  $m$ .

**A.**  $m=1; m=\frac{3}{2}$ .

**B.**  $m=-1; m=-\frac{3}{2}$ .

**C.**  $m=1; m=-\frac{3}{2}$ .

**D.**  $m=-1; m=3$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+1}{2m+1-x} = -m$ ;  $\lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{mx+1}{2m+1-x} = \lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{m(2m+1)+1}{2m+1-x} = \lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{2m^2+m+1}{2m+1-x}$

$\lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} (2m^2+m+1) = 2m^2+m+1 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} (2m+1-x) = 0$  và  $2m+1-x < 0 \forall x > 2m+1$ .

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{mx+1}{2m+1-x} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận  $x = 2m+1$  và  $y = -m$ .

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 3 suy ra

$$|2m+1| \cdot |m| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 + m = 3 \\ 2m^2 + m = -3 \text{ (PTVN)} \end{cases} \Leftrightarrow 2m^2 + m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

**Câu 27:** [2H1-2] Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật biết rằng ba mặt của hình này có diện tích là  $20\text{cm}^2, 10\text{cm}^2, 8\text{cm}^2$ .

**A.**  $40\text{cm}^3$ .

**B.**  $1600\text{cm}^3$ .

**C.**  $80\text{cm}^3$ .

**D.**  $200\text{cm}^3$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Giả sử hình chữ nhật có ba kích thước là  $a, b, c$ . Ta có

$$\begin{cases} a.b = 20 \\ a.c = 10 \Rightarrow a^2.b^2.c^2 = 1600 \Rightarrow a.b.c = 40. \\ b.c = 8 \end{cases}$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật là  $40\text{cm}^3$ .

**Câu 28:** [1D5-2] Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $S$  tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

**A.**  $12\text{m/s}$ .

**B.**  $0\text{m/s}$ .

**C.**  $11\text{m/s}$ .

**D.**  $6\text{m/s}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Vận tốc của chuyển động chính là đạo hàm cấp một của quãng đường:  $v = S' = -3t^2 + 6t + 9$

Gia tốc của chuyển động chính là đạo hàm cấp hai của quãng đường:  $a = S'' = -6t + 6$

Gia tốc triệt tiêu khi  $S'' = 0 \Leftrightarrow t = 1$ .

Khi đó vận tốc của chuyển động là  $S'(1) = 12\text{m/s}$ .

**Câu 29:** [2D5-2] Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{8}{1+2x} + x$  trên đoạn  $[1; 2]$  lần lượt là

**A.**  $\frac{11}{3}; \frac{7}{2}$ .

**B.**  $\frac{11}{3}; \frac{18}{5}$ .

**C.**  $\frac{13}{3}; \frac{7}{2}$ .

**D.**  $\frac{18}{5}; \frac{3}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn  $[1; 2]$

$$\text{Ta có } f'(x) = 1 - \frac{16}{(1+2x)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \in [1; 2] \\ x = -\frac{5}{2} \notin [1; 2] \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } f(1) = \frac{11}{3}; f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{7}{2}; f(2) = \frac{18}{5}.$$

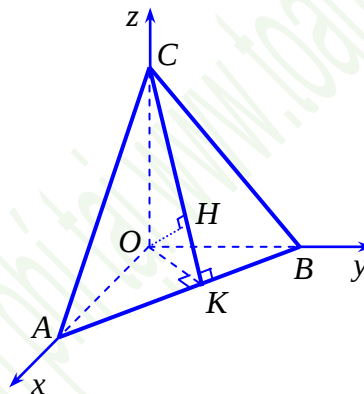
$$\text{Vậy } \max_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{11}{3}; \min_{[1;2]} f(x) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{7}{2}.$$

**Câu 30:** [2H3-2] Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $H(1; 2; -2)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $H$  và cắt các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sao cho  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha)$ .

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$ . B.  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . C.  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . D.  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**



Ta có  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC \Rightarrow OH \perp (ABC)$ .

