

SỞ GD VÀ ĐT QUẢNG NINH
TRƯỜNG THPT
TRẦN NHÂN TÔNG

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1, NĂM HỌC 2017-2018
MÔN: TOÁN 12
(Thời gian làm bài 90 phút)

Mã đề thi ...

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu 1: [2D1-2] Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a ,

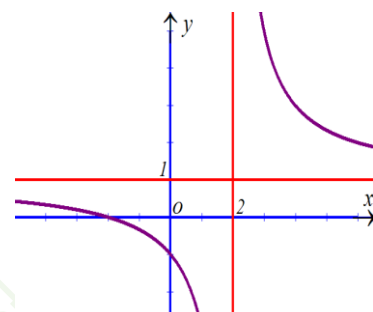
b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq 2$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.



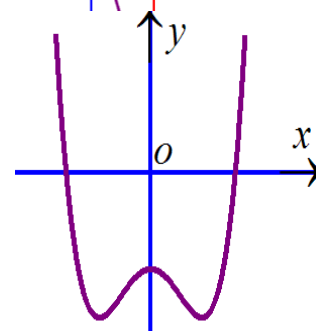
Câu 2: [2D1-2] Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Câu 3: [2D1-1] Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

B. $y = -x^3 + x + 1$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$.

Câu 4: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$-$	$ $	$+$	0	$-$
y	5		-2		4	-1

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Câu 5: [2D4-1] Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$

A. $y_{CT} = 4$.

B. $y_{CT} = -6$.

C. $y_{CT} = -1$.

D. $y_{CT} = 8$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$.

B. $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$.

C. $I(1; -2; -2)$ và $R=2$.

D. $I(1; -2; -2)$ và $R=\sqrt{14}$.

Câu 7: **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \sin(2x-1)$.

A. $\frac{1}{2} \cos(2x-1) + C$.

B. $-\cos(2x-1) + C$.

C. $-\frac{1}{2} \cos(2x-1) + C$.

D. $-\frac{1}{2} \sin(2x-1) + C$.

Câu 8: **[2D3-1]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9) = -6$.

B. $F(9) = 6$.

C. $F(9) = 12$.

D. $F(9) = -12$.

Câu 9: **[2D2-1]** Giải phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 3) = 1$.

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$.

Câu 10: **[2D2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$

A. $y' = 17^{-x} \ln 17$.

B. $y' = -x \cdot 17^{-x-1}$.

C. $y' = -17^{-x}$.

D. $y' = -17^{-x} \ln 17$.

Câu 11: **[2D2-2]** Giải bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3) \geq 0$.

A. $x \geq 2$.

B. $\frac{3}{2} < x \leq 2$.

C. $x \geq \frac{5-\sqrt{3}}{2}$.

D. $x \leq \frac{5-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: **[2D2-1]** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(-2x^2 + x + 1)$.

A. $D = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

B. $D = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 13: **[1H3-1]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A = (4; 0; 1)$ và $B = (-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x - y - z = 0$.

B. $3x + y + z - 6 = 0$.

C. $3x - y - z + 1 = 0$.

D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 14: **[2D3-2]** Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = 36$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Câu 15: **[2D2-2]** Một sinh viên mới ra trường được nhận vào làm việc ở tập đoàn Samsung Việt nam mới mức lương 10.000.000 VNĐ/tháng và thỏa thuận nếu hoàn thành tốt công việc thì sau một quý (3 tháng) công ty sẽ tăng cho anh thêm 500.000 VNĐ. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì lương của anh ta sẽ được 20.000.000 VNĐ/tháng nếu cứ cho rằng anh ta sẽ luôn hoàn thành tốt công việc.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 16: **[1D4-2]** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \frac{-3}{2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Câu 17: [1D1-2] Giải phương trình $\cos 2x + 2\cos x - 3 = 0$.

A. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18: [2D3-2] Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=2$.

B. $a-2b=0$.

C. $a+b=-2$.

D. $a+2b=0$.

Câu 19: [1H3-1] Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.

C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

D. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

Câu 20: [1D3-2] Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

A. 10.

B. 11.

C. 26.

D. 50.

Câu 21: [2D1-2] Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 22: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6$.

B. $m = 0$.

C. $m = -4$.

D. $m = 2$.

Câu 23: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x + y - 2z - 14 = 0$.

B. $3x - y + 2z + 6 = 0$.

C. $3x - y + 2z - 6 = 0$.

D. $3x - y - 2z + 6 = 0$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$.

B. $m \geq 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

Câu 25: [2H1-2] Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích khối hộp này.

A. $V = 4a^3$.

B. $V = 24a^3$.

C. $V = 12a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Câu 26: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $SC = \sqrt{7}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Câu 27: [2H1-2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh bằng a . Tính thể tích khối $A'BCC'B'$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 28: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

B. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

C. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 29: [2H1-2] Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

A. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$.

B. $S_{xq} = 2\pi$.

C. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$.

D. $S_{xq} = 4\pi$.

Câu 30: [2H1-2] Cho hình chóp $b > 0$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, và $ASB = 60^\circ$. Tính diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \frac{13\pi a^2}{2}$.

B. $S = \frac{13\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{11\pi a^2}{2}$.

D. $S = \frac{11\pi a^2}{3}$.

Câu 31: [2H1-2] Một thầy giáo muốn tiết kiệm tiền để mua cho mình một chiếc xe Ô tô nên mỗi tháng gửi ngân hàng 4.000.000 VNĐ với lãi suất 0.8% /tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô 400.000.000 VNĐ?

A. $n = 72$.

B. $n = 73$.

C. $n = 74$.

D. $n = 75$.

Câu 32: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{mx - m^2 - 2}{-x + 1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[-4; -2]} y = \frac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $-3 < m < \frac{-1}{2}$.

B. $\frac{-1}{2} < m < 0$.

C. $m > 4$.

D. $1 \leq m < 3$.

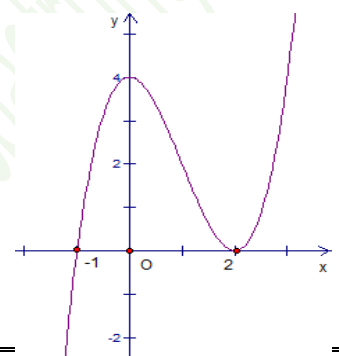
Câu 33: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(0; 1)$.



Câu 34: [2D3-2] Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tính $\int_1^e f'(x) \ln x dx$ bằng:

- A. $I = \frac{e^2 - 3}{2e^2}$. B. $I = \frac{2 - e^2}{e^2}$. C. $I = \frac{e^2 - 2}{e^2}$. D. $I = \frac{3 - e^2}{2e^2}$.

Câu 35: [2D3-2] Một chiếc xe đua đang chạy 180 km/h. Tay đua nhấn ga để về đích kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t) = 2t + 1$ (m/s²). Hỏi rằng 5 s sau khi nhấn ga thì xe chạy với vận tốc bao nhiêu km/h.

- A. 200. B. 243. C. 288. D. 300.

Câu 36: [2D2-2] Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 - 6y^2 = xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{2}$. D. $M = \frac{1}{3}$.

Câu 37: [2D3-3] Biết rằng tích phân $\int_0^4 \frac{(x+1)e^x}{\sqrt{2x+1}} dx = ae^4 + b$. Tính $T = a^2 - b^2$

- A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = \frac{5}{2}$.

Câu 38: [1D1-4] Số nghiệm của phương trình: $\sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x) + \cos 2x$ trên $[-10; 30]$ là:

- A. 46. B. 51. C. 50. D. 44.

Câu 39: [1D2-3] Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

- A. 30. B. 31. C. 32. D. 33.

