



SỞ GD&ĐT BẮC NINH
PHÒNG QUẢN LÝ CHẤT LƯỢNG

Mã Đề: 116
(Đề gồm 06 trang)

ĐỀ TẬP HUẤN THI THPTQG
NĂM HỌC 2018 - 2019

MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên:..... SBD:.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.D	5.B	6.A	7.A	8.C	9.A	10.D
11.B	12.B	13.A	14.C	15.A	16.A	17.D	18.D	19.A	20.C
21.B	22.A	23.B	24.C	25.A	26.C	27.B	28.D	29.C	30.B
31.B	32.C	33.B	34.A	35.D	36.A	37.B	38.B	39.C	40.B
41.C	42.D	43.C	44.C	45.A	46.D	47.A	48.D	49.D	50.D

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

B. $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Phùng Hoàng Cúc ; **Fb:** Phùng Hoàng Cúc

Chọn D

Hàm số xác định khi $x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định D của hàm số là: $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 2. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 4$.

B. $V = 4\pi$.

C. $V = 12$.

D. $V = 12\pi$.

Lời giải

Tác giả: Phùng Hoàng Cúc ; **Fb:** Phùng Hoàng Cúc

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 .4 = 4\pi$.

Câu 3. Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

B. $5\log(a+2b) = \log a - \log b$.

C. $2\log(a+2b) = 5(\log a + \log b)$.

D. $\log(a+1) + \log b = 1$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trọng Tú ; **Fb:** Anh Tú

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $a^2 + 4b^2 = 5ab \Leftrightarrow (a+2b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log[(a+2b)^2] = \log(9ab)$

$\Leftrightarrow 2.\log(a+2b) = 2.\log 3 + \log a + \log b \Leftrightarrow 2.\log \frac{a+2b}{3} = \log a + \log b$

$\Leftrightarrow \log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

Cách 2:

Cho $a = b = 1$, thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$.

- ▶ Xét A: $\log 1 = 0 \Rightarrow$ Đúng.
- ▶ Xét B: $5\log 3 = 0 \Rightarrow$ Sai.
- ▶ Xét C: $2\log 3 = 0 \Rightarrow$ Sai.
- ▶ Xét D: $\log 2 = 1 \Rightarrow$ Sai.

Chọn A.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

B. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

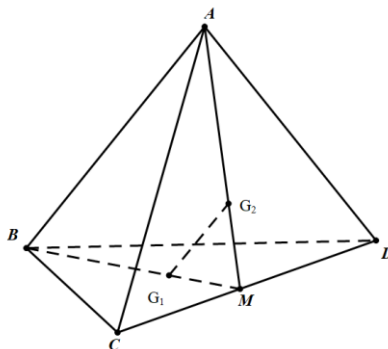
C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trọng Tú ; Fb: Anh Tú

Chọn D



Gọi M là trung điểm của CD .

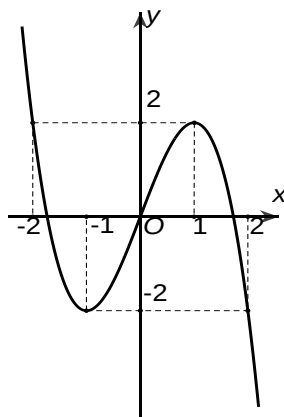
$$\text{Xét } \triangle ABM \text{ ta có: } \frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} G_1G_2 \parallel AB \\ G_1G_2 = \frac{1}{3}AB \end{cases} \Rightarrow \text{D sai.}$$

Vì $G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABD) \Rightarrow$ A đúng.

Vì $G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABC) \Rightarrow$ C đúng.

Ba đường BG_1, AG_2, CD , đồng quy tại $M \Rightarrow$ B đúng.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?



A. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 2.

B. Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -1.

C. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

D. Nếu $|m| > 2$ thì phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy ; Fb: thuypham

Chọn B

Dựa vào đồ thị có BBT của hàm số $y = f(x)$ trên $[-2; 2]$ như sau:

x	-2	-1	1	2
y	2	-2	2	-2

► A đúng.

► B sai vì hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng -2 hay cực tiểu bằng -2 .► C đúng vì hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị $x_{CT} = -1$, $x_{CB} = 1$.► D đúng vì $|m| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$, phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$.

D. $F(x) = e^x - 2019$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy ; Fb: thuypham

Chọn A

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$.

Có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2019$.

Suy ra $\begin{cases} F(x) = x^2 + e^x + C \\ F(0) = 2019 \end{cases} \Rightarrow 1 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2018$.

Vậy $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

Câu 7. Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thúy; Fb: Thúy Minh

Chọn A

$$7^{2x^2+5x+4} = 49 \Leftrightarrow 7^{2x^2+5x+4} = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng: $-2 + (-\frac{1}{2}) = -\frac{5}{2}$.

Câu 8. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

C. $A_n^k = n! \cdot C_n^k$.

D. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thúy; Fb: Thúy Minh

Chọn C

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ nên **A** đúng.

Vì $C_n^k = C_n^{n-k}$ nên **B** đúng.

Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = k! \frac{n!}{k!(n-k)!} = k! \cdot C_n^k$ nên **D** đúng và **C** sai.

Câu 9. Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

A. C_{26}^6 .

B. 26.

C. P_6 .

D. A_{26}^6 .

Lời giải

Tác giả: Đỗ Tấn Bảo; Fb: Đỗ Tấn Bảo

Chọn A

Số tập con có 6 phần tử của tập A là: C_{26}^6 .

Câu 10. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Tấn Bảo; Fb: Đỗ Tấn Bảo

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Vậy số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là 4.

Câu 11. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là:

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tình ; Fb: Gia Sư Toàn Tâm

Chọn B

Không gian mẫu là: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: “Mặt có số chấm chẵn xuất hiện”.

$\Rightarrow A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A) = 3$.

Xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M là trung điểm cạnh BB' , điểm N thuộc cạnh CC' sao cho $CN = 2C'N$. Tính thể tích khối chóp $A.BCNM$ theo V .

A. $V_{A.BCNM} = \frac{7V}{12}$.

B. $V_{A.BCNM} = \frac{7V}{18}$.

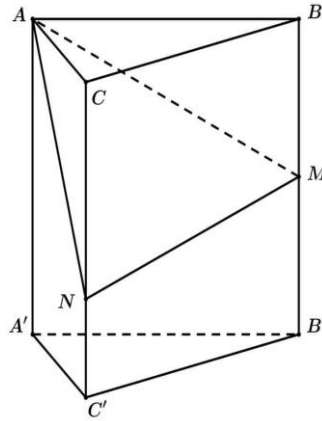
C. $V_{A.BCNM} = \frac{5V}{18}$.

