

SỞ GD VÀ ĐT NAM ĐỊNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2017-2018
MÔN: TOÁN 12
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 615

Câu 1: [2D2-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - \sqrt{x-1})^{\sqrt{3}}$.

- A. $D = (-\infty; 5)$. B. $D = [1; 5)$. C. $D = [1; 3)$. D. $D = [1; +\infty)$.

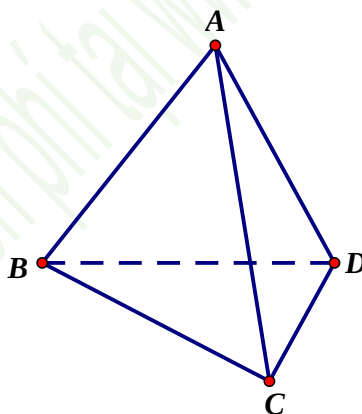
Câu 2: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. -5. B. -1. C. -197. D. -50.

Câu 3: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 4: [1H3-2] Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) . Tính $\cos \varphi$.



- A. $\cos \varphi = 0$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 5: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $6x - 3y - 2z + 12 = 0$. B. $6x - 3y + 2z - 12 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. D. $6x - 3y - 2z - 12 = 0$.

Câu 6: [2D3-2] $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 0$,

$F(1) = a + \frac{b}{c} \ln 3$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức $a + b + c$ bằng.

A. 4.

B. 9.

C. 3.

D. 12.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Hàm số có giá trị cực đại bằng

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Câu 8: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-14;15]$ sao cho đường thẳng

$y = mx + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

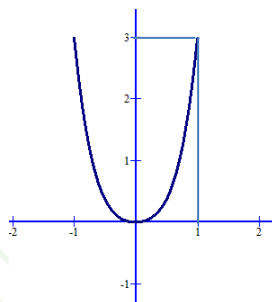
A. 16.

B. 15.

C. 20.

D. 17.

Câu 9: [2D1-1] Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2$.

B. $y = -x^4 + 4x^2$.

C. $y = 3x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = 2x^4 + x^2$.

Câu 10: [2D1-1] Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $y = \sqrt{1-x^2}$.

B. $y = x^2$.

C. $y = \frac{x+1}{x}$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

Câu 11: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$, tìm tọa độ M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $M'(-2;1;0)$.

B. $M'(2;1;-1)$.

C. $M'(0;0;1)$.

D. $M'(2;-1;0)$.

Câu 12: [2D2-1] Phương trình $4^{2x-4} = 16$ có nghiệm là:

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Câu 13: [1D2-2] Cho các số nguyên dương k, n ($k < n$). Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.

C. $C_n^{n-k} = C_n^k$.

D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Câu 14: [1D1-2] Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

D. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ có tiệm cận ngang.

Câu 15: [2H2-3] Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi phép quay trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng:

A. $\pi(e-1)$.

B. πe^2 .

C. $e^2 - 1$.

D. $\pi(e^2 - 1)$.

Câu 16: [1D2-2] Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 500.

B. 328.

C. 360.

D. 405.

Câu 17: [2D4-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là -3 .

B. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $-3i$.

C. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $3i$.

D. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là 3.

Câu 18: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$ và $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn AB là:

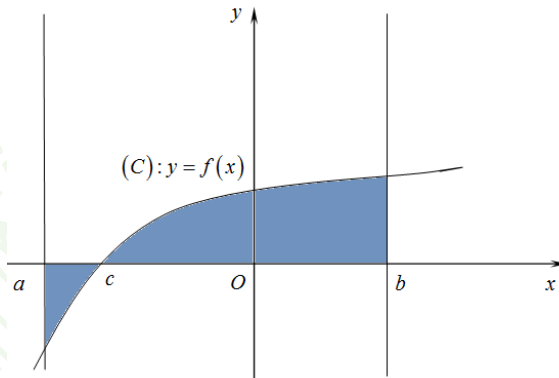
A. $2\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 3.

Câu 19: [2D3-1] Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức:



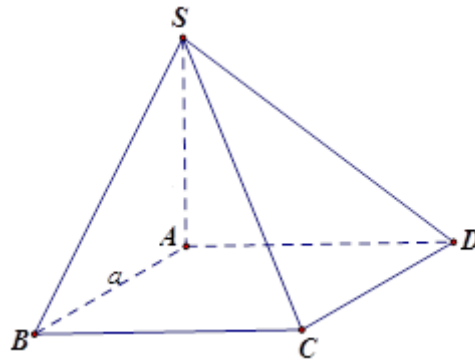
A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 20: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: [2D2-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

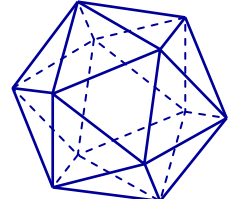
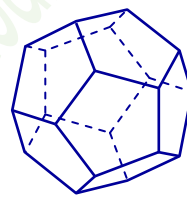
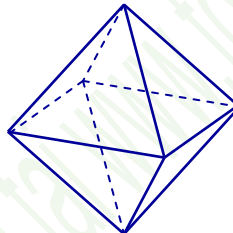
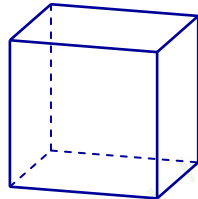
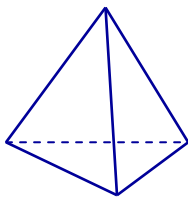
A. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.

B. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.

C. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$.

Câu 22: [2H1-1] Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều

Khối lập phương

Khối bát diện đều

Khối 12 mặt đều

Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 23: [2D1-2] Khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2}$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 4.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 25: [2D4-1] Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.

B. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$, số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27: [1D3-3] Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n} - 1 \geq 2039190$.

A. $n = 2017$. **B.** $n = 2019$. **C.** $n = 2020$. **D.** $n = 2018$.

Câu 28: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\angle ABC = 30^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $h = \frac{a\sqrt{39}}{26}$. **B.** $h = \frac{a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $h = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $h = \frac{a\sqrt{39}}{52}$.

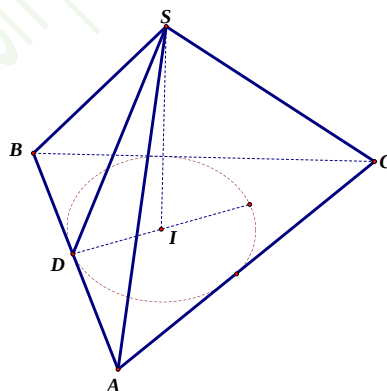
Câu 29: [2D1-3] Biết rằng bất phương trình $m(|x| + \sqrt{1-x^2} + 1) \leq 2\sqrt{x^2-x^4} + \sqrt{x^2} + \sqrt{1-x^2} + 2$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \in (-\infty; a\sqrt{2} + b]$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $T = a + b$.

