



Câu 1. Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 7 quả cầu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, hộp thứ hai chứa 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh. Lấy ngẫu nhiên từ một hộp 1 quả cầu. Xác suất sao cho hai quả lấy ra cùng màu đỏ.

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 41 học sinh?

- A. A_{41}^2 . B. 41^2 . C. 2^{41} . D. C_{41}^2 .

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{1; 2\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

- A. $y' = \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})^2}$. B. $y' = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$. C. $y' = \frac{-5}{(e^x - e^{-x})^2}$. D. $y' = e^x - e^{-x}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ đề các vuông góc Oxy, Cho đường thẳng d: $x - y + 1 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d mà qua đó ta kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C) tại A và B sao cho góc AMB bằng 60° .

- A. $M_1(3; 4)$ và $M_2(-3; 4)$. B. $M_1(-3; -2)$ và $M_2(4; 3)$.
C. $M_1(-3; 2)$ và $M_2(-3; 4)$. D. $M_1(3; 4)$ và $M_2(-3; -2)$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4x^2 + \frac{1}{x} - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. $\frac{29}{2}$. B. 1. C. 3. D. Không tồn tại.

Câu 7. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, các mặt bên (SAB), (SAD) vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° , $BC = a$. Khoảng cách giữa AB và SC bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $2\sqrt{\frac{3}{13}}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2\sqrt{\frac{3}{5}}a$.

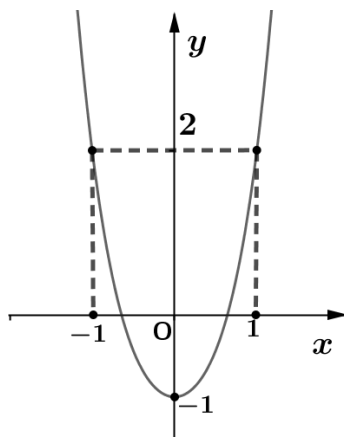
Câu 8. Phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Câu 9. Một khối trụ có bán kính bằng 2 cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ.

- A. $32\pi \text{ cm}^3$. B. $8\pi \text{ cm}^3$. C. $4\pi \text{ cm}^3$. D. $16\pi \text{ cm}^3$.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^2 - 1$.

Câu 11. $\int \sin x \cos x dx$ bằng

- A. $\frac{\cos 2x}{4} + C$ B. $-\frac{\sin^2 x}{2} + C$ C. $\frac{\sin^2 x}{2} + C$ D. $\frac{\cos^2 x}{2} + C$

Câu 12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+19n}{18n+19}$ bằng

- A. $\frac{19}{18}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $+\infty$ D. $\frac{1}{19}$

Câu 13. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là

- A. $(5; -3)$ B. $(6; 1)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ D. $(-5; 3)$.

Câu 14. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

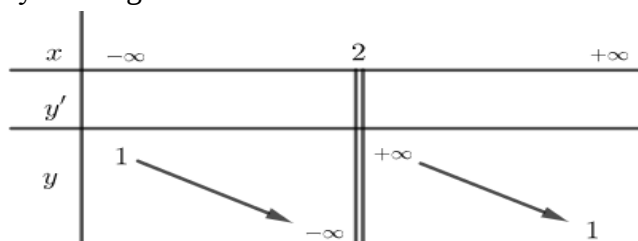
Câu 15. Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000 đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

- A. 0,8 %. B. 0,6 %. C. 0,7 %. D. 0,5 %.

Câu 16. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết rằng $\vec{u} + \vec{a} = \vec{0}$ và $\vec{a} = (1; -2; 1)$.

- A. $\vec{u} = (-3; -8; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 8)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$. D. $\vec{u} = (6; -4; -6)$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình:



A. $y = \frac{2x+3}{x-2}$. B. $y = \frac{x+3}{x-2}$. C. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

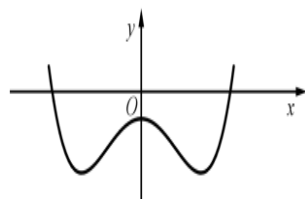
Câu 18. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$. B. $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$.
C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$. D. $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$.

Câu 19. Với a là số thực dương tùy ý khác 1, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. 3. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$ D. -3

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 21. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^4+9}+3}{x^2-2x}$ là

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng

A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

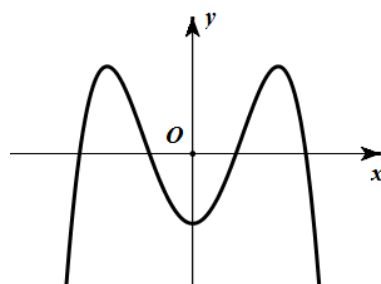
Câu 23. Giải phương trình: $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}$

A. $\{1-\sqrt{2}; 2+\sqrt{3}\}$. B. $\{1+\sqrt{2}; 2+\sqrt{3}\}$. C. $\{\sqrt{2}-1; 2-\sqrt{3}\}$. D. $\{\sqrt{2}-1; 2+\sqrt{3}\}$.

Câu 24. Cho khối chóp có đáy hình thoi cạnh a ($a > 0$) các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3\sqrt{2}}a^3$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. $AB = a$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 - 1$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2018.f(x) + 2019 = 0$ là



A. 4. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 26. Với điều kiện nào của m thì phương trình $(3m^2 - 4)x - 1 = m - x$ có nghiệm duy nhất?

A. $m \neq 1$. B. $m \neq -1$. C. $m \neq \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $m \neq \pm 1$.

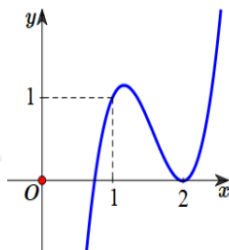
- Câu 27.** Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx$ bằng
- A. $b^3 - b^2a - b$. B. $b^3 + b^2a + b$. C. $b^3 - ba^2 - b$. D. $3b^2 - 2ab - 1$.
- Câu 28.** Mặt tiền của nhà văn hóa huyện Quỳnh Lưu có 17 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2 m. Trong số các cây đó có 3 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 14 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ đầu tư thuê nhân công để sơn các cây cột bằng loại sơn giả gỗ, biết giá thuê là 360.000 / m² (kể cả vật liệu sơn và phân thi công). Hỏi chủ đầu tư phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi \approx 3,14159$)
- A. ≈ 22990405 . B. ≈ 5473906 . C. ≈ 5473907 . D. ≈ 22990407 .
- Câu 29.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'CD)$.
- A. 90° . B. 120° . C. 60° . D. 45° .
- Câu 30.** Cho biểu thức $P = \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{10}$ với $x > 0$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu- ton P .
- A. 160. B. 200. C. 210. D. -210.
- Câu 31.** Phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $A = \{m; m^2; m^3\}$, phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm $B = \{2; m+2; 4m\}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị m để hai phương trình tương đương?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 32.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019m$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2020m^4$ (với m là tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 33.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 3]$ để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (m-9)x + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
- A. 9. B. 13. C. 8. D. 14.
- Câu 34.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x-1} + 5m^2 - 44 = 0$ có hai nghiệm đối nhau. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 35.** Đường thẳng $5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?
- A. 7,5. B. 5. C. 15. D. 3.
- Câu 36.** Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\log_{a^2+4b^2+1}(2a-8b) = 1$. Tính $P = \frac{a}{b}$ khi biểu thức $S = 4a + 6b - 5$ đạt giá trị lớn nhất.
- A. $\frac{8}{5}$. B. $-\frac{13}{2}$. C. $-\frac{13}{4}$. D. $\frac{17}{44}$.
- Câu 37.** Xét các số thực với $a \neq 0, b > 0$ sao cho phương trình $ax^3 - x^2 + b = 0$ có ít nhất hai nghiệm thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức a^2b bằng
- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{4}{27}$. D. $\frac{4}{15}$.
- Câu 38.** Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh bên AA', CC' sao cho $MA = MA'; NC = 4NC'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Hỏi trong bốn khối tứ diện $GA'B'C', BB'MN, ABB'C'$ và $A'BCN$, khối tứ diện nào có thể tích nhỏ nhất?

