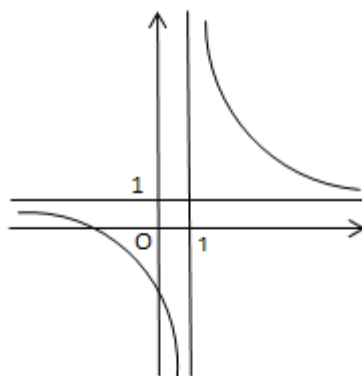




GIẢI CHI TIẾT ĐỀ CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 1-2018-2019

Bản quyền thuộc về tập thể các thầy cô
STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

- Câu 1.** Số nghiệm âm của phương trình $\log|x^2 - 3| = 0$ là
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. $3a^3$. **B.** a^3 . **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng
A. $\frac{3}{13}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $-\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{3}{13}$.
- Câu 4.** Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng
A. $\ln a - \frac{1}{2} \ln b$. **B.** $\ln a + \frac{1}{2} \ln b$. **C.** $\ln a + 2 \ln b$. **D.** $\ln a - 2 \ln b$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là
A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$. **B.** $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.
- Câu 6.** Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9, u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. $\frac{1}{3}$. **B.** -3 . **C.** 3 . **D.** $-\frac{1}{3}$.
- Câu 7.** Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



- A.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$, đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a}(1; -1; 2)$ có phương trình là
A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. **B.** $3x - y + 4z + 12 = 0$.

C. $x - y + 2z - 12 = 0$.

D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 10. Giả sử $f(x)$ là một hàm số bất kì liên tục trên khoảng $(\alpha; \beta)$ và $a, b, c, b+c \in (\alpha; \beta)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^{b+c} f(x)dx - \int_a^c f(x)dx$.

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^{b+c} f(x)dx + \int_{b+c}^b f(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$.

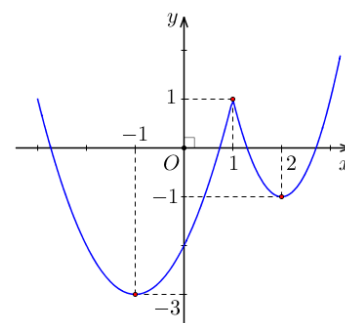
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

A. Nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Câu 12. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

A. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$.

B. $-3^{-x} + C$.

C. $3^{-x} \ln 3 + C$.

D. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$.

Câu 13. Phương trình $\log(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. 11.

B. 9.

C. 101.

D. 99.

Câu 14. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

B. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

D. $A_n^k = n! \cdot C_n^k$.

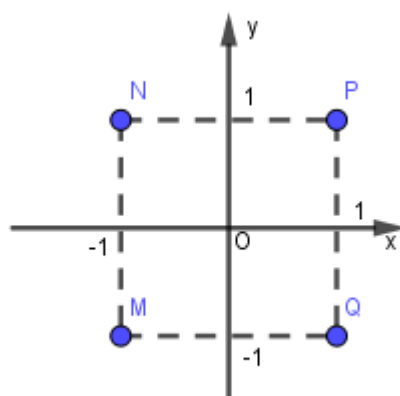
Câu 15. Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. N.

B. P.

C. Q.

D. M.



Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$, $(Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là:

- A. $x+y+z-3=0$. B. $x+y+z+3=0$. C. $-2x+z+6=0$. D. $-2x+z-6=0$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $(1-\sqrt{3}i)^2 z = 4-3i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 18. Một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 16π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

- A. 16π . B. 12π . C. 8π . D. 24π .

Câu 19. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 x_2$ bằng

- A. 128. B. 64. C. 9. D. 512.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ là:

- A. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$. B. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$.
C. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3$. D. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3$.

Câu 21. Cho $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$. B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$.
C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$. D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = 2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 24. Biết rằng α, β là các số thực thỏa mãn $2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8(2^{-\alpha} + 2^{-\beta})$. Giá trị của $\alpha + 2\beta$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 25. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		1	-2	1	

Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 27. Cho hình nón tròn xoay có bán kính bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

- A. 60° . B. 150° . C. 90° . D. 120° .

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Số phức $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$ bằng

- A. 2. B. 10. C. $2i$. D. $10i$.

Câu 29. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Giá trị của $m + M$ bằng

- A. $\frac{65}{4}$. B. 16. C. $\frac{49}{4}$. D. 10.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC và BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC và IJ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

Câu 31. Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 8 đội tham gia, trong đó có hai đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 32. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

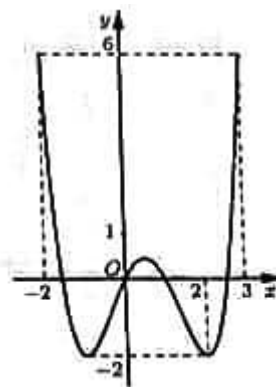
- A. $-x \cot x + \ln(\sin x) + C$. B. $x \cot x - \ln|\sin x| + C$.
C. $x \cot x + \ln|\sin x| + C$. D. $-x \cot x - \ln(\sin x) + C$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm của AB . Cho biết $AB = 2a$, $BC = \sqrt{13}a$, $CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

- A. $\frac{4a}{7}$. B. $\frac{12a}{7}$. C. $\frac{6a}{7}$. D. $\frac{3a}{7}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 7.



Câu 35. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1|^2 + |z-\bar{z}|i + (z+\bar{z})i^{2019} = 1$?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 36. Cho $f(x)$ mà hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$ là

- A. $m < f(0)$. B. $m \leq f(0)$. C. $m \leq f(3)$. D. $m < f(1) - \frac{2}{3}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M , N , P . Tìm c biết rằng $a+b+c < 5$.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 38. Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ.

Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. $-\frac{10}{3}$. B. $-\frac{5}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$ và $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

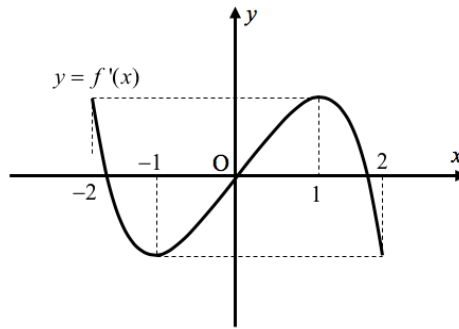
- A. -1. B. 2. C. 3. D. -5.

Câu 40. Bất phương trình $(x^3 - 9x) \ln(x+5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 4. B. 7. C. 6. D. Vô số.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

- A. $(1; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; -1)$.