D. $V_{A.BCNM} = \frac{V}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tình ; Fb: Gia Sư Toàn Tâm

Chọn B

**Cách 1:**

Vì $BCNM$ là hình thang nên:

$$S_{BCNM} = \frac{(BM + CN) \cdot d(B; CC')}{2} = \frac{\left(\frac{1}{2}CC' + \frac{2}{3}CC'\right) \cdot d(B; CC')}{2} = \frac{7}{12} \cdot CC' \cdot d(B; CC') = \frac{7}{12} S_{BCC'B'}.$$

Khi đó:

$$V_{A.BCNM} = \frac{7}{12} V_{A.BCC'B'} = \frac{7}{12} (V - V_{A.A'B'C'}) = \frac{7}{12} \left(V - \frac{1}{3} \cdot d(A; (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} \right) = \frac{7}{12} \left(V - \frac{1}{3} V \right) = \frac{7V}{18}$$

Cách 2:

$$\text{Ta có: } \frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{CN}{CC'} + \frac{BM}{BB'} + \frac{AA'}{AA'} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 0 \right) = \frac{7}{18} \Rightarrow V_{ABCMN} = \frac{7}{18} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7V}{18}.$$

Câu 13. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.

A. $I = 3$.

B. $I = \frac{1}{3}$.

C. $I = -3$.

D. $I = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; **Fb:** Bùi Thị Kim Oanh

Chọn A

$$I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right) = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right)^3 = 3.$$

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là:

A. $S = (-\infty; 4]$.

B. $S = (1; 4)$.

C. $S = (1; 4]$.

D. $S = \left(3; \frac{11}{2} \right)$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; **Fb:** Bùi Thị Kim Oanh

Chọn C

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(11-2x) - \log_3(x-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(11-2x) \geq \log_3(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 11-2x \geq x-1 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 4]$.

Câu 15. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Trần Quốc Khang ; Fb: Bi Tran

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = -\infty \text{ nên đồ thị hàm số có TCD: } x = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty \text{ nên đồ thị hàm số có TCD: } x = 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = 1 \text{ nên đồ thị hàm số có TCN: } y = 1.$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chú ý:

Có thể khẳng định đồ thị hàm số có 2 TCD: $x = -1; x = 2$ từ kết quả

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = -\infty.$$

Câu 16. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m \in [-1; 1]$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $m \in (-1; 1)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Quốc Khang; Fb: Bi Tran

Chọn A

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ (-3m)^2 - 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 1].$$

Câu 17. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$

Lời giải

Tác giả: Minh Anh Phúc; Fb: Minh Anh Phúc

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int x^2 e^{x^3+1} dx = \frac{1}{3} \int e^{x^3+1} d(x^3+1) = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$$

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$ là:

A. $\frac{1}{5} \ln(5x+4) + C.$

B. $\ln|5x+4| + C.$

C. $\frac{1}{\ln 5} \ln|5x+4| + C.$

D. $\frac{1}{5} \ln|5x+4| + C.$

Lời giải

Tác giả: Minh Anh Phúc; Fb: Minh Anh Phúc

Chọn D

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{5x+4} dx = \frac{1}{5} \int \frac{1}{5x+4} d(5x+4) = \frac{1}{5} \ln|5x+4| + C.$$

Câu 19. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được một thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ và có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích khối trụ là:

A. $V = 12\pi a^3$.

B. $V = 4\pi a^3$.

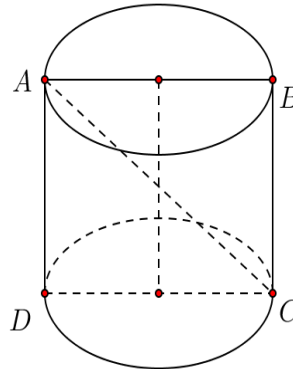
C. $V = 16\pi a^3$.

D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Huyền; Fb: Huyen Nguyen

Chọn A



• Vì thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$; $AC = 5a$ nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a$.

• $V_t = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \cdot BC = \pi \cdot 4a^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$.

Câu 20. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\int xe^x dx = e^x + xe^x + C$.

B. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + e^x + C$.

C. $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$.

D. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2}e^x + C$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Huyền; Fb: Huyen Nguyen

Chọn C

Sử dụng công thức: $\int u dv = u \cdot v - \int v du$.

Ta có: $\int xe^x dx = \int x d(e^x) = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$.

Câu 21. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

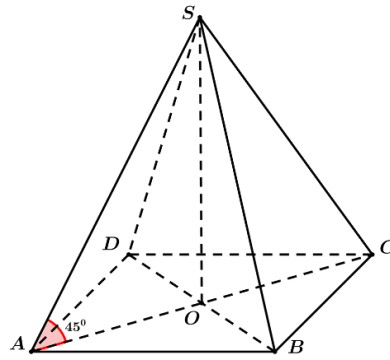
C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan Hoang

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

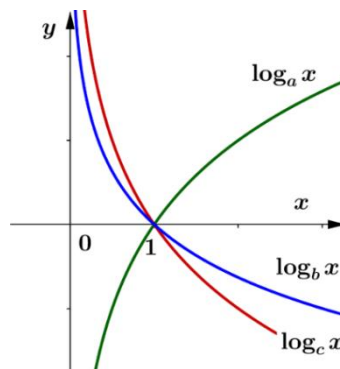
Vì hình chóp $S.ABCD$ đều nên ta có $SO \perp (ABCD)$.

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° nên ta có $\angle SAO = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle SAO$ vuông cân tại $O \Rightarrow SO = AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 22. Cho a, b, c dương và khác 1. Các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a > c > b$.

B. $a > b > c$.

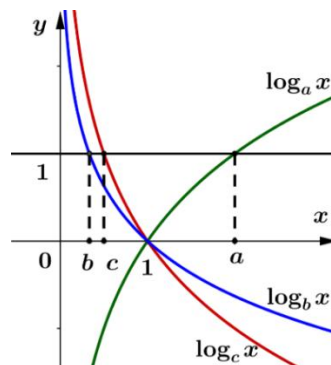
C. $c > b > a$.

D. $b > c > a$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan hoang

Chọn A



Kẻ đường thẳng $(d): y=1$. Hoành độ giao điểm của (d) với các đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ lần lượt là a, b, c . Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $a > c > b$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây không có điểm cực trị?

A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^4 + 4x^2 + 1$.

D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Huyền Trang ; Fb: Nguyen Trang

Chọn B

Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có tập xác định: $D = \mathbf{R}$.

Có: $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbf{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbf{R}$.

Vậy hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ không có điểm cực trị.

Câu 24. Khối đa diện nào có số đỉnh nhiều nhất?

A. Khối bát diện đều (8 mặt đều).

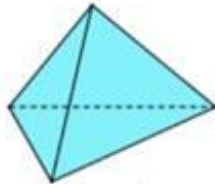
B. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều).

C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều).

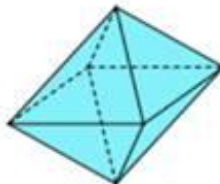
D. Khối tứ diện đều.

Lời giải

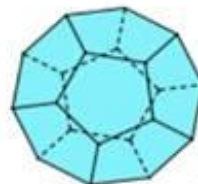
Tác giả: Nguyễn Thị Huyền Trang ; Fb: Nguyen Trang

Chọn C

Khối tứ diện đều



Khối bát diện đều



Khối mười hai mặt đều



Khối hai mươi mặt đều

- Khối bát diện đều thuộc loại $\{3;4\}$ nên số đỉnh là: $\frac{8 \cdot 3}{4} = 6$ đỉnh.
- Khối 20 mặt đều thuộc loại $\{3;5\}$ nên số đỉnh là: $\frac{20 \cdot 3}{5} = 12$ đỉnh.
- Khối 12 mặt đều thuộc loại $\{5;3\}$ nên số đỉnh là: $\frac{12 \cdot 5}{3} = 20$ đỉnh.
- Khối tứ diện đều có 4 đỉnh.

