

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT NGUYỄN HUỆ

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018
MÔN TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút

- Câu 1:** [2D3-2] Tính $\int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx$
- A. $-\frac{\pi^4}{4}$. B. $-\pi^4$. C. 0. D. $-\frac{1}{4}$.
- Câu 2:** [2D1-2] Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^3 - x + 7$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.
- Câu 3:** [1D2-2] Số các số nguyên dương n thỏa mãn $6n - 6 + C_n^3 = C_{n+1}^3$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 4:** [1D2-2] Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để số chấm của hai lần gieo là bằng nhau
- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 5:** [2D1-1] Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \ln x$ là.
- A. $y'' = \frac{1}{x^2}$. B. $y'' = -\frac{1}{x^2}$. C. $y'' = \frac{1}{x}$. D. $y'' = -\frac{1}{x}$.
- Câu 6:** [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
 B. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
 C. $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
 D. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- Câu 7:** [1D4-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.
- Câu 8:** [1D5-1] Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là:
- A. $6(m/s^2)$. B. $54(m/s^2)$. C. $240(m/s^2)$. D. $60(m/s^2)$.
- Câu 9:** [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:
- A. $(0; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.
- Câu 10:** [2H1-1] Nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên bao nhiêu lần?
- A. 10. B. 20. C. 100. D. 1000.

Câu 11: [2D1-2] Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- A. $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$. B. $y = \frac{x^2}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{2x-3}$. D. $y = \frac{x+2}{x^2-1}$.

Câu 12: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\sqrt{5}}{2}}(x-2) > 0$ là?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(2; 3)$.

Câu 13: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là?

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = [0; +\infty)$.

Câu 14: [2D3-1] Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. B. $\int f'(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot f(x) + C$.
C. $\int f'(x) dx = f''(x) + C$. D. $\int f'(x) dx = a \cdot f(ax+b) + C$.

Câu 15: [1H1-2] Cho tam giác ABC khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 16: [2D1-1] Biết $A(0; y)$, $B(x; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ khi đó giá trị $x + y$ là

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 17: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; -1; 1)$, $B(3; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- A. $2x + y - z - 2 = 0$. B. $2x + y - 2 = 0$. C. $x + 2y - 2 = 0$. D. $x + 2y - z - 2 = 0$.

Câu 18: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; -2; 3)$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(3; -2; 0)$. B. $(3; -5; -3)$. C. $(3; -5; 0)$. D. $(1; 2; -6)$.

Câu 19: [2H1-1] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao h . Khi đó thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^2 h}{4}$. D. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{6}$.

Câu 20: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 16 = 0$. Điểm $M(0; 1; -3)$ khi đó khoảng cách từ M đến (P) là

- A. $\frac{21}{9}$. B. $\sqrt{10}$. C. 7. D. 5

Câu 21: [2D2-1] Số nghiệm phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 22: [2D1-2] Hàm số nào sau đây không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 3]$

- A. $y = -2x + 1$. B. $y = -2x^3 + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 23: [1H2-2] Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a // b$. B. a, b không có điểm chung.
C. a, b cắt nhau. D. a, b chéo nhau.

- Câu 24: [1D1-2]** Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $8\cot 2x(\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2}\sin 4x$ trên đường tròn lượng giác là :
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 0.
- Câu 25: [1H2-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:
- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.
- Câu 26: [1H2-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M , N là lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:
- A. 4. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{11}{3}$.
- Câu 27: [1D4-3]** Cho a , b , c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì
- A. $\frac{a-1}{b} = 3$. B. $\frac{a+1}{b} = 3$. C. $\frac{-a-1}{b} = 3$. D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.
- Câu 28: [1D5-2]** Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị $a.b$ là:
- A. -4. B. -1. C. 0. D. 1.
- Câu 29: [2D1-2]** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Số tiếp tuyến của đồ thị (C) mà đi qua điểm $M(1;2)$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.
- Câu 30: [1H3-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M trung điểm các cạnh CD . cosin của góc giữa AC và $C'M$ là
- A. 0. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.
- Câu 31: [2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa SC và (SAB) là 30° . Khi đó $d(B, (SDC))$ là
- A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.
- Câu 32: [2D2-2]** Ta có $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$ thì $a + b + c$ là
- A. -1. B. 1. C. 5. D. 3.
- Câu 33: [2H1-3]** Cho tứ diện $ABCD$, đáy BCD là tam giác vuông tại C , $BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $ABC = ADC = 90^\circ$, khoảng cách từ điểm B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối cầu ngoại tiếp $ABCD$ là

A. $4\pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $12\pi a^3$.

C. $12\pi a^3 \sqrt{3}$.

D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 34: [2D1-3] Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

A. $m = \sqrt[3]{3}$.

B. $-m = \sqrt[3]{3}$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Câu 35: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{2x-1}$ (m là tham số, $m \neq 2$). Gọi a , b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1; 3]$. Khi đó có bao nhiêu giá trị của m để $ab = \frac{1}{5}$.

