

TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUỐC GIA
TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG PT NĂNG KHIẾU
CƠ SỞ 2

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018
MÔN: TOÁN 12
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 291

Câu 1: [2D2-1] Cho $f(x) = 5^x$ thì $f(x+2) - f(x)$ bằng.

- A. 25. B. 24. C. $25f(x)$. D. $24f(x)$.

Câu 2: [2D3-1] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

- A. $\ln 2$. B. $2 + \ln 2$. C. 3. D. 4.

Câu 3: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4: [2D1-2] Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm là

- A. $-1 \leq m < 0$. B. $0 \leq m < 1$. C. $-1 < m < 0$. D. $0 < m < 1$.

Câu 5: [2D4-1] Cho số phức $z = 1 - 2i$ thì số phức liên hợp $\bar{z}$ có

- A. phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 . B. phần thực bằng -2 và phần ảo bằng 1.
C. phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 2. D. phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 1.

Câu 6: [2D2-2] Cho $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$. Khi đó giá trị của $\log_5 \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$ là

- A. $\frac{5a-b-1}{2}$. B. $\frac{5a-b+1}{2}$. C. $\frac{5a+b-1}{2}$. D. $\frac{5a+b+1}{2}$.

Câu 7: [2D1-2] Giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

- A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Câu 8: [2D1-2] Bảng biến thiên được cho dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		-	+
y	$+\infty$		$+\infty$

- A. $y = x^4 + x^2 + 1$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = 1 - 4x^2$. D. $y = x^2 - 1$.

Câu 9: [2D3-2] Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1; 2]$.

Biết rằng $F(1)=1$, $F(2)=4$, $G(1)=\frac{3}{2}$, $G(2)=2$ và $\int_1^2 f(x)G(x)dx = \frac{67}{12}$. Tính

$$\int_1^2 F(x)g(x)dx$$

A. $\frac{11}{12}$.

B. $-\frac{145}{12}$.

C. $-\frac{11}{12}$.

D. $\frac{145}{12}$.

Câu 10: [1D2-3] Cho đa thức $P(x) = (x-2)^{2017} + (3-2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$. Khi đó $S = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2018.

D. 2017.

Câu 11: [1D2-2] Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$ là

A. 1.

B. -18.

C. 144.

D. -672.

Câu 12: [1D3-2] Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

A. 215.

B. 315.

C. 415.

D. 515.

Câu 13: [2D1-1] Hàm số $y = f(x) = \frac{-2}{-x+1}$ có tính chất

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định.

D. Đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 14: [1D3-2] Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

A. 31.

B. 30.

C. 29.

D. 28.

Câu 15: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số) là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 16: [1D4-2] Nếu hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{khi } x < -5 \\ x + 17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ ax + b + 10 & \text{khi } x > 10 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a + b$ bằng

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 17: [1D2-2] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{7}{125}$.

B. $\frac{7}{150}$.

C. $\frac{189}{1250}$.

D. $\frac{7}{375}$.

Câu 18: [2D1-3] Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 19: [2H2-2] Cho khối nón đỉnh S số độ dài đường sinh là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là 60° . Thể tích khối nón là

- A. $V = \frac{3\pi a^3}{8}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{8}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 20: [1D1-2] Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (2 + \sqrt{3})\sin x - \cos x$. Khi đó $M + m$ bằng

- A. $3 + \sqrt{3}$. B. 0 . C. $1 + \sqrt{3}$. D. 1 .

Câu 21: [2H2-2] Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

- A. $S_{tp} = 8\pi$. B. $S_{tp} = 8a^2\pi$. C. $S_{tp} = 4a^2\pi$. D. $S_{tp} = 4\pi$.

Câu 22: [2D2-2] Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 \frac{5-12x}{12x-8} + \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 23: [2D4-2] Kí hiệu z_0 là nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ sao cho z_0 có phần ảo là số thực âm. Điểm M biểu diễn số phức $w = -2z_0$ thuộc góc phần tư nào trên mặt phẳng phức?

- A. Góc phần tư (I). B. Góc phần tư (II). C. Góc phần tư (III). D. Góc phần tư (IV).

Câu 24: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $\frac{\pi a^3}{6}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 25: [2H1-2] Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích lăng trụ là:

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $a^3 \sqrt{3}$.

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 27: [2D2-3] Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + (4m-1) \cdot 2^x + 3m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

- A. $m = \sqrt{3}$. B. $m = -\sqrt{3}$. C. $m = \pm \sqrt{3}$. D. $m < -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 28: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 \cdot f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 6.

Câu 29: [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 30: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{e\}$. B. $D = (0; e)$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty) \setminus \{e\}$.

Câu 31: [2H1-3] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 32: [1H3-3] Cho hình thoi $ABCD$ tâm O cạnh a và $AC = a$. Từ trung điểm H của AB , dựng $SH \perp (ABCD)$ với $SH = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{8a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. C. $\frac{2a\sqrt{66}}{23}$. D. $\frac{10a\sqrt{5}}{27}$.

Câu 33: [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$ và $y = x^5$ bằng

- A. 0. B. 4. C. $\frac{1}{6}$. D. 2.

Câu 34: [2D1-2] Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ cách đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số một khoảng bằng 1 là

- A. $(0; -1); (-2; 7)$. B. $(-1; 0); (2; 7)$. C. $(0; 1); (2; -7)$. D. $(0; -1); (2; 7)$.