A. $T = 3$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = 1$.

Câu 30: [2D3-2] Biết $\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

A. $I = 8$. **B.** $I = 16$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Câu 31: [2H2-2] Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Biết rằng $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối nón đã cho.



A. $V = 3\pi a^3$. **B.** $V = 9\pi a^3$. **C.** $V = 27\pi a^3$. **D.** $V = 12\pi a^3$.

Câu 32: [2D3-3] Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = -1$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 1$.

Câu 33: [2D2-3] Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô Camry. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây? Biết lãi suất hàng tháng là 0,5%, tiền lãi sinh ra hàng tháng được nhập vào tiền vốn số tiền gửi hàng tháng là như nhau.

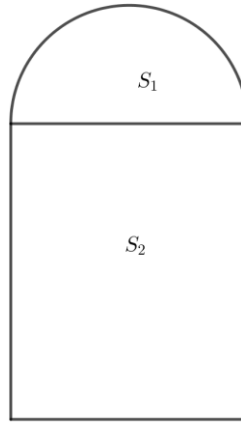
A. 14.261.000 (đồng).

B. 14.260.500 (đồng).

C. 14.260.000 (đồng).

D. 14.261.500 (đồng).

Câu 34: [2D1-3] Cần phải làm cái cửa sổ mà phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là a mét (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi đường kính của hình bán nguyệt). Gọi d là đường kính của hình bán nguyệt. Hãy xác định d để diện tích cửa sổ là lớn nhất.



A. $d = \frac{a}{2 + \pi}$.

B. $d = \frac{a}{4 + \pi}$.

C. $d = \frac{2a}{2 + \pi}$.

D. $d = \frac{2a}{4 + \pi}$.

Câu 35: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x}$.

Tính tích phân $I = \int_3^4 f(x) dx$.

A. $I = 3 + 2\ln^2 2$.

B. $I = 2\ln^2 2$.

C. $I = \ln^2 2$.

D. $I = 2\ln 2$.

Câu 36: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .

A. $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$.

B. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $MB = \sqrt{5}$.

D. $MB = \sqrt{41}$.

Câu 37: [2H1-2] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh BC tại P . Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Câu 38: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ với mặt đáy lần lượt là $90^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S , $AB = a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 39: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC .

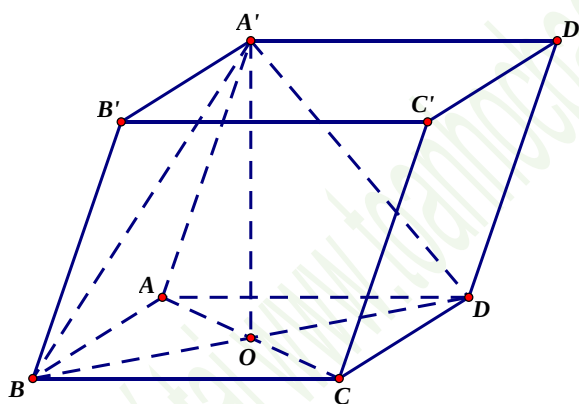
A. $\vec{u} = (1;2;3)$.

B. $\vec{u} = (0;1;3)$.

C. $\vec{u} = (0;-2;6)$.

D. $\vec{u} = (0;1;-3)$.

Câu 40: [1H3-2] Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'BD)$.



A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 41: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) . Tiếp tuyến của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B . Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB bằng

A. $4\sqrt{2}\pi$.

B. 8π .

C. 2π .

D. 4π .

Câu 42: [2D1-3] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1;2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 43: [2D2-3] Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (3;7) \setminus \{5\}$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

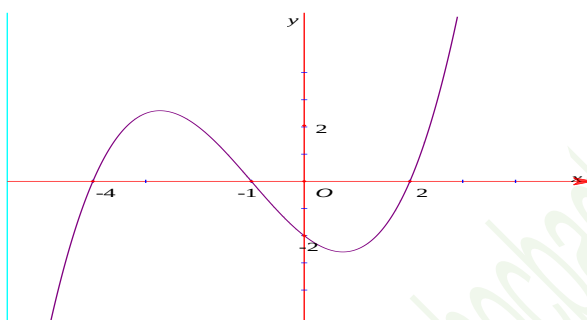
C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

D. $m \in (3;7)$.

Câu 44: [2D4-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là phần mặt phẳng chứa các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{z}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0;1]$. Tính diện tích S của (H) .

- A. $S = 32(6 - \pi)$. B. $S = 16(4 - \pi)$. C. 256. D. 64π .

Câu 45: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 5)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-1;0)$. B. $(-1;1)$. C. $(0;1)$. D. $(1;2)$.

Câu 46: [1D2-3] Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau

- A. $\frac{16}{55}$. B. $\frac{133}{165}$. C. $\frac{32}{165}$. D. $\frac{39}{65}$.

Câu 47: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		11	↘		$+\infty$
		↘		4	↗		

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $m \in (4;11)$. B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$. C. $m = 3$. D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

Câu 48: [1D2-2] Cho khai triển $(1-4x)^{18} = a_0 + a_1x + \dots + a_{18}x^{18}$. Giá trị của a_3 bằng

- A. -52224. B. 2448. C. 52224. D. -2448.

Câu 49: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x) dx = \frac{\pi}{8}, \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) \sin 2x dx = -\frac{\pi}{4}. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} f(2x) dx$$

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Câu 50: [2D4-4]. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 60^\circ$. Tính $T = |z_1^2 + 9z_2^2|$.

A. $T = 18$.

B. $T = 24\sqrt{3}$.

C. $T = 36\sqrt{2}$.

D. $T = 36\sqrt{3}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	C	C	A	D	A	D	D	D	C	A	B	D	B	A	A	B	C	B	B	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	B	D	D	B	B	D	D	B	C	C	A	B	C	A	C	A	A	C	A	B	A	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D2-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - \sqrt{x-1})^{\sqrt{3}}$.

A. $D = (-\infty; 5)$.

B. $D = [1; 5)$.

C. $D = [1; 3)$.

D. $D = [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{ĐK: } 2 - \sqrt{x-1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} < 2 \Leftrightarrow 1 \leq x < 5$$

$$\text{TXĐ: } D = [1; 5).$$

Câu 2: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

A. -5 .

B. -1 .

C. -197 .

D. -50 .

Lời giải

Chọn D.

$$y' = -4x^3 + 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

$$y(-2) = -5; y(0) = -5; y(\pm\sqrt{2}) = -1; y(3) = -50.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-2;3]} y = y(3) = -50.$$

Câu 3: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

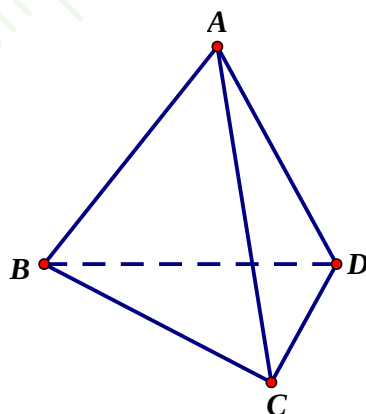
Lời giải

Chọn D.