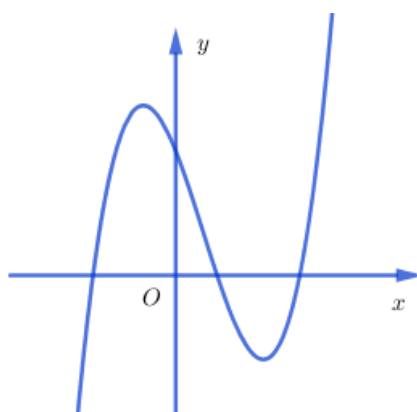
A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 37: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

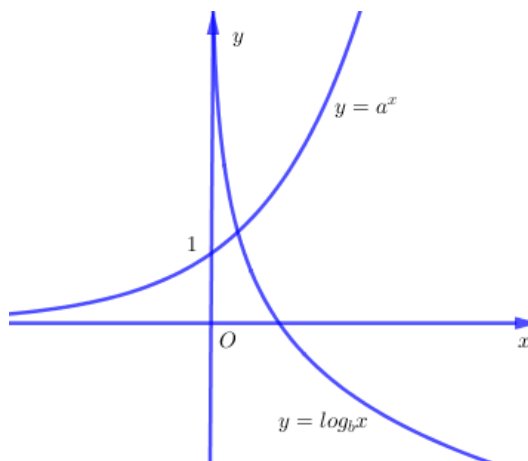
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 38: [2D2-1] Cho hàm số $a > 0, b > 0, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a > 1; 0 < b < 1$.

B. $0 < a < 1; b > 1$.

C. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

D. $a > 1; b > 1$.

- Câu 39: [2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=e$ là
- $S = a\sqrt{2} + b$. Khi đó giá trị $a^2 + b^2$ là:
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{20}{9}$. D. 2.
- Câu 40: [1D1-2]** Cho $A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $A'(9;-4)$, $B'(5;-1)$. Trong mặt phẳng Oxy , phép quay tâm $I(a;b)$ biến A thành A' , B thành B' . Khi đó giá trị $a+b$ là:
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 41: [2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3;-2;1)$, $N(1;0;-3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng (Oxy). Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là
- A. $M'N' = 8$. B. $M'N' = 4$. C. $M'N' = 2\sqrt{6}$. D. $M'N' = 2\sqrt{2}$.
- Câu 42: [2D3-2]** $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-x} + 2018e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (-2x^3 + 3x^2 + 7x - 2)e^{-x}$. Khi đó:
- A. $a+b+c+d=4$. B. $a+b+c+d=5$. C. $a+b+c+d=6$. D. $a+b+c+d=7$.
- Câu 43: [2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;5)$ và chứa trục Ox có vector pháp tuyến $\vec{u} = (a;b;c)$. Khi đó tỉ số $\frac{b}{c}$ là
- A. $\frac{b}{c} = 5$. B. $\frac{b}{c} = \frac{1}{5}$. C. $\frac{b}{c} = -5$. D. $\frac{b}{c} = -\frac{1}{5}$.
- Câu 44: [2H1-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , I là trung điểm của AB , có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = AB = 2a$, $BC = a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $3a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 45: [2H2-4]** Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích khối trụ là
- A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{16}$.
- Câu 46: [2D3-3]** Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là
- A. $\frac{13}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{13\pi}{3}$.
- Câu 47: [2H2-3]** Cho hình nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O , SA, SB là hai đường sinh biết $SO = 3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích ΔSAB là 18. Tính bán kính đáy của hình nón trên.
- A. $\frac{\sqrt{674}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{530}}{4}$. C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 48: [1D1-2] Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - 5\sin x)^{2018}$ là M, m . Khi đó giá trị $M + m$ là

- A. $2^{2018}(1 + 2^{4036})$. B. 2^{2018} . C. 2^{4036} . D. 2^{6054} .

Câu 49: [2D1-4] Cho $x, y > 0$ và $x + y = \frac{5}{4}$ sao cho biểu thức $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó

- A. $x^2 + y^2 = \frac{25}{32}$. B. $x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$. C. $x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$. D. $x^2 + y^2 = \frac{13}{16}$.

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) , điểm M di động trên (C) . Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ. Khi đó giá trị nhỏ nhất của d là

- A. $\frac{207}{250}$. B. $\sqrt{2} - 1$. C. $2\sqrt{2} - 1$. D. $2\sqrt{2} - 2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	B	B	B	A	C	B	C	C	B	D	C	A	D	B	B	A	A	C	C	D	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	B	B	C	C	B	A	D	B	D	A	A	C	C	D	B	A	B	D	B	B	D	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D3-2] Tính $\int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx$

- A. $-\frac{\pi^4}{4}$. B. $-\pi^4$. C. 0. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx = -\int_0^{\pi} \cos^3 x d \cos x = -\frac{\cos^4 x}{4} \Big|_0^{\pi} = 0$$

Câu 2: [2D1-2] Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^3 - x + 7$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A.

$$y' = -3x^2 - 1 = -(3x^2 + 1) < 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số không có cực trị.

Câu 3: [1D2-2] Số các số nguyên dương n thỏa mãn $6n - 6 + C_n^3 = C_{n+1}^3$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 3 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

$$6n - 6 + C_n^3 = C_{n+1}^3 \Leftrightarrow 6n - 6 + \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!}$$

$$\Leftrightarrow 6n - 6 + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{(n+1)n(n-1)}{6}$$

$$\Leftrightarrow (n-1)[36 + n(n-2) - (n+1)n] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1(L) \\ n = 12(TM) \end{cases}$$

Câu 4: **[1D2-2]** Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để số chấm của hai lần gieo là bằng nhau

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi A là biến cố “Số chấm trong hai lần gieo là bằng nhau”

$$n(\Omega) = 36.$$

$$A = \{(1,1); (2,2); \dots; (6,6)\}, n(A) = 6.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Câu 5: **[2D1-1]** Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \ln x$ là.