Thật vậy :

$$\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp AB \quad (1)$$

Mà  $CH \perp AB$  (vì  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ ) (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $AB \perp (OHC) \Rightarrow AB \perp OH$  (\*)

Tương tự  $BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OH$ . (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $OH \perp (ABC)$ .

Khi đó mặt cầu tâm  $O$  tiếp xúc mặt phẳng  $(ABC)$  có bán kính  $R = OH = 3$ .

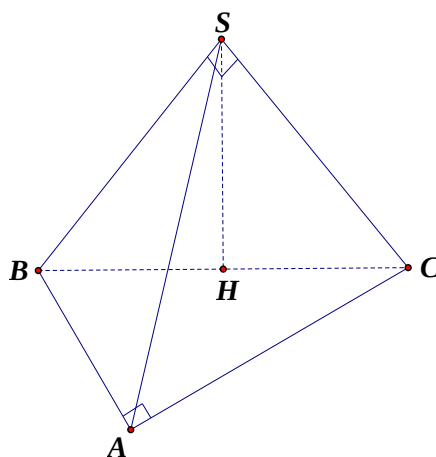
Vậy mặt cầu tâm  $O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

**Câu 31:** [1H3-2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$ ,  $SC$ .

- A.  $45^\circ$ . B.  $120^\circ$ . C.  $30^\circ$ . D.  $60^\circ$ .

### Hướng dẫn giải

**Chọn D.**



□ Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và tam giác  $SBC$  vuông tại  $S$  vì  $AB=AC=1$ ,  $BC=\sqrt{2}$  và  $SB=SC=1$ ,  $BC=\sqrt{2}$ .

□ Ta có  $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 - SC \cdot SB \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ .

□ Suy ra  $\cos(SC; AB) = \left| \cos(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{AB}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{SC \cdot AB} = \frac{1}{2}$ . Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB$ ,  $SC$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 32:** [2D1-3] Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}.$$

**A.**  $y = 2x + 2$ .

**B.**  $y = x + 1$ .

**C.**  $y = 2x + 1$ .

**D.**  $y = 1 - x$ .

### Hướng dẫn giải

**Chọn B.**

□ Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ .

□  $y' = \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2}$ ,  $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (\Rightarrow y = 2) \\ x = -2 (\Rightarrow y = -1) \end{cases}$ .

□ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $M(1; 2)$  và  $N(-2; -1)$ .

□ Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị  $M, N$  của đồ thị hàm số đã cho là:  
 $y = x + 1$ .

**Cách khác:**

□ Áp dụng tính chất: Nếu  $x_0$  là điểm cực trị của hàm số hữu tỷ  $y = \frac{u(x)}{v(x)}$  thì giá trị cực trị tương ứng của hàm số là  $y_0 = \frac{u(x_0)}{v(x_0)} = \frac{u'(x_0)}{v'(x_0)}$ . Suy ra với bài toán trên ta có phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $y = \frac{(x^2 + 2x + 3)'}{(2x + 1)'} = x + 1$ .

**Câu 33:** [2D2-2] Từ phương trình  $(3 + 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$  đặt  $t = (\sqrt{2} - 1)^x$  ta thu được phương trình nào sau đây?

- A.  $t^3 - 3t - 2 = 0$ . B.  $2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$ . C.  $2t^3 + 3t - 1 = 0$ . D.  $2t^2 + 3t - 1 = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

□ Nhận xét:  $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 1$  và  $(\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ .

□ Đặt  $t = (\sqrt{2} - 1)^x$ ,  $t > 0$ . Suy ra  $(3 + 2\sqrt{2})^x = (\sqrt{2} + 1)^{2x} = \frac{1}{(\sqrt{2} - 1)^{2x}} = \frac{1}{t^2}$ .