Vậy khối 12 mặt đều có nhiều đỉnh nhất.

Câu 25. Cho $a > 0, b > 0$, giá trị của biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả : Vũ Việt Tiến, FB: Vũ Việt Tiến

Chọn A

Cách 2:

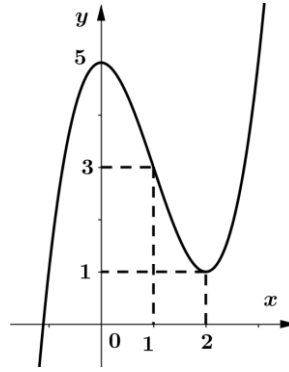
$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a-b}{\sqrt{ab}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{(a-b)^2}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{(a+b)^2}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}} = 2 \frac{1}{a+b} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(a+b)}{2(ab)^{\frac{1}{2}}} = 1. \end{aligned}$$

Cách 2:

Cho $a = b = 1$.

Khi đó $T = 2 \cdot 2^{-1} \cdot 1^{\frac{1}{2}} \cdot 1^{\frac{1}{2}} = 1$. Chọn **A**.

Câu 26. Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 5$. B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 5$. D. $y = x^3 - 3x + 5$.

Lời giải

Tác giả : Vũ Việt Tiến, FB: Vũ Việt Tiến

Chọn C

Từ dáng của đồ thị hàm số ta có hệ số $a > 0$ do đó loại đáp án A.

Thay tọa độ điểm $M(1;3)$ vào các đáp án B, C, D ta loại được đáp án B.

Thay tọa độ điểm $N(2;1)$ vào các đáp án C, D ta loại được đáp án D.

Vậy đồ thị hàm số đã cho là của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$, đáp án C.

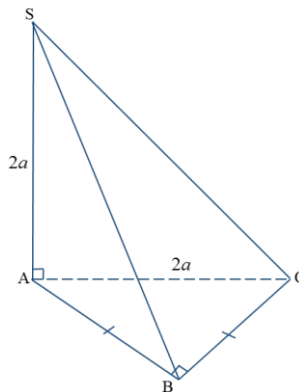
Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = AC = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V_{S.ABC} = \frac{4a^3}{3}$. B. $V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{3}$. C. $V_{S.ABC} = 2a^3$. D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Dũng ; Fb: Phạm Chí Dũng

Chọn B



Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân $\Rightarrow BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 28. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Dũng ; Fb: Phạm Chí Dũng

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = 2\sin x$ là

A. $[0; 2]$.

B. $[-1; 1]$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[-2; 2]$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thuần; Fb: Phạm Thuần

Chọn C

Hàm số $y = 2\sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 2$, $AC = 4$, $SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính là:

A. $R = \frac{25}{2}$.

B. $R = \frac{5}{2}$.

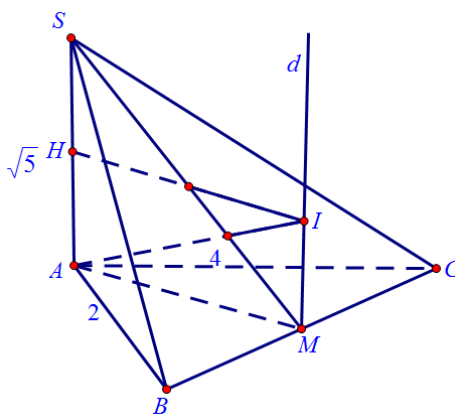
C. $R = 5$.

D. $R = \frac{10}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thuần; Fb: Phạm Thuần

Chọn B



Cách 1.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm BC, SA .

Ta có tam giác ABC vuông tại A suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Qua M kẻ đường thẳng d sao cho $d \perp (ABC) \Rightarrow d$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Trong mặt phẳng (SAM) kẻ đường trung trực Δ của đoạn SA , cắt d tại I

$$\Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC \\ IA = IS \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS \Rightarrow I \text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABC.$$

$$\bullet \begin{cases} HA \perp (ABC) \\ IM \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA \perp AM \\ HA \parallel IM \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} HI \perp SA \\ AM \perp SA \\ HI, SA, AM \subset (SAM) \end{cases} \Rightarrow HI \parallel AM.$$

Suy ra tứ giác $HAMI$ là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có } AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{5}, \quad IM = \frac{1}{2}SA = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABC \text{ là: } R = AI = \sqrt{AM^2 + IM^2} = \sqrt{5 + \frac{5}{4}} = \frac{5}{2}.$$

Cách 2. Sử dụng kết quả: Nếu $SABC$ là một tứ diện vuông đỉnh A thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ được tính bởi công thức: $R = \frac{1}{2}\sqrt{AS^2 + AB^2 + AC^2}$

$$\text{Áp dụng công thức trên, ta có } R = \frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2 + 4^2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan Nguyen

Chọn B

$$\text{Gọi } (C) \text{ là đồ thị hàm số } y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}.$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m} = 0 \text{ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận}$$

ngang là $y = 0$.

Do đó (C) có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) có 3 đường tiệm cận đứng

$$\Leftrightarrow x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0(1) \text{ có 3 nghiệm phân biệt khác } 3.$$

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow (x-m)(x^2 - 2mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - 2mx + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác } 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m^2 - 2m^2 + 1 \neq 0 \\ 3^2 - 6m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup \left(1; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; 3\right) \cup (3; +\infty).$$

Do $m \in [-6; 6]$, m nguyên nên $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 9 giá trị m thỏa mãn.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2 \right) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1$ là $(-\sqrt{a}; -\sqrt{b}]$.

Khi đó $a.b$ bằng

A. $\frac{15}{16}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{16}{15}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Diệu; Fb: dieuptnguyen

Chọn C

Ta có: $x\sqrt{x^2+2} - x^2 = x(\sqrt{x^2+2} - x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+2} + x}$.

Ta có: $\log_2 \left(x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2 \right) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1 \Leftrightarrow \log_2 \left(x(\sqrt{x^2+2} - x) + 4 \right) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1$

$\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{2x}{\sqrt{x^2+2} + x} + 4 \right) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1 \Leftrightarrow \log_2 \frac{2(3x + 2\sqrt{x^2+2})}{\sqrt{x^2+2} + x} + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1, (1)$

Ta có $\sqrt{x^2+2} + x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Điều kiện: $3x + 2\sqrt{x^2+2} > 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+2} > -3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 0 \\ 4x^2 + 8 > 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\sqrt{\frac{8}{5}}, (*)$

Với điều kiện (*), ta có

$(1) \Leftrightarrow \log_2 (3x + 2\sqrt{x^2+2}) + 3x + 2\sqrt{x^2+2} \leq \log_2 (\sqrt{x^2+2} + x) + \sqrt{x^2+2} + x, (2)$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$. Có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$.

Hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, $(3x + 2\sqrt{x^2+2}) \in (0; +\infty)$ và

$(\sqrt{x^2+2} + x) \in (0; +\infty)$

Nên $(2) \Leftrightarrow f(3x + 2\sqrt{x^2+2}) \leq f(\sqrt{x^2+2} + x)$

$\Leftrightarrow 3x + 2\sqrt{x^2+2} \leq \sqrt{x^2+2} + x \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2} \leq -2x \Leftrightarrow \begin{cases} -2x \geq 0 \\ x^2 + 2 \leq 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 3x^2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -\sqrt{\frac{2}{3}}.$

Kết hợp với ĐK ta có tập nghiệm bất phương trình là $\left(-\sqrt{\frac{8}{5}}; -\sqrt{\frac{2}{3}} \right]$ hay $a.b = \frac{16}{15}$.

Chọn đáp án C.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{2}, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và

$f(x).f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

A. $\sqrt{26}$.

B. $\sqrt{24}$.

C. $\sqrt{15}$.

D. $\sqrt{23}$.

Lời giải

Tác giả : Ngô Quốc Tuấn, FB: Quốc Tuấn

Chọn B

Ta có $f(x).f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)} \Leftrightarrow \frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} = (2x+1).$

$$\text{Suy ra } \int \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} dx = \int (2x+1) dx \Leftrightarrow \int \frac{d(1+f^2(x))}{2\sqrt{1+f^2(x)}} = \int (2x+1) dx$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+f^2(x)} = x^2 + x + C.$$

$$\text{Theo giả thiết } f(0) = 2\sqrt{2}, \text{ suy ra } \sqrt{1+(2\sqrt{2})^2} = C \Leftrightarrow C = 3.$$

$$\text{Với } C = 3 \text{ thì } \sqrt{1+f^2(x)} = x^2 + x + 3 \Rightarrow f(x) = \sqrt{(x^2 + x + 3)^2 - 1}. \text{ Vậy } f(1) = \sqrt{24}.$$

Câu 34. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$. Tính giá trị $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}.$

B. $\frac{a}{b} = \frac{3-\sqrt{6}}{4}.$

C. $\frac{a}{b} = 7 + 2\sqrt{6}.$

D. $\frac{a}{b} = \frac{3+\sqrt{6}}{4}.$

Lời giải

Tác giả: Trần Lê Hương Ly; **Fb:** Trần Lê Hương Ly

Chọn A

$$\text{Đặt } \log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2} = t, \quad t \in \mathbf{R}. \text{ Ta có } a = 9^t, \quad b = 16^t, \quad \frac{5b-a}{2} = 12^t.$$

Suy ra:

$$5 \cdot 16^t - 9^t = 2 \cdot 12^t \Leftrightarrow 5 - \left(\frac{9}{16}\right)^t = 2 \cdot \left(\frac{12}{16}\right)^t \Leftrightarrow 5 - \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} = 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t - 5 = 0.$$

$$\text{Giải phương trình, ta được } \left(\frac{3}{4}\right)^t = \sqrt{6} - 1, \text{ (nhận) hoặc } \left(\frac{3}{4}\right)^t = -\sqrt{6} - 1, \text{ (loại).}$$

$$\text{Suy ra } \frac{a}{b} = \left(\frac{9}{16}\right)^t = \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} = (\sqrt{6} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{6}.$$

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhân ; **Fb:** Trương Thanh Nhân

Chọn D

Điều kiện: $x \neq m$.

Hàm số đã cho xác định trên $[0; 4]$ khi $m \notin [0; 4]$ (*).

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x-m)^2} = \frac{\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}}{(x-m)^2} > 0 \text{ với } \forall x \in [0; 4].$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên đoạn } [0; 4] \text{ nên } \max_{[0; 4]} y = y(4) = \frac{2-m^2}{4-m}.$$

$$\max_{[0; 4]} y = -1 \Leftrightarrow \frac{2-m^2}{4-m} = -1 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $m = -3$. Do đó có một giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ đồ thị (C). Gọi S là tập các giá trị m sao cho đồ thị (C) có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tuyết Lê ; Fb: Nguyen Tuyen Le.

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị .

Giả sử $A(0; m-2)$, $B(-1; m-3)$, $C(1; m-3)$ là ba điểm cực trị của đồ thị (C) .

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(0; m-2)$ là $(d_1): y = m-2$.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $B(-1; m-3)$ và $C(1; m-3)$ là $(d_2): y = m-3$.

Đồ thị (C) có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox khi và chỉ khi d_1 hoặc d_2 trùng với trục Ox , hay $m=2$ hoặc $m=3$.

Vậy $S = \{2; 3\}$, suy ra tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Câu 37. Cho phương trình $(2\sin x - 1)(\sqrt{3}\tan x + 2\sin x) = 3 - 4\cos^2 x$. Gọi T là tập hợp các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của phương trình trên. Tính tổng các phần tử của T .

A. $\frac{570}{3}\pi$.

B. $\frac{875}{3}\pi$.

C. $\frac{880}{3}\pi$.

D. $\frac{1150}{3}\pi$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thanh Huyền; Fb: Vu Thi Thanh Huyen

Chọn B

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình đã cho tương đương với $(2\sin x - 1)(\sqrt{3}\tan x + 2\sin x) = 4\sin^2 x - 1$.

$$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(\sqrt{3}\tan x - 1) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

*Trường hợp 1: Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (1)

$$x \in [0; 20\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow \frac{-5}{12} \leq k \leq \frac{115}{12}. \text{ Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}.$$

$\Rightarrow$ Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của họ nghiệm (1) là:

$$S_1 = \sum_{k=0}^9 \left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi \right) = \frac{295\pi}{3}.$$

*Trường hợp 2: Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (2)

$$x \in [0; 20\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow \frac{-1}{6} \leq k \leq \frac{119}{6}. \text{ Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; \dots; 19\}.$$

$\Rightarrow$ Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của họ nghiệm (2) là:

$$S_2 = \sum_{k=0}^{19} \left(\frac{\pi}{6} + k\pi \right) = \frac{580\pi}{3}.$$

Vậy tổng các phần tử của T là $S_1 + S_2 = \frac{875}{3}\pi$.

Câu 38. Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện: $720(C_7^7 + C_8^7 + C_9^7 + \dots + C_n^7) = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10}$. Hệ số

của x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^n$ ($x \neq 0$) bằng:

A. -120.

B. -560.

C. 120.

D. 560.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thủy; Fb: Thuyluu

Chọn B

Áp dụng công thức: $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k \Leftrightarrow C_n^{k-1} = C_{n+1}^k - C_n^k, \forall k = \overline{1, n}; k, n \in \mathbb{N}^*$, ta được:

$$C_7^7 + C_8^7 + C_9^7 + \dots + C_n^7 = C_7^7 + (C_9^8 - C_8^8) + (C_{10}^8 - C_9^8) + \dots + (C_n^8 - C_{n-1}^8) + (C_{n+1}^8 - C_n^8) = C_{n+1}^8.$$

$$\text{Do đó: } 720(C_7^7 + C_8^7 + C_9^7 + \dots + C_n^7) = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10} \Leftrightarrow 720 C_{n+1}^8 = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10} \Leftrightarrow n = 16.$$

$$\text{Có: } \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k (x)^{16-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k (-1)^k x^{16-3k}.$$

Số hạng trong khai triển chứa x^7 ứng với $16 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của x^7 là $C_{16}^3 (-1)^3 = -560$.