Vì Δ có vector chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$ nên Δ cũng nhận vector $\frac{1}{2}\vec{a} = (2; -3; 1)$ làm vector chỉ

$$\text{phương. Do đó phương trình tham số của } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

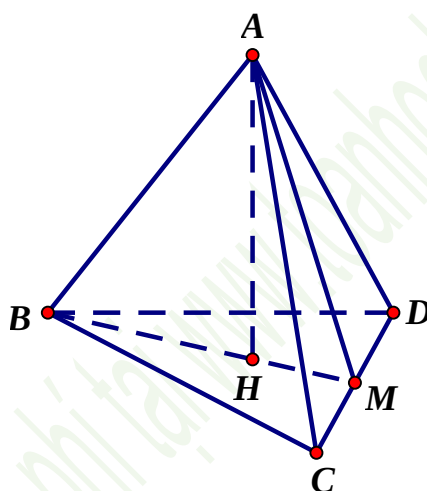
Câu 4: [1H3-2] Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) . Tính $\cos \varphi$.



- A. $\cos \varphi = 0$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. **C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.** D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm của CD . Ta có $BM = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) thì $H \in BM$ và

$$BH = \frac{2}{3}BM = \frac{AB\sqrt{3}}{3}.$$

Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) là ABM .

$$\text{Ta có } \cos \varphi = \cos ABM = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{AB\sqrt{3}}{3}}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 5: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $6x - 3y - 2z + 12 = 0$. B. $6x - 3y + 2z - 12 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. D. $6x - 3y - 2z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Để thấy $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6)$.

Do đó $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Câu 6: [2D3-2] $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 0$, $F(1) = a + \frac{b}{c} \ln 3$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng.

A. 4.

B. 9.

C. 3.

D. 12.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $F(x) = \int \left(3x^2 + \frac{1}{2x+1} \right) dx = x^3 + \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$.

Do $F(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = x^3 + \frac{1}{2} \ln|2x+1|$.

Hay $F(1) = 1 + \frac{1}{2} \ln 3 \Rightarrow a = 1; b = 1; c = 2 \Rightarrow a+b+c = 4$.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Hàm số có giá trị cực đại bằng

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 8: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-14;15]$ sao cho đường thẳng

$y = mx + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. 16.

B. 15.

C. 20.

D. 17.

Lời giải

Chọn D.

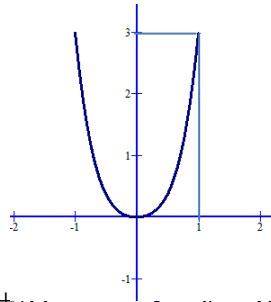
Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = mx + 3 \Leftrightarrow g(x) = mx^2 + (1-m)x - 4 = 0$

Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình trên có 2

nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (1-m)^2 + 16m > 0 \Leftrightarrow m < -7 - 4\sqrt{3} \text{ hoặc } m > -7 + 4\sqrt{3}. \\ m+1-m-4 \neq 0 \end{cases}$

Mà $m \in [-14;15] \Rightarrow m \in \{-14; -13; -12; -11; -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots; 15\} \Rightarrow$ có 16 giá trị m .

Câu 9: [2D1-1] Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2$.

B. $y = -x^4 + x^2$.

C. $y = -x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = 2x^4 + x^2$.

Lời giải

Chọn D.

Đường cong trên đi qua điểm $(0;0)$ và $(1;3)$ và có bề lõm hướng lên nên $a > 0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y = 2x^4 + x^2$ thỏa yêu cầu.

Câu 10: [2D1-1] Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $y = \sqrt{1-x^2}$.

B. $y = x^2$.

C. $y = \frac{x+1}{x}$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn D.

Ta thấy hàm số $y = -x^3 + 3x$ có $y' = -3x^2 + 3 > 0, \forall x \in (-1;1)$ nên đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 11: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$, tìm tọa độ M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $M'(-2;1;0)$.

B. $M'(2;1;-1)$.

C. $M'(0;0;1)$.

D. $M'(2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 12: [2D2-1] Phương trình $4^{2x-4} = 16$ có nghiệm là:

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$4^{2x-4} = 16 = 4^2 \Leftrightarrow 2x-4 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 13: [1D2-2] Cho các số nguyên dương k, n ($k < n$). Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = k!.C_n^k$.

C. $C_n^{n-k} = C_n^k$.

D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Câu 14: [1D1-2] Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

D. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ có tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B.

Mệnh đề A sai vì hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Mệnh đề C sai vì hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

Mệnh đề D sai vì hàm số $y = \sin x$ không có tiệm cận ngang.

Mệnh đề B đúng vì hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Câu 15: [2H2-3] Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi phép quay trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng:

A. $\pi(e-1)$.

B. πe^2 .

C. $e^2 - 1$.

D. $\pi(e^2 - 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(1-4x)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (1)^{18-k} \cdot (-4x)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-4)^k \cdot x^k$. $V = \pi \int_0^2 e^x dx = \pi \cdot e^x \Big|_0^2 = \pi(e^2 - 1)$.

Câu 16: [1D2-2] Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 500.

B. 328.

C. 360.

D. 405.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số tự nhiên chẵn cần tìm có dạng $\overline{abc}$, $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

Xét các số có dạng $\overline{ab0}$ có tất cả $A_2^2 = 72$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Xét các số dạng $\overline{abc}$, $c \in \{2; 4; 6; 8\}$ có tất cả: $4 \cdot 8 \cdot 8 = 256$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau là: $72 + 256 = 328$ số.

Câu 17: [2D4-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là -3 .

B. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $-3i$.

C. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $3i$.

D. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2, phần ảo là 3.

Lời giải

Chọn A.

Mỗi số phức $z = a + bi$ có phần thực là a , phần ảo là b .