- A. Khối $ABB'C'$. B. Khối $A'BCN$. C. Khối $BB'MN$. D. Khối $GA'B'C'$.

Câu 39. Biết hai hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$ và $g(x) = -x^3 + bx^2 - 3x + 1$ có chung ít nhất một điểm cực trị. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |a| + |b|$.

- A. $\sqrt{30}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $3 + \sqrt{6}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho hàm số bậc ba: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 41. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là $0, 1, m, n$. Tính $S = m^2 + n^2$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = 3$. D. $S = 2$.

Câu 42. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ và $F(0) = -\ln 2e$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 2$ là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2; 3\}$. C. $S = \{-2; 3\}$. D. $S = \{-3; 3\}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-4	-1	2	7	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(2x+1) + \frac{2}{3}x^3 - 8x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. D. $(-1; 7)$.

Câu 44. Giả sử vào cuối năm thì một đơn vị tiền tệ mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho sau n năm, đơn vị tiền tệ sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

- A. 16. B. 18. C. 20. D. 22.

Câu 45. Cho phương trình $16m^2x^3 + 16x + \sqrt{8x^3 + 2x + 2} = 2m^2 + 10$ (m là tham số). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình đã cho vô nghiệm.
B. Phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực.
C. Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.
D. Số nghiệm của phương trình phụ thuộc vào giá trị của tham số m .

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)^4(x+4)^3[x^2 + 2(m+3)x + 6m + 18]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

- A. 7. B. 5. C. 8. D. 6.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ (C), $y = x + m$ (d). Với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B. Giá trị nhỏ nhất của $T = k_1^{2020} + k_2^{2020}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 48. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N lần lượt di động trên các tia $AC, B'D'$ sao cho $AM + B'N = a\sqrt{2}$. Thể tích khối tứ diện $AMNB'$ có giá trị lớn nhất là

- A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 2, f(x) \neq 0, \forall x > 0$ và $(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$ với mọi $x > 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 50. Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau là

- A. $\frac{504}{59049}$. B. $\frac{7560}{59049}$. C. $\frac{1260}{59049}$. D. $\frac{12600}{59049}$.

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THPT QUỲNH LƯU – LẦN 1 – 2018-2019



Câu 1. Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 7 quả cầu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, hộp thứ hai chứa 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh. Lấy ngẫu nhiên từ một hộp 1 quả cầu. Xác suất sao cho hai quả lấy ra cùng màu đỏ.

A. $\frac{7}{20}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Châu Vinh; Fb: Vinh Châu Nguyễn

Chọn A

Gọi T là phép thử lấy mỗi hộp ra một quả. Số phần tử của không gian mẫu trong phép thử T là $n(\Omega_T) = C_{12}^1 \cdot C_{10}^1 = 120$.

Gọi A là biến cố hai quả lấy ra từ mỗi hộp đều là màu đỏ. Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_7^1 \cdot C_6^1 = 42$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42}{120} = \frac{7}{20}$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 41 học sinh?

A. A_{41}^2 .

B. 41^2 .

C. 2^{41} .

D. C_{41}^2 .

Tác giả: Nguyễn Châu Vinh ; Fb: Vinh Châu Nguyễn

Chọn D

Số cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 41 học sinh là số tổ hợp chập 2 của 41, tức có C_{41}^2 cách chọn.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0$ là

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{1; 2\}$.

D. $S = \{2\}$.

Lời giải

Tác giả: ĐẶNG DUY HÙNG; Fb: Duy Hùng

Chọn D

Điều kiện: $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

$\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}=0 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$. Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

A. $y' = \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})^2}$.

B. $y' = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$.

C. $y' = \frac{-5}{(e^x - e^{-x})^2}$.

D. $y' = e^x - e^{-x}$.

Lời giải

Tác giả: ĐẶNG DUY HÙNG; Fb: Duy Hùng

Chọn B

Ta có

$$y' = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x})}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{(e^x - e^{-x})^2 - (e^x + e^{-x})^2}{(e^x - e^{-x})^2}$$

$$= \frac{(-2e^x) \cdot (2e^{-x})}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}.$$

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, Cho đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d mà qua đó ta kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C) tại A và B sao cho góc AMB bằng 60° .

A. $M_1(3; 4)$ và $M_2(-3; 4)$.

B. $M_1(-3; -2)$ và $M_2(4; 3)$.

C. $M_1(-3; 2)$ và $M_2(-3; 4)$.

D. $M_1(3; 4)$ và $M_2(-3; -2)$.

Lời giải

Tác giả: Lê Như Quân ; Fb: Lê Như Quân

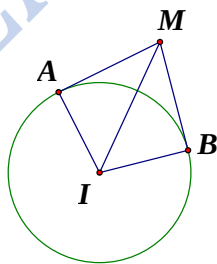
Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$

Do góc $AMB = 60^\circ$ nên $AMI = 30^\circ \Rightarrow IM = 2AI = 2\sqrt{5}$

Do $M \in d$ nên $M(m; m+1)$

$IM = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow IM^2 = 20 \Leftrightarrow (m+1)^2 + (m-1)^2 = 20 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$ Từ đó ta được các điểm cần tìm: $M_1(3; 4)$ và $M_2(-3; -2)$



Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4x^2 + \frac{1}{x} - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $\frac{29}{2}$.

B. 1.

C. 3.

D. Không tồn tại.

Lời giải

Tác giả: Lê Như Quân ; Fb: Lê Như Quân

Chọn D

Vì $0 \in [-1; 2]$ và $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \end{cases}$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 2]$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, các mặt bên (SAB) , (SAD) vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° , $BC = a$. Khoảng cách giữa AB và SC bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. $2\sqrt{\frac{3}{13}}a$.