Câu 39. Cho phương trình $m \ln^2(x+1) - (x+2-m) \ln(x+1) - x - 2 = 0$ (1). Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng

A. (3,8;3,9).

B. (3,6;3,7).

C. (3,7;3,8).

D. (3,5;3,6).

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb: Đào Văn Tiến

Chọn C

Điều kiện: $x > -1$.

Vì $x = 0$ không thỏa mãn phương trình nên ta có

$$(1) \Leftrightarrow [m \ln(x+1) - x - 2][\ln(x+1) + 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \ln(x+1) = x + 2 \\ \ln(x+1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{x+2}{\ln(x+1)}, (2) \\ x = \frac{1}{e} - 1 \end{cases}.$$

Do nghiệm $x = \frac{1}{e} - 1 < 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ khi

và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt sao cho $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x+2}{\ln(x+1)}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có $f'(x) = \frac{\ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1}}{\ln^2(x+1)}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1} = 0, (3).$$

Xét hàm số $h(x) = \ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1}$ có $h'(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x > 0$ nên $h(x)$ đồng

biến trên $(0; +\infty)$ do đó phương trình $f'(x) = 0$ có không quá một nghiệm.

Mà $f'(2) \cdot f'(4) < 0$ và $f'(x)$ là hàm số liên tục trên $[2; 4]$ suy ra phương trình (3) có duy nhất một nghiệm $x_0 \in (2; 4)$. Từ đó ta có bảng biến thiên

x	0	2	x_0	4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4}{\ln 3}$	$\frac{6}{\ln 5}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$

khi và chỉ khi $m > \frac{6}{\ln 5} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{6}{\ln 5}; +\infty \right)$.

Vậy $a = \frac{6}{\ln 5} \in (3,7; 3,8)$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng:

A. $3\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

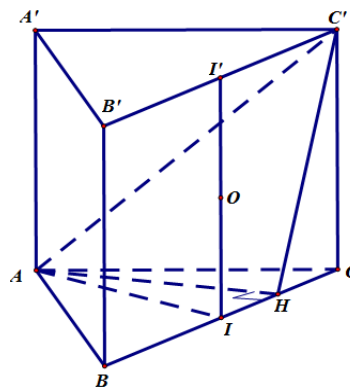
C. $4\pi a^2$.

D. $24\pi a^2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Trinh; Fb: Ngọc Trinh

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$.

$\Rightarrow (AC', (BCC'B')) = \angle HC'A = 30^\circ$.

ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ suy ra $AC = a$.

Ta có: $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC' = 2AH = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

Gọi I, I' lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Dễ thấy I, I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$.

Gọi O là trung điểm của II' suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

$$\text{Bán kính mặt cầu là : } R = OB = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BB'}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng: $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.

Câu 41. Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là:

A. $64\pi \text{ cm}^3$.

B. $16\pi \text{ cm}^3$.

C. $8\pi \text{ cm}^3$.

D. $32\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Tác giả: Thu Trang; **Fb:** Nguyễn Thị Thu Trang

Chọn C

Gọi chiều cao và bán kính đáy của hình trụ lần lượt là x, y ($x, y > 0$).

Khi đó ta có thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có kích thước lần lượt là $x, 2y$

Theo giả thiết ta có $2(x + 2y) = 12 \Leftrightarrow x + 2y = 6$.

Cách 1.

Thể tích khối trụ: $V = \pi y^2 x = \pi y^2 (6 - 2y) = 2\pi (-y^3 + 3y^2)$.

Vì $x + 2y = 6 \Rightarrow 0 < 2y < 6 \Leftrightarrow 0 < y < 3$.

Xét hàm số $f(y) = -y^3 + 3y^2$ trên khoảng $(0; 3)$

Ta có $f'(y) = -3y^2 + 6y \Rightarrow f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

y	0	2	3
$f'(y)$	+	0	-
$f(y)$		4	

Suy ra $\max_{(0;3)} f(y) = f(2) = 4$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng $2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ cm}^3$.

Cách 2.

Thể tích khối trụ: $V = \pi y^2 x = \pi x \cdot y \cdot y \leq \pi \left(\frac{x+y+y}{3}\right)^3 = \pi \left(\frac{x+2y}{3}\right)^3 = \pi \left(\frac{6}{3}\right)^3 = 8\pi$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng $V = 8\pi \text{ cm}^3$.

Câu 42. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - a \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ của tham số a để $M \geq 2m$?

A. 17.

B. 15.

C. 18.

D. 16.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Anh Đào; **Fb:** Đào Nguyễn

Chọn D

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 6y + 10 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = 6 + 4x - x^2 + \sqrt{6 + 4x - x^2} \quad (*)$$

Xét hàm $f(t) = t^2 + t$, có $f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t > 0$.

Ta có hàm $y = f(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$, $\sqrt{y^2 + 6y + 10} \in [0; +\infty)$, $\sqrt{6 + 4x - x^2} \in [0; +\infty)$.

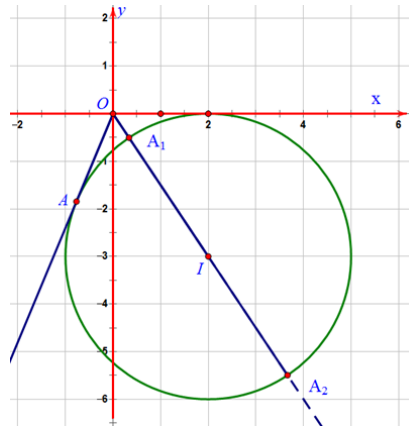
$$\text{Nên } (*) \Leftrightarrow f(\sqrt{y^2 + 6y + 10}) = f(\sqrt{6 + 4x - x^2}) \Leftrightarrow \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 6y + 10 = 6 + 4x - x^2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9.$$

Xét điểm $A(x; y)$ thuộc đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$.

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 3$ nên điểm $O(0; 0)$ nằm ngoài (C) .



Gọi A_1, A_2 là giao điểm của đường thẳng OI với đường tròn (C) .

$$\forall A(x; y) \in (C): OA_1 \leq OA \leq OA_2, \text{ với } OA_1 = OI - R = \sqrt{13} - 3 \text{ và } OA_2 = OI + R = \sqrt{13} + 3.$$

$$\text{Tức là ta có } \sqrt{13} - 3 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{13} + 3 \Leftrightarrow \sqrt{13} - 3 - a \leq \sqrt{x^2 + y^2} - a \leq \sqrt{13} + 3 - a.$$

$$\text{Th1: } \sqrt{13} - 3 - a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq \sqrt{13} - 3, (1)$$

$$\text{Khi đó } M = \sqrt{13} + 3 - a \text{ và } m = \sqrt{13} - 3 - a.$$

$$M \geq 2m \Leftrightarrow \sqrt{13} + 3 - a \geq 2(\sqrt{13} - 3 - a) \Leftrightarrow a \geq \sqrt{13} - 9.$$

Kết hợp với điều kiện (1) và a nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ ta có $a \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

$$\text{Th2: } \sqrt{13} + 3 - a \leq 0 \Leftrightarrow a \geq \sqrt{13} + 3, (**)$$

$$\text{Khi đó } M = a - \sqrt{13} + 3 \text{ và } m = a - \sqrt{13} - 3.$$

$$M \geq 2m \Leftrightarrow a - \sqrt{13} + 3 \geq 2(a - \sqrt{13} - 3) \Leftrightarrow a \leq \sqrt{13} + 9.$$