Câu 18: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$ và $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn AB là:

A. $2\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{6}$.

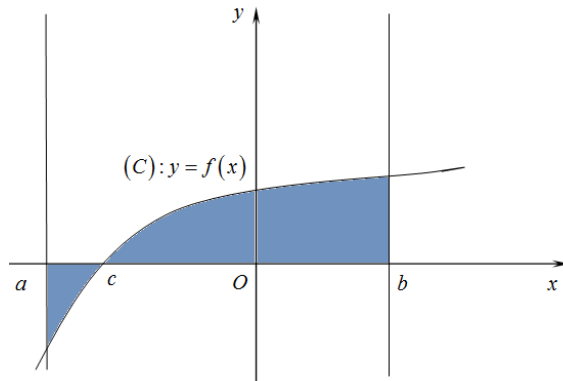
D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overline{AB} = (0; 6; 4)$ nên $AB = |\overline{AB}| = \sqrt{0^2 + 6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 19: [2D3-1] Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức:



A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

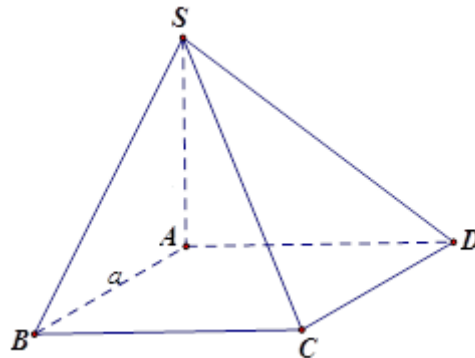
Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c [0 - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - 0] dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 20: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

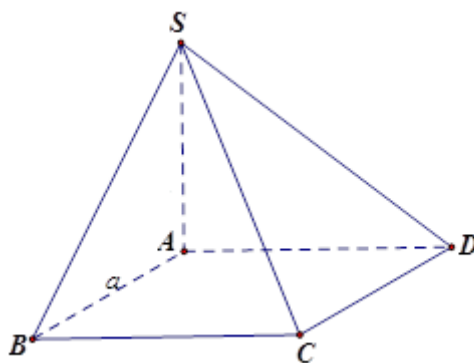
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.

$SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\angle SCA = 60^\circ$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = AC \cdot \tan \angle SCA = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}.$$

Câu 21: [2D2-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.

B. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.

C. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$.

Lời giải

Chọn B.

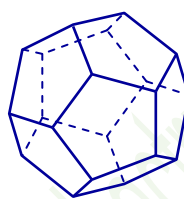
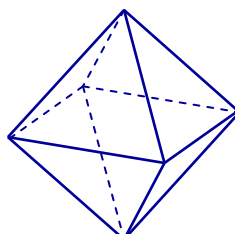
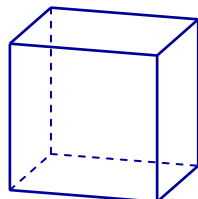
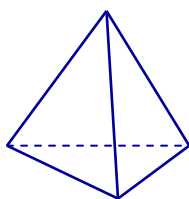
+) $\begin{cases} 0 < \sqrt{2}-1 < 1 \\ 2017 < 2018 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$ nên A đúng.

+) $\begin{cases} 0 < \sqrt{3}-1 < 1 \\ 2018 > 2017 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{3}-1)^{2018} < (\sqrt{3}-1)^{2017}$ nên B sai.

+) $\begin{cases} 2 > 1 \\ \sqrt{2}+1 > \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$ nên C đúng.

+) $\begin{cases} 0 < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \\ 2018 > 2017 \end{cases} \Rightarrow \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$ nên D đúng.

Câu 22: [2H1-1] Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều

Khối lập phương

Khối bát diện đều

Khối 12 mặt đều

Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Lời giải

Chọn B.

Khối lập phương và khối bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 23: [2D1-2] Khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2}$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2}$ có tiệm cận đứng $x = \sqrt{2}$ và $x = -\sqrt{2}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng $x = \sqrt{2}$ và $x = -\sqrt{2}$ bằng $2\sqrt{2}$.

Vậy khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2}$ bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$.

Do đó mặt cầu (S) có bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 1 + 2 \cdot (-1) - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1) \Rightarrow (S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 25: [2D4-1] Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.

B. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{3-i}{1+2i} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$, số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -1; -2)$.

Để thấy $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương do đó ba điểm A , B , C thẳng hàng.

Khi đó không có điểm D nào để bốn điểm A , B , C , D là bốn đỉnh của một hình bình hành. Vậy không có điểm nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: [1D3-3] Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

A. $n = 2017$.

B. $n = 2019$.

C. $n = 2020$.

D. $n = 2018$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^3 \\ u_3 = u_2 + 2^3 \Rightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 \\ \dots\dots\dots \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases}$$

$$\text{Ta lại có } 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n-1)^2 = \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)^2$$

$$\text{Suy ra } u_n = 1 + \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)^2$$

Theo giả thiết ta có $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} \geq 2039190 \Leftrightarrow n(n-1) \geq 4078380 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 2020 \\ n \leq -2019 \end{cases}$ mà n là số nguyên dương nhỏ nhất nên $n = 2020$.

Câu 28: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\angle ABC = 30^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $h = \frac{a\sqrt{39}}{26}$.

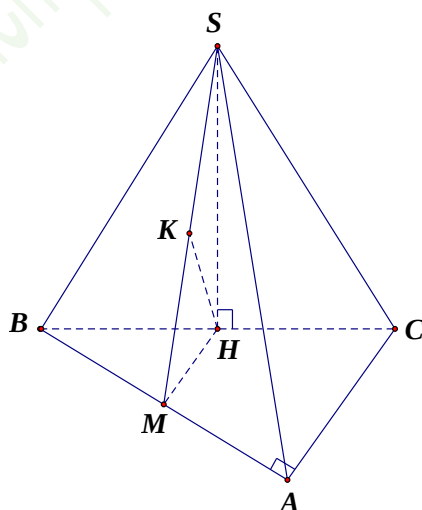
B. $h = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{39}}{52}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H , M lần lượt là trung điểm của BC , AB . Gọi K là hình chiếu của H trên SM .

Khi đó: $d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB))$.

Do tam giác SBC đều nên $SH \perp BC$.

Lại do $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp SH \\ AB \perp HM \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SHM)$$

$$\left. \begin{array}{l} HK \perp SM \\ HK \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow HK \perp (SAB).$$

Suy ra $d(H, (SAB)) = HK$.

Mặt khác, ta có:

$$HM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{4}.$$

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{52}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{39}}{26}.$$

$$\text{Suy ra } d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 29: [2D1-3] Biết rằng bất phương trình $m(|x| + \sqrt{1-x^2} + 1) \leq 2\sqrt{x^2-x^4} + \sqrt{x^2} + \sqrt{1-x^2} + 2$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \in (-\infty; a\sqrt{2} + b]$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $T = a + b$.

A. $T = 3$.

B. $T = 2$.

C. $T = 0$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$.

Xét hàm số $g(x) = \sqrt{x^2} + \sqrt{1-x^2}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right), g'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$g(\pm 1) = 1, g\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}.$$

Suy ra $1 \leq g(x) \leq \sqrt{2}$.