Câu 35: [2D1-2] Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m-1)x + m+3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{3}{4}$. D. $m = \frac{3}{4}$.

Câu 36: [1D5-3] Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ và điểm $A(m; -10)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để có đúng 2 tiếp tuyến của (C) qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 3. B. 5. C. $\frac{19}{4}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 37: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$.

Câu 38: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(2x)dx = 2$ và $\int_0^2 f(6x)dx = 14$. Tính

$\int_{-2}^2 f(5|x|+2)dx$.

A. 30.

B. 32.

C. 34.

D. 36.

Câu 39: [1D5-2] Trong 3 đường thẳng $(d_1): y=7x-9$, $(d_2): y=5x+29$, $(d_3): y=-5x-5$ có bao nhiêu đường thẳng là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2x-4$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 40: [2D1-4] Cho $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1} = f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Câu 41: [2D4-4] Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z+2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z-i| + |z-4|$ là

A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. 4.

D. 5.

Câu 42: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z+1=0$ và điểm $A(1;2;0)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{9}{14}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

C. $\frac{9}{\sqrt{14}}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 44: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3 \end{cases}$ và đường thẳng

$\Delta': \begin{cases} x=3+2t' \\ y=1-t' \\ z=-3 \end{cases}$. Vị trí tương đối của Δ và Δ' là

A. $\Delta // \Delta'$.

B. $\Delta \equiv \Delta'$.

C. Δ cắt Δ' .

D. Δ và Δ' chéo nhau.

Câu 45: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=0$,

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx = \frac{\pi^2}{8} \text{ và } \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) f(x) dx = \frac{1}{2}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{1}{\pi}$.

D. $\frac{2}{\pi}$.

Câu 46: [2H3-2] Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, điều kiện của m để hai mặt phẳng $(P): 2x+2y-z=0$ và $(Q): x+y+mz+1=0$ cắt nhau là

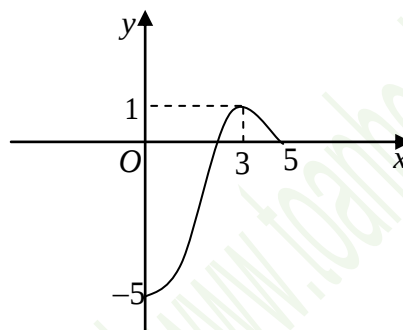
A. $m \neq -\frac{1}{2}$.

B. $m \neq \frac{1}{2}$.

C. $m \neq -1$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 47: [2D3-3] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

A. $f(0)=f(5)<f(3)$.

B. $f(3)<f(0)=f(5)$.

C. $f(3)<f(0)<f(5)$.

D. $f(3)<f(5)<f(0)$.

Câu 48: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-2=0$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất là:

A. $M(1;0;1)$.

B. $M(0;0;2)$.

C. $M(1;2;-3)$.

D. $M(-1;2;-1)$.

Câu 49: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa điều kiện $f(x)+f(-x)=2\sin x$. Tính

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$

A. -1 .

B. 0 .

C. 1 .

D. 2 .

Câu 50: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-5=0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $(3;0;-1)$.

B. $(0;3;1)$.

C. $(0;3;-1)$.

D. $(-1;0;3)$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	D	C	A	D	A	A	A	C	B	C	B	B	A	B	B	D	B	C	D	B	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	D	D	D	D	B	C	D	A	C	B	B	C	A	D	C	B	B	D	A	C	B	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D2-1] Cho $f(x) = 5^x$ thì $f(x+2) - f(x)$ bằng.

A. 25.

B. 24.

C. $25f(x)$.

D. $24f(x)$.

Lời giải

Chọn D.

$$f(x+2) - f(x) = 5^{x+2} - 5^x = 24 \cdot 5^x = 24 \cdot f(x).$$

Câu 2: [2D3-1] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2$.

B. $2 + \ln 2$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$F(x) = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \text{ mà } F(0) = 2 \text{ nên } F(x) = \ln|x+1| + 2.$$

$$\text{Do đó } F(1) = 2 + \ln 2.$$

Câu 3: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$y = \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}. \text{ Do đó đồ thị hàm số } y = \frac{1}{x+2} \text{ có 2 đường tiệm cận là } x = -2 \text{ và } y = 0.$$

Câu 4: [2D1-2] Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm là

A. $-1 \leq m < 0$.

B. $0 \leq m < 1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^4 - 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 = -m.$$

Về đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$, ta thấy để phương trình trên có 4 điểm phân biệt thì $-1 < m < 0$.

$$\text{Suy ra } 0 < m < 1.$$

Câu 5: [2D4-1] Cho số phức $z = 1 - 2i$ thì số phức liên hợp $\bar{z}$ có

A. phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 .

B. phần thực bằng -2 và phần ảo bằng 1.

C. phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 2.

D. phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 1.

Lời giải

Chọn C.

$$\bar{z} = 1 + 2i. \text{ Do đó số phức liên hợp } \bar{z} \text{ có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 2.}$$

Câu 6: [2D2-2] Cho $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$. Khi đó giá trị của $\log_5 \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$ là