Kết hợp với điều kiện (**) và a nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ ta có $a \in \{7; 8; 9; 10\}$.

$$\text{Th3: } \begin{cases} \sqrt{13} - 3 - a < 0 \\ \sqrt{13} + 3 - a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{13} - 3 < a < \sqrt{13} + 3, (***)$$

Khi đó $M > 0$ và $m = 0$ nên ta luôn có $M \geq 2m$

Kết hợp điều kiện (***) và a nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ ta có $a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vậy $a \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

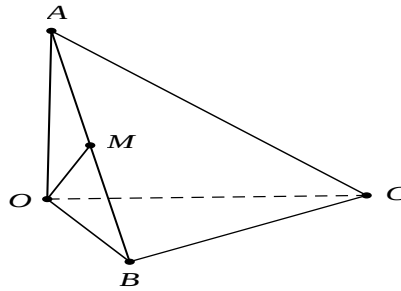
Câu 43. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. 135° .B. 150° .C. 120° .D. 60° .

Lời giải

Tác giả: Vũ Văn Bắc; Fb: vuvanbac.xy.abc

Chọn C



Cách 1:

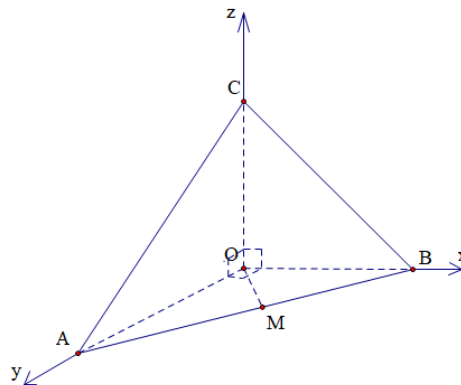
$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \\ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}OB^2 = -\frac{a^2}{2}.$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{2} \text{ và } OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó: } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{OM \cdot BC} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ.$$

Cách 2:

Nguyễn Ngọc Thảo ; Fb: Nguyễn Ngọc Thảo



Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.

$$\text{Ta có: } O(0;0;0), A(0;a;0), B(a;0;0), C(0;0;a), M\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right).$$

$$\text{Khi đó ta có: } \overrightarrow{BC} = (-a; 0; a), \overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}}{BC \cdot OM} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OM}) = 120^\circ.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 2012.

B. 2009.

C. 2011.

D. 2010.

Lời giải

Tác giả: Hà Lê; Fb: Ha Le

Chọn C

$$g'(x) = f'(1-x) = -(1-x)^2(-x-1)\left[(1-x)^2 - 6(1-x) + m\right]$$

$$= (x-1)^2(x+1)(x^2 + 4x + m - 5).$$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

$$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x < -1 (*), (\text{dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm}).$$

$$\text{Với } x < -1 \text{ thì } (x-1)^2 > 0 \text{ và } x+1 < 0 \text{ nên } (*) \Leftrightarrow x^2 + 4x + m - 5 \geq 0, \forall x < -1$$

$$\Leftrightarrow m \geq -x^2 - 4x + 5, \forall x < -1.$$

Xét hàm số $y = -x^2 - 4x + 5$ trên khoảng $(-\infty; -1)$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1
y	$-\infty$	9	8

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq 9$.

Kết hợp với m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ và m nguyên nên $m \in \{9; 10; 11; \dots; 2019\}$.

Vậy có 2011 số nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 45. Cho tứ diện $SABC$ có G là trọng tâm tứ diện, mặt phẳng quay quanh AG cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M, N . Giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ là?

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{3}{8}$.

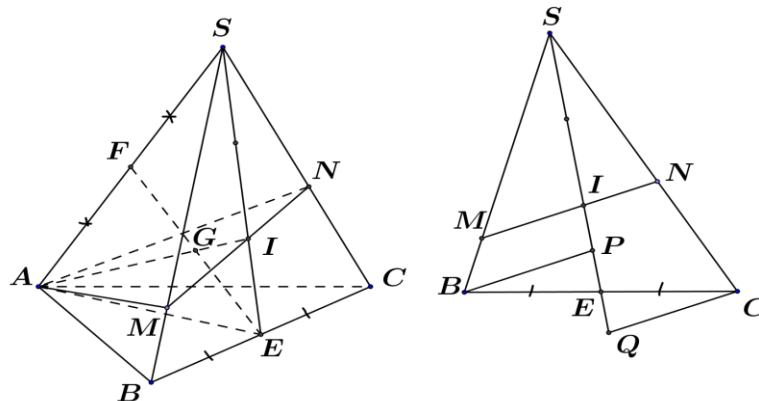
C. $\frac{1}{3}$.

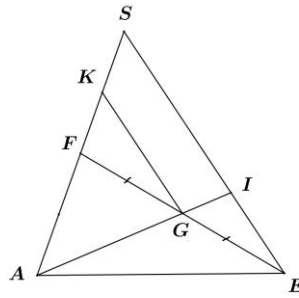
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Văn Phiên; Fb: Phiên Văn Hoàng

Chọn A





Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm BC, SA, EF suy ra G là trọng tâm tứ diện $SABC$. Điểm I là giao điểm của AG và SE . Qua I dựng đường thẳng cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M, N . Suy ra (AMN) là mặt phẳng quay quanh AG thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kẻ $GK \parallel SE, (K \in SA)$ suy ra K là trung điểm FS .

$$\Rightarrow \frac{KG}{SI} = \frac{AK}{AS} = \frac{3}{4}. \text{ Mà } \frac{KG}{SE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SI}{SE} = \frac{2}{3}.$$

Cách 1:

Kẻ $BP \parallel MN, CQ \parallel MN; (P, Q \in SE)$.

$$\text{Ta có: } \frac{SM}{SB} = \frac{SI}{SP}; \frac{SN}{SC} = \frac{SI}{SQ}.$$

$\Rightarrow \triangle BEP = \triangle CEQ \Rightarrow E$ là trung điểm $PQ \Rightarrow SP + SQ = 2SE$ (đúng cả trong trường hợp $P \equiv Q \equiv E$).

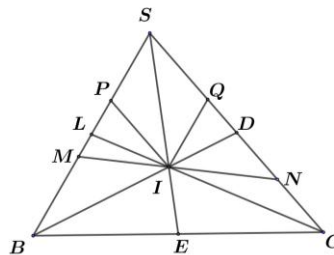
$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = 1 \cdot \frac{SI}{SP} \cdot \frac{SI}{SQ} \stackrel{AM-GM}{\geq} \frac{SI^2}{\frac{(SP+SQ)^2}{4}} = \frac{SI^2}{SE^2} = \left(\frac{SI}{SE}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $SP = SQ = SE$. Hay $P \equiv Q \equiv E \Leftrightarrow MN \parallel BC$.

Vậy tỉ số nhỏ nhất là $\frac{4}{9}$. **Chọn A.**

Cách 2:

Ta chứng minh được $\frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3$.



Thật vậy, qua I kẻ các đường thẳng lần lượt song song SB, SC cắt SC, SB tương ứng tại D, L .