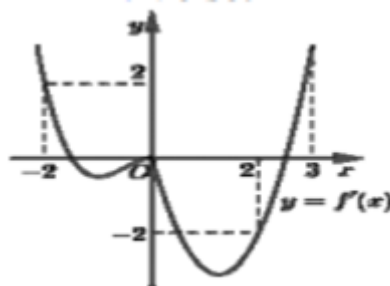
Câu 42. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in [1513; 2019)$. **B.** $m_0 \in [1009; 1513)$. **C.** $m_0 \in [505; 1009)$. **D.** $m_0 \in [1; 505)$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-2)e^x + e^x + C$. **B.** $(x+2)e^{2x} + e^x + C$. **C.** $(x-1)e^x + C$. **D.** $(x+1)e^x + C$.

Câu 44 Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên.



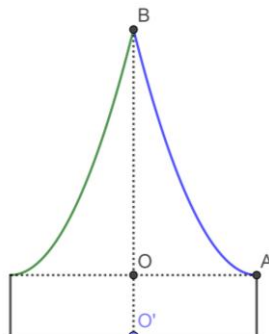
Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{11}$, cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 46. Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng

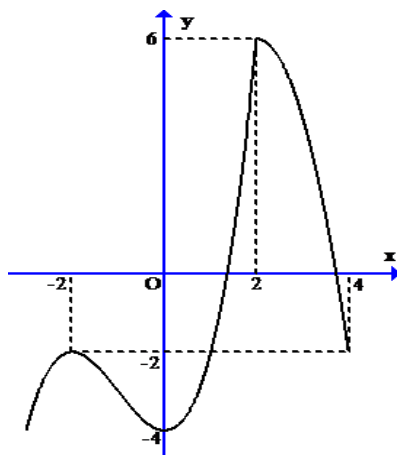


A. $\frac{2750\pi}{3} (\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{2500\pi}{3} (\text{cm}^3)$. **C.** $\frac{2050\pi}{3} (\text{cm}^3)$. **D.** $\frac{2250\pi}{3} (\text{cm}^3)$.

Câu 47. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(z-6)(8+\overline{z}i)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{21}$. B. $20 - 4\sqrt{21}$. C. $20 - 4\sqrt{22}$. D. $5 - \sqrt{22}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right) + x = m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2; 2]$?

- A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$,

$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại

H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Giá trị $h-k$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 6. D. -2.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3)$, $B(4; 4; 5)$. Giả sử M, N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BN}|$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{77}$. C. $7\sqrt{2} - 3$. D. $\sqrt{82} - 5$.

----- STRONG TEAM TOÁN VD-VDC -----



GIẢI CHI TIẾT ĐỀ CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 1-2018-2019

Bản quyền thuộc về tập thể các thầy cô
STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

Câu 1. Số nghiệm âm của phương trình $\log|x^2 - 3| = 0$ là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: ; Fb: Nguyễn Ngọc Minh Châu

Chọn A

$$\log|x^2 - 3| = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 3| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = 1 \\ x^2 - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy số nghiệm âm của phương trình là 2.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $2a^3$.

D. $6a^3$.

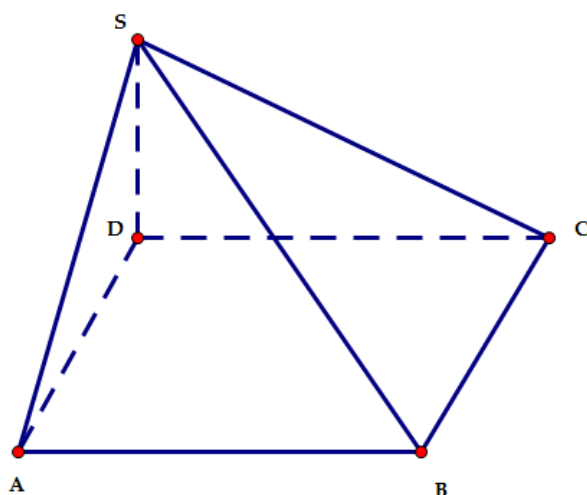
Lời giải

Tác giả: Trần Công Diêu; Fb: Trần Công Diêu

Chọn C

Chiều cao của khối chóp là $SD = 2a$ và đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$ nên ta có

$$V = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 3a \cdot a = 2a^3.$$



Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\frac{3}{13}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Lê Hương Ly; Fb: Trần Lê Hương Ly

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3.5 + 4.0 + 0.12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}.$$

Câu 4. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng

A. $\ln a - \frac{1}{2} \ln b.$

B. $\ln a + \frac{1}{2} \ln b.$

C. $\ln a + 2 \ln b.$

D. $\ln a - 2 \ln b.$

Lời giải

Tác giả: Bùi Xuân Toàn ; Fb: Toan Bui

Chọn D

Với các số thực dương a, b , ta có $\ln \frac{a}{b^2} = \ln a - \ln b^2 = \ln a - 2 \ln b.$

Câu 5. Trong không gian Oxyz, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}.$

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}.$

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}.$

Lời giải

Tác giả: Dương Hoàng Quốc ; Fb: Dương Hoàng Quốc

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{EF} = (3; 1; -7).$

Đường thẳng EF đi qua điểm $E(-1; 0; 2)$ và có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (3; 1; -7)$ có phương trình

chính tắc là: $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9, u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}.$

B. $-3.$

C. $3.$

D. $-\frac{1}{3}.$

Lời giải

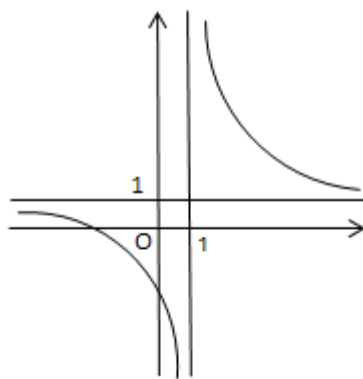
Tác giả: Vũ Ngọc Tân ; Fb: Vũ Ngọc Tân.

Chọn D

$$\text{Ta có: } u_4 = u_1 \cdot q^3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow q^3 = \frac{1}{3 \cdot u_1} = \frac{1}{-27} \Leftrightarrow q = -\frac{1}{3}.$$

Vậy cấp số nhân (u_n) có công bội $q = -\frac{1}{3}.$

Câu 7. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Minh Tuấn ; Fb: Minh Tuấn Hoàng Thị

Chọn B

Căn cứ vào đồ thị ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$ nên loại phương án A, C, D.

Vậy chọn B.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$, đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a}(1; -1; 2)$ có phương trình là

A. $3x - y + 4z - 12 = 0$.

B. $3x - y + 4z + 12 = 0$.

C. $x - y + 2z - 12 = 0$.

D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhân; Fb: Trương Thanh Nhân.