A. $y'' = \frac{1}{x^2}$.

B. $y'' = -\frac{1}{x^2}$.

C. $y'' = \frac{1}{x}$.

D. $y'' = -\frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B.

$$y' = \frac{1}{x}, y'' = -\frac{1}{x^2}$$

Câu 6: **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

D. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

Lời giải

Chọn A.

Theo định lý về sự biến thiên: $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

$f(x)$ đồng biến trên $(a;b) \Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b)$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 7: [1D4-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sin \pi x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ do đó hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Tương tự: $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x+1) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \sin \pi x = 0$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ do đó hàm số liên tục tại $x = -1$.

Với $x \neq \pm 1$ thì hàm số liên tục trên tập xác định.

Vậy hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 8: [1D5-1] Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s).

Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là:

- A. $6(\text{m/s}^2)$.
- B. $54(\text{m/s}^2)$.
- C. $240(\text{m/s}^2)$.
- D. $60(\text{m/s}^2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $s = t^3 - 3t^2 - 5 \Rightarrow s' = 3t^2 - 6t \Rightarrow s'' = 6t - 6$.

Gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là: $a = 6 \cdot 10 - 6 = 54(\text{m/s}^2)$

Câu 9: [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(0; 1)$.
- B. $(0; 2)$.
- C. $(1; 2)$.
- D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định là: $D = [0; 2]$.

Ta có: $y = \sqrt{2x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$

Hàm số nghịch biến khi $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} < 0 \Rightarrow x > 1$.

Kết hợp với tập xác định ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 10: [2H1-1] Nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 10.
- B. 20.
- C. 100.
- D. 1000.

Lời giải

Chọn C.

Thể tích khối hộp chữ nhật trước khi tăng là: $V = abc$

Thể tích khối hộp chữ nhật trước khi tăng là: $V = 10a.10b.c = 100abc$

Vậy nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên 100 lần.

Câu 11: [2D1-2] Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$.

B. $y = \frac{x^2}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+1}{2x-3}$.

D. $y = \frac{x+2}{x^2-1}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\square y = \sqrt{x^2 + 1} - x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow TCN : y = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow TCN : y = 0 \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x+1} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{đồ thị của hàm số } y = \frac{x^2}{x+1} \text{ không có tiệm cận ngang.}$$

$$\square \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{2x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow TCN : y = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{2x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow TCN : y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\square \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow TCN : y = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow TCN : y = 0 \end{cases}$$

Câu 12: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}(x-2) > 0$ là?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

$$BPT \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(2; 3)$.

Câu 13: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là?

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = [0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x > 0$ hay $x \in (0; +\infty)$.

Câu 14: [2D3-1] Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f'(x)dx = f(x) + C.$

B. $\int f'(ax+b)dx = \frac{1}{a} \cdot f(x) + C.$

C. $\int f'(x)dx = f''(x) + C.$

D. $\int f'(x)dx = a \cdot f(ax+b) + C.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int f'(x)dx = f(x) + C$ nên A đúng.

Câu 15: [1H1-2] Cho tam giác ABC khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn D.

+ TH1. Mặt phẳng cần tìm đi qua A và song song với BC.

Ta được một mặt phẳng thỏa mãn.

+ TH2. Mặt phẳng cần tìm đi qua A và trung điểm M của cạnh BC.

Có vô số mặt phẳng đi qua A và M nên có vô số mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Tóm lại có vô số mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 16: [2D1-1] Biết $A(0; y)$, $B(x; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ khi đó giá trị $x + y$ là

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Thay tọa độ $A(0; y)$, $B(x; 1)$ vào $y = x^3 + x^2 - 1$ ta được:

$$\begin{cases} y = -1 \\ x^3 + x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 0.$$

Câu 17: [2H3-2] Trong không gian Oxyz, cho $A(-1; -1; 1)$, $B(3; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $2x + y - z - 2 = 0.$

B. $2x + y - 2 = 0.$

C. $x + 2y - 2 = 0.$

D. $x + 2y - z - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn B.

Gọi I là trung điểm của AB nên $I(1; 0; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có vpt là $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (4; 2; 0) = 2(2; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x-1) + 1(y-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0$.

Câu 18: [2H3-1] Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}(1; -2; 3)$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

A. $(3; -2; 0).$

B. $(3; -5; -3).$

C. $(3; -5; 0).$

D. $(1; 2; -6).$

Lời giải

Chọn A.

$$\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (2; 0; -3) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (3; -2; 0).$$

Câu 19: [2H1-1] Cho khối lăng trụ đứng ABC. A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a, chiều cao h. Khi đó thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^2 h}{4}$.

D. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Công thức thể tích khối lăng trụ là: $V = h.S_{ABC} = h \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

Câu 20: [2H3-1] Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + 2y - z + 16 = 0$. Điểm $M(0; 1; -3)$ khi đó khoảng cách từ M đến (P) là

A. $\frac{21}{9}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. 7.

D. 5

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-3) + 16|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 7$.

Câu 21: [2D2-1] Số nghiệm phương trình $2^{2x^2 - 7x + 5} = 1$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$2^{2x^2 - 7x + 5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy số nghiệm phương trình là 2.

Câu 22: [2D1-2] Hàm số nào sau đây không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 3]$

A. $y = -2x + 1$.

B. $y = -2x^3 + 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D.

Các phương án A, B, C có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 3]$

$\Rightarrow$ các hàm số ở các phương án này đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 3]$.

Phương án D có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ chỉ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$; không liên tục trên $[-1; 3]$ nên nó không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 3]$.

Câu 23: [1H2-2] Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a // b$.