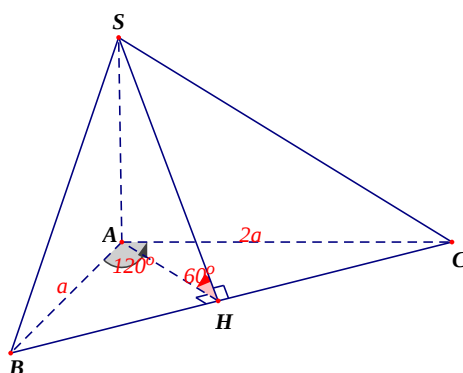
□ Phương trình đã cho được viết lại:  $\frac{1}{t^2} - 2t = 3 \Leftrightarrow 2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$ .

**Câu 34:** [2H1-3] Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  có  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ ,  $BAC = 120^\circ$ ,  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  $60^\circ$ .

- A.  $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$ . B.  $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$ . C.  $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$ . D.  $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**



+ Diện tích đáy  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$

+ Tính chiều cao  $SA$ :

• Dụng  $AH \perp BC$  (với  $H \in BC$ ) suy ra  $SH \perp BC$ , do đó góc  $((SBC), (ABC)) = SHA = 60^\circ$ , suy ra  $SA = AH \cdot \tan 60^\circ$

• Tính  $AH$ : ta có diện tích  $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC \Rightarrow AH = \frac{2.S_{ABC}}{BC}$  mà theo định lý hàm cosin thì

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos A = a^2 + 4a^2 - 2.a.2a.\left(-\frac{1}{2}\right) = 7a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{7}, \text{ suy ra}$$

$$AH = \frac{2.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}a.$$

+ KL: Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2.\frac{\sqrt{21}}{7}a = \frac{\sqrt{7}}{14}a^3$  (đvtt).

**Câu 35:** [2D2-3] Tìm tất cả giá trị của  $m$  để phương trình  $81^{2x-\sqrt{x}} = m$  có nghiệm.

- A.**  $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ . **B.**  $m \geq 0$ . **C.**  $m \geq 1$ . **D.**  $m \geq -\frac{1}{8}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

\* Đặt  $t = \sqrt{x}$  ( $t \geq 0$ )  $\Rightarrow t^2 = x$ . PT trở thành  $81^{2t^2-t} = m$ .

Ta có PT  $81^{2x-\sqrt{x}} = m$  có nghiệm khi và chỉ khi PT  $81^{2t^2-t} = m$  có nghiệm  $t \geq 0$ .

+ Khảo sát  $f(t) = 81^{2t^2-t}$  (với  $t \geq 0$ ) ta có:  $f'(t) = 81^{2t^2-t} \cdot (4t-1)$ .

Lập bảng biến thiên ta được:

|      |   |                      |           |
|------|---|----------------------|-----------|
| $t$  | 0 | $\frac{1}{4}$        | $+\infty$ |
| $y'$ |   | 0                    | +         |
| $y$  | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $+\infty$ |

\* KL: PT  $81^{2t^2-t} = m$  có nghiệm  $t \geq 0$  khi và chỉ khi  $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 36:** [2D3-3] Tìm tất cả các giá trị dương của  $m$  để  $\int_0^3 x(3-x)^m dx = -f''\left(\frac{10}{9}\right)$ , với  $f(x) = \ln x^{15}$ .

- A.**  $m = 20$ . **B.**  $m = 4$ . **C.**  $m = 5$ . **D.**  $m = 3$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

+ Từ  $f(x) = \ln x^{15} \Rightarrow f'(x) = \frac{15x^{14}}{x^{15}} = \frac{15}{x} \Rightarrow f''(x) = \frac{-15}{x^2}$  do đó  $f''\left(\frac{10}{9}\right) = \frac{-243}{20}$ .