A. $\frac{5a-b-1}{2}$.

B. $\frac{5a-b+1}{2}$.

C. $\frac{5a+b-1}{2}$.

D. $\frac{5a+b+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned}\log_5 \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}} &= \log_5 \frac{2^2 2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} 5^{\frac{1}{2}}} = \log_5 \frac{2^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} 5^{\frac{1}{2}}} = \log_5 2^{\frac{5}{2}} - \log_5 3^{\frac{1}{2}} 5^{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2}a - \frac{1}{2}\log_5 3 - \frac{1}{2}\log_5 5 \\ &= \frac{5}{2}a - \frac{1}{2}b - \frac{1}{2} = \frac{5a-b-1}{2}.\end{aligned}$$

Câu 7: [2D1-2] Giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 3mx^2 - 2(m^2 + 1)x + 2$; $y'' = 6mx - 2(m^2 + 1)$

Theo yêu cầu bài toán: $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 2(m^2 + 1) + 2 = 0 \\ 6m - 2(m^2 + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2 + 3m = 0 \\ -2m^2 + 6m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{2} \\ \frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Câu 8: [2D1-2] Bảng biến thiên được cho dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

A. $y = x^4 + x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = 1 - 4x^2$.

D. $y = x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A.

$y = x^4 + x^2 + 1$

$y' = 4x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 1$, lập bảng biến thiên ta được kết luận.

Câu 9: [2D3-2] Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1; 2]$.

Biết rằng $F(1)=1$, $F(2)=4$, $G(1)=\frac{3}{2}$, $G(2)=2$ và $\int_1^2 f(x)G(x)dx = \frac{67}{12}$. Tính

$$\int_1^2 F(x)g(x)dx$$

A. $\frac{11}{12}$.

B. $-\frac{145}{12}$.

C. $-\frac{11}{12}$.

D. $\frac{145}{12}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = F(x) \\ dv = g(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f(x)dx \\ v = G(x) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 F(x)g(x)dx &= (F(x)G(x))\Big|_1^2 - \int_1^2 f(x)G(x)dx = F(2)G(2) - F(1)G(1) - \int_1^2 f(x)G(x)dx \\ &= 4 \cdot 2 - 1 \cdot \frac{3}{2} - \frac{67}{12} = \frac{11}{12}. \end{aligned}$$

Câu 10: [1D2-3] Cho đa thức $P(x) = (x-2)^{2017} + (3-2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$. Khi đó $S = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } P(x) = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$$

$$\text{Cho } x=1 \Rightarrow P(1) = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0 = (1-2)^{2017} + (3-2 \cdot 1)^{2018} = 0.$$

Câu 11: [1D2-2] Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$ là

A. 1.

B. -18.

C. 144.

D. -672.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } T_k = C_9^k x^{9-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k (-2)^k x^{9-3k}.$$

$$T_k \text{ chứa } x^3 \text{ khi và chỉ khi } 9-3k=3 \Leftrightarrow k=2.$$

$$\text{Suy ra hệ số của } x^3 \text{ trong khai triển là } C_9^2 (-2)^2 = 144.$$

Câu 12: [1D3-2] Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

A. 215.

B. 315.

C. 415.

D. 515.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là: $S = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{\frac{1}{2}} = 315.$

Câu 13: [2D1-1] Hàm số $y = f(x) = \frac{-2}{-x+1}$ có tính chất

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định.

D. Đồng biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = f'(x) = \frac{-2}{(-x+1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1.$

Suy ra hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 14: [1D3-2] Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

A. 31.

B. 30.

C. 29.

D. 28.

Lời giải

Chọn B.

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Tổng số cây trồng được là: $S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Câu 15: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số) là

A. $(-\infty; 0).$

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right).$

C. $(0; +\infty).$

D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$

Lời giải

Chọn B.

Nếu $a = 0$ thì ta có bpt: $1^{2x+1} > 1$ suy ra bất phương trình vô nghiệm.

Nếu $a \neq 0$ thì $0 < \frac{1}{1+a^2} < 1$ nên ta có bpt: $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right).$

Câu 16: [1D4-2] Nếu hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{khi } x < -5 \\ x + 17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ ax + b + 10 & \text{khi } x > 10 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a + b$ bằng

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Với $x < -5$ ta có $f(x) = x^2 + ax + b$, là hàm đa thức nên liên tục trên $(-\infty; -5).$

Với $-5 < x < 10$ ta có $f(x) = x + 7$, là hàm đa thức nên liên tục trên $(-5; 10)$.

Với $x > 10$ ta có $f(x) = ax + b + 10$, là hàm đa thức nên liên tục trên $(10; +\infty)$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbf{R}$ thì hàm số phải liên tục tại $x = -5$ và $x = 10$.

Ta có:

$$f(-5) = 12; f(10) = 17.$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^-} (x^2 + ax + b) = -5a + b + 25.$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^+} (x + 17) = 12.$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 10^-} (x + 17) = 27.$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 10^+} (ax + b + 10) = 10a + b + 10.$$

Hàm số liên tục tại $x = -5$ và $x = 10$ khi

$$\begin{cases} 5a + b + 25 = 12 \\ 10a + b + 10 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5a + b = -13 \\ 10a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

Câu 17: [1D2-2] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{7}{125}$.

B. $\frac{7}{150}$.

C. $\frac{189}{1250}$.

D. $\frac{7}{375}$.

Lời giải

Chọn B.