B. a, b không có điểm chung.

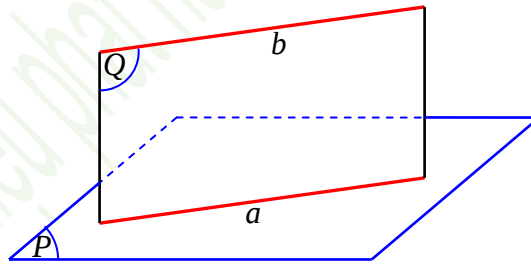
C. a, b cắt nhau.

D. a, b chéo nhau.

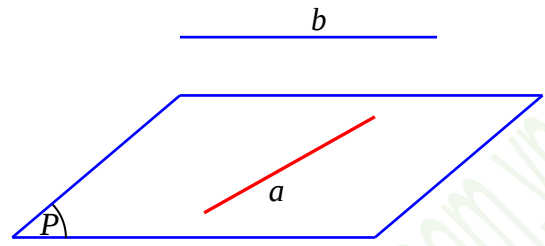
Lời giải

Chọn B.

○ $b // (P)$ thì b có thể song song với a (hình 1) mà b cũng có thể chéo a (hình 2).



Hình 1



Hình 2

○ $b // (P) \Rightarrow b \cap (P) = \emptyset \Rightarrow b \cap a = \emptyset$. Vậy a, b không có điểm chung.

Câu 24: **[1D1-2]** Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $8 \cot 2x (\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2} \sin 4x$ trên đường tròn lượng giác là :

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 0.

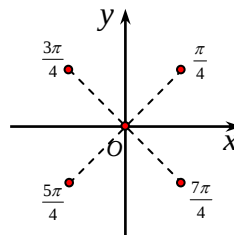
Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $\sin 2x \neq 0$.

$$8 \cot 2x (\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2} \sin 4x \Leftrightarrow 8 \cdot \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \cdot \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{8} \cos 4x \right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x (9 + 7 \cos 4x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$



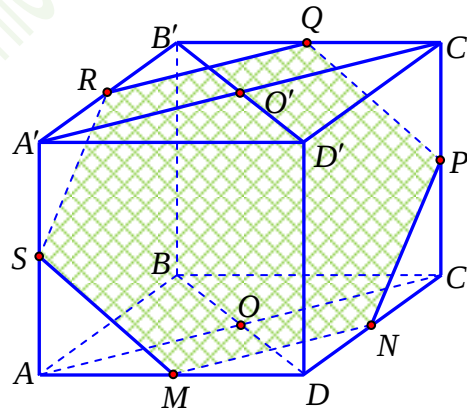
Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác là 4.

Câu 25: **[1H2-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\begin{cases} MN \parallel AC \\ NP \parallel AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (AB'C)$

$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.

Câu 26: [1H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

A. 4.

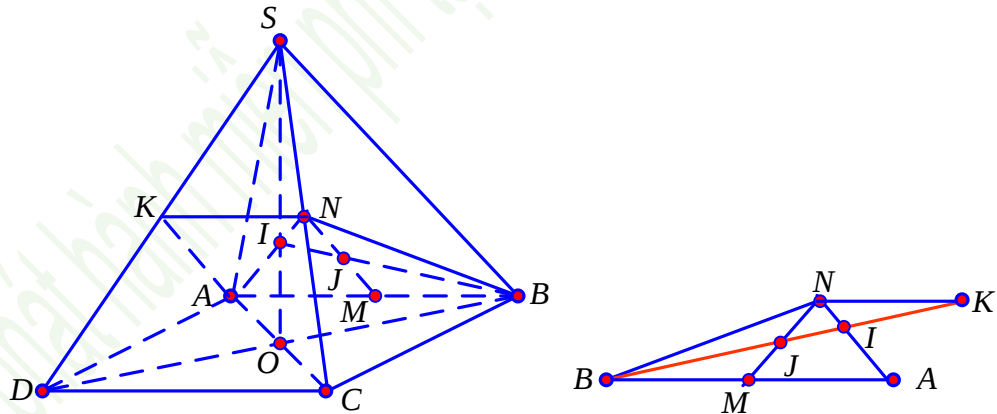
B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC) : $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD) . Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD) . Gọi K là trung điểm của SD . Suy ra $NK \parallel DC \parallel AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK \parallel BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng $\triangle KJN$ và $\triangle BJM$ có $\frac{NK}{BM} = \frac{MJ}{NJ} = \frac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác $\triangle SAC$ có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA} = \frac{1}{2}$. Do $AK \parallel MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.

Câu 27: [1D4-3] Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì

A. $\frac{a-1}{b} = 3.$

B. $\frac{a+1}{b} = 3.$

C. $\frac{-a-1}{b} = 3.$

D. $\frac{a-1}{-b} = 3.$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x - (ax)^2}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x - ax})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x[(1 - a^2)x - 3]}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x - ax})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - a^2) - \frac{3}{x}}{\left(b - \frac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1 - \frac{3}{x} - a}\right)} = \frac{(1 - a^2)}{b(-1 - a)} = \frac{a - 1}{b} = 3. \end{aligned}$$

Câu 28: [1D5-2] Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax + b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị a, b là:

A. $-4.$

B. $-1.$

C. $0.$

D. $1.$

Lời giải

Chọn B.

$$y = \sqrt{x^2 - 2x + 3} \Rightarrow y' = \frac{(x^2 - 2x + 3)'}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \Rightarrow a = 1; b = -1.$$