+ Tính tích phân  $I = \int_0^3 x(3-x)^m dx$ :

• Đặt  $t = 3-x \Rightarrow x = 3-t, dx = -dt, \frac{x}{t} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 3 \end{array} \right. \frac{3}{0}$

• Do đó  $I = \int_3^0 (3-t)t^m (-dt) = \int_0^3 (3t^m - t^{m+1}) dt = \frac{3t^{m+1}}{m+1} - \frac{t^{m+2}}{m+2} \Big|_0^3 = \frac{3^{m+2}}{(m+1)(m+2)}$

$$+ \text{Ta có } \int_0^3 x(3-x)^m dx = -f''\left(\frac{10}{9}\right) \Leftrightarrow \frac{3^{m+2}}{(m+1)(m+2)} = \frac{243}{20} \Leftrightarrow \frac{3^{m+2}}{(m+1)(m+2)} = \frac{3^5}{4.5}$$

Thay lần lượt các giá trị  $m$  ở 4 đáp án, nhận giá trị  $m = 3$ .

(Ghi chú: để giải PT  $\Leftrightarrow \frac{3^{m+2}}{(m+1)(m+2)} = \frac{3^5}{4.5}$  rất khó và nhiều thời gian, nên chọn PP này để làm trắc nghiệm cho nhanh và chọn đúng đáp án)

**Câu 37: [2D3-3]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(P): y = x^2 - 4x + 5$  và các tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $A(1;2)$  và  $B(4;5)$ .

**A.**  $\frac{9}{4}$ .

**B.**  $\frac{4}{9}$ .

**C.**  $\frac{9}{8}$ .

**D.**  $\frac{5}{2}$ .

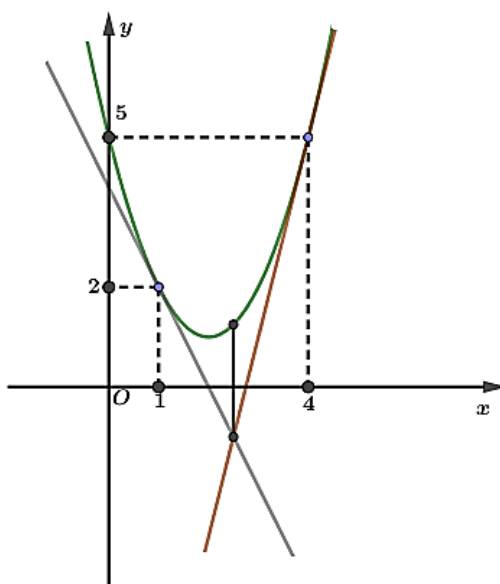
**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có  $y' = 2x - 4$ .

Tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $A$  và  $B$  lần lượt là  $y = -2x + 4$ ;  $y = 4x - 11$ .

Giao điểm của hai tiếp tuyến là  $M\left(\frac{5}{2}; -1\right)$ .



Khi đó, dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng cần tìm

$$\text{là: } S = \int_1^{\frac{5}{2}} (x^2 - 4x + 5 + 2x - 4) dx + \int_{\frac{5}{2}}^4 (x^2 - 4x + 5 - 4x + 11) dx = \frac{9}{4}.$$

**Câu 38: [1H2-3]** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Qua  $A, B, C, D$  lần lượt vẽ các nửa đường thẳng  $Ax, By, Cz, Dt$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(ABCD)$ , song song với nhau và không nằm trong  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(P)$  cắt  $Ax, By, Cz, Dt$  tương ứng tại  $A', B', C', D'$  sao cho  $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$ . Tính  $DD'$ .

**A.** 4.

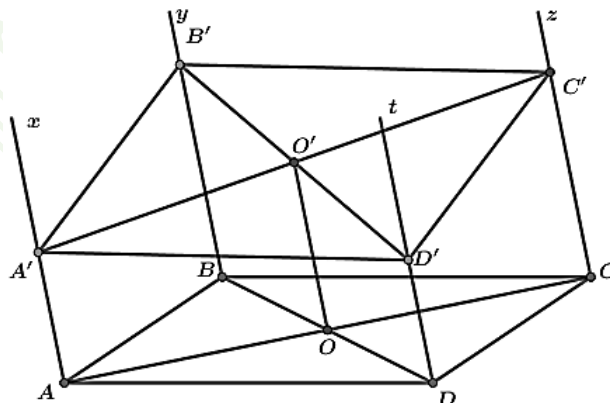
**B.** 6.