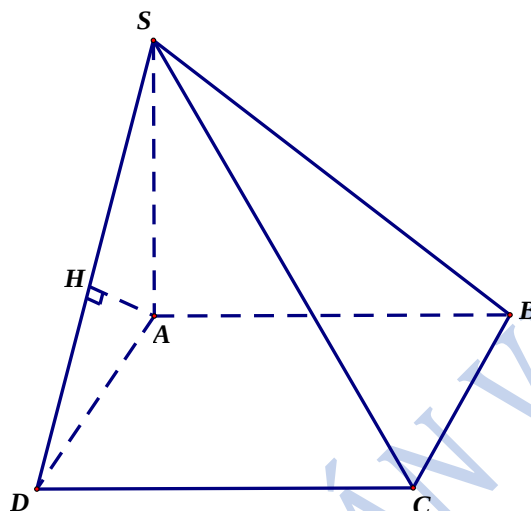
C. $\frac{a}{2}$.

D. $2\sqrt{\frac{3}{5}}a$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Anh; Fb: Lan Anh Le

Chọn A



Các mặt bên (SAB) , (SAD) vuông góc với đáy $\Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Ta lại có $\left. \begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ (1)

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD \perp CD$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra góc giữa mặt bên (SCD) và đáy là góc giữa AD và SD

$$\Rightarrow \angle ADS = 60^\circ \quad SA = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Kẻ $AH \perp SD$ (3). Từ $CD \perp (SAD) \Rightarrow SD \perp AH$ (4)

Từ (3) và (4) ta suy ra $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8. Phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = 3$.

Chọn B

Ta có $3^x \cdot 2^{x+1} = 72 \Leftrightarrow 3^x \cdot 2^x \cdot 2 = 72 \Leftrightarrow 6^x = 36 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

Câu 9. Một khối trụ có bán kính bằng 2 cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ.

A. $32\pi \text{ cm}^3$.

B. $8\pi \text{ cm}^3$.

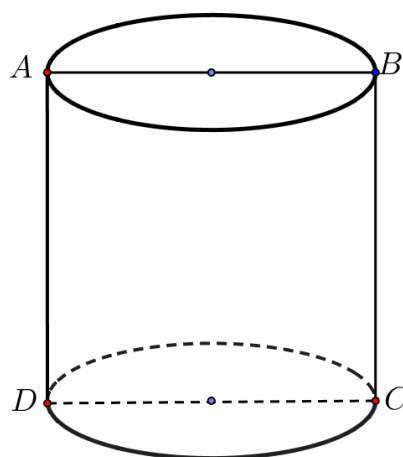
C. $4\pi \text{ cm}^3$.

D. $16\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Ngọc Thúy ; Fb: Lê Thị Ngọc Thúy

Chọn D

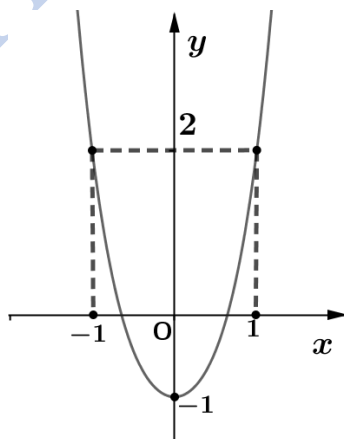


Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có $R = 2 \text{ cm} \Rightarrow h = AD = 4 \text{ cm}$.

Suy ra thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 4 \cdot 4 = 16\pi \text{ cm}^3$.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = x^2 - 1$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Ngọc Thúy ; Fb: Lê Thị Ngọc Thúy

Chọn C

Từ đồ thị và giả thiết suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc 4 hoặc bậc 2 nên loại phương án A. Đồ thị đi qua điểm $A(1; 2)$ nên chọn đáp án C.

Câu 11. $\int \sin x \cos x dx$ bằng

A. $\frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $-\frac{\sin^2 x}{2} + C.$

C. $\frac{\sin^2 x}{2} + C.$

D. $\frac{\cos^2 x}{2} + C.$

Lời giải

Tác giả: vũ nam sơn ; Fb: vũ nam sơn

Chọn C

Cách 1: $\int \sin x \cos x dx = \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C = \frac{2\sin^2 x - 1}{4} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$

Cách 2: $\int \sin x \cos x dx = \int \sin x \cdot (\sin x)' dx = \int \sin x d \sin x = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$

Cách 3: $\int \sin x \cos x dx = \int \cos x \cdot (-\cos x)' d \cos x = \int -\cos x \cdot (\cos x)' dx = \int -\cos x d \cos x = -\frac{\cos^2 x}{2} + C = \frac{\sin^2 x - 1}{2} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$

Câu 12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+19n}{18n+19}$ bằng

A. $\frac{19}{18}$.

B. $\frac{1}{18}.$

C. $+\infty.$

D. $\frac{1}{19}.$

Lời giải

Tác giả: vũ nam sơn ; Fb: vũ nam sơn

Chọn A

Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+19n}{18n+19} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{19 + \frac{1}{n}}{18 + \frac{19}{n}} = \frac{19}{18}.$

Câu 13. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là

A. $(5; -3)$

B. $(6; 1)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$

D. $(-5; 3).$

Lời giải

Tác giả: Trịnh Văn Đạt; Fb: Trịnh Văn Đạt

Chọn B

Δ có VTCP $\vec{u} = \left(-\frac{1}{2}; 3\right) = \frac{1}{2}(-1; 6)$ nên có một VTPT $\vec{n} = (6; 1).$

Câu 14. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m = 2.$

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $1 < m < 2.$

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}.$

Lời giải

Tác giả: Trịnh Văn Đạt; Fb: Trịnh Văn Đạt

Chọn B

$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0 \Rightarrow a = m; b = 2(m-2); c = 6 - m.$

(1) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}.$

Câu 15. Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000 đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

A. 0,8 %.

B. 0,6 %.

C. 0,7 %.

D. 0,5 %.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Minh Đăng ; Fb: Johnson Do

Chọn C

Gọi r là lãi suất tiền gửi của ngân hàng theo tháng. T_0, T lần lượt là số tiền gửi ban đầu và số tiền sau $n = 9$ tháng. Áp dụng công thức lãi kép ta có

$$T = T_0(1+r)^n \Leftrightarrow 61758000 = 58000000(1+r)^9 \Leftrightarrow r = \sqrt[9]{\frac{61758000}{58000000}} - 1 \approx 7.10^{-3} = 0,7\%.$$

Câu 16. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết rằng $\vec{u} + \vec{a} = \vec{0}$ và $\vec{a} = (1; -2; 1)$.

A. $\vec{u} = (-3; -8; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 8)$. **C. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.** D. $\vec{u} = (6; -4; -6)$.

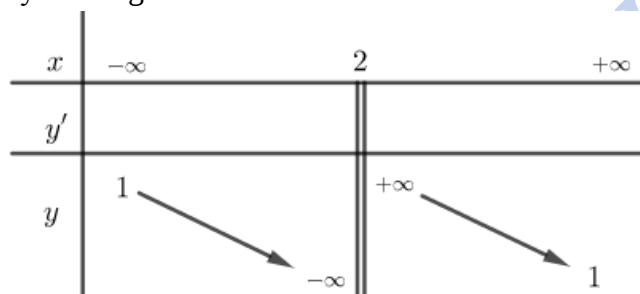
Lời giải

Tác giả: Đỗ Minh Đăng; Fb: Johnson Do

Chọn C

Ta có $\vec{u} + \vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = -\vec{a} = (-1; 2; -1)$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên:



A. $y = \frac{2x+3}{x-2}$. **B. $y = \frac{x+3}{x-2}$.** C. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Tác giả: Hồ Thị Hoa Mai ; Fb: Hồ Thị Hoa Mai

Chọn B

Đặt $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ là hàm số cần tìm.