Câu 40: [1D2-3] Một thí sinh tham gia kì thi THPT Quốc gia. Trong bài thi môn Toán bạn đó làm được chắc chắn đúng 40 câu. Trong 10 câu còn lại chỉ có 3 câu bạn loại trừ được mỗi câu một đáp án chắc chắn sai. Do không còn đủ thời gian nên bạn bắt buộc phải khoanh bừa các câu còn lại. Hỏi xác suất bạn đó được 9 điểm là bao nhiêu?

- A. 0,079. B. 0,179. C. 0,097. D. 0,068.

Câu 41: [1D2-1] Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại.

- A. $\frac{631}{3375}$. B. $\frac{189}{1003}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 42: [2H1-4] Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM, AC = 3AP, BD = 2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mp(MNP).

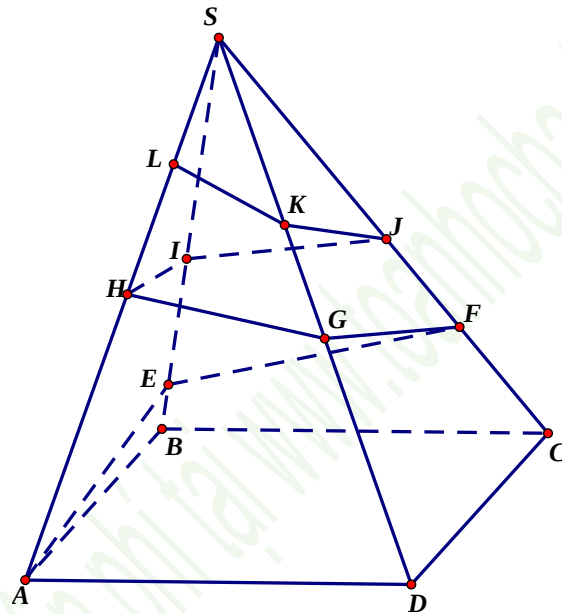
- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{8}{13}$.

Câu 43: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH = a$.

- A. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$. B. $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$. C. $\frac{\sqrt{19}}{19}a$. D. $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$.

Câu 44: [1H3-4] Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng 200m, góc $ASB = 15^\circ$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40$ m. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí?

- A. $40\sqrt{67} + 40$ mét. B. $20\sqrt{111} + 40$ mét. C. $40\sqrt{31} + 40$ mét. D. $40\sqrt{111} + 40$ mét.



Câu 45: [2D1-4] Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

- A. $m = 1, m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. B. $m = 0, m = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$. C. $m = 0, m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1, m = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 46: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $B(2; -1; -3)$, $C(-6; -1; 3)$. Trong các tam giác ABC thỏa mãn các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau, điểm $A(a; b; 0)$, $b > 0$ sao cho góc A lớn nhất. Tính giá trị $\frac{a+b}{\cos A}$.

- A. 10. B. -20. C. 15. D. $-\frac{\sqrt{31}}{3}$.

Câu 47: [2D1-4] Đường thẳng $y = k(x+2) + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ (1) tại 3 điểm phân biệt, tiếp tuyến với đồ thị (1) tại 3 giao điểm đó lại cắt nhau tại 3 điểm tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

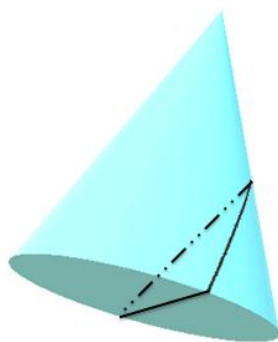
- A. $k \leq -2$. B. $-2 < k \leq 0$. C. $0 < k \leq 3$. D. $k > 3$.

Câu 48: [2D1-4] Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy - 5})x + \sqrt{3xy - 5} = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$

- A. $\frac{296\sqrt{15} - 18}{9}$. B. $\frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$. C. $\frac{36 - 4\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{-4\sqrt{6} + 18}{9}$.

Câu 49: [2H2-4] Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R , đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60° tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α) ?



- A. $\frac{2}{\pi}$. B. $\frac{1}{2(\pi - 1)}$. C. $\frac{2}{3\pi}$. D. $\frac{3\pi - 4}{6\pi}$.

Câu 50: [2D2-4] Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a; b)$ đặt $T = b^2 - a^2$ thì:

- A. $T = 36$. B. $T = 48$. C. $T = 64$. D. $T = 72$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	D	C	C	C	C	A	D	B	B	A	D	B	C	B	D	B	A	C	B	C	D	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	A	B	C	B	D	A	C	B	B	D	C	A	B	A	C	C	B	C	B	B	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-2] Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a ,

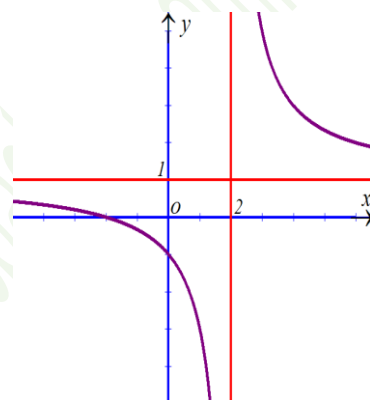
b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq 2$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nghịch biến và có tiệm cận đứng $x=2$ nên $y' < 0, \forall x \neq 2$.

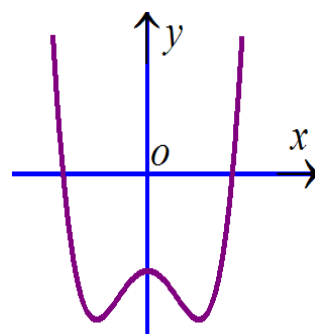
Câu 2: [2D1-2] Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số có nhánh cuối cùng hướng lên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0$ mà $a > 0$ nên $b < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 3: [2D1-1] Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

B. $y = -x^3 + x + 1$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$ có $y' = -3x^2 + 6x - 9 = -3(x-1)^2 - 6 < 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$ nên nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	$ $	$+$	0	$-$	
y	5		-2		4		-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
B. Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = -1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 5$ và $y = -1$.

Câu 5: **[2D4-1]** Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$

- A.** $y_{CT} = 4$. **B.** $y_{CT} = -6$. **C.** $y_{CT} = -1$. **D.** $y_{CT} = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 4x^3 - 8x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow y = -1 \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-1		3		-1		$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -1$ tại $x_{CT} = \sqrt{2}$, $x_{CT} = -\sqrt{2}$.

Câu 6: **[2H3-1]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

- A.** $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$. **B.** $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$.
C. $I(1; -2; -2)$ và $R = 2$. **D.** $I(1; -2; -2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 > d$)

$\Rightarrow a = 1, b = -2, c = -2, d = 5$.

Vậy tâm mặt cầu là $I(1; -2; -2)$ và bán kính mặt cầu $R = \sqrt{1+4+4-5} = 2$.

Câu 7: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \sin(2x-1)$.

A. $\frac{1}{2} \cos(2x-1) + C$.

B. $-\cos(2x-1) + C$.

C. $-\frac{1}{2} \cos(2x-1) + C$.

D. $-\frac{1}{2} \sin(2x-1) + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\int \sin(2x-1) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x-1) + C$.

Câu 8: [2D3-1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết

$\int_0^9 f(x) dx = 9$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9) = -6$.

B. $F(9) = 6$.

C. $F(9) = 12$.

D. $F(9) = -12$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $I = \int_0^9 f(x) dx = F(x) \Big|_0^9 = F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) = 12$.

Câu 9: [2D2-1] Giải phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 3) = 1$.

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đkxđ: $x^2 - 2x + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét phương trình: $\log_2(x^2 - 2x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 10: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$

A. $y' = 17^{-x} \ln 17$.

B. $y' = -x \cdot 17^{-x-1}$.

C. $y' = -17^{-x}$.

D. $y' = -17^{-x} \ln 17$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Áp dụng công thức: $(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$ ta có: $y' = (17^{-x})' = -17^{-x} \cdot \ln 17$.