□ Đặt $t = \sqrt{x^2} + \sqrt{1-x^2}$, $1 \leq t \leq \sqrt{2}$. Bất phương trình trở thành :

$$m(t+1) \leq t^2 + t + 1 \Leftrightarrow m \leq t + \frac{1}{t+1} \text{ (Do } 1 \leq t \leq \sqrt{2} \text{ nên } t+1 > 0).$$

□ Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{t+1}$ trên đoạn $[1; \sqrt{2}]$.

$$\text{Có } f'(t) = 1 - \frac{1}{(t+1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \notin [1; \sqrt{2}] \\ t = -2 \notin [1; \sqrt{2}] \end{cases}.$$

$$f(1) = \frac{3}{2}, f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1. \text{ Do đó, } \max_{[1; \sqrt{2}]} f(t) = f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1.$$

Suy ra bất phương trình đã cho có nghiệm khi $m \leq \max_{[1; \sqrt{2}]} f(t)$ hay $m \leq 2\sqrt{2} - 1$.

Do đó $a = 2, b = -1$.

Vậy $T = 1$.

Câu 30: [2D3-2] Biết $\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

A. $I = 8$.

B. $I = 16$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn D.

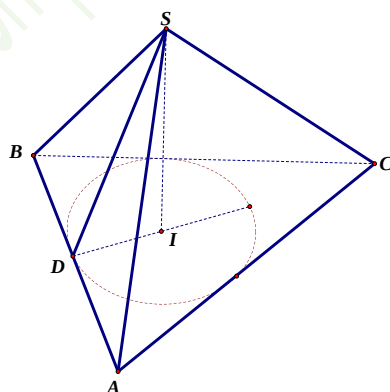
$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

x	e	e^4
t	1	4

$$\int_e^{e^4} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = \int_1^4 f(t) dt = \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_1^4 f(x) dx = 4.$$

Câu 31: [2H2-2] Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Biết rằng $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối nón đã cho.



A. $V = 3\pi a^3$.

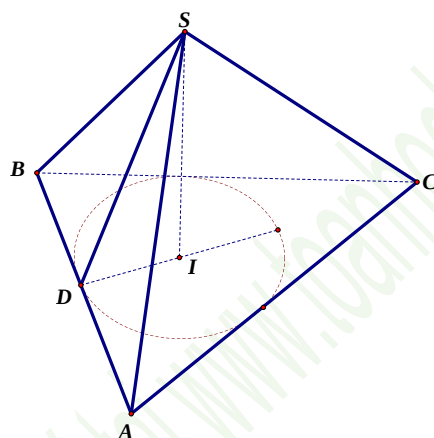
B. $V = 9\pi a^3$.

C. $V = 27\pi a^3$.

D. $V = 12\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Hạ $ID \perp AB$, khi đó góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) chính là $SDI = 45^\circ$ nên $ID = SI = r = h$.

Lại có $S_{\Delta ABC} = p.r \Rightarrow r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p}$.

Tính được $p = 16a$, $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 48a^2$.

Suy ra $r = 3a$. Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (3a)^3 = 9\pi a^3$.

Câu 32: [2D3-3] Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính

$T = a + b + c$.

A. $T = -1$.

B. $T = 0$.

C. $T = 2$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = \sqrt{e^x + 3} \Rightarrow t^2 = e^x + 3 \Rightarrow 2tdt = e^x dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = \ln 6 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 2 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } \int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}} dx = \int_2^3 \frac{2tdt}{1+t} = \int_2^3 \left(2 - \frac{2}{1+t}\right) dt = (2t - 2\ln|t+1|) \Big|_2^3 = (6 - 2\ln 4) - (4 - 2\ln 3)$$

$$= 2 - 4\ln 2 + 2\ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy $T = 0$.

Câu 33: [2D2-3] Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô Camry. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây? Biết lãi suất hàng tháng là 0,5%, tiền lãi sinh ra hàng tháng được nhập vào tiền vốn số tiền gửi hàng tháng là như nhau.

A. 14.261.000 (đồng).

B. 14.260.500 (đồng).

C. 14.260.000 (đồng).

D. 14.261.500 (đồng).

Lời giải

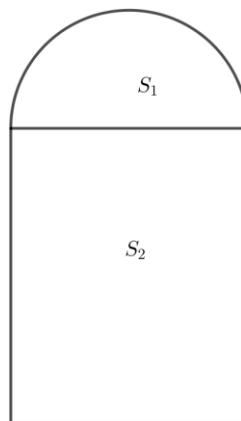
Chọn D.

Gọi M (đồng) là số tiền hàng tháng ông A phải gửi vào ngân hàng, sau n tháng số tiền cả gốc lẫn lãi là:

$$T_n = \frac{a}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{T_n \cdot r}{(1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right]} = \frac{1.000.000.000 \times 0,5\%}{(1+0,5\%) \left[(1+0,5\%)^{60} - 1 \right]} \approx 14.261.494 \text{ (đồng)}.$$

Câu 34: [2D1-3] Cần phải làm cái cửa sổ mà phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là a mét (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi đường kính của hình bán nguyệt). Gọi d là đường kính của hình bán nguyệt. Hãy xác định d để diện tích cửa sổ là lớn nhất.



A. $d = \frac{a}{2+\pi}$.

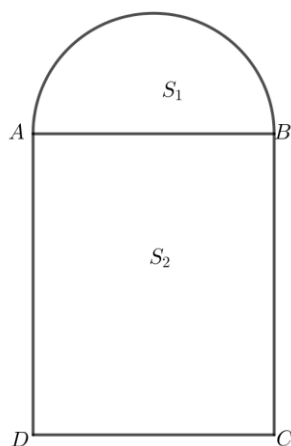
B. $d = \frac{a}{4+\pi}$.

C. $d = \frac{2a}{2+\pi}$.

D. $d = \frac{2a}{4+\pi}$.

Lời giải

Chọn D.



Đặt $BC = x$ ($x > 0$).

Chu vi cửa sổ là $a = \pi \frac{d}{2} + 2x + d \Rightarrow x = \frac{a}{2} - \frac{d}{2} \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right)$.

Diện tích cửa sổ là $f(d) = d \cdot x + \frac{1}{2} \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{ad}{2} - \frac{d^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right) + \pi \cdot \frac{d^2}{8} = \frac{ad}{2} - \frac{d^2(\pi + 4)}{8}$.

$f(d)$ có đồ thị là một Parabol với bề lõm quay xuống và có hoành độ đỉnh là $d = \frac{2a}{\pi + 4}$.

Do đó diện tích cửa sổ lớn nhất khi $d = \frac{2a}{\pi + 4}$.