Câu 29: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Số tiếp tuyến của đồ thị (C) mà đi qua điểm

$M(1; 2)$ là

A. $0.$

B. $1.$

C. $2.$

D. $4.$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$, d đi qua điểm $M(1; 2)$ thì $2 = a + b \Leftrightarrow b = 2 - a$

$$\Rightarrow d: y = ax + 2 - a \text{ là tiếp tuyến của đồ thị } (C) \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} ax + 2 - a = \frac{2x+1}{x-1} \\ a = \frac{-3}{(x-1)^2} \end{cases} \text{ có nghiệm}$$

$$\begin{cases} ax+2-a=\frac{2x+1}{x-1} \\ a=\frac{-3}{(x-1)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (ax+2-a)(x-1)=2x+1 \\ a=\frac{-3}{(x-1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

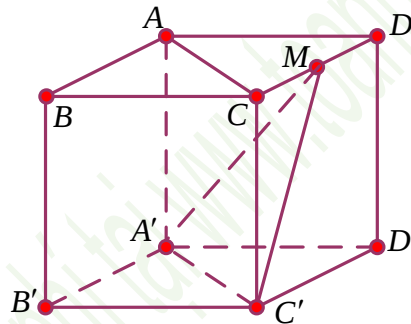
$$\begin{cases} \left(\frac{-3}{(x-1)^2}x+2-\frac{-3}{(x-1)^2} \right)(x-1)=2x+1 \\ a=\frac{-3}{(x-1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3-9x^2+10x-6=0 \\ a=\frac{-3}{(x-1)^2} \end{cases} \quad (\text{có một nghiệm}).$$

Câu 30: [1H3-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M trung điểm các cạnh CD . cosin của góc giữa AC và $C'M$ là

- A. 0. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $AC \parallel A'C'$ nên góc giữa AC và $C'M$ cũng bằng góc giữa $A'C'$ và $C'M$ là $A'C'M$.

Gọi cạnh của hình lập phương có độ dài là a . Khi đó $A'C' = a\sqrt{2}$, $C'M = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ (trong tam giác vuông $CC'M$ có $CM = \frac{a}{2}$), $A'M = \frac{3a}{2}$ (trong tam giác vuông $A'MD$, $MD = \frac{a}{2}$, $A'D = a\sqrt{2}$).

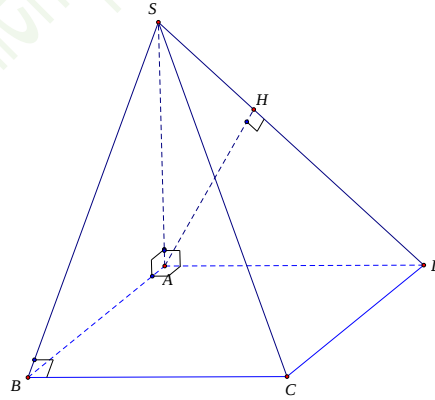
Xét tam giác $A'MC'$ ta có $\cos A'C'M = \frac{(A'C')^2 + C'M^2 - A'M^2}{2A'M.C'M} = \frac{1}{2}$.

Câu 31: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa SC và (SAB) là 30° . Khi đó $d(B, (SDC))$ là

- A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = BSC = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông SBC ta có $SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SAB có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{11}$.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Trong mặt phẳng (SAD) kẻ $AH \perp SD$ thì AH là khoảng cách từ A đến (SCD) .

Xét tam giác vuông SAD ta có $AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{11} \cdot 2a}{\sqrt{11a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$.

Câu 32: [2D2-2] Ta có $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$ thì $a + b + c$ là

A. -1.

B. 1.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_6 28 = \frac{\log_3 28}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2^2 + \log_3 7}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{2\log_3 2 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = 2 + \frac{\log_3 7 - 2}{\log_3 2 + 1}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases} \text{ Vậy } a + b + c = 1.$$

Câu 33: [2H1-3] Cho tứ diện $ABCD$, đáy BCD là tam giác vuông tại C , $BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $ABC = ADC = 90^\circ$, khoảng cách từ điểm B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối cầu ngoại tiếp $ABCD$ là

A. $4\pi a^3 \sqrt{3}$.

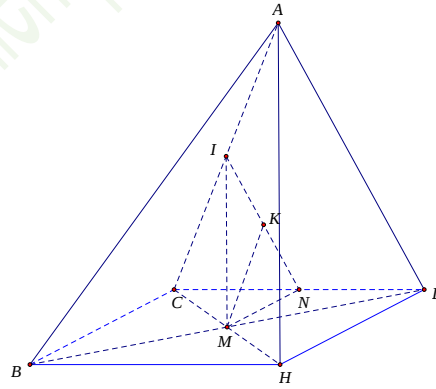
B. $12\pi a^3$.

C. $12\pi a^3 \sqrt{3}$.

D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (BCD) , khi đó ta có 5 điểm A, H, B, C, D cùng thuộc mặt cầu tâm I là trung điểm của AC .

Do H, B, C, D đồng phẳng nên tứ giác $HBCD$ nội tiếp. Mà theo giả thiết đáy BCD là tam giác vuông tại C , $BC = CD = a\sqrt{3}$ nên $HBCD$ là hình vuông.

$$\Rightarrow CH = a\sqrt{6}.$$

Gọi M là trung điểm của BD , khi đó $IM \perp (BCD) \Rightarrow d(B, (ACD)) = 2d(M, (ACD))$.