Tập xác định của y : $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow \text{Loại A, C.}$$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $\Rightarrow ad - bc < 0 \Rightarrow$ chọn B.

Câu 18. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$. B. $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$.
C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$. D. $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$.

Lời giải

Tác giả: Hồ Thị Hoa Mai ; Fb: Hồ Thị Hoa Mai

Chọn C

Ta có: $\int f(x)dx = \int (\sqrt{3x+2})dx = \int (3x+2)^{\frac{1}{2}}dx = \frac{(3x+2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \cdot \frac{1}{3} + C = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

Câu 19. Với a là số thực dương tùy ý khác 1, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng:

- A. 3. B. $-\frac{1}{3}.$ **C. $\frac{1}{3}$** D. -3

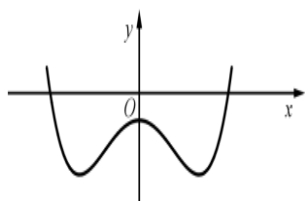
Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Mai Sơn ; Fb: Maison Pham

Chọn C

Theo tính chất của logarit $\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1 **B. 3** C. 4 D. 2

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Mai Sơn ; Fb: Maison Pham

Chọn B

Hàm số có 2 điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên số điểm cực trị là 3.

Câu 21. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^4 + 9} + 3}{x^2 - 2x}$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. **D. 3.**

Lời giải

Tác giả: Hà Khánh Huyền; Fb: Hà Khánh Huyền

Chọn D

Ta có

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^4 + 9} + 3}{x^2 - 2x}$ có 3 đường tiệm cận.

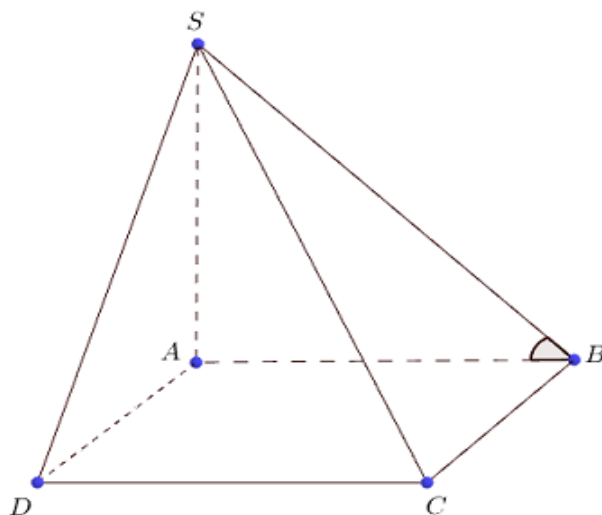
Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng

- A. 90° . **B. 60° .** C. 45° . D. 30° .

Lời giải

Tác giả: Hà Khánh Huyền ; Fb: Hà Khánh Huyền

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$.

Mặt khác, theo giả thiết $AB \perp BC$. Do đó $BC \perp (SAB)$ nên $SB \perp BC$.

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc SBA .

$$\text{Ta có } \cos SBA = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow SBA = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° .

Câu 23. Giải phương trình: $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x + 5}$

A. $\{1 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{3}\}$. **B.** $\{1 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{3}\}$. **C.** $\{\sqrt{2} - 1; 2 - \sqrt{3}\}$. **D.** $\{\sqrt{2} - 1; 2 + \sqrt{3}\}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Minh Nhựt; **Fb:** Trần Minh Nhựt

Chọn A

$$2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x + 5} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6x - 1 \geq 0 \\ 4x^4 + 36x^2 + 1 - 24x^3 - 4x^2 + 12x = 4x + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6x - 1 \geq 0 \\ x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6x - 1 \geq 0 \\ (x^2 - 2x - 1)(x^2 - 4x + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6x - 1 \geq 0 \\ \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{3} \\ x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

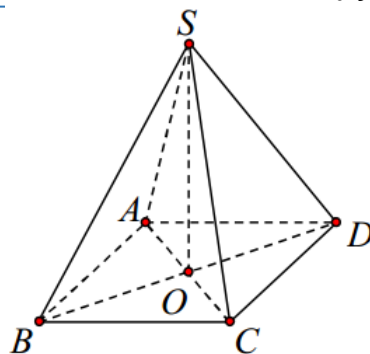
Câu 24. Cho khối chóp có đáy hình thoi cạnh a ($a > 0$) các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{1}{3\sqrt{2}}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $AB = a$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}a^3$.

Lời giải

Tác giả: Trần Minh Nhựt ; **Fb:** Trần Minh Nhựt

Chọn A

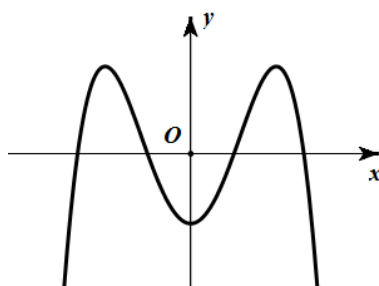


Từ giả thiết đề bài suy ra $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khi đó: $S_{ABCD} = a^2$.

Ta có: $\angle SDO = 45^\circ$. Do đó: $\triangle SDO$ vuông cân tại $O \Rightarrow SO = DO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{3\sqrt{2}} a^3.$$

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 - 1$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2018 \cdot f(x) + 2019 = 0$ là



A. 4.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Lưu Liên; Fb: Lưu Liên

Chọn D

Dựa vào giả thiết và đồ thị ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là -1 .

$$\text{Ta có } 2018 \cdot f(x) + 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2019}{2018}.$$

Từ đồ thị hàm số ta suy ra số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$; $y = \frac{2019}{2018}$ có 2 điểm chung nên phương trình $2018 \cdot f(x) - 2019 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 26. Với điều kiện nào của m thì phương trình $(3m^2 - 4)x - 1 = m - x$ có nghiệm duy nhất?

A. $m \neq 1$.

B. $m \neq -1$.

C. $m \neq \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. $m \neq \pm 1$.

Lời giải

Tác giả: Lưu Liên ; Fb: Lưu Liên

Chọn D

$$(3m^2 - 4)x - 1 = m - x \Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x = m + 1.$$

Phương trình $(3m^2 - 4)x - 1 = m - x$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Câu 27. Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

A. $b^3 - b^2a - b$.

B. $b^3 + b^2a + b$.

C. $b^3 - ba^2 - b$.

D. $3b^2 - 2ab - 1$.

Lời giải

Tác giả: Trịnh Ba ; Fb: trịnh.ba.180

Chọn A

$$\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx = \left(x^3 - ax^2 - x \right) \Big|_0^b = b^3 - ab^2 - b.$$

Câu 28. Mặt tiền của nhà văn hóa huyện Quỳnh Lưu có 17 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2 m. Trong số các cây đó có 3 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 14 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ đầu tư thuê nhân công để sơn các cây cột bằng loại sơn giả gỗ, biết giá thuê là 360.000 / m² (kể cả vật liệu sơn và phần thi công). **Hỏi chủ đầu tư phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó** (đơn vị đồng)? (lấy $\pi \approx 3,14159$)

A. ≈ 22990405 .

B. ≈ 5473906 .

C. ≈ 5473907 .

D. ≈ 22990407 .

Lời giải

Tác giả: Trịnh Ba ; Fb:trinh.ba.180

Chọn D Cần sửa đề bài thành: Chủ đầu tư phải chi bao nhiêu tiền

Tổng diện tích bề mặt 17 cây cột là

$$S = 3.2\pi.0,2.4,2 + 14.2\pi.0,13.4,2 \approx 2\pi.10,164 \approx 63,86224152 (m^2).$$

Số tiền chủ đầu tư phải bỏ ra ít nhất để sơn cột là $63,86224152.360000 \approx 22990407$ (đồng).