Câu 35: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x}$.

Tính tích phân $I = \int_3^4 f(x) dx$.

A. $I = 3 + 2\ln^2 2$.

B. $I = 2\ln^2 2$.

C. $I = \ln^2 2$.

D. $I = 2\ln 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 \left[\frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x} \right] dx = \int_1^4 \frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} dx + \int_1^4 \frac{\ln x}{x} dx$.

Xét $K = \int_1^4 \frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} dx$.

Đặt $2\sqrt{x}-1=t \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{t+1}{2} \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} = dt$.

$\Rightarrow K = \int_1^3 f(t) dt = \int_1^3 f(x) dx$.

Xét $M = \int_1^4 \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^4 \ln x d(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_1^4 = 2\ln^2 2$.

Do đó $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + 2\ln^2 2 \Rightarrow \int_3^4 f(x) dx = 2\ln^2 2$.

Câu 36: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .

A. $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$.

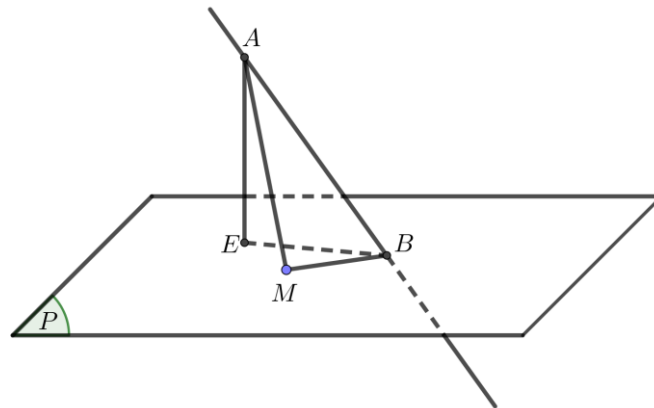
B. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $MB = \sqrt{5}$.

D. $MB = \sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn C.



+ Đường thẳng d đi qua $A(1;2;-3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}.$$

+ Ta có: $MB^2 = AB^2 - MA^2$. Do đó $MB_{\max}$ khi và chỉ khi $MA_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên (P) . Ta có: $AM \geq AE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $MA_{\min} = AE$ và MB qua B nhận $\overrightarrow{BE}$ làm vector chỉ phương.

+ Ta có: $B \in d$ nên $B(1+3t; 2+4t; -3-4t)$ mà $B \in (P)$ suy ra:

$$2(1+3t) + 2(2+4t) - (-3-4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

+ Đường thẳng AE qua $A(1;2;-3)$, nhận $\vec{n}_p = (2;2;-1)$ làm vector chỉ phương có phương

$$\text{trình là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}.$$

Suy ra $E(1+2t; 2+2t; -3-t)$.

Mặt khác, $E \in (P)$ nên $2(1+2t) + 2(2+2t) - (-3-t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow E(-3; -2; -1)$.

Khi đó $MB = BE = \sqrt{5}$

Câu 37: [2H1-2] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

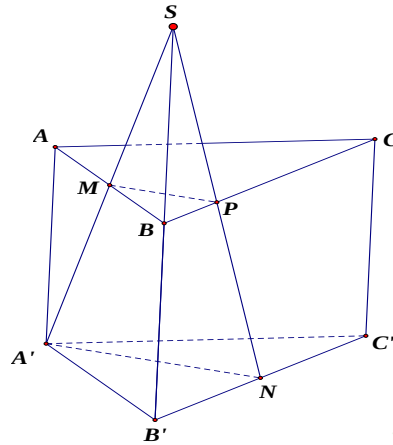
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi S là giao điểm của $A'M$ và $B'B'$, khi đó P là giao điểm SN và BC .

$$\text{Ta có } \frac{V_{SMBP}}{V_{SA'B'N}} = \frac{SM}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SP}{SN} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{MBP.A'B'N} = \frac{7}{8} V_{SA'B'N} = \frac{7}{8}.$$

$$V_{SA'B'N} = \frac{1}{3} SB' \cdot S_{\Delta A'B'N} = \frac{1}{3} SB' \cdot \frac{1}{2} A'B' \cdot B'N \sin 60^\circ = \frac{1}{6} 2a \cdot a \cdot \frac{a}{2} \sin 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

$$\Rightarrow V_{MBP.A'B'N} = \frac{7}{8} V_{SA'B'N} = \frac{7a^3 \sqrt{3}}{96}.$$

Câu 38: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SDA) với mặt đáy lần lượt là 90° , 60° , 60° , 60° . Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S , $AB = a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$.

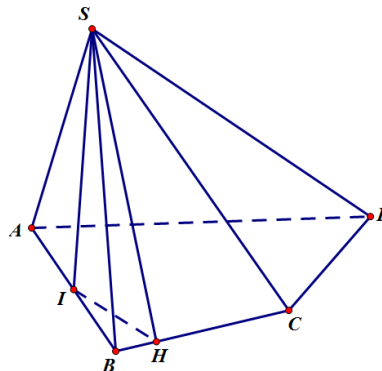
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{9}$.

D. $V = a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm AB . Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SI \perp AB$ và $SI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD}$.

Kẻ $IH \perp BC$ ta có góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là SHI

Do các mặt (SBC) , (SCD) , (SDA) tạo với $(ABCD)$ các góc bằng nhau và bằng 60° nên các khoảng cách từ I đến các cạnh CD , DA bằng nhau và bằng IH . Ta có $SIH = 60^\circ$ nên

$$IH = SI \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + CD + DA) \cdot IH = \frac{1}{2}(9a - AB) \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{2a^2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2a^2\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$$

Câu 39: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC .

A. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

B. $\vec{u} = (0; 1; 3)$.

C. $\vec{u} = (0; -2; 6)$.

D. $\vec{u} = (0; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Phương trình tham số của đường phân giác trong góc } A: \begin{cases} x = t \\ y = 6 - 4t \\ z = 6 - 3t \end{cases} (d)$$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua (d) . Khi đó $D \in AC \Rightarrow$ đường thẳng AC có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{ND}$.

Ta xác định điểm D .