Chọn C

Mặt phẳng (P) nhận vector $\vec{a}(1; -1; 2)$ làm vector pháp tuyến và đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ nên có phương trình là $1(x-3) - 1(y+1) + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Tác giả: Lê Văn Quyết ; Fb: Lê Văn Quyết

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm đã cho ta thấy $f'(0)=0$ và đạo hàm không đổi dấu khi x qua $x_0=0$ nên hàm số đã cho không đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 10. Giả sử $f(x)$ là một hàm số bất kì liên tục trên khoảng $(\alpha; \beta)$ và $a, b, c, b+c \in (\alpha; \beta)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\text{A. } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } \int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx - \int_a^c f(x) dx.$$

$$\text{C. } \int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx + \int_{b+c}^b f(x) dx.$$

$$\text{D. } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx.$$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tân Tiến ; Fb: Nguyễn Tiến

Chọn B

Dựa vào tính chất của tích phân, với $f(x)$ là một hàm số bất kì liên tục trên khoảng $(\alpha; \beta)$ và $a, b, c, b+c \in (\alpha; \beta)$ ta luôn có:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx + \int_{b+c}^b f(x) dx. \text{ Vậy mệnh đề sai là } \int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx - \int_a^c f(x) dx.$$

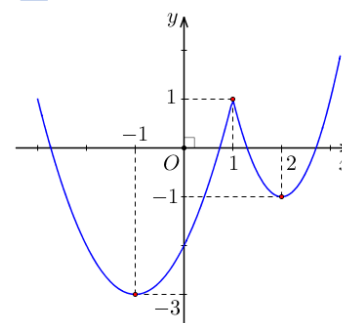
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

A. Nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thành Nhân ; Fb: Nguyễn Thành Nhân

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 13. Phương trình $\log(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. 11.

B. 9.

C. 101.

D. 99.

Lời giải

Tác giả: tuyetnguyen ; Fb: tuyet nguyen

Chọn D

Ta có $\log(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 99$.

Câu 12. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

$$\text{A. } -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$

$$\text{B. } -3^{-x} + C.$$

$$\text{C. } 3^{-x} \ln 3 + C.$$

$$\text{D. } \frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Chí ; Fb: Nguyễn Văn Chí

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int 3^{-x} dx = -\int 3^{-x} d(-x) = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Câu 14. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

B. $A_n^k = k!.C_n^k$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

D. $A_n^k = n!.C_n^k$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thúy ; Fb: Thúy Minh.

Chọn B

Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ nên **A** sai và **C** sai.

Vì $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = k! \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = k!.C_n^k$ nên **D** sai và **B** đúng.

Chú ý: Khi làm trắc nghiệm ta có thể thay số cụ thể để kiểm tra các đáp án.

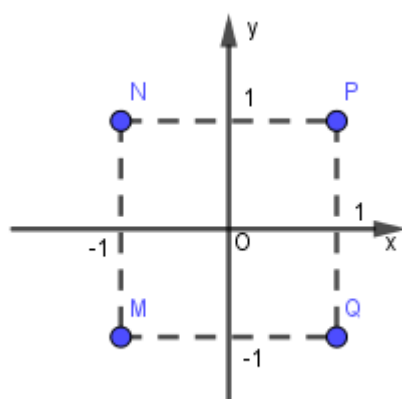
Câu 15. Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. N.

B. P.

C. Q.

D. M.



Lời giải

Tác giả: Thu Huyền ; Fb Thu Huyền.

Chọn B

Ta có $z + w = (-1 + 2i) + (2 - i) = 1 + i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z + w$ là điểm $P(1; 1)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là:

A. $x + y + z - 3 = 0$.

B. $x + y + z + 3 = 0$.

C. $-2x + z + 6 = 0$.

D. $-2x + z - 6 = 0$.

Lời giải

Tác giả: Đồng Quang Phúc ; Fb: Đồng Quang Phúc

Chọn A.

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -3; 2)$, (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vector pháp tuyến là

$$[\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1).$$

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$ nên (α) có phương trình:

$$x + y + z - 3 = 0. \text{ Chọn A.}$$

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 4 - 3i$. Môđun của z bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Dũng ; Fb: Hoang Dung

Chọn A

CÁCH 1

$$\text{Ta có } z = \frac{4 - 3i}{(1 - \sqrt{3}i)^2} = \frac{-4 + 3\sqrt{3}}{8} + \frac{3 + 4\sqrt{3}}{8}i.$$

$$\text{Suy ra } |z| = \left| \frac{-4 + 3\sqrt{3}}{8} + \frac{3 + 4\sqrt{3}}{8}i \right| = \sqrt{\left(\frac{-4 + 3\sqrt{3}}{8} \right)^2 + \left(\frac{3 + 4\sqrt{3}}{8} \right)^2} = \frac{5}{4}.$$

CÁCH 2.

$$\text{Ta có } z = \frac{4 - 3i}{(1 - \sqrt{3}i)^2}.$$

$$|z| = \frac{|4 - 3i|}{|(1 - \sqrt{3}i)^2|} = \frac{|4 - 3i|}{|-2 - 2\sqrt{3}i|} = \frac{5}{4}.$$

Câu 18. Một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 16π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

A. 16π .

B. 12π .

C. 8π .

D. 24π .

Lời giải

Tác giả: Bùi Chí Thanh ; Fb: Thanh bui

Chọn D

Gọi bán kính đáy của hình trụ là R suy ra $h = l = 2R$.

Theo đề bài ta có thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 \cdot h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = 16\pi \Rightarrow R = 2$.

Do đó $h = l = 4$.

Diện tích toàn phần của khối trụ là: $S = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 + 2\pi \cdot 2^2 = 24\pi$.

Câu 19. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 x_2$ bằng

A. 128.**B. 64.****C. 9.****D. 512.****Lời giải****Tác giả : Nguyễn Minh Cường, FB: yen nguyen****Chọn A**

Cách 1:

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \\ x = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \end{cases} \text{ (nhận).}$$

$$\text{Vậy } x_1 x_2 = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} = 128.$$

Cách 2:

Điều kiện: $x > 0$.
 $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ là phương trình bậc 2 theo $\log_2 x$ có $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 13 > 0$.
Theo định lý Vi-et ta có: $\log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 7 \Leftrightarrow \log_2 (x_1 x_2) = 7 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 2^7 = 128$.**Câu 20.** Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ là:

A. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x.$

B. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x.$

C. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3.$

D. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3.$

Lời giải**Tác giả: Nguyễn Đình Tâm ; Fb: Tâm Nguyễn Đình****Chọn C**

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3^x - 1)'(3^x + 1) - (3^x - 1)(3^x + 1)'}{(3^x + 1)^2} = \frac{3^x \ln 3 (3^x + 1) - (3^x - 1)3^x \ln 3}{(3^x + 1)^2} \\ &= \frac{3^x \ln 3 (3^x + 1 - 3^x + 1)}{(3^x + 1)^2} = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3. \end{aligned}$$

Câu 21. Cho $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.