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'CD)$.

A. 90° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

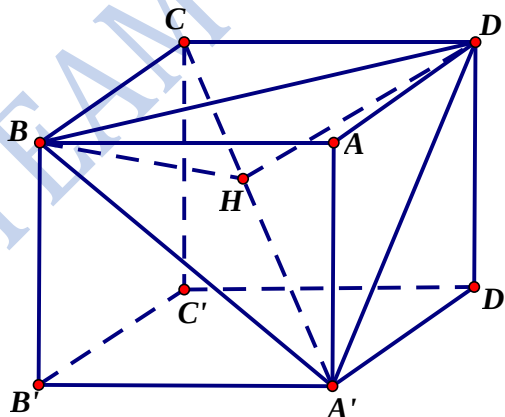
Tác giả: Nguyễn Thị Minh Phương ; Fb: Minh Phương

Chọn C

Cách 1:

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O trùng với A' , các đỉnh $B'; D'; A$ lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz .

Không mất tính tổng quát giả sử hình lập phương có cạnh 1.



Khi đó $A' = (0; 0; 0), B' = (1; 0; 0), D' = (0; 1; 0), A = (0; 0; 1), B = (1; 0; 1), D = (0; 1; 1), C = (1; 1; 1)$

$\overrightarrow{A'D} = (0; 1; 1), \overrightarrow{A'C} = (1; 1; 1), \overrightarrow{A'B} = (1; 0; 1).$

Vecto pháp tuyến của mp $(A'CD)$: $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{A'C}] = (0; 1; -1).$

Vecto pháp tuyến của mp $(A'BC)$: $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}] = (1; 0; -1).$

Khi đó $\cos((A'DC), (A'BC)) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{1}{2}.$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'CD)$ là: 60° .

Cách 2:

Dễ thấy $A'C \perp (AB'D') \Rightarrow \begin{cases} A'C \perp AB' \\ A'C \perp AD' \end{cases}$; Mà $(AB'; AD') = 60^\circ$.

Cách 3:

Hai tam giác vuông $\Delta A'BC = \Delta A'DC$. Dựng các đường cao BH, DH .

Suy ra: $\cos((A'DC), (A'BC)) = |\cos BHD| = \frac{1}{2}$.

Câu 30. Cho biểu thức $P = \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{10}$ với $x > 0$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức

Niuton P .

A. 160.

B. 200.

C. 210.

D. -210.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Minh Phương ; Fb: Minh Phương

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển $C_{10}^k \cdot (\sqrt[3]{x})^{10-k} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{x}} \right)^k = C_{10}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{\frac{10-k}{3} - \frac{k}{2}}, (0 \leq k \leq 10, k \in \mathbb{Z})$.

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn: $\frac{10-k}{3} - \frac{k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy số hạng không chứa x cần tìm: $C_{10}^4 \cdot (-1)^4 = 210$.

Câu 31. Phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $A = \{m; m^2; m^3\}$, phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm $B = \{2; m+2; 4m\}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị m để hai phương trình tương đương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Tác giả: Lương Thị Hương Liễu; Fb: Lương Hương Liễu.

Chọn C

Hai phương trình $f(x) = 0, g(x) = 0$ tương đương khi chúng có cùng tập nghiệm. Tức là $A = B$

+/ TH1: $m = 2$. Khi đó $A = \{2; 4; 8\}, B = \{2; 4; 8\}$. Vậy hai phương trình đã cho tương đương.

Suy ra $m = 2$ thỏa.

+/ TH2: $m = m + 2$ không tồn tại m thỏa mãn.

+/ TH3: $m = 4m \Leftrightarrow m = 0$. Khi đó $A = \{0\}, B = \{2; 0\}$. Suy ra hai tập nghiệm không bằng nhau. Loại $m = 0$.

Vậy có một giá trị của m để hai phương trình trên tương đương.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019m, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2020m^4$ (với m là tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Tác giả: Bàn Thị Thiết; Fb: Bàn Thị Thiết

Chọn B

Để hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang điều kiện cần và đủ là

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a \in \mathbf{R} \Rightarrow 2020m^4 = 2019m \Leftrightarrow m(2020m^3 - 2019) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{\frac{2019}{2020}} \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn để hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một tiệm cận ngang

Câu 33. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 3]$ để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (m-9)x + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 9.

B. 13.

C. 8.

D. 14.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tĩnh; Fb: Duongtinhnghuyen

Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 - 12x + m - 9$, để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0 \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow -3x^2 - 12x + m - 9 \leq 0 \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 + 12x + 9 \forall x \in (-\infty; -1)$
 Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 12x + 9$ có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-2	-1
$f(x)$	$+\infty$	-3	0

Từ bảng biến thiên ta suy ra $m \leq -3$

Mặt khác $m \in [-10; 3] \Rightarrow m \in [-10; -3]$, do m là số nguyên nên có 8 giá trị.

- Câu 34.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x-1} + 5m^2 - 44 = 0$ có hai nghiệm đối nhau. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Tác giả: PhongHuynh ; Fb: PhongHuynh

Chọn B

$$16^x - m \cdot 4^{x-1} + 5m^2 - 44 = 0 \Leftrightarrow (4^x)^2 - \frac{m}{4} \cdot 4^x + 5m^2 - 44 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(4^x)^2 - m \cdot 4^x + 20m^2 - 176 = 0, (1).$$

Đặt $t = 4^x$ điều kiện $t > 0$ từ (1) ta có $4t^2 - m \cdot t + 20m^2 - 176 = 0, (*)$.

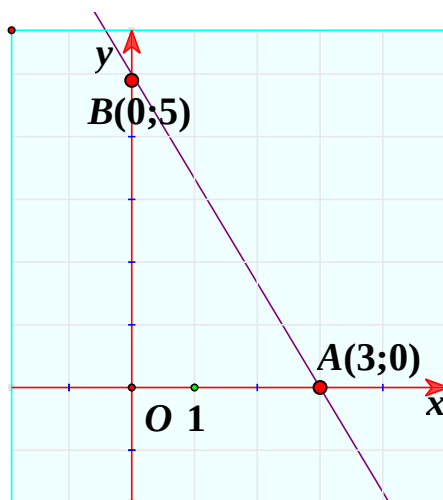
Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau $x_1; x_2$ thì $x_1 + x_2 = 0$ khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm dương $t_1; t_2$ thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 1$. Nhưng vì phương trình (*) có $\frac{c}{a} = -\frac{176}{4} = -44 < 0$ nên không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 35.** Đường thẳng $5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu:
A. 7,5. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 3.