Câu 11: [2D2-2] Giải bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3) \geq 0$.

A. $x \geq 2$.

B. $\frac{3}{2} < x \leq 2$.

C. $x \geq \frac{5-\sqrt{3}}{2}$.

D. $x \leq \frac{5-\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đkxđ: $x > \frac{3}{2}$.

Xét phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3) \geq 0 \Leftrightarrow 2x-3 \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x \leq 2$.

Câu 12: [2D2-1] Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(-2x^2 + x + 1)$.

A. $D = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

B. $D = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đkxđ: $-2x^2 + x + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$. Vậy $D = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 13: [1H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A = (4; 0; 1)$ và $B = (-2; 2; 3)$.

Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x - y - z = 0$.

B. $3x + y + z - 6 = 0$.

C. $3x - y - z + 1 = 0$.

D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$

(P) đi qua trung điểm M của AB . Tọa độ trung điểm $M(1; 1; 2)$

Vậy phương trình trung trực của đoạn thẳng AB là: $(P): 3x - y - z = 0$.

Câu 14: [2D3-2] Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = 36$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $I = \int_0^2 f(3x) dx = \int_0^2 f(3x) \frac{d(3x)}{3} = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x) dx = \frac{12}{3} = 4$.

Câu 15: [2D2-2] Một sinh viên mới ra trường được nhận vào làm việc ở tập đoàn Samsung Việt nam mới mức lương 10.000.000 VNĐ/tháng và thỏa thuận nếu hoàn thành tốt công việc thì sau một quý (3 tháng) công ty sẽ tăng cho anh thêm 500.000 VNĐ. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì lương của anh ta sẽ được 20.000.000 VNĐ/tháng nếu cứ cho rằng anh ta sẽ luôn hoàn thành tốt công việc.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Một năm có 4 quý nên một năm người đó hoàn thành tốt công việc thì được tăng lương là

$4 \times 500.000 = 2.000.000$ VNĐ.

Gọi x là số năm để lương của anh ta sẽ được 2.000.000 VNĐ.

Ta có phương trình: $10.000.000 + 2.000.000x = 20.000.000 \Leftrightarrow x = 5$ (năm).

Câu 16: [1D4-2] Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \frac{-3}{2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ Với đáp án A ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1 - x^2 + 4x - 4}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x \left(3 - \frac{3}{x} \right)}{-x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right)} \right) = \frac{-3}{2} \Rightarrow A \text{ đúng.}$$

+ Với đáp án B ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1 - x^2 + 4x - 4}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x \left(3 - \frac{3}{x} \right)}{x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x} \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{0} \right) = +\infty \Rightarrow B \text{ đúng.}$$

+ Với đáp án C ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$, $x+1 < 0$ với mọi $x < -1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1 < 0$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = +\infty \Rightarrow C \text{ sai.}$

+ Với đáp án D ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0$, $x+1 > 0$ với mọi $x > -1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} (3x+2) = -1 < 0$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty \Rightarrow D \text{ đúng.}$

Câu 17: [1D1-2] Giải phương trình $\cos 2x + 2\cos x - 3 = 0$.

A. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\cos 2x + 2\cos x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \end{cases}$

Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 18: [2D3-2] Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới

đây đúng ?

A. $a + b = 2$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $a + b = -2$.

D. $a + 2b = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\int_0^1 \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2$ và $\int_0^1 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| \Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2$

Do đó $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \ln 2 - (\ln 3 - \ln 2) = 2 \ln 2 - \ln 3 \Rightarrow a = 2, b = -1$.

Vậy $a + 2b = 0$.

Câu 19: [1H3-1] Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.

C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

D. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hiển nhiên **B** đúng.

Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước. Do đó, **A** sai.

Nếu hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau và cắt nhau thì mặt phẳng chứa cả a và b không thể vuông góc với b . Do đó, **C** sai.

Qua một đường thẳng có vô số mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác. Do đó, **D** sai.

Câu 20: [1D3-2] Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

A. 10.

B. 11.

C. 26.

D. 50.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 2$.

Ta có:

$$u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000.$$

Sau n phút thì số lượng vi khuẩn là u_{n+1} .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

Câu 21: [2D1-2] Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 4\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow (-4)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-4)^+} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow (-4)^+} \frac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow (-4)^+} \frac{x+1}{x+4} = -\infty \Rightarrow x = -4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 4} y = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+1}{x+4} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = 4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

Câu 22: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6$.

B. $m = 0$.

C. $m = -4$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2), \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 2 \cdot (m-2) - 2 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 0$.

Câu 23: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x + y - 2z - 14 = 0$.

B. $3x - y + 2z + 6 = 0$.

C. $3x - y + 2z - 6 = 0$.

D. $3x - y - 2z + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng qua M song song với (α) có phương trình là:

$$3(x-3) - (y+1) + 2(z+2) = 0 \text{ hay } 3x - y + 2z - 6 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$.

B. $m \geq 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6-m.$$

Để phương trình này là phương trình mặt cầu thì $6-m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m < 6$.

Câu 25: [2H1-2] Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích khối hộp này.

A. $V = 4a^3$.

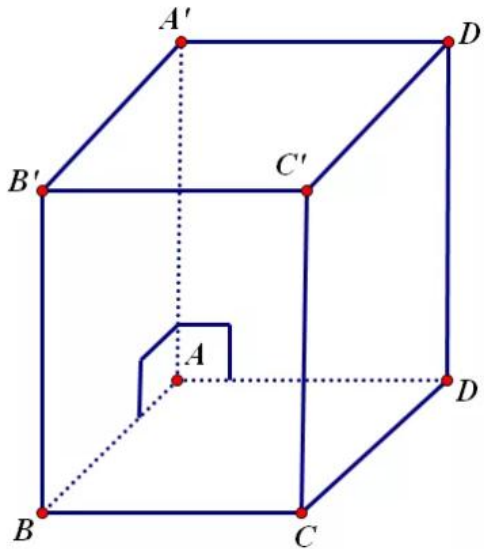
B. $V = 24a^3$.

C. $V = 12a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.



Ta có $A'C' = \sqrt{AC'^2 - AA'^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$.

suy ra $AC = 4a = \sqrt{2}.AB \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}.a$.

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = (2\sqrt{2}a)^2 \cdot 3a = 24a^3.$$

Câu 26: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $SC = \sqrt{7}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$.

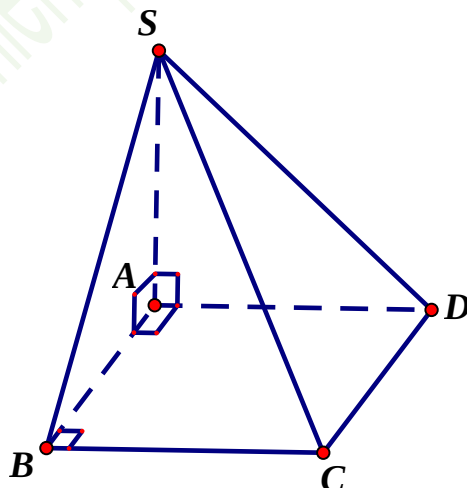
B. $V = 2a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.



Ta có

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a.$$

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - (2a)^2} = a\sqrt{3}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AD \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$$

Câu 27: [2H1-2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh bằng a . Tính thể tích khối $A'BCC'B'$.