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} \frac{SB}{IQ} = \frac{DB}{DI} = 3 \\ \frac{IQ}{SM} = \frac{NI}{NM} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{SB}{IQ} \cdot \frac{IQ}{SM} = 3 \cdot \frac{NI}{NM} \Leftrightarrow \frac{SB}{SM} = \frac{3NI}{NM}, (1).$$

$$\text{Lại có: } \left. \begin{array}{l} \frac{SC}{IP} = \frac{LC}{LI} = 3 \\ \frac{IP}{SN} = \frac{MI}{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{SC}{IP} \cdot \frac{IP}{SN} = 3 \cdot \frac{MI}{MN} \Leftrightarrow \frac{SC}{SN} = \frac{3MI}{MN}, (2).$$

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3 \left(\frac{NI}{NM} + \frac{MI}{MN} \right) = 3$.

Đặt $x = \frac{SB}{SM}$; $y = \frac{SC}{SN}$. Suy ra $x + y = 3$.

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{xy} \stackrel{AM-GM}{\geq} \frac{1}{\frac{(x+y)^2}{4}} = \frac{4}{9}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{3}{2} \Leftrightarrow MN \parallel BC$.

Vậy tỉ số nhỏ nhất là $\frac{4}{9}$. **Chọn A.**

Cách 3: Lưu Thêm

Đặt $\frac{SB}{SM} = x$; $\frac{SC}{SN} = y$, với $x > 0$, $y > 0$.

Ta có $\vec{SI} = \frac{2}{3} \vec{SE} = \frac{1}{3} (\vec{SB} + \vec{SC}) = \frac{1}{3} (x\vec{SM} + y\vec{SN}) = \frac{x}{3} \vec{SM} + \frac{y}{3} \vec{SN}$.

Do I, M, N thẳng hàng nên $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow x + y = 3$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{xy} \geq \frac{1}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}$.

Vậy $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{4}{9}$ khi $x = y$, hay MN đi qua I và song song với BC .

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4, BC = 2, SA = 4\sqrt{3}, \angle SAB = \angle SAC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = 12$.

B. $V_{S.ABC} = 6$.

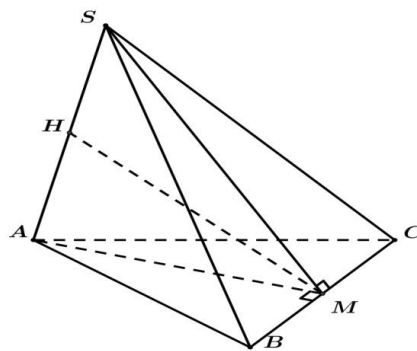
C. $V_{S.ABC} = 8$.

D. $V_{S.ABC} = 4$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thúy; Fb: Vu Thi Thuy

Chọn D



Cách 1:

Ta có $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2.SA.AB.\cos 30^\circ \Leftrightarrow SB^2 = 16 \Leftrightarrow SB = 4$.

Tương tự ta cũng có $SC = 4 \Rightarrow \triangle SBC$ là tam giác cân đỉnh S .

Gọi M là trung điểm của BC . Suy ra $BC \perp SM$ và $BC \perp AM$.

Có $\left. \begin{array}{l} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM)$. Suy ra $V_{S.ABC} = 2V_{S.ABM} = 2V_{B.SAM} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot BM \cdot S_{\triangle SAM}$

$BM = 1, SM = AM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$.

Gọi H là trung điểm của $SA \Rightarrow MH \perp SA$ và $MH = \sqrt{(\sqrt{15})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}$

$$\text{nên } S_{\square SAM} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 6$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot BM \cdot S_{\triangle SAM} = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 6 = 4.$$

Cách 2: Lưu Thêm

$$\text{Có } \left. \begin{array}{l} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp SA.$$

Gọi H là trung điểm của SA

$$\text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} MH \perp SA \\ MH \perp BC \end{array} \right. \text{ và } MH = \sqrt{(\sqrt{15})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot BC \cdot d(SA, BC) \cdot \sin(SA, BC) = \frac{1}{6} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 90^\circ = 4$$

Cách 3: Lưu Thêm

$$AS = a = 4\sqrt{3}, AB = b = 4, AC = c = 4.$$

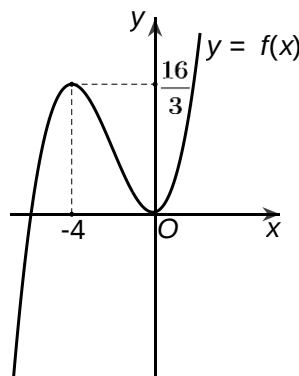
$$\cos \alpha = \cos SAB = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos \beta = \cos SAC = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos \gamma = \cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{16 + 16 - 4}{2 \cdot 16} = \frac{7}{8}.$$

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{abc}{6} \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma} \\ &= \frac{4\sqrt{3} \cdot 4 \cdot 4}{6} \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{7}{8} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} - \frac{49}{64}} = 4. \end{aligned}$$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4) \quad (1) \text{ có nghiệm?}$$

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải

Tác giả: Lê Hoa ; Fb: Lehoa

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4} \Leftrightarrow (2t+1)\cos x - (t+3)\sin x = -1 - 4t \quad (*).$$

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow (2t+1)^2 + (t+3)^2 \geq (4t+1)^2 \Leftrightarrow -\frac{9}{11} \leq t \leq 1$.

Suy ra $0 \leq |t| \leq 1$.

Từ đồ thị $y = f(x)$ ta có

* $y = f(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$

* $m^2 + 4m + 4 = (m+2)^2 \in [0; +\infty)$.

* $|t| \in [0; +\infty)$

Nên $f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4) \Leftrightarrow f(|t|) = f(m^2 + 4m + 4) \Leftrightarrow |t| = m^2 + 4m + 4$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow 0 \leq m^2 + 4m + 4 \leq 1 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$\frac{15}{13}$		$\frac{15}{13}$	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của m để phương trình: $e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0; 2]$.

A. e^5 .

B. $e^{\frac{15}{13}}$.

C. e^3 .

D. e^4 .

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thu Thanh ; Fb: Thanh Trần

Chọn D

Ta có: $e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}} = m \Leftrightarrow 2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2} = \ln m$.

Đặt $g(x) = 2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}$.

$g'(x) = f'(x)[6f^2(x) - 13f(x) + 7]$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = \frac{7}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; x = 3 \\ x = 1; x = a > 3 \\ x = b < 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên trên đoạn $[0; 2]$:

x	$-\infty$	b	0	1	2	3	$+\infty$
$g'(x)$		0		$+$	0	$-$	0
$g(x)$					4		

Giá trị lớn nhất của m để phương trình có nghiệm trên đoạn $[0; 2]$ là: $\ln m = 4 \Leftrightarrow m = e^4$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông với cạnh đáy AD, BC . $AD = 3CB = 3a$, $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AI}$, M là trung điểm SD , H là giao điểm của AM và SI . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Tính thể tích V của khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH và đỉnh thuộc mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{5\sqrt{5}}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{2\sqrt{5}}$.