Lời giải

Tác giả: Đình Gấm ; Fb: đình gấm

Chọn A



Cách 1: Giao điểm của đường thẳng d với trục Ox , Oy lần lượt là: $A(3;0)$, $B(0;5)$.

Diện tích cần tính là: $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7,5$.

Cách 2: Dễ thấy pt có dạng: $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$. Suy ra: $A(3;0)$, $B(0;5)$. Diện tích cần tính là:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7,5.$$

Câu 36. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\log_{a^2+4b^2+1}(2a-8b)=1$. Tính $P = \frac{a}{b}$ khi biểu thức $S = 4a + 6b - 5$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{8}{5}$.

B. $-\frac{13}{2}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $\frac{17}{44}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Diệp ; Fb: Ngocdiep Nguyen

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} a > 4b \\ a^2 + 4b^2 \neq 0 \end{cases} (*)$

$$\log_{a^2+4b^2+1}(2a-8b)=1 \Leftrightarrow 2a-8b=a^2+4b^2+1 \Leftrightarrow (a-1)^2+4(b+1)^2=4.$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki: $[4 \cdot (a-1) + 3 \cdot 2(b+1)]^2 \leq (4^2+3^2)[(a-1)^2+4(b+1)^2]$.

$$\Leftrightarrow (4a+6b+2)^2 \leq 25 \cdot 4 \Leftrightarrow -10 \leq 4a+6b+2 \leq 10 \Rightarrow S = 4a+6b-5 \leq 3.$$

S đạt giá trị lớn nhất bằng 3 khi và chỉ khi $\begin{cases} 3(a-1)=4 \cdot 2(b+1) \\ 4a+6b+2=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{13}{5} \\ b=-\frac{2}{5} \end{cases}$ (thỏa mãn (*)).

Vậy $P = \frac{a}{b} = -\frac{13}{2}$.

Câu 37. Xét các số thực với $a \neq 0, b > 0$ sao cho phương trình $ax^3 - x^2 + b = 0$ có ít nhất hai nghiệm thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức a^2b bằng:

A. $\frac{15}{4}$.

B. $\frac{27}{4}$.

C. $\frac{4}{27}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Minh Thắng ; Fb: Thắng Minh Nguyễn

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = ax^3 - x^2 + b$ ($x \in \mathbb{R}$).

$$f'(x) = 3ax^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=b \\ x=\frac{2}{3a} \Rightarrow y=b-\frac{4}{27a^2} \end{cases}$$

Để phương trình $ax^3 - x^2 + b = 0$ có ít nhất 2 nghiệm thực khi và chỉ khi

$$y_{CD} \cdot y_{CT} \leq 0 \Leftrightarrow b \left(b - \frac{4}{27a^2} \right) \leq 0 \Leftrightarrow b - \frac{4}{27a^2} \leq 0 \Leftrightarrow a^2b - \frac{4}{27} \leq 0 \Leftrightarrow a^2b \leq \frac{4}{27}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức a^2b bằng $\frac{4}{27}$.

Câu 38. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh bên AA', CC' sao cho $MA = MA'; NC = 4NC'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Hỏi trong bốn khối tứ diện $GA'B'C', BB'MN, ABB'C'$ và $A'BCN$, khối tứ diện nào có thể tích nhỏ nhất?

A. Khối $ABB'C'$.

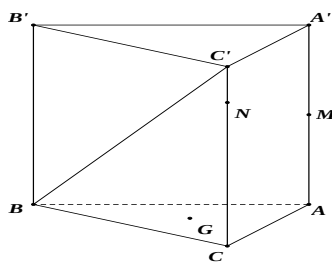
B. Khối $A'BCN$.

C. Khối $BB'MN$.

D. Khối $GA'B'C'$.

Lời giải

Chọn B



Ta có

$$V_{GA'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$V_{BB'MN} = V_{A'BB'N} = \frac{1}{2} V_{A'BCB'C'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$V_{ABB'C'} = \frac{1}{2} V_{ABCB'C'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$V_{A'BCN} = \frac{2}{5} V_{A'BCB'C'} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'} = \frac{4}{15} V_{ABCA'B'C'}$$

Do đó thể tích của khối $A'BCN$ nhỏ nhất.

Câu 39. Biết hai hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$ và $g(x) = -x^3 + bx^2 - 3x + 1$ có chung ít nhất một điểm cực trị. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |a| + |b|$

A. $\sqrt{30}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $3 + \sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 2$. Hàm số $y = f(x)$ có cực trị khi:

$$a^2 - 6 > 0 \Leftrightarrow a < -\sqrt{6} \vee a > \sqrt{6} \quad (1).$$

$$g'(x) = -3x^2 + 2bx - 3. \text{ Hàm số } y = g(x) \text{ có cực trị khi } b^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow b < -3 \vee b > 3 \quad (2).$$

Giả sử x_0 là điểm cực trị của cả hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x_0^2 + 2ax_0 + 2 = 0 \\ -3x_0^2 + 2bx_0 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{2x_0} \\ b = \frac{3}{2} \left(x_0 + \frac{1}{x_0} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{x_0} - \frac{3}{2}x_0 \\ b = \frac{3}{2} \left(x_0 + \frac{1}{x_0} \right) \end{cases}$$

$$P = |a| + |b| = \left| \frac{1}{x_0} + \frac{3}{2}x_0 \right| + \left| \frac{3}{2} \left(x_0 + \frac{1}{x_0} \right) \right| \geq \left| \frac{5}{2x_0} + 3x_0 \right|$$

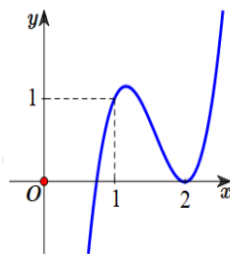
$$\Rightarrow P^2 = \frac{25}{4x_0^2} + 9x_0^2 + 15 \geq 2\sqrt{\frac{25}{4x_0^2} \cdot 9x_0^2} + 15 = 30 \Rightarrow P \geq \sqrt{30}$$

Dấu “=” xảy ra khi:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x_0} + \frac{3}{2}x_0 \right) \left(x_0 + \frac{1}{x_0} \right) > 0 \\ \frac{25}{4x_0^2} = 9x_0^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{x_0} + \frac{3}{2}x_0 \right) \left(x_0 + \frac{1}{x_0} \right) > 0 \\ x_0 = \pm \sqrt{\frac{5}{6}} \end{cases} \Rightarrow x_0 = \pm \sqrt{\frac{5}{6}}$$

Với hai giá trị x_0 , ta tìm được hai cặp giá trị a, b thỏa (1) và (2). Vậy $\min P = \sqrt{30}$.

Câu 40: Cho hàm số bậc ba: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 5

B. 4

C. 6

D. 3

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Chi Mai ; Fb: chi mai

Chọn D

Điều kiện $x \geq 1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) = a(x-a')(x-2)^2$ với $a' \in (0;1)$ và $f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = b' \in (1;2) \\ x = c' > 2 \end{cases}$.