A. $V = \frac{a^3}{2}.$

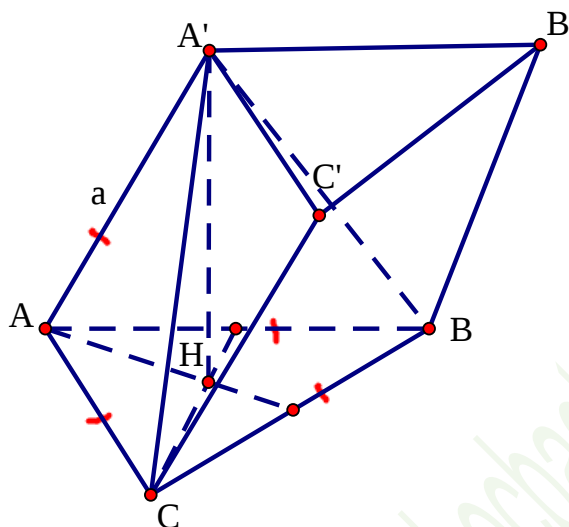
B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

Hướng dẫn giải.

Chọn B.



Ta có $V_{A'BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC}$

$$\Rightarrow V_{A'BCC'B'} = \frac{2}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} \cdot S_{ABC} \cdot A'H = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 28: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

B. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1.$

C. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

D. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có $h = d(I, (P)) = 1$

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến có bán kính r .

Vì $S = r^2 \cdot \pi = 2\pi \Leftrightarrow r = \sqrt{2}.$

Mà $R^2 = r^2 + h^2 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{3}.$

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}.$

$(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

Câu 29: [2H1-2] Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

A. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi.$

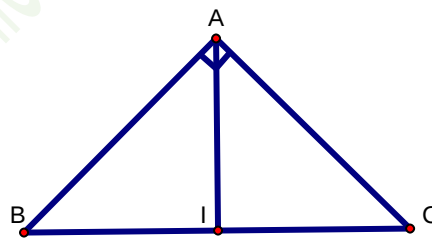
B. $S_{xq} = 2\pi.$

C. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi.$

D. $S_{xq} = 4\pi.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.



$R = \frac{BC}{2} = 1, l = AB = AC = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$

$S_{xq} = \pi R = \sqrt{2}\pi$

Câu 30: [2H1-2] Cho hình chóp $b > 0$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, và $ASB = 60^\circ$. Tính diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \frac{13\pi a^2}{2}.$

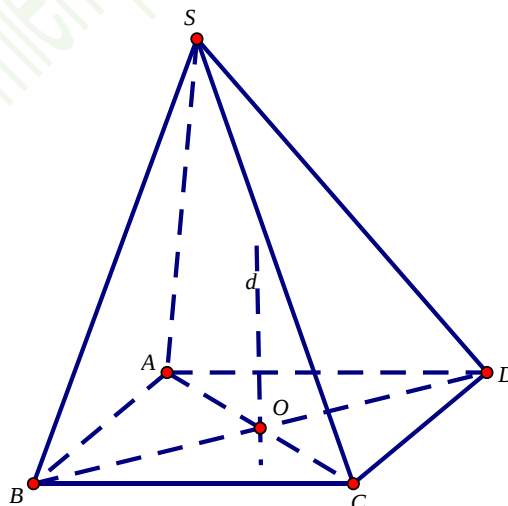
B. $S = \frac{13\pi a^2}{3}.$

C. $S = \frac{11\pi a^2}{2}.$

D. $S = \frac{11\pi a^2}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi R_1, R_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và mặt bên (SAB) . Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Khi đó } R_1 = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 3a^2} = a \text{ và } R_2 = \frac{AB}{2\sin ASB} = \frac{a}{2\sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Vì hình chóp đã cho có mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $(ABCD)$ nên bán kính mặt cầu hình chóp $S.ABCD$ được tính theo công thức:

$$R^2 = R_1^2 + R_2^2 - \frac{AB^2}{4} = a^2 + \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4} = \frac{13a^2}{12}.$$

$$\text{Diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là: } S = 4\pi R^2 = \frac{13\pi a^2}{3}.$$

Câu 31: [2H1-2] Một thầy giáo muốn tiết kiệm tiền để mua cho mình một chiếc xe Ô tô nên mỗi tháng gửi ngân hàng 4.000.000 VNĐ với lãi suất 0,8% /tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô 400.000.000 VNĐ?

A. $n = 72$.

B. $n = 73$.

C. $n = 74$.

D. $n = 75$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } S_n = \frac{A}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r).$$

$$\Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n \cdot r}{A(1+r)} + 1 \right) = \log_{1,008} \left(\frac{400000000 \cdot 0,8\%}{4000000(1+0,8\%)} + 1 \right) \approx 73,3.$$

Vậy sau 74 tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô 400.000.000 VNĐ.

Câu 32: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{mx - m^2 - 2}{-x + 1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[-4; -2]} y = \frac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $-3 < m < \frac{-1}{2}$.

B. $\frac{-1}{2} < m < 0$.

C. $m > 4$.

D. $1 \leq m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = \frac{-m^2 + m - 2}{(-x+1)^2} < 0$ với $\forall x \in [-4; -2] \Rightarrow$ hàm số $y = \frac{mx - m^2 - 2}{-x+1}$ nghịch biến trên

$$[-4; -2] \Rightarrow \max_{[-4; -2]} y = y(-4) = \frac{-m^2 - 4m - 2}{5}.$$

Theo đề bài ta có $\max_{[-4; -2]} y = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow \frac{-m^2 - 4m - 2}{5} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3m^2 + 12m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-6 + \sqrt{33}}{3} \\ m = \frac{-6 - \sqrt{33}}{3} \end{cases}.$

Câu 33: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số

$y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Xét hàm số $y = f(2 - x^2)$ ta có $y' = -2xf'(2 - x^2)$.

Để hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến thì $-2xf'(2 - x^2) > 0 \Leftrightarrow xf'(2 - x^2) < 0$. Ta có các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } \begin{cases} x > 0 \\ f'(2 - x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 0 < 2 - x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} x < 0 \\ f'(2 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} 2 - x^2 > 2 \\ 2 - x^2 < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < \sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên các mỗi khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.

Câu 34: [2D3-2] Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tính $\int_1^e f'(x) \ln x dx$ bằng:

A. $I = \frac{e^2 - 3}{2e^2}$.

B. $I = \frac{2 - e^2}{e^2}$.

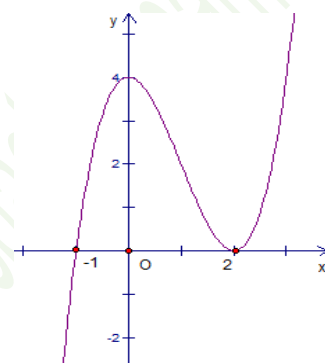
C. $I = \frac{e^2 - 2}{e^2}$.

D. $I = \frac{3 - e^2}{2e^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$ nên $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{1}{2x^2} \right)' \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2}$.



Tính $I = \int_1^e f'(x) \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} \ln x = u \\ f'(x) dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} dx = du \\ f(x) = v \end{cases}$.

Khi đó $I = f(x) \cdot \ln(x) \Big|_1^e - \int_1^e \frac{f'(x)}{x} dx = -\frac{1}{x^2} \cdot \ln(x) \Big|_1^e - \frac{1}{2x^2} \Big|_1^e = \frac{e^2 - 3}{2e^2}$.

Câu 35: [2D3-2] Một chiếc xe đua đang chạy 180 km/h. Tay đua nhấn ga để về đích kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t) = 2t + 1$ (m/s²). Hỏi rằng 5 s sau khi nhấn ga thì xe chạy với vận tốc bao nhiêu km/h.

A. 200.

B. 243.

C. 288.

D. 300.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (2t + 1) dt = t^2 + t + C$.

Mặt khác vận tốc ban đầu là 180 km/h hay 50 m/s nên ta có $v(0) = 50 \Leftrightarrow C = 50$.

Khi đó vận tốc của vật sau 5 giây là $v(5) = 5^2 + 5 + 50 = 80$ m/s hay 288 km/h.

Câu 36: [2D2-2] Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 - 6y^2 = xy$. Tính

$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}.$$

A. $M = \frac{1}{4}$.

B. $M = 1$.

C. $M = \frac{1}{2}$.

D. $M = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $x^2 - 6y^2 = xy \Leftrightarrow x^2 - xy - 6y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ x = -2y \end{cases}$.