B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$.

C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$.

D. $S = 2 \int_0^2 f(x) dx$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Minh ; Fb: Minh Nguyen

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ và trục hoành:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 |f(x)| dx \quad (1) \\ &= 2 \int_0^2 |f(x)| dx \quad (2) \text{ (do } f(x) \text{ là hàm số chẵn)} \\ &= 2 \int_0^1 |f(x)| dx + 2 \int_1^2 |f(x)| dx \\ &= 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right| \quad (3) \text{ (do trong các khoảng } (0;1), (1;2) \text{ phương trình } f(x) = 0 \text{ vô nghiệm)} \end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) suy ra các đáp án A, B, C là đúng, đáp án D là sai.

Máy tính: Bấm máy tính kiểm tra, ba kết quả đều bằng nhau nên đáp án sai là đáp án D.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = 2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuấn ; Fb: Phạm Tuấn

Chọn C

Xét hàm số $y = g(x) = 2f(-x)$

$$\text{Ta có } g'(x) = -2f'(-x) = -2(-x)^2 \cdot [(-x)^2 - 1] = -2x^2(x^2 - 1).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Kết luận hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. Chọn C.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thành; Fb: Thanh Vũ

Chọn D

* TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

* Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = 1$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

* Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = \frac{8}{9}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = \frac{8}{9}$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = -\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 24. Biết rằng α, β là các số thực thỏa mãn $2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8(2^{-\alpha} + 2^{-\beta})$. Giá trị của $\alpha + 2\beta$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Quỳnh Thụy Trang; Fb: Xuka

Chọn D

Ta có: $2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8(2^{-\alpha} + 2^{-\beta}) \Leftrightarrow 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 \frac{2^\alpha + 2^\beta}{2^{\alpha+\beta}}$

$$\Leftrightarrow (2^\alpha + 2^\beta) \left(2^\alpha - \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^\beta - \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{\alpha+2\beta} = 8 \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 3.$$

Vậy $\alpha + 2\beta = 3$.

Câu 25. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

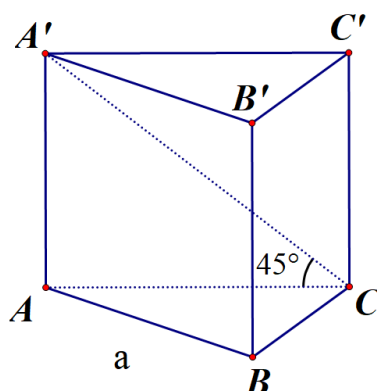
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Vĩnh Lợi ; Fb: Dương Vĩnh Lợi

Chọn A

Theo tính chất hình lăng trụ tam giác đều thì lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng, có đáy là tam giác ABC đều, cạnh $AB = a$. Do đó $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.



Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là góc $A'CA = 45^\circ$.

$$AA' = AC \cdot \tan 45^\circ = AB \cdot \tan 45^\circ = a.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		1	-2	1	

Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Tác giả: Thân Văn Dự ; Fb: Thân Văn Dự

Chọn C

Vì bài toán trên đúng cho mọi hàm số có bảng biến thiên như trên nên ta xét trường hợp hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Xét hàm số $y = f(2x)$, ta có $y' = 2 \cdot f'(2x)$.

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow 2.f'(2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -1 \\ 2x = 0 \\ 2x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$
$y' = 2f'(2x)$	+	0	-	0	-

Từ bảng xét dấu y' , ta thấy hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{2}$ và $x = 1$.

Câu 27. Cho hình nón tròn xoay có bán kính bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

A. 60° .

B. 150° .

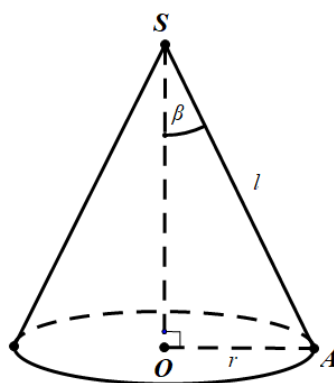
C. 90° .

D. 120° .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trọng Tú ; Fb: Anh Tú

Chọn D



Gọi S , O lần lượt là đỉnh và tâm của đáy của hình nón. Lấy A là một điểm nằm trên đường tròn đáy. Gọi góc ở đỉnh của hình nón là 2β suy ra $\beta = \angle OSA$.

$$\text{Mặt khác, } S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{6\sqrt{3}\pi}{3\pi} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SOA \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } \sin \angle OSA = \frac{OA}{SA} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle OSA = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } 2\beta = 2\angle OSA = 120^\circ.$$

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Số phức $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$ bằng

A. 2.

B. 10.

C. $2i$.

D. $10i$.

Lời giải

Tác giả: Ngô Trang; Fb: Trang Ngô

Chọn A

$$z^2 + 4z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + \sqrt{3}i \\ z = -2 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = (-2 + \sqrt{3}i)(-2 - \sqrt{3}i) + (-2 - \sqrt{3}i)(-2 + \sqrt{3}i) = 2.$$

$$\text{Vậy } z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 2.$$

Cách 2: Phương trình bậc hai $z^2 + 4z + 7 = 0$ có $\Delta' = -3$ là số nguyên âm nên phương trình có hai nghiệm phức z_1, z_2 và $\overline{z_1} = z_2, \overline{z_2} = z_1$.

$$\text{Áp dụng định lý Viét, ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -4 \\ z_1 \cdot z_2 = 7 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2 = 16 - 14 = 2.$$

Câu 29. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Giá trị của $m + M$ bằng

A. $\frac{65}{4}$.

B. 16.

C. $\frac{49}{4}$.

D. 10.

Lời giải

Tác giả: Bùi Bài Bình ; Fb: Bui Bai

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 4]$.

$$\text{Ta có: } y' = \left(x + \frac{9}{x}\right)' = 1 - \frac{9}{x^2}.$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in (1; 4) \\ x = -3 \notin (1; 4) \end{cases}.$$

$$\text{Có } \begin{cases} f(1) = 10 \\ f(3) = 6 \\ f(4) = \frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow \min_{[1; 4]} y = 6 = m \text{ và } \max_{[1; 4]} y = 10 = M.$$

$$\text{Vậy } m + M = 16.$$

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC và BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC và IJ bằng