Do đó $f^2(x) - f(x) = a(x-a')(x-2)^2(x-1)(x-b')(x-c')$.

Do đó: $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-a')(x-2)(x-b')(x-c')}$.

Do điều kiện $x \geq 1$ nên đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 41. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là $0, 1, m, n$.

Tính $S = m^2 + n^2$.

A. $S = 1$.

B. $S = 0$.

C. $S = 3$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Tác giả: Lê Tuấn Duy ; Fb: Lê Tuấn Duy

Chọn C

Gọi phương trình đường thẳng là $d: y = ax + b$.

Theo đề ta có $0, 1, m, n$ là các nghiệm của phương trình: $x^4 - 2x^2 - ax - b = 0$ (1).

Vì $x=0, x=1$ là nghiệm của phương trình (1) nên ta có: $\begin{cases} b = 0 \\ a + b = -1 \end{cases}$

Khi đó phương trình (1) trở thành: $x^4 - 2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x^2 + x - 1) = 0$.

Dễ thấy m, n là nghiệm của phương trình: $x^2 + x - 1 = 0$.

$S = m^2 + n^2 = (m+n)^2 - 2mn = (-1)^2 + 2 = 3$.

Câu 42. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ và $F(0) = -\ln 2e$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 2$ là:

A. $S = \{3\}$.

B. $S = \{2; 3\}$.

C. $S = \{-2; 3\}$.

D. $S = \{-3; 3\}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Tuấn Duy ; Fb: Lê Tuấn Duy

Chọn A

Ta có $I = \int f(x) dx = \int \frac{1}{e^x + 1} dx = \int \frac{e^x}{e^x(e^x + 1)} dx$.

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. $I = \int \frac{dt}{t(t+1)} = \int \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) dt = \ln t - \ln(t+1) + C = \ln e^x - \ln(e^x + 1) + C$.

Khi đó: $F(x) = \ln e^x - \ln(e^x + 1) + C$, $F(0) = -\ln 2e \Leftrightarrow -\ln 2 + C = -\ln 2 - 1 \Leftrightarrow C = -1$

Do đó: $F(x) = \ln e^x - \ln(e^x + 1) - 1$.

$F(x) + \ln(e^x + 1) = 2 \Leftrightarrow \ln e^x - \ln(e^x + 1) - 1 + \ln(e^x + 1) = 2 \Leftrightarrow \ln e^x = 3 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-4		-1		2		7		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(2x+1) + \frac{2}{3}x^3 - 8x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

D. $(-1; 7)$.

Lời giải

Tác giả: Lê Tú Anh ; Fb: Tú Tam Tạng

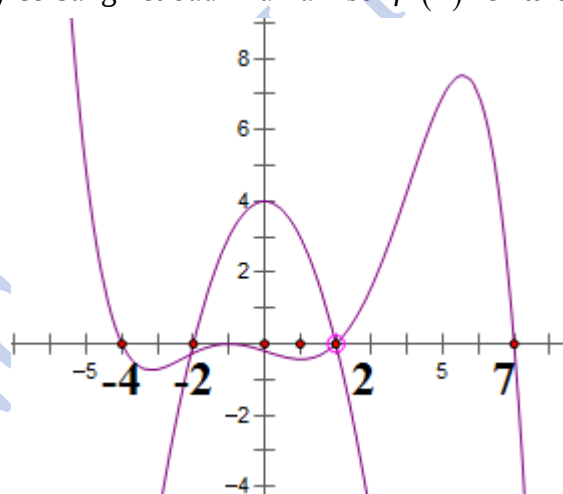
Chọn C

$g(x) = f(2x+1) + \frac{2}{3}x^3 - 8x + 2019$.

$g'(x) = 2f'(2x+1) + 2x^2 - 8$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x+1) = 4 - x^2$ (1).

Hàm số $f'(2x+1)$ có bảng xét dấu như hàm số $f'(x)$ nên ta có:



(1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = x_1 \quad (-4 < x_1 < -2) \\ 2x+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{x_1 - 1}{2} \quad \left(-\frac{5}{2} < x < -\frac{3}{2}\right) \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$\frac{x_1 - 1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	+

Câu 44. Giả sử vào cuối năm thì một đơn vị tiền tệ mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho sau n năm, đơn vị tiền tệ sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

A. 16.

B. 18.

C. 20.

D. 22.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thúy Ngân ; Fb: nguyenthithuy.ngan

Chọn D

Gọi x ($x > 0$) là giá trị tiền tệ lúc ban đầu. Theo đề bài sau 1 năm giá trị tiền tệ còn $0,9x$.

Cuối năm thứ nhất còn $0,9x$.

Cuối năm thứ hai còn $0,9 \cdot 0,9x = 0,9^2 x$.

.....

Cuối năm thứ n còn $0,9^n x$.

Theo đề bài, sau n năm đơn vị tiền tệ mất đi ít nhất 90% giá trị nó nên ta có

$0,9^n x \leq 0,1x \Leftrightarrow n > 21,86$. Mà n là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn nên $n = 22$

Câu 45. Cho phương trình $16m^2x^3 + 16x + \sqrt{8x^3 + 2x + 2} = 2m^2 + 10$ (m là tham số). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình đã cho vô nghiệm.

B. Phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực.

C. Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

D. Số nghiệm của phương trình phụ thuộc vào giá trị của tham số m .

Lời giải

Tác giả: Huỳnh Phú Quốc; Fb: Huỳnh Phú Quốc

Chọn B

Ta có $16m^2x^3 + 16x + \sqrt{8x^3 + 2x + 2} = 2m^2 + 10$

$\Leftrightarrow 16m^2x^3 + 16x + \sqrt{8x^3 + 2x + 2} - 2m^2 - 10 = 0$.

Điều kiện: $8x^3 + 2x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)(8x^2 - 4x + 4) \geq 0 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$.

Đặt: $f(x) = 16m^2x^3 + 16x + \sqrt{8x^3 + 2x + 2} - 2m^2 - 10$ với $x \geq -\frac{1}{2}$.

Khi đó: $f'(x) = 48m^2x^2 + 16 + \frac{12x^2 + 1}{\sqrt{8x^3 + 2x + 2}} > 0, \forall x > -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{1}{2}$	$-\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	-18	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm với mọi x .

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)^4(x+4)^3[x^2 + 2(m+3)x + 6m+18]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

B. 7.

B. 5.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Tấn Minh Triết; Fb: Đoàn Minh Triết

Chọn C

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ (x+2)^4 = 0 \\ (x+4)^3 = 0 \\ x^2 + 2(m+3)x + 6m+18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = -4 \\ x^2 + 2(m+3)x + 6m+18 = 0 (*) \end{cases}$

Đề hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) vô nghiệm, có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có nghiệm là -4 .

Trường hợp 1. Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = 4m^2 + 24m + 36 - 24m - 72 = 4m^2 - 36 < 0$
 $\Leftrightarrow -3 < m < 3$
 $\Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

Trường hợp 2. Phương trình (*) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 4m^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \end{cases}$.