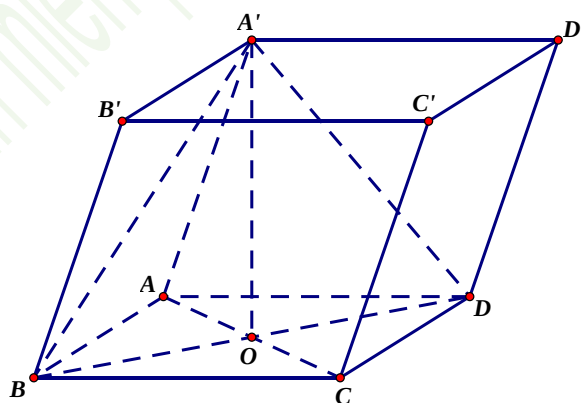
Gọi K là giao điểm MD với (d) . Ta có $K(t; 6-4t; 6-3t)$; $\overrightarrow{MK} = (t; 1-4t; 3-3t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} \perp \vec{u}_d$ với $\vec{u}_d = (1; -4; -3)$ nên $t - 4(1-4t) - 3(3-3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

$$K\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{9}{2}\right). K \text{ là trung điểm } MD \text{ nên } \begin{cases} x_D = 2x_K - x_M \\ y_D = 2y_K - y_M \\ z_D = 2z_K - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 3 \\ z_D = 6 \end{cases} \text{ hay } D(1; 3; 6).$$

Một vector chỉ phương của AC là $\overrightarrow{DN} = (0; -2; -6)$. Hay $\vec{u} = (0; 1; 3)$ là vector chỉ phương.

Câu 40: [1H3-2] Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'BD)$.



A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

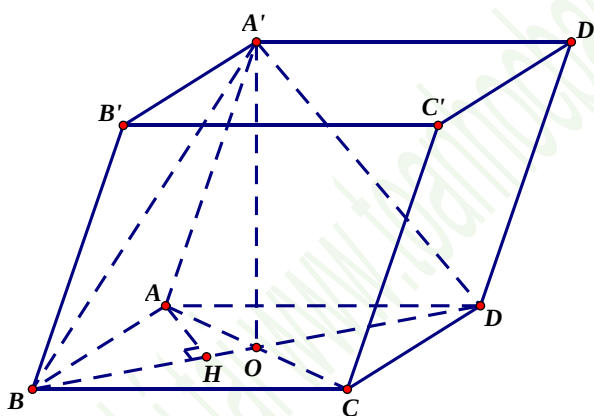
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $d(B', (A'BD)) = d(A, (A'BD))$. Gọi H là hình chiếu của A lên BD.

Ta có: $AH \perp (A'BD) \Rightarrow d(A, (A'BD)) = AH$.

Mà: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(B, (A'BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C).

Tiếp tuyến của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B. Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB bằng

A. $4\sqrt{2}\pi$.

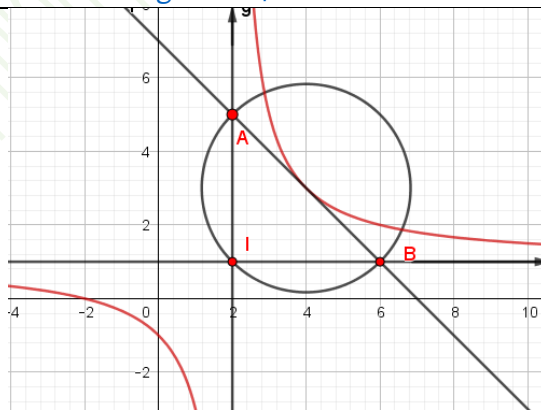
B. 8π .

C. 2π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn A.



Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$, suy ra $I(2;1)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng: $d: y = \frac{-4}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + \frac{x_0+2}{x_0-2}$

Tiếp tuyến của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B nên $A\left(2; \frac{x_0+1}{x_0-2}\right)$, $B(2x_0-2;1)$.

Do tam giác IAB vuông tại I nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R = \frac{AB}{2}$.

Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB là: $P = AB \cdot \pi$

Chu vi bé nhất khi AB nhỏ nhất

Ta có $\overline{AB} = \left(4-2x_0; \frac{8}{x_0-2}\right)$

Suy ra $AB = \sqrt{4(2-x_0)^2 + \left(\frac{8}{x_0-2}\right)^2} = \sqrt{4(x_0-2)^2 + \left(\frac{8}{x_0-2}\right)^2} \geq \sqrt{2\sqrt{4 \cdot 64}} = 4\sqrt{2}$

Vậy $P_{\min} = 4\sqrt{2} \cdot \pi$.

Câu 42: [2D1-3] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm

số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x+1} \right|$ trên $[1;2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Xét hàm số: $y = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$.

$y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1;2] \\ x = -2 \notin [1;2] \end{cases}$. Khi đó $y' > 0 \quad \forall x \in [1;2]$

$$\text{Khi đó YCBT} \Rightarrow \begin{cases} y(1) = \left| m + \frac{1}{2} \right| = 2 \\ y(2) = \left| m + \frac{4}{3} \right| = 2 \end{cases}.$$

$$\text{TH1: } y(1) = \left| m + \frac{1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Thử lại: Với } m = \frac{3}{2} \text{ ta có } y(2) = \frac{17}{6} > 2 \text{ (không thỏa);}$$

$$\text{với } m = -\frac{5}{2} \text{ ta có } y(2) = \frac{7}{6} < 2 \text{ (thỏa).}$$

$$\text{TH2: } y(2) = \left| m + \frac{4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = -\frac{10}{3} \end{cases}. \text{ Thử lại: Với } m = \frac{2}{3} \text{ ta có } y(1) = \frac{7}{6} \text{ (thỏa); với } m = -\frac{10}{3}$$

$$\text{ta có } y(1) = \frac{17}{6} \text{ (không thỏa)}$$

Câu 43: [2D2-3] Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (3; 7) \setminus \{5\}$.

B. $m \in \square$.

C. $m \in \square \setminus \{5\}$.

D. $m \in (3; 7)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 1 + \log_5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \log_5 5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 > 0 \text{ (Đúng } \forall x \in \square) \\ 5(x^2 + 1) = mx^2 + 4x + m \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5x^2 - 4x + 5}{x^2 + 1} = m.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{5x^2 - 4x + 5}{x^2 + 1}. \text{ Ta có: } f'(x) = \frac{4x^2 - 4}{(x^2 + 1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	- 0	+
$f(x)$	5	7	3	5

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m \in (3; 7) \setminus \{5\}$.

Câu 44: [2D4-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là phần mặt phẳng chứa các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{z}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0;1]$. Tính diện tích S của (H) .

A. $S = 32(6 - \pi)$.

B. $S = 16(4 - \pi)$.

C. 256.

D. 64π .

Lời giải

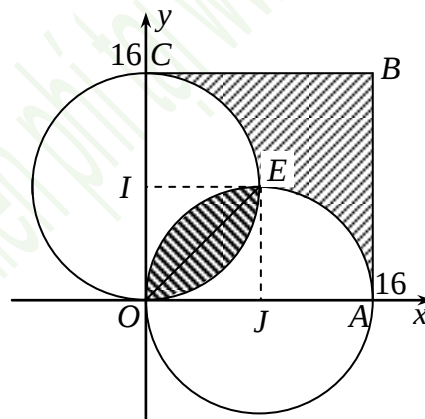
Chọn A.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $\frac{z}{16} = \frac{x}{16} + \frac{y}{16}i$; $\frac{16}{z} = \frac{16}{x - yi} = \frac{16x}{x^2 + y^2} + \frac{16y}{x^2 + y^2}i$.