**C.** 2.

**D.** 12.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**



Do  $(P)$  cắt mặt phẳng  $(Ax, By)$  theo giao tuyến  $A'B'$ ; cắt mặt phẳng  $(Cz, Dt)$  theo giao tuyến  $C'D'$ , mà hai mặt phẳng  $(Ax, By)$  và  $(Cz, Dt)$  song song nên  $A'B' \parallel C'D'$ .

Tương tự có  $A'D' \parallel B'C'$  nên  $A'B'C'D'$  là hình bình hành.

Gọi  $O, O'$  lần lượt là tâm  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ . Dễ dàng có  $OO'$  là đường trung bình của hai hình thang  $AA'C'C$  và  $BB'D'D$  nên  $OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{BB' + DD'}{2}$ .

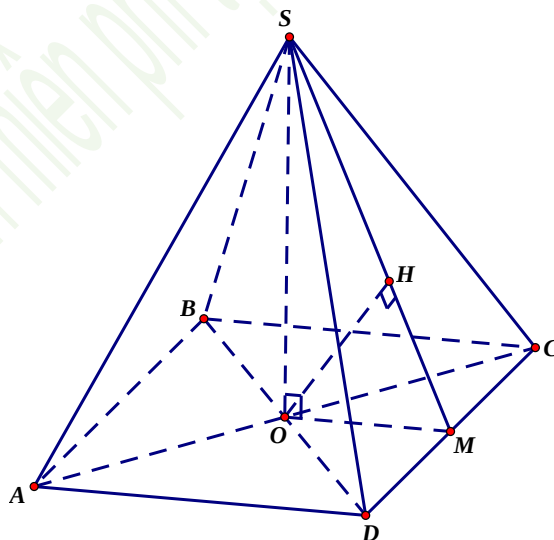
Từ đó ta có  $DD' = 2$ .

**Câu 39:** [1H3-3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ . Tính khoảng cách giữa  $SC$  và  $AB$  biết rằng  $SO = a$  và vuông góc với mặt đáy của hình chóp.

- A.  $a$ .      B.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .      C.  $\frac{2a}{5}$ .      D.  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**



Từ giả thiết suy ra hình chóp  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều.

Ta có  $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$  nên  $d(SC; AB) = d(AB; \text{mp}(SCD)) = d(A; \text{mp}(SCD))$ .

Mặt khác  $O$  là trung điểm  $AC$  nên  $d(A; \text{mp}(SCD)) = 2d(O; \text{mp}(SCD))$ .

Như vậy  $d(SC; AB) = 2d(O; \text{mp}(SCD))$ .

Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$ , ta có  $OM \perp CD$  và  $OM = \frac{a}{2}$ . Kẻ  $OH \perp SM$ , với  $H \in SM$ , thì  $OH \perp \text{mp}(SCD)$ .

Xét tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$ , ta có  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2}$ .

Từ đó  $OH = \frac{a}{\sqrt{5}}$ .

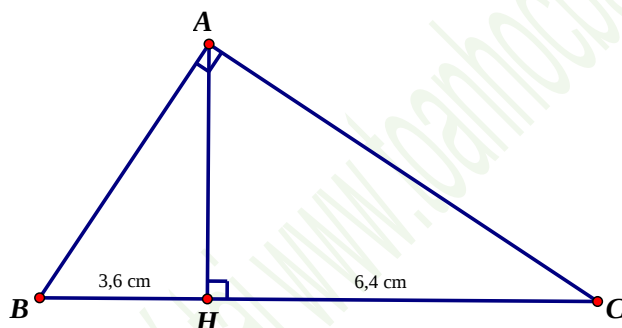
Vậy  $d(SC; AB) = 2d(O; mp(SCD)) = 2.OH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 40:** [2H2-3] Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ ,  $HB = 3,6\text{cm}$ ,  $HC = 6,4\text{cm}$ . Quay miền tam giác  $ABC$  quanh đường thẳng  $AH$  ta thu được khối nón có thể tích bằng bao nhiêu?