Trong mặt phẳng (BCD) từ M kẻ $MN \parallel BC$ ($N \in CD$) $\Rightarrow MN \perp CD \Rightarrow (IMN) \perp (ACD)$.

Trong mặt phẳng (IMN) kẻ $MK \perp IN$ thì MK là khoảng cách từ M đến (ACD) .

$$\text{Theo giả thiết ta có } MK = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{1}{MK^2} = \frac{1}{ME^2} + \frac{1}{MI^2} \Rightarrow MI = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow AH = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } AHC \text{ có } AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{6a^2 + 6a^2} = 2a\sqrt{3} \Rightarrow AI = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện } ABCD \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi(a\sqrt{3})^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}.$$

Câu 34: [2D1-3] Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

A. $m = \sqrt[3]{3}$.

B. $-m = \sqrt[3]{3}$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m).$$

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4x(x^2 - m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow m > 0$.

Gọi $A(0; 2)$, $B(-\sqrt{m}, m^2 + 2)$, $C(\sqrt{m}, m^2 + 2)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $\triangle ABC$ chỉ có thể vuông tại $A \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$.

$$\text{Với } \overline{AB} = (-\sqrt{m}; m^2), \overline{AC} = (\sqrt{m}; m^2) \Rightarrow -m + m^4 = 0 \Leftrightarrow m(m^3 - 1) = 0 \Rightarrow m = 1.$$

Cách 2: Áp dụng công thức tính nhanh: Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ tạo thành một tam giác vuông khi $8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8m^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

- Câu 35: [2D1-2]** Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{2x-1}$ (m là tham số, $m \neq 2$). Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1; 3]$. Khi đó có bao nhiêu giá trị của m để $ab = \frac{1}{5}$.
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = \frac{-2-m}{(2x-1)^2}$; $y(1) = m+1$, $y(3) = \frac{3m+1}{5}$.

Khi $-2-m > 0 \Leftrightarrow m < -2$ thì hàm số đồng biến trên $[1; 3] \Rightarrow a = \min_{[1;3]} y = y(1) = m+1$,

$$b = \max_{[1;3]} y = y(3) = \frac{3m+1}{5}.$$

Do $ab = \frac{1}{5}$ nên $(m+1) \frac{(3m+1)}{5} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 3m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m = -\frac{4}{3} \text{ (loại)} \end{cases}.$

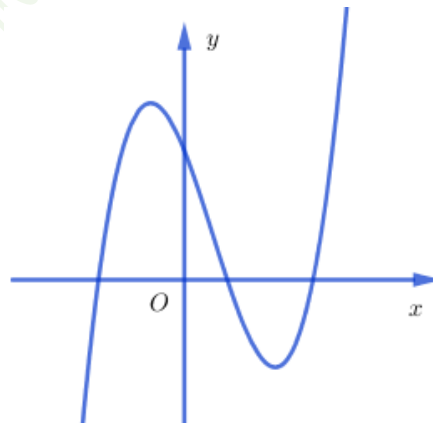
Khi $-2-m < 0 \Leftrightarrow m > -2$ thì hàm số nghịch biến trên $[1; 3] \Rightarrow b = \max_{[1;3]} y = y(1) = m+1$,

$$a = \min_{[1;3]} y = y(3) = \frac{3m+1}{5}.$$

Do $ab = \frac{1}{5}$ nên $(m+1) \frac{(3m+1)}{5} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 3m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (t/m)} \\ m = -\frac{4}{3} \text{ (t/m)} \end{cases}.$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

- Câu 36: [2D1-3]** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng?



- A. $a > 0, d > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$. D. $a > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D.

- + Đồ thị có nhánh đầu tiên đi lên nên $a > 0$.
- + Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

+ Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1 < 0, x_2 > 0$ nên PT $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0$.
 $\Rightarrow$ Đáp án đúng là **D.**

Câu 37: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt.

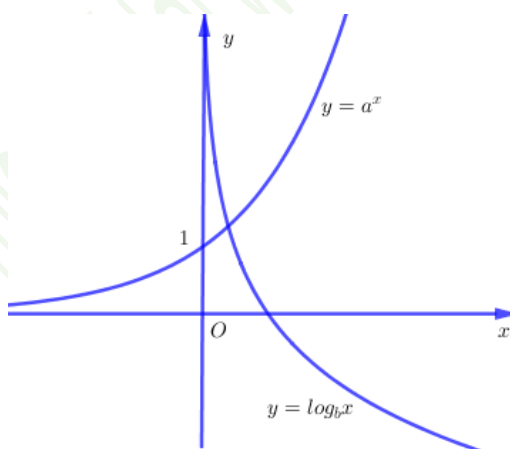
Ta có $x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1 = (x-1)(x^2 - 2x - m - 1)$

Để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình $x^2 - 2x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm

phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1+m+1 > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$

Vì $m \in \mathbb{Z}^-$ nên $m = -1$.

Câu 38: [2D2-1] Cho hàm số $a > 0, b > 0, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a > 1; 0 < b < 1$. B. $0 < a < 1; b > 1$. C. $0 < a < 1; 0 < b < 1$. D. $a > 1; b > 1$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi lên nên $a > 1$.

Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi xuống nên $0 < b < 1$.