Vì $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{z}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0;1]$ nên

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{x}{16} \leq 1 \\ 0 \leq \frac{y}{16} \leq 1 \\ 0 \leq \frac{16x}{x^2 + y^2} \leq 1 \\ 0 \leq \frac{16y}{x^2 + y^2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 16 \\ 0 \leq y \leq 16 \\ 0 \leq 16x \leq x^2 + y^2 \\ 0 \leq 16y \leq x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 16 \\ 0 \leq y \leq 16 \\ (x-8)^2 + y^2 \geq 64 \\ x^2 + (y-8)^2 \geq 64 \end{cases}$$



Suy ra (H) là phần mặt phẳng giới hạn bởi hình vuông cạnh 16 và hai hình tròn (C_1) có tâm $I_1(8;0)$, bán kính $R_1 = 8$ và (C_2) có tâm $I_2(0;8)$, bán kính $R_2 = 8$.

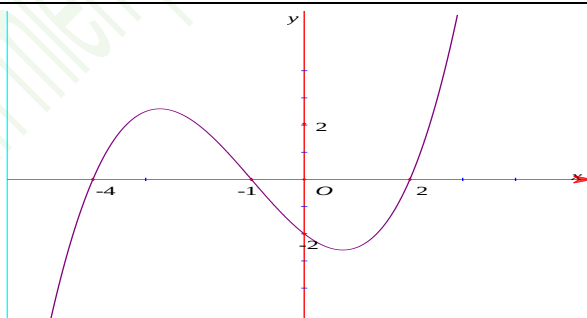
Gọi S' là diện tích của đường tròn (C_2) .

Diện tích phần giao nhau của hai đường tròn là: $S_1 = 2\left(\frac{1}{4}S' - S_{OEJ}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\pi \cdot 8^2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8\right)$.

Vậy diện tích S của hình (H) là:

$$S = 16^2 - \pi \cdot 8^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\pi \cdot 8^2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8\right) = 256 - 64\pi + 32\pi - 64 = 192 - 32\pi = 32(6 - \pi).$$

Câu 45: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 5)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1;0)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(0;1)$.

D. $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y = f(x^2 - 5)$

$$\text{Ta có } y' = 2x \cdot f'(x^2 - 5), y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 5 = -4 \\ x^2 - 5 = -1 \\ x^2 - 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{7} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{7}$	-2	-1	0	1	2	$\sqrt{7}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 46: [1D2-3] Giải bóng chuyên VTV Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau

A. $\frac{16}{55}$.

B. $\frac{133}{165}$.

C. $\frac{32}{165}$.

D. $\frac{39}{65}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4$.

Gọi A: "3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau" $\Rightarrow n(A) = (C_3^1 \cdot C_9^3)(C_2^1 \cdot C_6^3)(C_1^1 \cdot C_3^3)$.

Vậy xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau là

$$P(A) = \frac{(C_3^1 \cdot C_9^3)(C_2^1 \cdot C_6^3)(C_1^1 \cdot C_3^3)}{C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4} = \frac{16}{55}.$$

Câu 47: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			11		4		$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $m \in (4; 11)$. B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$. C. $m = 3$. D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Để đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m$ tại 5-2=3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < 2m < 11 \Leftrightarrow 2 < m < \frac{11}{2}$.

Câu 48: [1D2-2] Cho khai triển $(1-4x)^{18} = a_0 + a_1x + \dots + a_{18}x^{18}$. Giá trị của a_3 bằng

- A. -52224. B. 2448. C. 52224. D. -2448.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(1-4x)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (1)^{18-k} \cdot (-4x)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-4)^k \cdot x^k$. Mà a_3 là hệ số của x^3 nên $a_3 = C_{18}^3 (-4)^3 = -52224$.

Câu 49: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x) dx = \frac{\pi}{8}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) \sin 2x dx = -\frac{\pi}{4}. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} f(2x) dx$$

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Tính } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) \sin 2x dx = -\frac{\pi}{4}. \text{ Đặt } \begin{cases} \sin 2x = u \\ f'(x) dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cos 2x dx = du \\ f(x) = v \end{cases}, \text{ khi đó}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) \sin 2x dx = \sin 2x \cdot f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \cos 2x dx$$

$$= \sin \frac{\pi}{2} \cdot f\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin 0 \cdot f(0) - 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \cos 2x dx = -2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \cos 2x dx.$$

$$\text{Theo đề bài ta có } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) \sin 2x dx = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \cos 2x dx = \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{Mặt khác ta lại có } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x dx = \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{Do } \int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(x) - \cos 2x]^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [f^2(x) - 2f(x) \cdot \cos 2x + \cos^2 2x] dx = \left(\frac{\pi}{8} - 2 \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \text{ nên}$$

$$f(x) = \cos 2x.$$

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx = \frac{1}{4} \sin 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 50: [2D4-4]. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 60^\circ$. Tính $T = |z_1^2 + 9z_2^2|$.

A. $T = 18$.

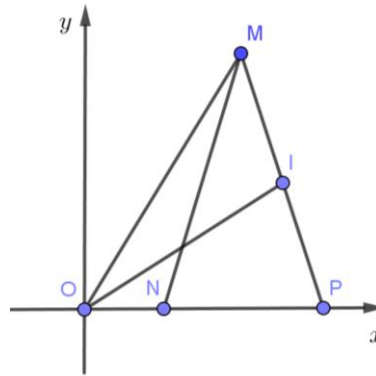
B. $T = 24\sqrt{3}$.

C. $T = 36\sqrt{2}$.

D. $T = 36\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\text{Ta có } T = |z_1^2 + 9z_2^2| = |z_1^2 - (3iz_2)^2| = |z_1 - 3iz_2| \cdot |z_1 + 3iz_2|$$

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $3iz_2$.

$$\text{Khi đó ta có } |z_1 - 3iz_2| \cdot |z_1 + 3iz_2| = |\overline{OM} - \overline{OP}| \cdot |\overline{OM} + \overline{OP}| = |\overline{PM}| \cdot |\overline{2OI}| = 2PM \cdot OI.$$

$$\text{Do } \angle MON = 60^\circ \text{ và } OM = OP = 6 \text{ nên } \triangle MOP \text{ đều suy ra } PM = 6 \text{ và } OI = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } T = 2PM \cdot OI = 2 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}.$$

-----HẾT-----