A. 45° .

B. 60° .

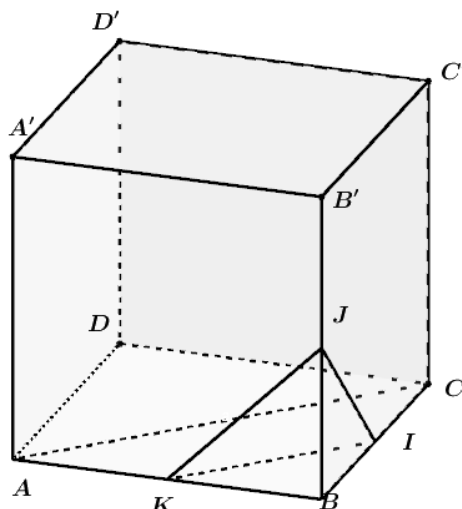
C. 30° .

D. 120° .

Lời giải

Tác giả: Phan Chí Dũng ; Fb: Phan Chí Dũng

Chọn B



Gọi K là trung điểm của AB vì $ABCD$ là hình vuông nên $KI \parallel AC$, suy ra góc giữa AC và IJ bằng góc giữa KI và IJ .

Ta có $IK = \frac{1}{2}AC$; $IJ = \frac{1}{2}B'C$; $KJ = \frac{1}{2}AB'$ vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên

$AC = B'C = AB'$ suy ra $KI = IJ = JK$ suy ra tam giác IJK là tam giác đều, suy ra $KIJ = 60^\circ$.

Vậy góc giữa AC và IJ bằng 60° .

Câu 31. Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 8 đội tham gia, trong đó có hai đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau bằng

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đình Tâm ; Fb: Tâm Nguyễn Đình

Chọn D

Số cách chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành hai bảng đấu là: $n(\Omega) = C_8^4 \cdot C_4^4 = 70$.

Gọi A là biến cố: “hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau”.

Bảng 1: Từ 8 đội tham gia chọn ngẫu nhiên 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài vào bảng 1 có số cách chọn là $C_6^3 \cdot C_2^1$.

Bảng 2: Sau khi chọn các đội vào bảng 1 còn 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài xếp vào bảng 2 có 1 cách xếp.

Số cách chia 8 đội thành 2 bảng đấu sao cho hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau là: $n(A) = C_6^3 \cdot C_2^1 \cdot 1 = 40$.

Vậy Xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7}$.

Câu 32. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

A. $-x \cot x + \ln(\sin x) + C$.

B. $x \cot x - \ln|\sin x| + C$.

C. $x \cot x + \ln|\sin x| + C$.

D. $-x \cot x - \ln(\sin x) + C$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Ngọc Diệp, FB: Nguyễn Ngọc Diệp

Chọn A

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{x}{\sin^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{1}{\sin^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cot x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } F(x) &= \int \frac{x}{\sin^2 x} dx = -x \cot x + \int \cot x dx = -x \cot x + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = -x \cot x + \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} \\ &= -x \cot x + \ln|\sin x| + C. \end{aligned}$$

$$\text{Với } x \in (0; \pi) \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \ln|\sin x| = \ln(\sin x).$$

$$\text{Vậy } F(x) = -x \cot x + \ln(\sin x) + C.$$

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm của AB . Cho biết $AB = 2a$, $BC = \sqrt{13}a$, $CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

A. $\frac{4a}{7}$.

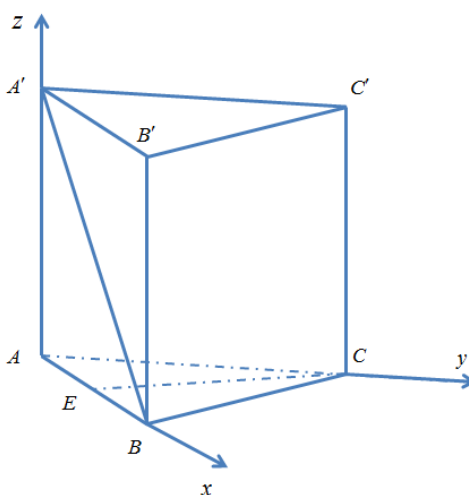
B. $\frac{12a}{7}$.

C. $\frac{6a}{7}$.

D. $\frac{3a}{7}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thùy Linh ; Fb: Nguyễn Thùy Linh

Chọn C**Cách 1.**

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3a$.

Gắn hệ trục tọa độ như hình và không mất tính tổng quát ta chọn $a = 1$, khi đó ta có:

$$A(0;0;0), B(2;0;0), C(0;3;0), E(1;0;0), A'(0;0;4).$$

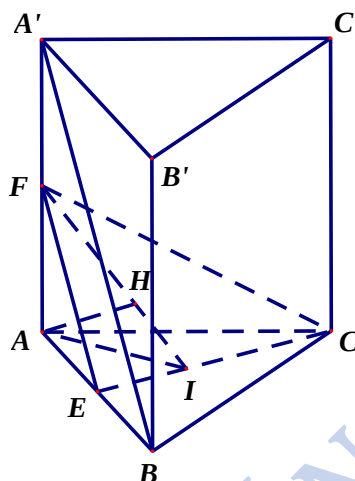
$$\overrightarrow{A'B} = (2;0;-4), \overrightarrow{CE} = (1;-3;0) \Rightarrow [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}] = (-12;-4;-6).$$

$$\overrightarrow{CB} = (2;-3;0).$$

$$d(A'B, CE) = \frac{|\overrightarrow{[A'B, CE]} \cdot \overrightarrow{CB}|}{|\overrightarrow{[A'B, CE]}|} = \frac{|-12 \cdot 2 + (-4) \cdot (-3) + (-6) \cdot 0|}{\sqrt{(-12)^2 + (-4)^2 + (-6)^2}} = \frac{6}{7}.$$

Vậy khoảng cách giữa $A'B$ và CE là $\frac{6a}{7}$.

Cách 2.



Gọi F là trung điểm AA' .

Ta có $(CEF) \parallel A'B$ nên $d(CE, A'B) = d(A'B, (CEF)) = d(A', (CEF)) = d(A, (CEF))$.