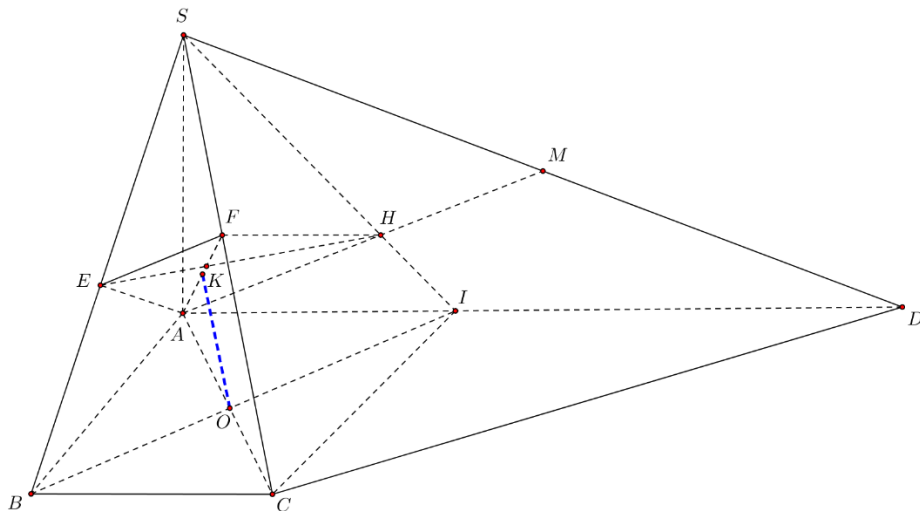
C. $V = \frac{\pi a^3}{\sqrt{5}}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}$.

Lời giải

Tác giả : Đặng Ân, FB: Đặng Ân

Chọn D



Nhận xét: Tứ giác $ABCI$ là hình vuông. Dễ chứng minh $BC \perp (SAB)$ và $BI \perp SC$.

$$\begin{cases} EA \perp SB \\ EA \perp BC \end{cases} \Rightarrow EA \perp (SBC) \Rightarrow EA \perp SC.$$

$$\begin{cases} EA \perp SC \\ FA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AEF).$$

Trong tam giác vuông SAB có $\frac{SE}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3}{4}$.

Trong tam giác SAD có $\frac{HS}{HI} \cdot \frac{AI}{AD} \cdot \frac{MD}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{HS}{HI} = 3 \Rightarrow \frac{SH}{SI} = \frac{3}{4}$.

Trong tam giác SBI có $\frac{SE}{SB} = \frac{SH}{SI} = \frac{3}{4} \Rightarrow EH \parallel BI$. Do $BI \perp SC$ nên $EH \perp SC$.

Suy ra các điểm A, E, F, H cùng thuộc mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC .

Gọi K là trung điểm AF .

Vì $\begin{cases} EA \perp EF \\ AH \perp FH \end{cases} \Rightarrow K$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle EFH$.

$$\text{Ta có: } AF = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Suy ra bán kính đáy của khối nón là } R = \frac{1}{2}AF = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}.$$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCI$.

Do $\begin{cases} SC \perp (EFH) \\ OK // SC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (EFH) \Rightarrow O$ là đỉnh của khối nón.

$$\text{Chiều cao của khối nón là } h = \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 - AF^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 - \frac{6}{5}a^2} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}\right)^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $ABC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC , gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) , tính $\sin \varphi$ biết rằng $SB = a$.

A. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sin \varphi = \frac{1}{4}$.

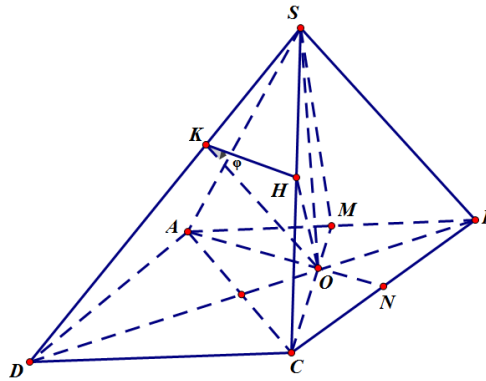
C. $\sin \varphi = \frac{1}{2}$.

D. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Mai Tiến Linh ; Fb: Mai Tiến Linh

Chọn D



Cách 1:

• Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC . Dựng đường thẳng d qua O và $d // SB$, d cắt SD tại K . Khi đó góc giữa SB và (SCD) chính là góc giữa OK và (SCD) .

• Vì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD$.

Ta lại có: $\triangle ABC$ đều ($\triangle ABC$ cân tại B và $BAC = 60^\circ$).

$$\Rightarrow AB \perp CO \Rightarrow CD \perp CO$$

$$\Rightarrow CD \perp (SCO) \Rightarrow (SCD) \perp (SCO).$$

Gọi H là hình chiếu của O trên SC , khi đó ta có:

$$\left. \begin{matrix} OH \perp SC \\ OH \perp CD \end{matrix} \right\} \Rightarrow OH \perp (SCD). \text{ Do đó góc giữa } SB \text{ và mặt phẳng } (SCD) \text{ là: } \angle OKH = \varphi.$$

$$\text{Ta có: } \sin \varphi = \sin \angle OKH = \frac{OH}{OK}.$$

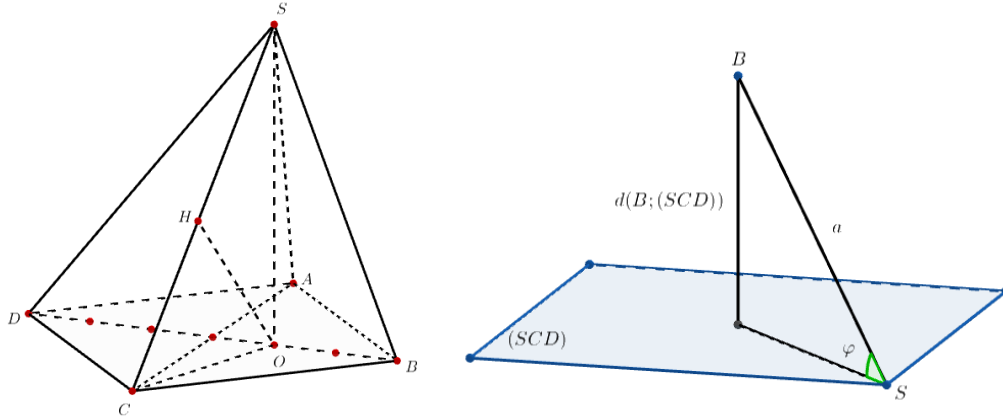
• Tứ diện $S.ABC$ là tứ diện đều cạnh a nên ta tính được:

$$OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SO = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Vì } OK \parallel SB \Rightarrow \frac{OK}{SB} = \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3} \Rightarrow OK = \frac{2}{3}SB = \frac{2}{3}a.$$

$$\text{Vậy: } \sin \varphi = \frac{OH}{OK} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Cách 2:



Trước hết ta chứng minh được $\sin(SB; (SCD)) = \frac{d(B, (SCD))}{SB}$ (như hình trên).

Gọi O là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó ta có $CO \perp CD$.

Dựng $OH \perp SC$ suy ra $OH \perp (SCD)$. Ta tính được $OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SO = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Khi đó $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}d(O, (SCD)) = \frac{3}{2}OH = \frac{3}{2} \frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $\sin(SB; (SCD)) = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hết.