Số phần tử của S bằng $9 \cdot 10^5$.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một số từ S , ta được $n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

Gọi A là biến cố “Chọn được số có các chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1”. Ta có các trường hợp sau.

Giả sử số chọn được có dạng: $\overline{a_1 a_2 \dots a_6}$

Trường hợp 1: $a_1 = 1$.

Số cách chọn vị trí cho số 0 là 5 cách.

Số cách chọn 4 chữ số còn lại là A_8^4 cách.

Vậy trường hợp này có $1 \cdot 5 \cdot A_8^4$ số.

Trường hợp 2: $a_1 \neq 1 \Rightarrow a_1$ có 8 cách chọn.

Số cách chọn vị trí cho hai chữ số 0;1 là A_5^2 .

Số cách chọn ba số còn lại là A_7^3 .

Vậy trường hợp này có $8 \cdot A_5^2 \cdot A_7^3$ số.

$$\text{Suy ra } P_A = \frac{5 \cdot A_8^4 + 8 \cdot A_5^2 \cdot A_7^3}{9 \cdot 10^5} = \frac{7}{150}.$$

Câu 18: [2D1-3] Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Độ dài đoạn dây bằng 60cm, cạnh hình vuông bằng a , bán kính đường tròn bằng r nên ta có: $4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi}$ (1).

Gọi S là tổng diện tích của hình vuông và hình tròn, suy ra $S = a^2 + \pi r^2$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $S = a^2 + \frac{(30 - 2a)^2}{\pi}$.

Khi đó $S' = 2a - \frac{4(30 - 2a)}{\pi} = \frac{(2\pi + 8)a - 120}{\pi}$.

Cho $S' = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{\pi + 4}$.

Bảng biến thiên.

x	0	$\frac{60}{\pi + 4}$	60
S'		0	+
S			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$. Vậy $\frac{a}{r} = 2$.

Câu 19: [2H2-2] Cho khối nón đỉnh S số độ dài đường sinh là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là 60° . Thể tích khối nón là

A. $V = \frac{3\pi a^3}{8}$.

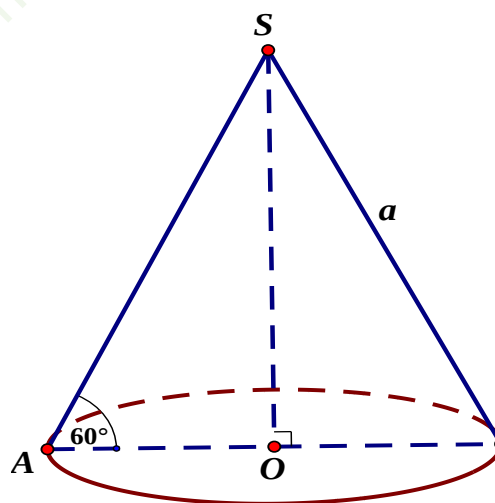
B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{8}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $\frac{r}{a} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{a}{2}$ và $\frac{h}{a} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 20: [1D1-2] Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (2 + \sqrt{3})\sin x - \cos x$. Khi đó $M + m$ bằng

- A. $3 + \sqrt{3}$. B. 0. C. $1 + \sqrt{3}$. D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $-\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2 + 1} \leq (2 + \sqrt{3})\sin x - \cos x \leq \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2 + 1}$.

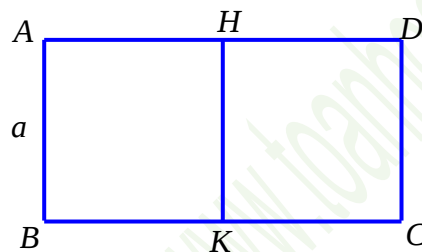
Vậy $M + m = 0$.

Câu 21: [2H2-2] Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

- A. $S_{tp} = 8\pi$. B. $S_{tp} = 8a^2\pi$. C. $S_{tp} = 4a^2\pi$. D. $S_{tp} = 4\pi$.

Lời giải

Chọn C.



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục HK ta được hình trụ có đường cao là $h = AB = a$, bán kính đường tròn đáy là $R = BK = \frac{1}{2}BC = a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Câu 22: [2D2-2] Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 \frac{5-12x}{12x-8} + \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{5-12x}{12x-8} > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{12} < x < \frac{2}{3}$$

Do đó không có giá trị nguyên của x thỏa điều kiện trên.

Câu 23: [2D4-2] Kí hiệu z_0 là nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ sao cho z_0 có phần ảo là số thực âm. Điểm M biểu diễn số phức $w = -2z_0$ thuộc góc phần tư nào trên mặt phẳng phức?

- A. Góc phần tư (I). B. Góc phần tư (II). C. Góc phần tư (III). D. Góc phần tư (IV).

Lời giải

Chọn B.

$$4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

$$\text{Do đó } z_0 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \Rightarrow w = -2z_0 = -1 + \sqrt{2}i.$$

$\Rightarrow w$ có điểm biểu diễn là $M(-1; \sqrt{2})$ nằm ở góc phần tư thứ (II).