Do x, y là các số thực dương lớn hơn 1 nên $x = 3y$ (1).

Mặt khác $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} 12xy}{\log_{12} (x + 3y)^2}$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $M = \frac{\log_{12} 36y^2}{\log_{12} 36y^2} = 1$.

Câu 37: [2D3-3] Biết rằng tích phân $\int_0^4 \frac{(x+1)e^x}{\sqrt{2x+1}} dx = ae^4 + b$. Tính $T = a^2 - b^2$

A. $T = 1$.

B. $T = 2$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } I = \int_0^4 \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}} e^x dx = \frac{1}{2} \int_0^4 \frac{2x+2}{\sqrt{2x+1}} e^x dx = \frac{1}{2} \left(\int_0^4 \sqrt{2x+1} e^x dx + \int_0^4 \frac{e^x}{\sqrt{2x+1}} dx \right).$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_0^4 \frac{e^x}{\sqrt{2x+1}} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^x \\ dv = \frac{dx}{\sqrt{2x+1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = \int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2x+1} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } I_1 = e^x \cdot \sqrt{2x+1} \Big|_0^4 - \int_0^4 e^x \cdot \sqrt{2x+1} dx.$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{3e^4 - 1}{2}. \text{ Khi đó } a = \frac{3}{2}, b = \frac{-1}{2} \Rightarrow T = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2.$$

Câu 38: **[1D1-4]** Số nghiệm của phương trình: $\sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x) + \cos 2x$ trên $[-10; 30]$ là:

A. 46.

B. 51.

C. 50.

D. 44.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \sin^{2015} x - \cos^{2016} x = 2(\sin^{2017} x - \cos^{2018} x) + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2015} x (1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2016} x (2\cos^2 x - 1) = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2015} x \cdot \cos 2x + \cos^{2016} x \cdot \cos 2x = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2015} x + \cos^{2016} x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Với } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } x \in [-10; 30] \Rightarrow -10 \leq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \leq 30 \Leftrightarrow -\frac{20}{\pi} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{60}{\pi} - \frac{1}{2} \Rightarrow -6 \leq k \leq 18.$$

$$\text{Với } \sin^{2015} x + \cos^{2016} x = 1. \text{ Ta có } \sin^{2015} x \leq \sin^2 x; \cos^{2016} x \leq \cos^2 x.$$

$$\text{Do đó } 1 = \sin^{2015} x + \cos^{2016} x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ suy ra } \begin{cases} \sin x = 0, \cos x = \pm 1 \\ \sin x = 1, \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in [-10; 30] \Rightarrow -10 \leq k\pi \leq 30 \Leftrightarrow \frac{-10}{\pi} \leq k \leq \frac{30}{\pi} \Rightarrow -3 \leq k \leq 9.$$

$$\text{Nếu } \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in [-10; 30] \Rightarrow -10 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 30 \Leftrightarrow -\frac{5}{\pi} - \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{15}{\pi} - \frac{1}{4} \Rightarrow -1 \leq k \leq 4.$$

$$\text{Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là: } 13 + 6 + 25 = 44.$$

Câu 39: **[1D2-3]** Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

A. 30.

B. 31.

C. 32.

D. 33.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } (\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124} = \sum_{k=0}^{124} C_{124}^k \cdot (-1)^k \cdot 5^{\frac{124-k}{2}} \cdot 7^{\frac{k}{4}}$$

$$\text{Số hạng hữu tỉ trong khai triển tương ứng với } \begin{cases} \frac{124-k}{2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{k}{4} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{0; 4; 8; 12; \dots; 124\}.$$

$$\text{Vậy số các giá trị } k \text{ là: } \frac{124-0}{4} + 1 = 32.$$

Câu 40: [1D2-3] Một thí sinh tham gia kì thi THPT Quốc gia. Trong bài thi môn Toán bạn đó làm được chắc chắn đúng 40 câu. Trong 10 câu còn lại chỉ có 3 câu bạn loại trừ được mỗi câu một đáp án chắc chắn sai. Do không còn đủ thời gian nên bạn bắt buộc phải khoanh bừa các câu còn lại. Hỏi xác suất bạn đó được 9 điểm là bao nhiêu?

A. 0,079. **B.** 0,179. **C.** 0,097. **D.** 0,068.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Bài thi có 50 câu nên mỗi câu đúng được $\frac{1}{5}$ điểm. Như vậy để được 9 điểm, thí sinh này phải trả lời đúng thêm 5 câu nữa.

Trong 10 câu còn lại chia làm 2 nhóm:

+ Nhóm A là 3 câu đã loại trừ được một đáp án chắc chắn sai. Nên xác suất chọn được phương án trả lời đúng là $\frac{1}{3}$, xác suất chọn được phương án trả lời sai là $\frac{2}{3}$.

+ Nhóm B là 7 câu còn lại, xác suất chọn được phương án trả lời đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất chọn được phương án trả lời sai là $\frac{3}{4}$.

Ta có các trường hợp sau:

- TH1 : có 3 câu trả lời đúng thuộc nhóm A và 2 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

$$\text{- Xác suất là } P_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot C_7^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{189}{16384}.$$

- TH2 : có 2 câu trả lời đúng thuộc nhóm A và 3 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

$$\text{- Xác suất là } P_2 = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot C_7^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{315}{8192}.$$

- TH3 : có 1 câu trả lời đúng thuộc nhóm A và 4 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

$$\text{- Xác suất là } P_3 = C_3^1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot C_7^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{105}{4096}.$$

- TH4 : không có câu trả lời đúng nào thuộc nhóm A và 5 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

$$\text{- Xác suất là } P_4 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot C_7^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{2048}.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là : } P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{1295}{16384} = 0.079.$$

Câu 41: [1D2-1] Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại.

A. $\frac{631}{3375}$.

B. $\frac{189}{1003}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_{10}^3 = 720$.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Khi đó: các bộ số có tổng bằng 10 và khác nhau là:

$$\{(0;1;9);(0;2;8);(0;3;7);(0;4;6);(1;2;7);(1;3;6);(1;4;5);(2;3;5)\}.$$

TH1: Bấm lần thứ nhất là đúng luôn thì xác suất là $\frac{8}{C_{10}^3} = \frac{8}{120}$.

TH2: Bấm đến lần thứ hai là đúng thì xác suất là: $\left(1 - \frac{8}{120}\right) \cdot \frac{8}{119}$ (vì trừ đi lần đầu bị sai nên không gian mẫu chỉ còn là $120 - 1 = 119$).

TH3: Bấm đến lần thứ ba mới đúng thì xác suất là: $\left(1 - \frac{8}{120}\right) \left(1 - \frac{8}{119}\right) \frac{8}{118}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{8}{120} + \left(1 - \frac{8}{120}\right) \cdot \frac{8}{119} + \left(1 - \frac{8}{120}\right) \left(1 - \frac{8}{119}\right) \frac{8}{118} = \frac{189}{1003}$.

Câu 42: [2H1-4] Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M , N , P lần lượt thuộc các cạnh BC , BD , AC sao cho $BC = 4BM$, $AC = 3AP$, $BD = 2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mp(MNP).