Kẻ $AI \perp CE; AH \perp FI$ thì $AH \perp (CEF)$ hay $d(A, (CEF)) = AH$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{49}{36a^2}.$$

Suy ra

$$d(CE, A'B) = d(A, (CEF)) = AH = \frac{6a}{7}.$$

Vậy khoảng cách giữa $A'B$ và CE là $\frac{6a}{7}$.

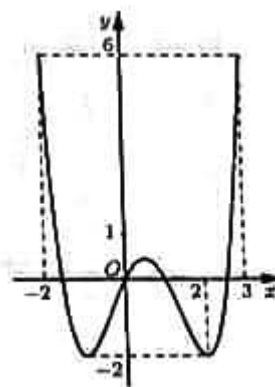
Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

A. 3.

B. 2.

C. 6.

D. 7.



Lời giải

Tác giả: Phạm Thanh Mỹ ; Fb: Thanh Mỹ Phạm

Chọn B

Đặt $t = g(x) = x^3 - 3x$, $x \in [-1; 2]$

$$g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $[-1; 2]$

x	-1	1	2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	2	-2	2

Suy ra với $t = -2$, có 1 giá trị của x thuộc đoạn $[-1; 2]$.

$t \in (-2; 2]$, có 2 giá trị của x thuộc đoạn $[-1; 2]$.

Phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-2; 2]$. (1)

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và m nguyên ta có hai giá trị của m thỏa mãn điều kiện (1) là: $m = 0$, $m = -1$.

x	-1	1	2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	2	-2	2

Câu 35. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1|^2 + |z-\bar{z}|i + (z+\bar{z})i^{2019} = 1$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hồng; Fb: Hana Nguyen

Chọn D

Gọi $z = a + bi$; $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Ta có: $|z-1|^2 = |a+bi-1|^2 = (a-1)^2 + b^2$,

$$|z-\bar{z}|i = |a+bi-a+bi|i = \sqrt{(2b)^2}i = 2|b|i,$$

$$i^{2019} = i^{4 \cdot 504 + 3} = (i^4)^{504} \cdot i^3 = i \cdot i^2 = -i,$$

$$(z+\bar{z})i^{2019} = -i(a+bi+a-bi) = -2ai.$$

Suy ra phương trình đã cho tương đương với:

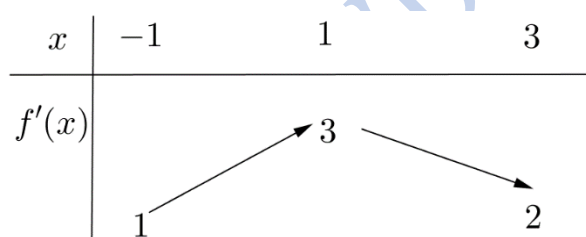
$$(a-1)^2 + b^2 + 2|b|i - 2ai = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 1 \\ 2|b| - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a + b^2 = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|b|^2 - 2|b| = 0 \\ a = |b| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |b| = 0 \\ |b| = 1 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a = 1 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 36. Cho $f(x)$ mà hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$ là



A. $m < f(0)$.

B. $m \leq f(0)$.

C. $m \leq f(3)$.

D. $m < f(1) - \frac{2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Như Tùng; Fb: Nguyễn Như Tùng

Chọn B

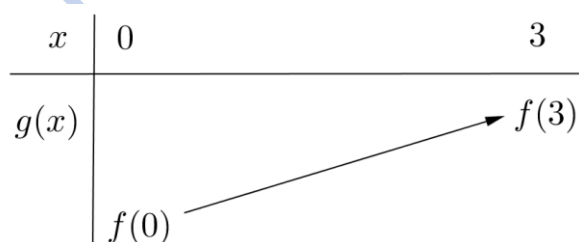
Ta có: $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3 \Leftrightarrow m < f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2$ trên $[0; 3]$, có $g'(x) = f'(x) + x^2 - 2x$.

$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) \geq 2x - x^2 \quad \forall x \in [0; 3]$.

Theo bảng biến thiên $f'(x) > 1, \forall x \in [0; 3]$, mà $2x - x^2 \leq 1, \forall x \in [0; 3]$

$\Rightarrow f'(x) > 2x - x^2, \forall x \in [0; 3]$ nên ta có bảng biến thiên của $g(x)$ trên $[0; 3]$:



Từ bảng biến thiên ta có $m < g(x), \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow m \leq f(0)$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4), N(5; 0; 0), P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Tác giả: Huỳnh Minh Khánh ; Fb: Huỳnh Khánh

Chọn B

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M ,

$$N, P, \text{ nên: } \begin{cases} IM = IN \\ IM = IP \\ d(I, (Oyz)) = IN \end{cases} \quad (I)$$

Ta có: Phương trình mặt phẳng (Oyz) : $x = 0$.

$$\overrightarrow{IM} = (2-a; 1-b; 4-c) \Rightarrow IM = \sqrt{(2-a)^2 + (1-b)^2 + (4-c)^2}.$$

$$\overrightarrow{IN} = (5-a; -b; -c) \Rightarrow IN = \sqrt{(5-a)^2 + b^2 + c^2}.$$

$$\overrightarrow{IP} = (1-a; -3-b; 1-c) \Rightarrow IP = \sqrt{(1-a)^2 + (b+3)^2 + (1-c)^2}.$$

$$d(I, (Oyz)) = \frac{|a|}{\sqrt{1}} = |a|.$$

Thay vào (I):

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a - b - 4c = 2 \\ a + 4b + 3c = 5 \\ -10a + b^2 + c^2 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a - 4c - 2 \\ a + 4(3a - 4c - 2) + 3c = 5 \\ -10a + b^2 + c^2 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - c \\ a = 1 + c \\ c^2 - 6c + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = -1 \\ a = 3 \\ c = 4 \\ b = -3 \\ a = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vì: } a + b + c < 5 \text{ nên ta chọn: } \begin{cases} c = 2 \\ b = -1 \\ a = 3 \end{cases}$$

Câu 38. Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ.

Giá trị của $a + b + c$ bằngA. $-\frac{10}{3}$.B. $-\frac{5}{3}$.C. $\frac{10}{3}$.D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Văn Dương ; Fb: Dương Đỗ Văn

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow 2t dt = 3dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=2.$$

$$\text{Ta có: } \int_1^2 \frac{dx}{3x+1+5\sqrt{3x+1}+6} = \frac{2}{3} \int_1^2 \frac{t dt}{t^2+5t+6} = \frac{2}{3} \int_1^2 \left(\frac{3}{t+3} - \frac{2}{t+2} \right) dt = \frac{2}{3} [3 \ln|t+3| - 2 \ln|t+2|]_1^2$$

$$= \frac{2}{3}[(3\ln 5 - 2\ln 4) - (3\ln 4 - 2\ln 3)] = -\frac{20}{3}\ln 2 + \frac{4}{3}\ln 3 + 2\ln 5$$

$$\text{Suy ra: } a = -\frac{20}{3}, b = \frac{4}{3}, c = 2.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = -\frac{10}{3}.$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$ và $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1.