Câu 24: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

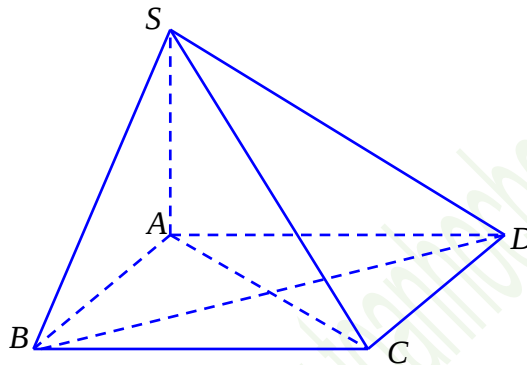
B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $4\pi a^3$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $\left. \begin{array}{l} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Tương tự $CD \perp SD$.

Khi đó $SAC = SBC = SDC = 90^\circ$.

Nên SC là đường kính của mặt cầu (S) ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính của (S) là $R = \frac{SC}{2}$.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow R = a$.

Vậy $V_{(S)} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 25: [2H1-2] Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích lăng trụ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

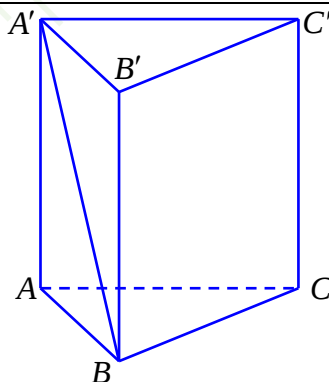
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $(A'B, (ABC)) = A'BA = 60^\circ \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n} = (3; 4; 5)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (-3; -4; -5)$.

Ta có $\vec{n} = -\vec{u} \Rightarrow d \perp (P)$ nên góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là 90° .

Câu 27: [2D2-3] Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + (4m - 1) \cdot 2^x + 3m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

A. $m = \sqrt{3}$.

B. $m = -\sqrt{3}$.

C. $m = \pm\sqrt{3}$.

D. $m < -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 2^x > 0$, ta được $t^2 + (4m - 1)t + 3m^2 - 1 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm dương t_1, t_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (4m - 1)^2 - 4(3m^2 - 1) \geq 0 \\ t_1 t_2 = 3m^2 - 1 > 0 \\ t_1 + t_2 = 1 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 5 \geq 0 \\ m > \frac{1}{\sqrt{3}} \\ m < -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ m < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m - 1)^2 + 1 \geq 0 \\ m < -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Khi đó $x_1 = \log_2 t_1$, $x_2 = \log_2 t_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = \log_2 (t_1 t_2)$.

Mà $t_1 t_2 = 3m^2 - 1$ và $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow \log_2 (3m^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow 3m^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

Kết hợp với $m < -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ta được $m = -\sqrt{3}$ thỏa mãn.

Câu 28: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 \cdot f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 2 = \int_0^1 \left(f(x) - \frac{f(x)}{x^2 + 1} \right) dx = I - \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx \Rightarrow I = 2 + \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx.$$

$$\text{Đặt } x = \tan t \Rightarrow I = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(\tan t)}{\tan^2 t + 1} d(\tan t) = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(\tan t)}{\frac{1}{\cos^2 t}} \cdot \frac{1}{\cos^2 t} dt$$

$$\Rightarrow I = 2 + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 2 + 4 = 6.$$

Câu 29: [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

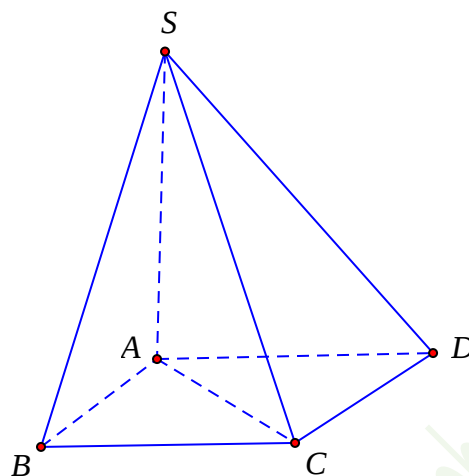
B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$.

C. $a^3 \sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC; (ABCD)) = \angle SCA = 45^\circ$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 30: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1-\ln x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{e\}$.

B. $D = (0; e)$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = (0; +\infty) \setminus \{e\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số } y = \frac{1}{1-\ln x} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq e \end{cases} \Rightarrow D = (0; +\infty) \setminus \{e\}.$$

Câu 31: [2H1-3] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc 60° .

Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

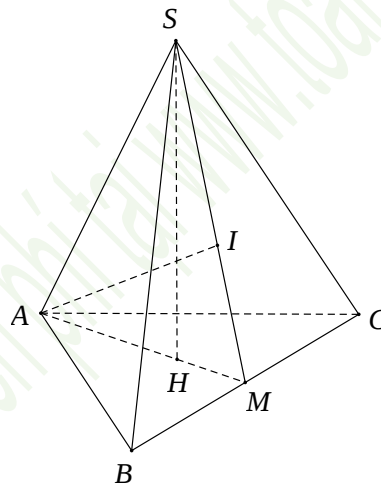
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , ta có $SH \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $BC \perp (SAM)$.

Do đó, ta có góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng $SMH = 60^\circ$.