A. $\frac{7}{13}$.

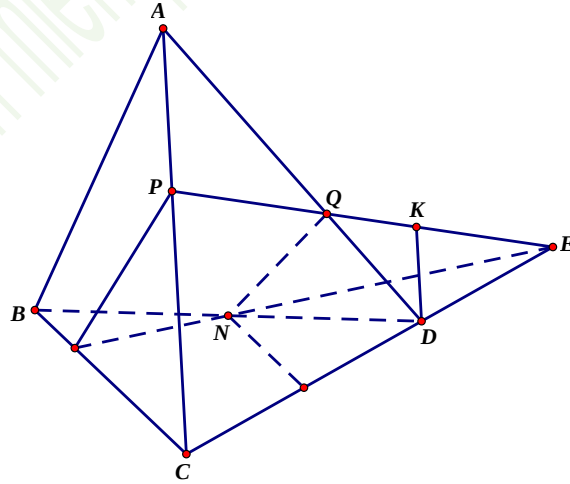
B. $\frac{7}{15}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{8}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi $E = MN \cap CD$, $Q = EQ \cap AD$, do đó mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $MNQP$.

Gọi I là trung điểm CD thì $NI \parallel CB$ và $NI = \frac{1}{2}BC$, do $BC = 4BM$ nên suy ra $NI = \frac{2}{3}MC$.

Bởi vậy $\frac{EN}{EM} = \frac{EI}{EC} = \frac{NI}{MC} = \frac{2}{3}$.

Từ I là trung điểm CD và $\frac{EI}{EC} = \frac{2}{3}$ suy ra $\frac{ED}{EC} = \frac{1}{3}$.

Kẻ $DK \parallel AC$ với $K \in EP$, ta có $\frac{EK}{EP} = \frac{KD}{AC} = \frac{ED}{EC} = \frac{1}{3}$. Mặt khác $AC = 3AP$ nên suy ra

$$\frac{KD}{AP} = \frac{2}{3}. \text{ Do đó } \frac{QD}{QA} = \frac{QK}{QP} = \frac{KD}{AP} = \frac{2}{3}.$$

Từ $\frac{QK}{QP} = \frac{2}{3}$ và $\frac{EK}{EP} = \frac{1}{3}$ suy ra $\frac{EQ}{EP} = \frac{3}{5}$.

Gọi V là thể tích khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích khối đa diện $ABMNQP$, V_2 là thể tích khối đa diện $CDMNQP$.

Ta có $\frac{S_{\triangle CMP}}{S_{\triangle CAB}} = \frac{CM}{CB} \cdot \frac{CP}{CA} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle CMP} = \frac{1}{2}S_{\triangle CAB}$.

Vì $\frac{ED}{EC} = \frac{1}{3}$ nên $d(E; (ABC)) = \frac{3}{2}d(D; (ABC))$. Do đó :

$$V_{E.CMP} = \frac{1}{3}S_{\triangle CMP} \cdot d(E; (ABC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}S_{\triangle CAB} \cdot \frac{3}{2}d(D; (ABC)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}S_{\triangle CAB} \cdot d(D; (ABC)) = \frac{3}{4}V.$$

$$\frac{V_{E.DNQ}}{V_{E.CMP}} = \frac{ED}{EC} \cdot \frac{EN}{EM} \cdot \frac{EQ}{EP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{15}, \text{ nên suy ra } V_{E.DNQ} = \frac{2}{15}V_{E.CMP} = \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{4}V = \frac{1}{10}V.$$

Từ đó ta có $V_2 = V_{E.CMP} - V_{E.DNQ} = \frac{3}{4}V - \frac{1}{10}V = \frac{13}{20}V$.

Và $V_1 = V - V_2 = V - \frac{13}{20}V = \frac{7}{20}V$.

Như vậy : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{13}$

Câu 43: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH = a$.

A. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$.

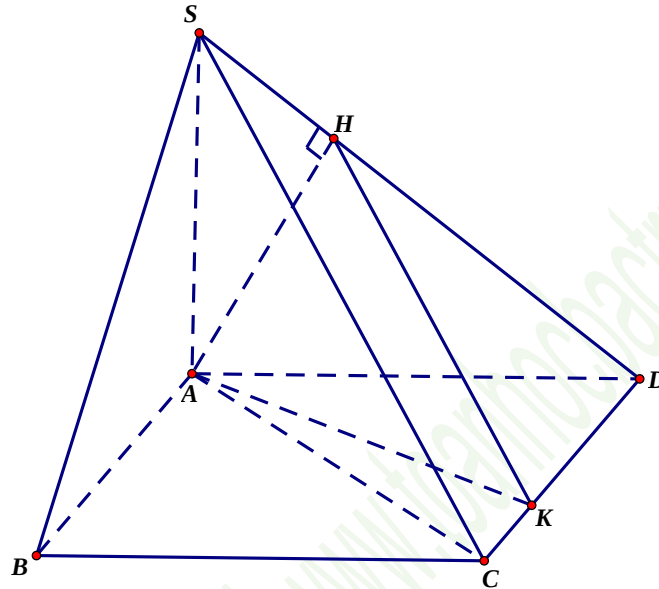
B. $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$.

C. $\frac{\sqrt{19}}{19}a$.

D. $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Trong tam giác SAD vuông tại A và đường cao AH , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2} \text{ nên } SA = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} + 4a^2} = \frac{4a}{\sqrt{3}}.$$

$$AD^2 = DH \cdot SD \Rightarrow \frac{DH}{SD} = \frac{AD^2}{SD^2} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Kẻ } HK \perp SC \text{ với } K \in CD, \text{ suy ra } \frac{HK}{SC} = \frac{DK}{DC} = \frac{DH}{DS} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CK}{DK} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Khi đó } SC \perp (AHK) \text{ nên } d(AH; SC) = d(SC; (AHK)) = d(C; (AHK)) = \frac{1}{3}d(D; (AHK)).$$

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{5}, SC = a\sqrt{\frac{19}{3}}, \text{ nên } HK = \frac{3}{4}SC = \frac{a\sqrt{57}}{4}.$$

$$\text{Ta cũng có } DK = \frac{3}{4}DC = \frac{3a}{4} \text{ nên } AK = \sqrt{AD^2 + DK^2} = \frac{a\sqrt{73}}{4}.$$

$$\cos HAK = \frac{AH^2 + AK^2 - HK^2}{2AH \cdot AK} = \frac{a^2 + \frac{73a^2}{16} - \frac{57a^2}{16}}{2a \cdot \frac{a\sqrt{73}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{73}} \Rightarrow \sin HAK = \frac{\sqrt{57}}{\sqrt{73}}.$$

$$S_{\Delta AHK} = \frac{1}{2}AH \cdot AK \cdot \sin HAK = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{73}}{4} \cdot \frac{\sqrt{57}}{\sqrt{73}} = \frac{\sqrt{57}}{8}a^2.$$

$$\text{Cũng từ } \frac{DH}{SD} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(H; (ABCD)) = \frac{3}{4} SA = \frac{3}{4} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\Delta ADK} = \frac{1}{2} AD \cdot DK = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Do đó } V_{DAHK} = \frac{1}{3} S_{\Delta ADK} \cdot d(H; (ABCD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

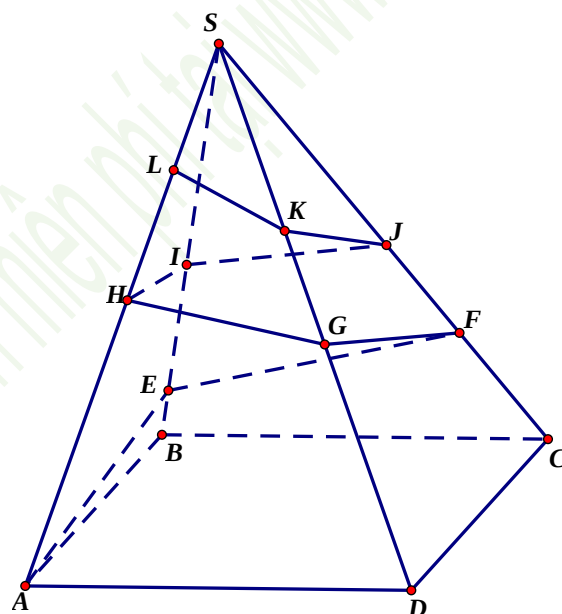
Bởi vậy

$$d(D; (AHK)) = \frac{3V_{DAHK}}{S_{\Delta AHK}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{\sqrt{57}}{8} a^2} = \frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{57}} = \frac{3a\sqrt{19}}{19}.$$

$$\text{Vậy } d(AH; SC) = \frac{1}{3} d(D; (AHK)) = \frac{a\sqrt{19}}{19}.$$

Câu 44: [1H3-4] Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng 200m, góc $ASB = 15^\circ$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40$ m. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí?