B. 2.

C. 3.

D. -5.

Lời giải**Tác giả: Nguyễn Thị Thỏ FB: Nguyễn Thị Thỏ****Chọn C**

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}.$$

Vì C thuộc d nên tọa độ của C có dạng $C(-1+2t; t; 2-t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}(1; -1; -2)$ và $\overrightarrow{AC}(2t; t-3; 1-t)$.

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3t-7; -3t-1; 3t-3).$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{(3t-7)^2 + (-3t-1)^2 + (3t-3)^2}.$$

$$\text{Theo bài ra ta có } S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 - 54t + 59} = 2\sqrt{2}.$$

$$\Leftrightarrow 27t^2 - 54t + 59 = 32 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Với $t = 1$ thì $C(1;1;1)$ nên $m=1; n=1; p=1$.

Vậy giá trị của tổng $m+n+p=3$.

Câu 40. Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải**Tác giả: Lưu Thế Dũng; Fb: Lưu Thế Dũng****Chọn C**

Điều kiện xác định $x > -5$ (*).

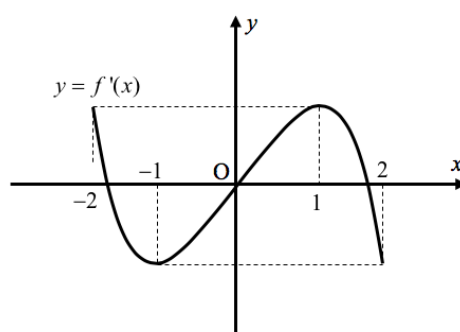
$$\text{Xét } (x^3 - 9x)\ln(x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

(thỏa mãn điều kiện (*)).

Bảng xét dấu của biểu thức $f(x) = (x^3 - 9x) \ln(x+5)$ trên khoảng $(-5; +\infty)$.

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$\text{Khi đó } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq -3 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

Vì $x \in \square \Rightarrow x \in \{-4; -3; 0; 1; 2; 3\}$, suy ra đáp án C.**Câu 41.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng**A.** $(1; 2)$.**B.** $(-1; 0)$.**C.** $(0; 1)$.**D.** $(-2; -1)$.**Lời giải****Tác giả:** Nguyễn Văn Xá; Fb: <https://www.facebook.com/muc.tu.96>**Chọn A**Đặt $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x$. Ta thấy $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1$. Do $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $-1 \leq f'(\cos x) \leq 1$, suy ra $|\sin x \cdot f'(\cos x)| \leq 1$, với mọi $x \in \square$.**Cách 1.**Ta có $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1 \leq 1 + (2x - 1) = 2x \leq 0, \forall x \leq 0$. Loại đáp án B và D.Với $x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ thì $0 \leq \sin x < 1, 0 < \cos x \leq 1$ nên $-\sin x \cdot f'(\cos x) \leq 0$. Do đó $g'(x) \leq 0$, $\forall x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. Loại đáp án C. Chọn đáp án A.**Cách 2.**Vì $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1 \geq -1 + (2x - 1) = 2x - 2$ nên $g'(x) > 0, \forall x > 1$.Suy ra $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. Chọn đáp án A.**Câu 42.** Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?**A.** $m_0 \in [1513; 2019)$.**B.** $m_0 \in [1009; 1513)$.**C.** $m_0 \in [505; 1009)$.**D.** $m_0 \in [1; 505)$.**Lời giải****Tác giả:** Nam Việt

Chọn B

Hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $-x \in \mathbb{R}$, ta có $f(-x) = 2^{-x} - 2^x = -(2^x - 2^{-x}) = -f(x)$.

Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ (1)

Mặt khác $f'(x) = (2^x + 2^{-x}) \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (2)

Ta có $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0 \Leftrightarrow f(2m - 2^{12}) < -f(m)$.

Theo (1) suy ra $f(2m - 2^{12}) < f(-m)$.

Theo (2) ta được $2m - 2^{12} < -m \Leftrightarrow 3m < 2^{12} \Leftrightarrow m < \frac{2^{12}}{3}$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \leq 1365 \Rightarrow m_0 = 1365$.

Vậy $m_0 \in [1009; 1513]$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-2)e^x + e^x + C$. **B.** $(x+2)e^{2x} + e^x + C$. **C.** $(x-1)e^x + C$. **D.** $(x+1)e^x + C$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Bảo Mai; Fb: Bao An

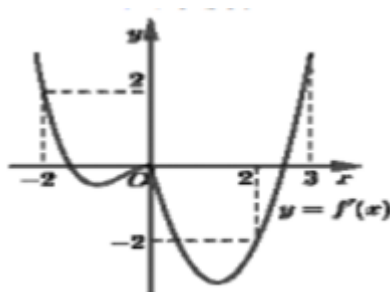
Chọn D

Ta có $f(x) + f'(x) = e^{-x} \Leftrightarrow f(x)e^x + f'(x)e^x = 1 \Leftrightarrow (f(x)e^x)' = 1 \Leftrightarrow f(x)e^x = x + C_1$.

Vì $f(0) = 2 \Rightarrow C_1 = 2 \Rightarrow f(x)e^{2x} = (x+2)e^x$.

$\Rightarrow \int f(x)e^{2x} dx = \int (x+2)e^x dx = \int (x+2)d(e^x) = (x+2)e^x - \int e^x d(x+2) = (x+2)e^x - \int e^x dx = (x+2)e^x - e^x + C = (x+1)e^x + C$.

Câu 44 Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên.



Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu cực trị trong khoảng $(-2; 3)$.