Đặt $AB = x \Rightarrow HM = \frac{x\sqrt{3}}{6}$; $SH = HM \tan 60^\circ = \frac{x}{2}$. Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow \frac{x^3\sqrt{3}}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow x = a.$$

$$\text{Kẻ } AI \perp SM \ (I \in SM) \Rightarrow AI \perp (SBC) \Rightarrow AI = d(A, (SBC)); \quad SM = \sqrt{\frac{a^2}{12} + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$$

$$AI = \frac{SH \cdot AH}{SM} = \frac{3a}{4}.$$

Câu 32: [1H3-3] Cho hình thoi $ABCD$ tâm O cạnh a và $AC = a$. Từ trung điểm H của AB , dựng $SH \perp (ABCD)$ với $SH = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{8a\sqrt{3}}{15}$.

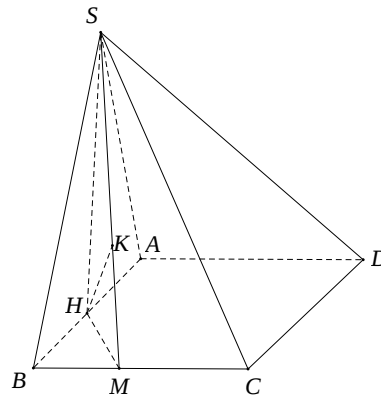
B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

C. $\frac{2a\sqrt{66}}{23}$.

D. $\frac{10a\sqrt{5}}{27}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng $HM \perp BC (M \in BC)$; $SH \perp BC \Rightarrow (SHM) \perp (SBC)$; $(SHM) \cap (SBC) = SM$.

Trong mặt phẳng (SHM) , dựng $HK \perp SM (K \in SM) \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = d(H, (SBC))$.

Ta có: $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$.

$$HM = BH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{19}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{57}a}{19}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2HK = \frac{a\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 33: [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$ và $y = x^5$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. $\frac{1}{6}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^5 = x^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^5$ và $y = x^3$ bằng

$$S = \int_{-1}^1 |x^5 - x^3| dx = \int_{-1}^0 (x^5 - x^3) dx - \int_0^1 (x^5 - x^3) dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 34: [2D1-2] Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ cách đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số một khoảng bằng 1 là

A. $(0; -1); (-2; 7)$.

B. $(-1; 0); (2; 7)$.

C. $(0; 1); (2; -7)$.

D. $(0; -1); (2; 7)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$; (C) có tiệm cận đứng $x = 1$.

$$M \in (C) \Rightarrow M \left(m; \frac{3m+1}{m-1} \right), m \neq 1.$$

Khoảng cách từ M tới đường tiệm cận đứng bằng $d = |m-1| \Leftrightarrow |m-1|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=0 \end{cases}$.

Vậy $M(0;-1)$ hoặc $M(2;7)$.

Câu 35: [2D1-2] Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=(2m-1)x+m+3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$

A. $m=-\frac{1}{2}$.

B. $m=\frac{1}{2}$.

C. $m=-\frac{3}{4}$.

D. $m=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có TXĐ: $\mathbf{R}$; $y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3) \Rightarrow \overline{AB}=(2;-4)$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A , B có phương trình: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow y=-2x+1$.

Đường thẳng $y=(2m-1)x+m+3$ song song với đường thẳng $d \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=-2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$.

Câu 36: [1D5-3] Cho đồ thị $(C): y=x^3-3x^2-9x+10$ và điểm $A(m;-10)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để có đúng 2 tiếp tuyến của (C) qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 3.

B. 5.

C. $\frac{19}{4}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi d là đường thẳng qua $A(m;-10)$ có hệ số góc k .

Suy ra $d: y=k(x-m)-10$.

d là tiếp tuyến của (C) khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3-3x^2-9x+10=k(x-m)-10 & (1) \\ 3x^2-6x-9=k \end{cases}$$

Thế k vào (1), ta được $2x^3-(3m+3)x^2+6mx+9m-20=0$ (*).

Để có đúng 2 tiếp tuyến của (C) qua A thì phương trình (*) có 2 nghiệm.

Suy ra đồ thị hàm số $f(x)=2x^3-(3m+3)x^2+6mx+9m-20$ có 2 cực trị, trong đó có 1 cực trị thuộc trục hoành.

Ta có $f'(x)=6x^2-2(3m+3)x+6m$.

$$f'(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow f(1)=12m-21 \\ x=m \Rightarrow f(m)=-m^3+3m^2+9m-20 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 12m - 21 = 0 \\ -m^3 + 3m^2 + 9m - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{7}{4} \\ m = 4 \\ m = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{7}{4}; 4; \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \right\}. \text{ Suy ra } T = \frac{7}{4} + 4 + \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} = \frac{19}{4}.$$

Câu 37: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2.$

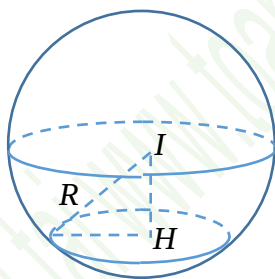
B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1.$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3.$

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó bán kính mặt cầu } R = \sqrt{d^2(I, (P)) + r^2} = 2.$$

$$\text{Vậy } (S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4.$$

Câu 38: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(2x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(6x) dx = 14$. Tính

$$\int_{-2}^2 f(5|x| + 2) dx.$$

A. 30.

B. 32.

C. 34.

D. 36.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{+ Xét } \int_0^1 f(2x) dx = 2.$$

$$\text{Đặt } u = 2x \Rightarrow du = 2dx; x = 0 \Rightarrow u = 0; x = 1 \Rightarrow u = 2.$$

$$\text{Nên } 2 = \int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(u) du \Rightarrow \int_0^2 f(u) du = 4.$$

+ Xét $\int_0^2 f(6x) dx = 14$.