- A. $40\sqrt{67} + 40$ mét. B. $20\sqrt{111} + 40$ mét. C. $40\sqrt{31} + 40$ mét. D. $40\sqrt{111} + 40$ mét.

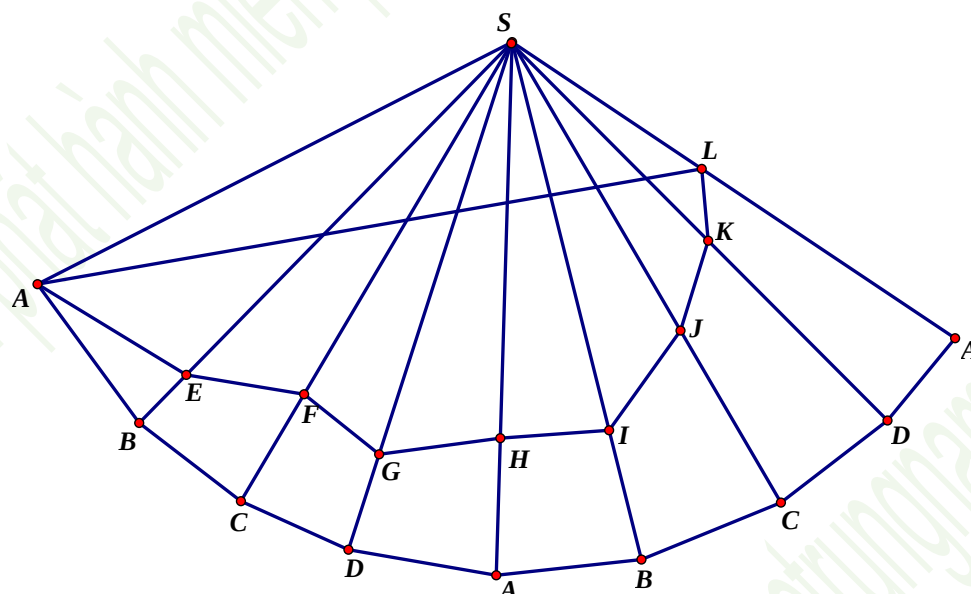


Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta sử dụng phương pháp trải đa diện

Cắt hình chóp theo cạnh bên SA rồi trải ra mặt phẳng hai lần, ta có hình vẽ sau



Từ đó suy ra chiều dài dây đèn led ngắn nhất là bằng $AL + LS$.

Từ giả thiết về hình chóp đều $S.ABCD$ ta có $ASL = 120^\circ$.

Ta có $AL^2 = SA^2 + SL^2 - 2SA \cdot SL \cdot \cos ASL = 200^2 + 40^2 - 2 \cdot 200 \cdot 40 \cdot \cos 120^\circ = 49600$.

Nên $AL = \sqrt{49600} = 40\sqrt{31}$.

Vậy, chiều dài dây đèn led cần ít nhất là $40\sqrt{31} + 40$ mét.

Câu 45: [2D1-4] Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m=1, m = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

B. $m=0, m = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $m=0, m = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

D. $m=1, m = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 1 \end{cases} \quad (1)$

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -1$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m^2 \\ x = \pm\sqrt{m+1} \Rightarrow y = (m+1)^2 - 2(m+1)^2 + m^2 = -2m-1 \end{cases}$

Như vậy $A(0; m^2)$, $B(\sqrt{m+1}; -2m-1)$, $C(-\sqrt{m+1}; -2m-1)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $\begin{cases} \overline{AB} = (\sqrt{m+1}; -m^2 - 2m - 1) \\ \overline{AC} = (-\sqrt{m+1}; -m^2 - 2m - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{m+1 + (m+1)^4} \\ AC = \sqrt{m+1 + (m+1)^4} \end{cases} \Rightarrow AB = AC.$

Gọi H là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow AH \perp BC$ và $H(0; -2m-1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (0; -m^2 - 2m - 1) \Rightarrow AH = |-m^2 - 2m - 1| = (m+1)^2.$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Rightarrow 2R \cdot AH = AB \cdot AC.$$

$$\text{Mà } R=1 \text{ và } \overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{m+1}$$

$$\Rightarrow 2(m+1)^2 = m+1 + (m+1)^4 \Rightarrow (m+1)^3 + 1 = 2(m+1)$$

$$\Rightarrow m^3 + 3m^2 + m = 0 \Rightarrow m = 0, m = \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 46: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $B(2; -1; -3)$, $C(-6; -1; 3)$. Trong các tam giác ABC thỏa mãn các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau, điểm $A(a; b; 0)$, $b > 0$ sao cho góc A lớn nhất. Tính giá trị $\frac{a+b}{\cos A}$.

A. 10.

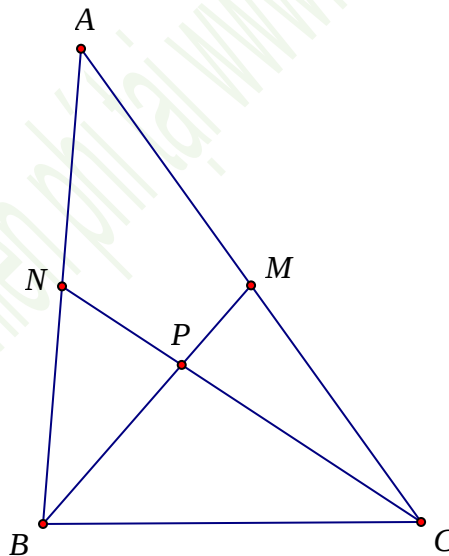
B. -20.

C. 15.

D. $-\frac{\sqrt{31}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi M , N lần lượt là trung điểm của cạnh AC , AB .

Gọi $P = BM \cap CN$, ta có $BM \perp CN$ nên $BC^2 = BP^2 + CP^2$.

Theo công thức tính đường trung tuyến, ta có

$$BP^2 = \left(\frac{2}{3} BM\right)^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{2(BA^2 + BC^2) - AC^2}{4}, CP^2 = \left(\frac{2}{3} CN\right)^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{2(CA^2 + CB^2) - AB^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 = \frac{AB^2 + AC^2 + 4BC^2}{9} \Rightarrow AB^2 + AC^2 = 5BC^2.$$

Góc A lớn nhất $\Leftrightarrow \cos A$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{5(AB^2 + AC^2) - (AB^2 + AC^2)}{10AB.AC}$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{AB^2 + AC^2}{AB.AC} \geq \frac{2}{5} \cdot \frac{2AB.AC}{AB.AC} = \frac{4}{5}, \text{ dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow AB = AC.$$

Ta có $A(a; b; 0)$, $b > 0$ và $B(2; -1; -3)$, $C(-6; -1; 3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} = (2-a; -1-b; -3) \Rightarrow AB^2 = (2-a)^2 + (b+1)^2 + 9 \\ \overline{AC} = (-6-a; -1-b; 3) \Rightarrow AC^2 = (a+6)^2 + (b+1)^2 + 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2-a)^2 + (b+1)^2 + 9 = (a+6)^2 + (b+1)^2 + 9 \Rightarrow 4 - 4a = 12a + 36 \Rightarrow a = -2.$$

$$\text{Ta có } \overline{BC} = (-8; 0; 6) \Rightarrow BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100.$$

Khi đó từ $AB^2 + AC^2 = 5BC^2$ và $AB = AC$

$$\Rightarrow 2[(2-a)^2 + (b+1)^2 + 9] = 5.100 \Rightarrow 4^2 + (b+1)^2 + 9 = 250.$$

Kết hợp với $b > 0$ ta được $b = 14$ thỏa mãn.

$$\text{Nhu vậy } \frac{a+b}{\cos A} = \frac{-2+14}{\frac{4}{5}} = 15.$$

Câu 47: [2D1-4] Đường thẳng $y = k(x+2)+3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ (1) tại 3 điểm phân biệt, tiếp tuyến với đồ thị (1) tại 3 giao điểm đó lại cắt nhau tại 3 điểm tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $k \leq -2$.