Trường hợp 3. Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Trong đó $x_1 = -4$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = 4m^2 - 36 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases}$.

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -4 + x_2 = -2m - 6 \\ P = x_1 \cdot x_2 = -4 \cdot x_2 = 6m + 18 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -2m - 2 \\ x_2 = -\frac{3}{2}m - \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2m - 2 = -\frac{3}{2}m - \frac{9}{2} \Leftrightarrow m = 5.$$

Vậy $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 5\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ (C), $y = x+m$ (d). Với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B. Giá trị nhỏ nhất của $T = k_1^{2020} + k_2^{2020}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Đặng Văn Long; Fb: Đặng Long

Chọn B

+ Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{-x+1}{2x-1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (*)$

+ Phương trình (*) có: $\Delta' = m^2 + 2(m+1) > 0, \forall m$ nên (d) luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,

B. Gọi a, b là các hoành độ giao điểm $\left(a \neq b \neq \frac{1}{2}\right)$. Khi đó ta có: $\begin{cases} a+b = -m \\ ab = -\frac{m+1}{2} \end{cases}$.

+ Khi đó:

$$\begin{aligned} T = k_1^{2020} + k_2^{2020} &= \frac{1}{(2a-1)^{4040}} + \frac{1}{(2b-1)^{4040}} \geq \frac{2}{[(2a-1)(2b-1)]^{2020}} \\ &= \frac{2}{[4ab - 2(a+b) + 1]^{2020}} = \frac{2}{[-2(m+1) + 2m + 1]^{2020}} = 2 \end{aligned}$$

+ Nhận xét: Giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi: $\begin{cases} (2a-1)^{2020} = (2b-1)^{2020} \\ a \neq b \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow a+b = 1 = -m \Leftrightarrow m = -1.$

Câu 48. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N lần lượt di động trên các tia $AC, B'D'$ sao cho $AM + B'N = a\sqrt{2}$. Thể tích khối tứ diện $AMNB'$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\frac{a^3}{12}$.

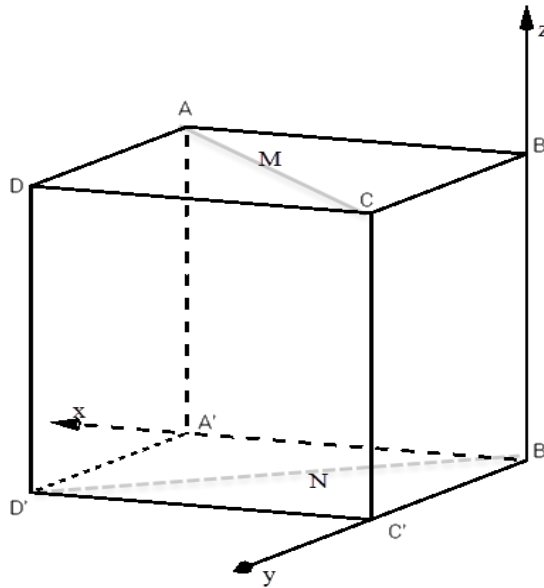
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó ta có: $B'(0;0;0)$, $B(0;0;a)$, $A(a;0;a)$, $C(0;a;a)$, $C'(0;a;0)$, $D'(a;a;0)$.

Giả sử $B'N = x, 0 \leq x \leq a\sqrt{2}$. Ta có: $\overrightarrow{B'N} = \frac{x}{a\sqrt{2}} \overrightarrow{B'D'} \Rightarrow N\left(\frac{x}{\sqrt{2}}; \frac{x}{\sqrt{2}}; 0\right)$.

Do $AM + B'N = a\sqrt{2}$ nên $AM = a\sqrt{2} - x$. Ta có: $\overrightarrow{AM} = \left(1 - \frac{x}{a\sqrt{2}}\right) \overrightarrow{AC} \Rightarrow M\left(\frac{x}{\sqrt{2}}; a - \frac{x}{\sqrt{2}}; a\right)$

$$V_{AMB'N} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{B'M}; \overrightarrow{B'N}] \cdot \overrightarrow{B'A} \right| = \frac{1}{6} |ax^2 - \sqrt{2}a^2x|, 0 \leq x \leq a\sqrt{2}.$$

$\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất của thể tích là $\frac{a^3}{12}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f(1)=2$, $f(x) \neq 0, \forall x > 0$ và $(x^2+1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2-1)$ với mọi $x > 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $-\frac{2}{5}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thanh Bảo ; Fb: Nguyễn Thanh Bảo

Chọn D

$$\text{Ta có } (x^2+1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2-1) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2} \quad \forall x \in [1;2] (*)$$

Lấy tích phân 2 vế (*) trên $[1;2]$ ta được

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx &= \int_1^2 \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2} dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} \Big|_1^2 = \int_1^2 \frac{1-\frac{1}{x^2}}{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2} dx \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} &= \int_1^2 \frac{d\left(x+\frac{1}{x}\right)}{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{\left(x+\frac{1}{x}\right)} \Big|_1^2 \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{2} &= -\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow f(2) = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Câu 50. Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau là:

- A. $\frac{504}{59049}$. B. $\frac{7560}{59049}$. C. $\frac{1260}{59049}$. **D. $\frac{12600}{59049}$.**

Lời giải

Tác giả: Đỗ Thị Huyền Trang ; Fb: Trang Đỗ

Chọn D

Không gian mẫu được mô tả là Ω : “Các số tự nhiên có 5 chữ số khác 0”.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9^5 = 59049$.

Gọi biến cố A : “Các số tự nhiên có 5 chữ số khác 0 trong đó chỉ có mặt ba chữ số khác nhau”.

Số cách chọn 3 chữ số phân biệt a, b, c từ 9 chữ số tự nhiên khác 0 là C_9^3 . Chọn 2 chữ số còn lại từ 3 chữ số đó, có 2 trường hợp sau:

TH1: Nếu cả 2 chữ số còn lại cùng bằng 1 trong 3 số a, b, c thì có 3 cách chọn. Mỗi hoán vị từ $5!$ hoán vị của 5 chữ số chẳng hạn a, a, a, b, c tạo ra một số tự nhiên; nhưng cứ $3!$ hoán vị của các vị trí mà a, a, a chiếm chỗ thì chỉ tạo ra cùng 1 số tự nhiên. Do đó, trong TH1 có tất cả $3 \cdot \frac{5!}{3!}$ số tự nhiên.

TH2: 1 trong 2 chữ số còn lại bằng 1 trong 3 chữ số a, b, c và chữ số kia bằng một chữ số khác trong 3 chữ số đó thì có 3 cách chọn. Mỗi hoán vị từ $5!$ hoán vị chẳng hạn a, a, b, b, c tạo ra một số tự nhiên nhưng cứ $2!$ cách hoán vị a và $2!$ cách hoán vị b mà vẫn cho ra cùng 1 số. Do đó, trong TH2 có tất cả: $3 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!}$ số tự nhiên.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = \left(3 \cdot \frac{5!}{3!} + 3 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!}\right) \cdot C_9^3 = 12600$.

Vậy xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12600}{59049}.$$

HẾT