Đặt $v = 6x \Rightarrow dv = 6dx$; $x = 0 \Rightarrow v = 0$; $x = 2 \Rightarrow v = 12$.

Nên $14 = \int_0^2 f(6x) dx = \frac{1}{6} \int_0^{12} f(v) dv \Rightarrow \int_0^{12} f(v) dv = 84$.

+ Xét $\int_{-2}^2 f(5|x|+2) dx = \int_{-2}^0 f(5|x|+2) dx + \int_0^2 f(5|x|+2) dx$.

□ Tính $I_1 = \int_{-2}^0 f(5|x|+2) dx$.

Đặt $t = 5|x|+2$.

Khi $-2 < x < 0$, $t = -5x+2 \Rightarrow dt = -5dx$; $x = -2 \Rightarrow t = 12$; $x = 0 \Rightarrow t = 2$.

$I_1 = \frac{-1}{5} \int_{12}^2 f(t) dt = \frac{1}{5} \left[\int_0^{12} f(t) dt - \int_0^2 f(t) dt \right] = \frac{1}{5} (84 - 4) = 16$.

□ Tính $I_1 = \int_0^2 f(5|x|+2) dx$.

Đặt $t = 5|x|+2$.

Khi $0 < x < 2$, $t = 5x+2 \Rightarrow dt = 5dx$; $x = 2 \Rightarrow t = 12$; $x = 0 \Rightarrow t = 2$.

$I_2 = \frac{1}{5} \int_2^{12} f(t) dt = \frac{1}{5} \left[\int_0^{12} f(t) dt - \int_0^2 f(t) dt \right] = \frac{1}{5} (84 - 4) = 16$.

Vậy $\int_{-2}^2 f(5|x|+2) dx = 32$.

Câu 39: [1D5-2] Trong 3 đường thẳng $(d_1): y = 7x - 9$, $(d_2): y = 5x + 29$, $(d_3): y = -5x - 5$ có bao nhiêu đường thẳng là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x - 4$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

+ Xét $(d_1): y = 7x - 9$.

(d_1) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 7x - 9 \\ 3x^2 + 6x - 2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy (d_1) là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_2): y = 5x + 29$.

(d_2) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 5x + 29 \\ 3x^2 + 6x - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 7x - 33 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{30}}{3} \\ x = \frac{-3 - \sqrt{30}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy (d_2) không là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_3): y = -5x - 5$.

(d_3) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = -5x - 5 \\ 3x^2 + 6x - 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy (d_3) là tiếp tuyến của đồ thị.

Câu 40: [2D1-4] Cho $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1} = f(x) + 2$ có số nghiệm thực là

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = f(x) + 1 \Rightarrow t = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$.

Khi đó $\sqrt{f(f(x)+1)+1} = f(x) + 2$ trở thành:

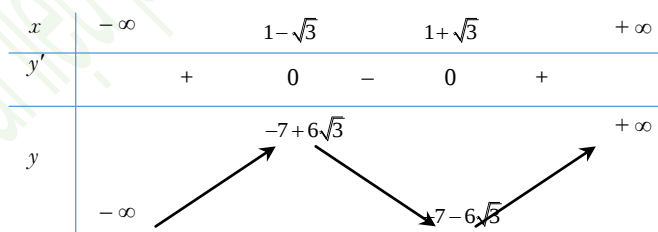
$$\sqrt{f(t)+1} = t+1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ f(t)+1 = t^2 + 2t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ t^3 - 4t^2 - 8t + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ \begin{cases} t = t_1 \in (-2; -1) \\ t = t_2 \in (-1; 1) \\ t = t_3 \in (1; 6) \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_2 \in (-1; 1) \\ t = t_3 \in (1; 6) \end{cases}.$$

Vì $g(t) = t^3 - 4t^2 - 8t + 1$; $g(-2) = -7$; $g(-1) = 4$; $g(1) = -10$; $g(5) = -14$; $g(6) = 25$.

Xét phương trình $t = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ là pt hoành độ giao điểm của ...

Ta có



Dựa vào bảng biến thiên, ta có

+ Với $t = t_2 \in (-1; 1)$, ta có d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt, nên phương trình có 3 nghiệm.

+ Với $t = t_3 \in (1; 6)$, ta có d cắt (C) tại 1 điểm, nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 41: [2D4-4] Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z + 2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ là

- A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. 4. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ theo giả thiết $|\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow y = -1$. (d)

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng (d).

Gọi $A(0;1)$, $B(4;0)$ suy ra $|z - i| + |z - 4| = P$ là tổng khoảng cách từ điểm $M(x; -1)$ đến hai điểm A, B .

Thấy ngay $A(0;1)$ và $B(4;0)$ nằm cùng phía với (d). Lấy điểm đối xứng với $A(0;1)$ qua đường thẳng (d) ta được điểm $A'(0; -3)$.