- A.  $205,89\text{cm}^3$ . B.  $617,66\text{cm}^3$ . C.  $65,14\text{cm}^3$ . D.  $65,54\text{cm}^3$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có  $AH^2 = HB.HC = 3,6.6,4 = 23,04$  nên  $AH = 4,8\text{cm}$ .

Quay miền tam giác  $ABC$  quanh đường thẳng  $AH$  ta thu được khối nón có bán kính đáy  $r = HC = 6,4\text{cm}$ , chiều cao  $h = AH = 4,8\text{cm}$ .

Thể tích của khối nón tạo thành là  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}.\pi.6,4^2.4,8 \approx 205,89(\text{cm}^3)$ .

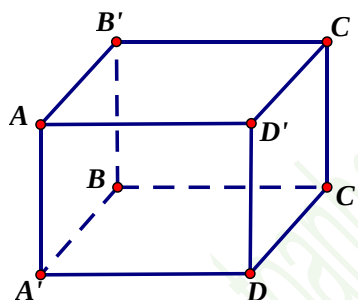
**Câu 41:** [2H2-4] Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  biết rằng  $AB = CD = a$ ,  $BC = AD = b$ ,  $AC = BD = c$ .

- A.  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ . B.  $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$ .  
C.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ . D.  $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Dựng hình hộp  $AB'CD'.A'BC'D$



Xét mặt bên  $CD'DC'$  là hình bình hành có  $CD = AB = C'D'$  nên mặt bên  $CD'DC'$  là hình chữ nhật. Tương tự ta có tất cả các mặt bên của hình hộp  $AB'CD'.A'BC'D'$  đều là các hình chữ nhật. Do đó  $AB'CD'.A'BC'D'$  là hình hộp chữ nhật.

Khi đó, mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

Kí hiệu  $AB' = x, AD' = y, AA' = z$  thì ta có  $x^2 + z^2 = a^2, x^2 + y^2 = c^2, z^2 + y^2 = b^2$ .

$$\text{Suy ra } x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}.$$

$$\text{Do đó: } R = \frac{AC'}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

**Câu 42:** [1D4-2] Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây sai?

**A.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy tăng.

**B.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .

**C.**  $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**D.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017} = \frac{1}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}}$ . Do đó, dãy số  $(u_n)$  giảm.

**Câu 43:** [2D1-2] Trên đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{3x+4}$  có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 0.

**D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x-1}{3x+4} = \frac{2}{3} - \frac{11}{3(3x+4)} \Rightarrow 3y = 2 - \frac{11}{3x+4}.$$

$$\text{Để } y \in \mathbb{Q} \text{ thì } \begin{cases} 3x+4=1 \\ 3x+4=-1 \\ 3x+4=11 \\ 3x+4=-11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \rightarrow y=-3 \\ x=-\frac{5}{3} (l) \\ x=\frac{7}{3} (l) \\ x=-5 \rightarrow y=1 \end{cases}$$

**Câu 44:** Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của  $m$  để phương trình  $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$  có nghiệm. Tập  $S$  có bao nhiêu tập con?

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ x+m > 0 \\ \log_5(2-x) = \log_5(x+m) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -m \\ 2-x = x+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -m \\ x = \frac{2-m}{2} \end{cases}.$$

Phương trình có nghiệm khi  $-m < 2 \Leftrightarrow m > -2$ .

Khi đó ta có  $S = \{-1; 0\}$ . Do đó số tập con của  $S$  bằng  $2^2 = 4$ .

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; 0; 1)$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên trục  $Ox$  và trên mặt phẳng  $(Oyz)$ . Viết phương trình mặt trung trực của đoạn  $AB$ .