Câu 39: [2D3-3] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = e$ là

$S = a\sqrt{2} + b$. Khi đó giá trị $a^2 + b^2$ là:

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{20}{9}$. D. 2.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_1^e \left| \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+\ln x \Rightarrow \frac{dx}{x} = 2tdt.$$

$$\text{Đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=1; x=e \Rightarrow t=\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó } S = \int_1^{\sqrt{2}} 2t^2 dt = \frac{2}{3} t^3 \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3}. \text{ Suy ra } \begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{20}{9}.$$

Câu 40: [1D1-2] Cho $A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $A'(9;-4)$, $B'(5;-1)$. Trong mặt phẳng Oxy , phép quay tâm $I(a;b)$ biến A thành A' , B thành B' . Khi đó giá trị $a+b$ là:

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Vì A' và B' lần lượt là ảnh của A và B qua phép quay tâm $I(a;b)$ nên ta có

$$\begin{cases} IA = IA' \\ IB = IB' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1-a)^2 + (2-b)^2 = (9-a)^2 + (-4-b)^2 \\ (3-a)^2 + (-1-b)^2 = (5-a)^2 + (-1-b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20a - 12b - 92 = 0 \\ a - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $a+b=3$.

Câu 41: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3;-2;1)$, $N(1;0;-3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó độ dài đoạn MN' là

- A. $MN'=8$. B. $MN'=4$. C. $MN'=2\sqrt{6}$. D. $MN'=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $M'(3;-2;0)$, $N'(1;0;0)$. Do đó $MN'=2\sqrt{2}$.

Câu 42: [2D3-2] $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-x} + 2018e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (-2x^3 + 3x^2 + 7x - 2)e^{-x}$. Khi đó:

- A. $a+b+c+d=4$. B. $a+b+c+d=5$. C. $a+b+c+d=6$. D. $a+b+c+d=7$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $F'(x) = f(x) \Rightarrow [-ax^3 + (3a-b)x^2 + (2b-c)x + c-d]e^{-x} = (-2x^3 + 3x^2 + 7x - 2)e^{-x}$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} -a = -2 \\ 3a - b = 3 \\ 2b - c = 7 \\ c - d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -1 \\ d = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b+c+d=5.$$

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 5)$ và chứa trục Ox có vectơ pháp tuyến $\vec{u} = (a; b; c)$. Khi đó tỉ số $\frac{b}{c}$ là

- A. $\frac{b}{c} = 5$. B. $\frac{b}{c} = \frac{1}{5}$. C. $\frac{b}{c} = -5$. D. $\frac{b}{c} = -\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{OA} = (2; -1; 5) \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{i}] = (0; 5; 1)$ là một VTPT của (α) .

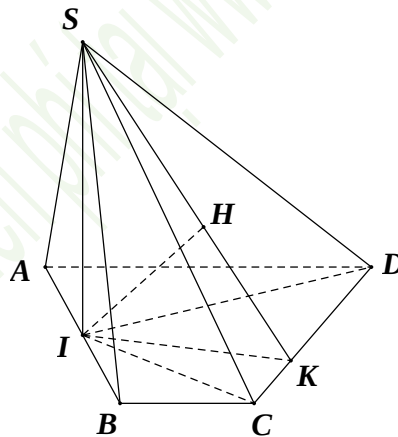
Do đó $\vec{u} = (0; 5k; k)$ với $k \neq 0$. Vậy $\frac{b}{c} = 5$.

Câu 44: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , I là trung điểm của AB , có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = AB = 2a$, $BC = a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $3a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $SI \perp (ABCD)$, $S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AB}{2} = 3a^2$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên CD , H là hình chiếu vuông góc của I trên SK .

Xét $\triangle ICD$: $ID = CD = a\sqrt{5}$, $CI = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\triangle ICD} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{2S_{\triangle ICD}}{CD} = \frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Ta có: $SI \perp CD$, $IK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SIK) \Rightarrow CD \perp IH$.

Mà $IH \perp SK \Rightarrow IH \perp (SCD)$. Do đó $IH = d(I; (SCD)) = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Xét $\triangle IHK$ vuông tại I : $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} \Rightarrow SI = a\sqrt{3}$.

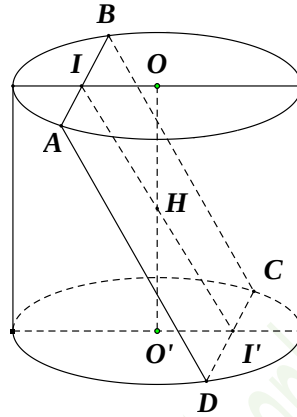
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \sqrt{3}a^3$.

Câu 45: [2H2-4] Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích khối trụ là

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, CD ; O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy của hình trụ (như hình vẽ); H là trung điểm của II' .

Khi đó H là trung điểm của OO' và góc giữa $(ABCD)$ tạo với đáy là $HI'O = 45^\circ$.

Do $I'H = \frac{a}{2} \Rightarrow O'H = O'I' = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó $h = OO' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có: $r = O'C = \sqrt{O'I'^2 + I'C^2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

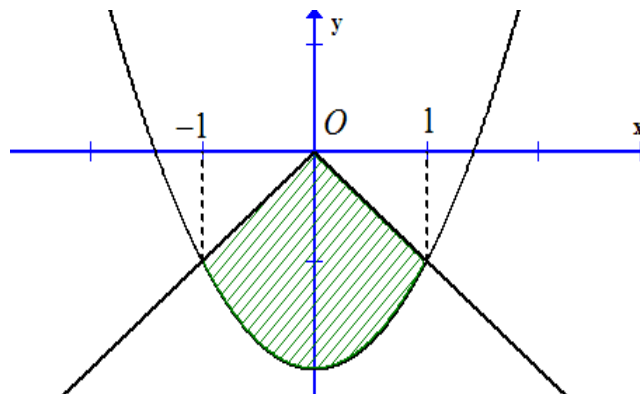
Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

Câu 46: [2D3-3] Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là

- A. $\frac{13}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{13\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Diện tích hình phẳng D là

$$S = 2 \int_0^1 (-x - x^2 + 2) dx = 2 \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{3}.$$

Câu 47: [2H2-3] Cho hình nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O , SA, SB là hai đường sinh biết $SO = 3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích ΔSAB là 18. Tính bán kính đáy của hình nón trên.