Do đó khoảng cách ngắn nhất là $A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 42: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + 3y + z + 1 = 0$ và điểm $A(1; 2; 0)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{9}{14}$. B. $\frac{3}{\sqrt{14}}$. **C. $\frac{9}{\sqrt{14}}$.** D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|2 + 6 + 1|}{\sqrt{4 + 9 + 1}} = \frac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng (P): $x - y - z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1; -2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d là

- A. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$. **B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.**
C. $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{3}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 5; -3)$ và đi qua $A(1; 1; -2)$ nên có phương trình:

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}.$$

Câu 44: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$ và đường thẳng

$$\Delta': \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = -3 \end{cases}. \text{ Vị trí tương đối của } \Delta \text{ và } \Delta' \text{ là}$$

- A. $\Delta // \Delta'$. **B. $\Delta \equiv \Delta'$.** C. Δ cắt Δ' . D. Δ và Δ' chéo nhau.

Lời giải

Chọn B.

Thấy ngay hai vector chỉ phương của Δ và Δ' cùng phương do đó Δ và Δ' song song hoặc trùng nhau.

Lại có hệ phương trình $\begin{cases} 1+2t=3+2t' \\ 2-t=1-t' \end{cases}$ vô số nghiệm suy ra $\Delta \equiv \Delta'$.

Câu 45: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=0$,

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx = \frac{\pi^2}{8} \text{ và } \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) f(x) dx = \frac{1}{2}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{1}{\pi}$.

D. $\frac{2}{\pi}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = \cos\frac{\pi x}{2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{2}{\pi} \sin\frac{\pi x}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) f(x) dx = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\pi} \sin\frac{\pi x}{2} f(x) \Big|_0^1 - \frac{2}{\pi} \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) f'(x) dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) f'(x) dx = -\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Lại có: } \int_0^1 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 \left(-\frac{2}{\pi} f'(x)\right)^2 dx - 2 \left(-\frac{2}{\pi}\right) \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) f'(x) dx + \int_0^1 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$$

$$= \int_0^1 \left(-\frac{2}{\pi} f'(x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^2 dx = \frac{4}{\pi^2} \frac{\pi^2}{8} - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{Vì } \left(-\frac{2}{\pi} f'(x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^2 \geq 0 \text{ trên đoạn } [0;1] \text{ nên}$$

$$\int_0^1 \left(-\frac{2}{\pi} f'(x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^2 dx = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{\pi} f'(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right).$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + C \text{ mà } f(1) = 0 \text{ do đó } f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right).$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx = \frac{2}{\pi}.$$

Câu 46: [2H3-2] Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, điều kiện của m để hai mặt phẳng $(P): 2x+2y-z=0$ và $(Q): x+y+mz+1=0$ cắt nhau là

A. $m \neq -\frac{1}{2}$.

B. $m \neq \frac{1}{2}$.

C. $m \neq -1$.

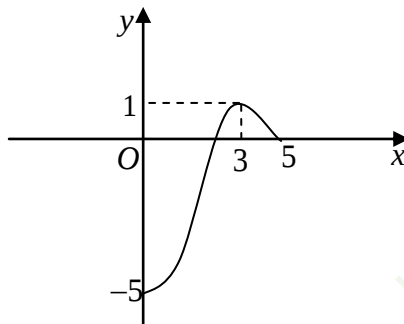
D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 2; -1)$, Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 1; m)$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau khi và chỉ khi hai vector pháp tuyến không cùng phương $\Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{2}$.

Câu 47: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

A. $f(0) = f(5) < f(3)$.

B. $f(3) < f(0) = f(5)$.

C. $f(3) < f(0) < f(5)$.

D. $f(3) < f(5) < f(0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_3^5 f'(x) dx = f(5) - f(3) > 0$, do đó $f(5) > f(3)$.

$$\int_0^3 f'(x) dx = f(3) - f(0) < 0, \text{ do đó } f(3) < f(0)$$

$$\int_0^5 f'(x) dx = f(5) - f(0) < 0, \text{ do đó } f(5) < f(0)$$

Câu 48: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 2 = 0$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất là:

A. $M(1; 0; 1)$.

B. $M(0; 0; 2)$.

C. $M(1; 2; -3)$.

D. $M(-1; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $(1 + 2 \cdot 1 + 1 - 2)(-1 + 2 \cdot (-1) + 3 - 2) < 0$ nên A và B nằm về hai phía so với (P) . Do đó $MA + MB \geq AB$ nên $MA + MB$ nhỏ nhất bằng AB khi $M = AB \cap (P)$.

Phương trình đường thẳng AB :
$$\begin{cases} x=1-t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$$
 tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=1-t \\ z=1+t \\ x+2y+z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-t \\ y=1-t \\ z=1+t \\ 1-t+2(1-t)+1+t-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=2 \\ t=1 \end{cases} \text{ Vậy } M(0;0;2).$$

Câu 49: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa điều kiện $f(x) + f(-x) = 2\sin x$. Tính

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$, đổi cận $x = -\frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{2}$ $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = -\frac{\pi}{2}$.

Khi đó $I = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(t) dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$.

Suy ra $2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + f(-x)] dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x dx = 0 \Rightarrow 2I = 0 \Rightarrow I = 0$

Câu 50: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và

mặt phẳng $(P): x+2y+z-5=0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $(3;0;-1)$.

B. $(0;3;1)$.

C. $(0;3;-1)$.

D. $(-1;0;3)$

Lời giải

Chọn C.

Viết lại $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Do đó $A(1+t; 2-t; 1+2t)$. Vì $A \in (P)$ nên $1+t+2(2-t)+1+2t-5=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Do đó $A(0;3;-1)$.