B. $-2 < k \leq 0$.

C. $0 < k \leq 3$.

D. $k > 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 3x^2 - 1 = k(x+2)+3$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2 + x - 2) = k(x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 + x - 2 - k = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đường thẳng $y = k(x+2)+3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ tại 3 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + 4(2+k) > 0 \\ (-2)^2 - 2 - 2 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{4} \\ k \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (2), theo hệ thức Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -k - 2 \end{cases}$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow \begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y'(x_1) = 3x_1^2 + 6x_1 \\ y'(x_2) = 3x_2^2 + 6x_2 \end{cases}$$

$$\text{Bài ra ta có } \begin{cases} y'(-2) \cdot y'(x_1) = -1 \\ y'(-2) \cdot y'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 + 6x_1)(3x_2^2 + 6x_2) = -1 \\ y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 9(x_1x_2)^2 + 18x_1x_2(x_1 + x_2) + 36x_1x_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(k+2)^2 + 18(k+2) - 36(k+2) = -1 \Leftrightarrow k = \frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{3}$$

Kết hợp với (*) ta được $k = \frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{3}$ thỏa mãn.

Câu 48: [2D1-4] Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy-5})x + \sqrt{3xy-5} = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$

A. $\frac{296\sqrt{15}-18}{9}$.

B. $\frac{36+296\sqrt{15}}{9}$.

C. $\frac{36-4\sqrt{6}}{9}$.

D. $\frac{-4\sqrt{6}+18}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } 9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy-5})x + \sqrt{3xy-5} = 0$$

$$\Leftrightarrow 27x^3 + 6x = (3xy-5)\sqrt{3xy-5} + 2\sqrt{3xy-5}$$

Xét hàm $f(t) = t^3 + 2t$ với $t \in (0; +\infty)$

có $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0 \forall t \in (0; +\infty)$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó ta có } 3x = \sqrt{3xy-5} \Rightarrow x \geq 0 \text{ và } 9x^2 = 3xy-5$$

$$\text{Với } x = 0 \text{ thì } 0 = -5(l).$$

$$\text{với } x > 0 \text{ thì } P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$$

$$= x^3 + y^3 + 6xy + (9x^2 + 3)(x + y - 2)$$

$$= x^3 + y^3 + 6xy + (3xy - 2)(x + y - 2)$$

$$= x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 2(x + y) + 4$$

$$= (x + y)^3 - 2(x + y) + 4$$

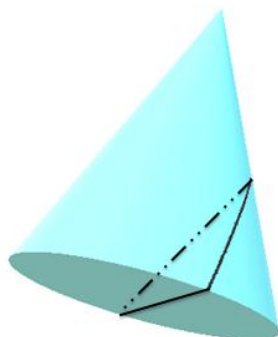
$$\text{Mà } x + y = x + \frac{9x^2 + 5}{3x} = 4x + \frac{5}{3x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{5}{3x}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}. \text{ Đặt } t = x + y \text{ thì } t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Xét } f(t) = t^3 - 2t + 4 \text{ với } t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}. \text{ Khi đó } f'(t) = 3t^2 - 2 > 0 \text{ với } \forall t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó } f(t) \geq f\left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$$

Suy ra $P \geq \frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$. Vậy GTNN của P là $\frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$.

Câu 49: [2H2-4] Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R , đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60° tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α) ?



A. $\frac{2}{\pi}$.

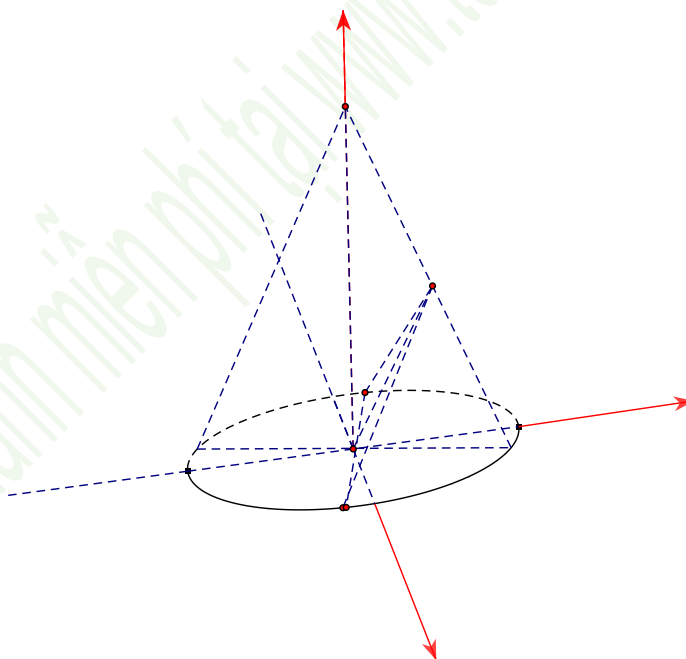
B. $\frac{1}{2(\pi-1)}$.

C. $\frac{2}{3\pi}$.

D. $\frac{3\pi-4}{6\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Không mất tính tổng quát ta giả sử $R=1$.

Khi cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R , đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60° thì ta được thiết diện là một đường parabol có đỉnh là gốc $O(0;0)$ và đỉnh còn lại là $A(1;1)$, do đó thiết diện sẽ có diện tích là $S = \frac{4}{3}$. Xét mặt phẳng đi qua cạnh đáy của thiết diện vuông góc với hình tròn đáy của hình nón cắt hình nón làm đôi.

Gọi đa diện chứa mặt thiết diện đó là (H) . Gọi (K) là đa diện chứa đỉnh O của hình nón được sinh bởi khi cắt thiết diện Parabol với đa diện (H) .

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt thiết diện là $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích của đa diện (K) là $V_K = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Mặt khác thể tích của nửa khối nón là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \sqrt{3} = \frac{\pi \sqrt{3}}{6}$.

Do đó thể tích của đa diện nhỏ tạo bởi thiết diện và khối nón là $V = \frac{\pi \sqrt{3}}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{9} = \frac{(3\pi - 4)\sqrt{3}}{18}$.

Vậy tỉ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α) là $\frac{\frac{(3\pi - 4)\sqrt{3}}{18}}{\frac{\pi \sqrt{3}}{6}} = \frac{3\pi - 4}{6\pi}$.

Câu 50: [2D2-4] Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a; b)$ đặt $T = b^2 - a^2$ thì:

A. $T = 36$.

B. $T = 48$.

C. $T = 64$.

D. $T = 72$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1 \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}} + (x-2)^3 + 8 + m - 3x = 2^3 + 2^{2-x}$
 $\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}} + m - 3x = 2^{2-x} + (2-x)^3$.

Xét hàm $f(t) = 2^t + t^3$ trên $\mathbb{R}$.

có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $m - 3x = (2-x)^3 \Leftrightarrow m = 8 - 9x + 6x^2 - x^3$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$ trên $\mathbb{R}$.

có $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						

Dựa vào bảng biến thiên ta có, phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $4 < m < 8$.

Suy ra $a = 4; b = 8 \Rightarrow T = b^2 - a^2 = 48$.

-----HẾT-----