**A.**  $4x - 2z - 3 = 0$ . **B.**  $4x - 2y - 3 = 0$ . **C.**  $4x - 2z + 3 = 0$ . **D.**  $4x + 2z + 3 = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

$A$  là hình chiếu của  $M(2; 0; 1)$  trên trục  $Ox$  nên ta có  $A(2; 0; 0)$ .

$B$  là hình chiếu của  $M(2; 0; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  nên ta có  $B(0; 0; 1)$ .

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ . Ta có  $I\left(1; 0; \frac{1}{2}\right)$ .

Mặt trung trực đoạn  $AB$  đi qua  $I$  và nhận  $\overrightarrow{BA} = (2; 0; -1)$  làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình  $2(x-1) - 1\left(z - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2z - 3 = 0$ .

**Câu 46:** Cho tích phân  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x \cos 4x dx = a + b\sqrt{3}$ , trong đó  $a, b$  là các hằng số hữu tỉ. Tính  $e^a + \log_2 |b|$ .

**A.**  $-2$ . **B.**  $-3$ . **C.**  $\frac{1}{8}$ . **D.**  $0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x \cos 4x dx = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{3}}^0 (\cos 6x + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^0 = -\frac{1}{8} \sqrt{3}$ .

Do đó ta có  $a = 0, b = -\frac{1}{8}$ . Vậy  $e^a + \log_2 |b| = e^0 + \log_2 \frac{1}{8} = -2$ .

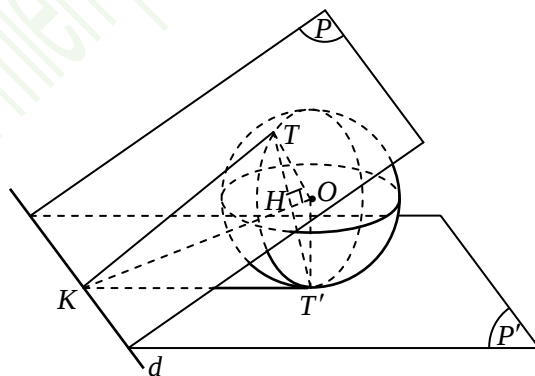
**Câu 47:** [2H3-4] Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ . Hai mặt phẳng  $(P), (P')$  chứa  $d$  và tiếp xúc với  $(S)$  tại  $T$  và  $T'$ .

Tìm tọa độ trung điểm  $H$  của  $TT'$ .

**A.**  $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$ . **B.**  $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$ . **C.**  $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$ . **D.**  $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**



(S) có tâm mặt cầu  $I(1; 0; -1)$ , bán kính  $R=1$ .

Gọi  $K = d \cap (ITT')$ . Ta có  $\begin{cases} d \perp IT \\ d \perp IT' \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT')$  nên K là hình chiếu vuông góc của I trên d. Ta có  $K(0; 2; 0)$

$$\text{Ta có } \frac{IH}{IK} = \frac{IH \cdot IK}{IK^2} = \frac{R^2}{IK^2} = \left( \frac{1}{\sqrt{6}} \right)^2 = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OH} = \frac{1}{6} \overrightarrow{OK} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{HO} + \overrightarrow{HK} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{5x_O + x_K}{5+1} = \frac{5}{6} \\ y_H = \frac{5y_O + y_K}{5+1} = \frac{2}{6} \\ z_H = \frac{5z_O + z_K}{5+1} = \frac{-5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{-5}{6}\right).$$

**Câu 48:** [2D4-4] Cho các số phức  $z_1, z_2$  với  $z_1 \neq 0$ . Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $w = z_1 \cdot z + z_2$  là đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng 1. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường nào sau đây?

**A.** Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $|z_1|$ .

**B.** Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức  $-\frac{z_2}{z_1}$ , bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .

**C.** Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .

**D.** Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức  $\frac{z_2}{z_1}$ , bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$|w| = |z_1 \cdot z + z_2| \Leftrightarrow 1 = |z_1| \left| z + \frac{z_2}{z_1} \right| \Leftrightarrow \left| z + \frac{z_2}{z_1} \right| = \frac{1}{|z_1|}$$

Nên tập hợp điểm là đường tròn có tâm là điểm biểu diễn số phức  $-\frac{z_2}{z_1}$ , bán kính bằng  $\frac{1}{|z_1|}$ .

**Câu 49:** [1D5-3] Tính đạo hàm cấp  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) của hàm số  $y = \ln|2x-3|$ .

**A.**  $y^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^n$ .

**B.**  $y^{(n)} = (n-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^n$ .

C.  $y^{(n)} = (-1)^n (n-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^n$ .

D.  $y^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! \left( \frac{1}{2x-3} \right)^n$ .

### Hướng dẫn giải

#### Chọn D.

Ta có:  $y = \ln|2x-3| \Rightarrow y' = \frac{2}{2x-3}$

$\Rightarrow y'' = 2^2 \cdot \frac{(-1) \cdot 1}{(2x-3)^2}$ .

$\Rightarrow y''' = 2^3 \cdot (-1)^2 \cdot \frac{1 \cdot 2}{(2x-3)^3} = (-1)^{n-1} (n-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^n$ .

Giả sử  $y^{(n)} = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^n$  (1). Ta chứng minh công thức (1) đúng. Thật vậy:

Với  $n=1$  ta có:  $y' = \frac{2}{2x-3}$ .

Giả sử (1) đúng đến  $n=k$ ,  $2 \leq k \in \mathbb{N}^*$  tức là  $y^{(k)} = (-1)^{k-1} \cdot (k-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^k$ .

Ta phải chứng minh (1) đúng đến  $n=k+1$ , tức là chứng minh  $y^{(k+1)} = (-1)^k \cdot k! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^{k+1}$ .

Ta có:  $y^{(k+1)} = [y^{(k)}]' = (-1)^{k-1} \cdot (k-1)! \left[ \left( \frac{2}{2x-3} \right)^k \right]' = (-1)^{k-1} \cdot (k-1)! \cdot 2^k \cdot \frac{(-1)2k(2x-3)^{k-1}}{(2x-3)^{2k}}$   
 $= (-1)^k \cdot k! \cdot \frac{2^{k+1}}{(2x-3)^{k+1}} = (-1)^k \cdot k! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^{k+1}$ .

Vậy  $y^{(n)} = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)! \left( \frac{2}{2x-3} \right)^n$ .

**Câu 50:** [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m-2$  (1) đồng biến trên  $\left[ \frac{\pi}{4}; \pi \right)$ .

A.  $-9 \leq m < 3$ .

B.  $m \leq 3$ .

C.  $m \leq -9$ .

D.  $m < -9$ .

### Hướng dẫn giải

#### Chọn C.

Đặt  $2^{\cot x} = t$  vì  $x \in \left[ \frac{\pi}{4}; \pi \right)$  nên  $0 < t \leq 2$ . Khi đó ta có hàm số:  $y = t^3 + (m-3)t + 3m-2$  (2).

$\Rightarrow y' = 3t^2 + m-3$ .

Để hàm số (1) đồng biến trên  $\left[ \frac{\pi}{4}; \pi \right)$  thì hàm số (2) phải nghịch biến trên  $(0; 2]$  hay

$3t^2 + m-3 \leq 0, \forall t \in (0; 2] \Leftrightarrow m \leq 3-3t^2, \forall t \in (0; 2]$ .

Xét hàm số:  $f(t) = 3-3t^2, \forall t \in (0; 2] \Rightarrow f'(t) = -6t$ .

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$ .

Ta có bảng biến thiên:

|         |   |      |
|---------|---|------|
| $t$     | 0 | 2    |
| $f'(t)$ | 0 | —    |
| $f(t)$  | 3 | → -9 |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $-9 \leq f(t) < 3, \forall t \in (0; 2]$ .

Vậy hàm số (1) đồng biến trên  $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$  khi  $m \leq -9$ .

-----HẾT-----