A. $\frac{\sqrt{674}}{4}$.

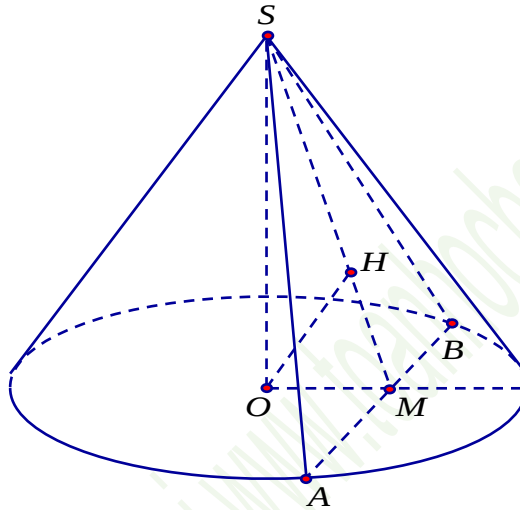
B. $\frac{\sqrt{530}}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{23}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm AB , kẻ $OH \perp SM$ tại H , suy ra $OH \perp (SAB)$, nên $OH = d(O; (SAB)) = 1$.

Đặt $a = OM$ và gọi r là bán kính hình tròn đáy của hình nón đã cho.

Ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} = \frac{8}{9}. \text{ Suy ra } OM = \frac{3}{\sqrt{8}}.$$

$$\text{Từ đó: } SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)^2} = \frac{9}{\sqrt{8}}. AB = 2MA = 2\sqrt{r^2 - OM^2} = 2\sqrt{r^2 - \frac{9}{8}}.$$

$$\text{Bởi vậy: } S_{\Delta SAB} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SM = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{r^2 - \frac{9}{8}} \cdot \frac{9}{\sqrt{8}} = 18$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{r^2 - \frac{9}{8}} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow r^2 = \frac{265}{8} \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{530}}{4}.$$

Câu 48: [1D1-2] Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - 5\sin x)^{2018}$ là M, m . Khi đó giá trị $M + m$ là

A. $2^{2018} (1 + 2^{4036})$.

B. 2^{2018} .

C. 2^{4036} .

D. 2^{6054} .

Lời giải

Chọn D.

Vì $-2 \leq 3 - 5\sin x \leq 8$ nên suy ra $0 \leq (3 - 5\sin x)^{2018} \leq 8^{2018} = 2^{6054}$.

Do đó $m = 0$ và $M = 2^{6054}$.

Vậy $M + m = 2^{6054}$.

Câu 49: [2D1-4] Cho $x, y > 0$ và $x + y = \frac{5}{4}$ sao cho biểu thức $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó

A. $x^2 + y^2 = \frac{25}{32}$.

B. $x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$.

C. $x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$.

D. $x^2 + y^2 = \frac{13}{16}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ $x + y = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4} - x$, nên $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{5-4x}$.

Xét hàm số $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{5-4x}$ với $0 < x < \frac{5}{4}$.

$$P' = -\frac{4}{x^2} + \frac{4}{(5-4x)^2}; P' = 0 \Leftrightarrow x^2 = (5-4x)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left(0; \frac{5}{4}\right) \\ x = \frac{5}{3} \notin \left(0; \frac{5}{4}\right) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$\frac{5}{4}$
P'	-	0	+
P			

Diagram illustrating a mapping from P' to P . Arrows point from the values $-$ and 0 in the P' row to the value 5 in the P row.

Như vậy: $\min P = 5$ khi $x = 1; y = \frac{1}{4}$.

Khi đó $x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$.

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) , điểm M di động trên (C) . Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ. Khi đó giá trị nhỏ nhất của d là

A. $\frac{207}{250}$.

B. $\sqrt{2} - 1$.

C. $2\sqrt{2} - 1$.

D. $2\sqrt{2} - 2$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M = \left(m; \frac{m-1}{m+1}\right)$, với $m \neq -1$, là điểm di động trên đồ thị (C) .

Khoảng cách từ M đến trục hoành là: $\left|\frac{m-1}{m+1}\right|$.

Khoảng cách từ M đến trục tung là: $|m|$.

Ta có: $d = |m| + \left|\frac{m-1}{m+1}\right|$.

Để ý rằng với $M(1;0) \in (C)$ thì $d = 1$. Do đó để tìm $\min d$ ta chỉ cần xét khi

$$\begin{cases} |x_M| < 1 \\ |y_M| < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |m| < 1 \\ \left| \frac{m-1}{m+1} \right| < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ 1-m < m+1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Với $0 < m < 1$ thì

$$d = m + \frac{1-m}{m+1} = (m+1) + \frac{2}{m+1} - 2 \geq 2\sqrt{(m+1) \cdot \frac{2}{m+1}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2.$$

$$\text{Suy ra min } d = 2\sqrt{2} - 2 \text{ xảy ra khi } \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m+1 = \frac{2}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow m = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow M(\sqrt{2} - 1; 1 - \sqrt{2}).$$