A. 6.

B. 2.

C. 5.

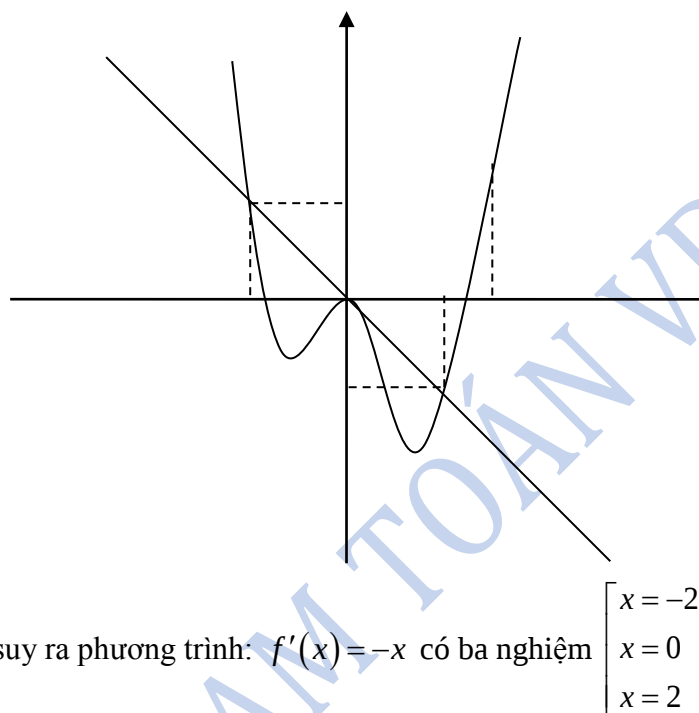
D. 3

Lời giải**Tác giả: Nguyễn Văn Hòa ; Fb: Nguyễn Văn Hòa Hòa****Chọn D**

Xét hàm số: $h(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0)$.

Ta có $h'(x) = f'(x) + x$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x$

Nghiệm phương trình trên là hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = -x$ và $y = f'(x)$



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình: $f'(x) = -x$ có ba nghiệm

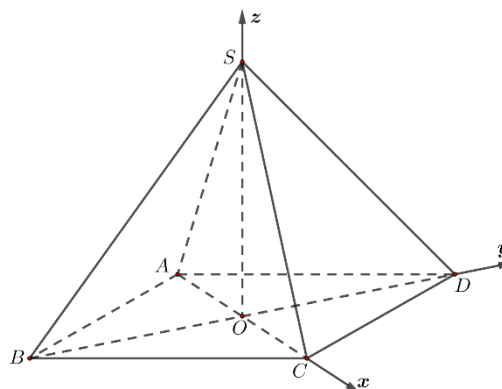
Trên khoảng $(-2; 3)$, hàm số $h(x)$ có một điểm cực trị là $x = 2$, (do qua nghiệm $x = 0$, $h'(x)$ không đổi dấu). Do đó đồ thị hàm số $y = h(x)$ cắt trục hoành tại tối đa 2 điểm.

Suy ra hàm số $y = |h(x)|$ có tối đa $2 + 1 = 3$ điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$. Chọn D.

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{11}$, cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$.B. $9a^3$.**C. $4a^3$.**D. $12a^3$.**Lời giải****Tác giả: Võ Văn Toàn ; Fb: Võ Văn Toàn****Chọn C**

Sử dụng phương pháp tọa độ hóa



- Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.

Chuẩn hóa $a = 1$ (đơn vị dài). Khi đó: $SA = \sqrt{11}$

Đặt $OC = OD = b > 0$; $OS = c > 0$

Ta có: $SA^2 = SC^2 = SO^2 + OC^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 11$ (1)

- Tọa độ các điểm: $B(0; -b; 0)$, $C(b; 0; 0)$, $D(0; b; 0)$, $S(0; 0; c)$.

Mặt phẳng (SBC) có phương trình: $\frac{x}{b} + \frac{y}{-b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow \vec{n}_{SBC} = \left(\frac{1}{b}; -\frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$ là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC)

Mặt phẳng (SCD) có phương trình: $\frac{x}{b} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow \vec{n}_{SCD} = \left(\frac{1}{b}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$ là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SCD)

Theo giả thiết ta có: $\left| \cos(\vec{n}_{SBC}, \vec{n}_{SCD}) \right| = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{\left| \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b} + \left(-\frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{c} \right|}{\sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{10}$

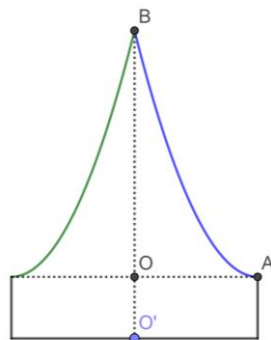
$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{c^2}}{\frac{2}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{9}{c^2} = \frac{2}{b^2} \Leftrightarrow 9b^2 - 2c^2 = 0 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta được $\begin{cases} b^2 = 2 \\ c^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{2} \\ c = 3 \end{cases}$ (do $b, c > 0$)

Vậy $CD = OC\sqrt{2} = 2$; $SO = 3 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 3 = 4$ (đơn vị thể tích).

Vậy $V_{S.ABCD} = 4a^3$

- Câu 46.** Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ bằng



A. $\frac{2750\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

B. $\frac{2500\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

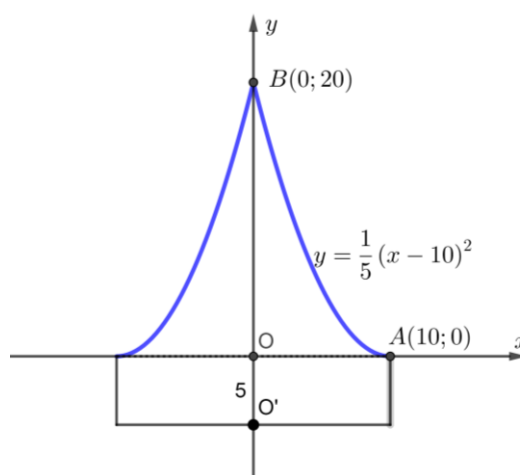
C. $\frac{2050\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

D. $\frac{2250\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

Lời giải

Tác giả: Hồ Xuân Dũng ; Fb: Dũng Hồ Xuân

Chọn B



Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V .

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA = 10 \text{ cm}$ và đường cao $OO' = 5 \text{ cm}$ là V_1 .

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2 .

Ta có $V = V_1 + V_2$

$$V_1 = 5 \cdot 10^2 \pi = 500\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P): y = a(x-10)^2$.

Vì (P) qua điểm $B(0; 20)$ nên $a = \frac{1}{5}$.

Do đó, $(P): y = \frac{1}{5}(x-10)^2$. Từ đó suy ra $x = 10 - \sqrt{5y}$ (do $x < 10$).

$$\text{Suy ra } V_2 = \pi \int_0^{20} (10 - \sqrt{5y})^2 dy = \pi \left(3000 - \frac{8000}{3} \right) = \frac{1000}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Do đó } V = V_1 + V_2 = \frac{1000}{3} \pi + 500\pi = \frac{2500}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 47. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(z-6)(8+\bar{z}i)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. $5 - \sqrt{21}.$

B. $20 - 4\sqrt{21}.$

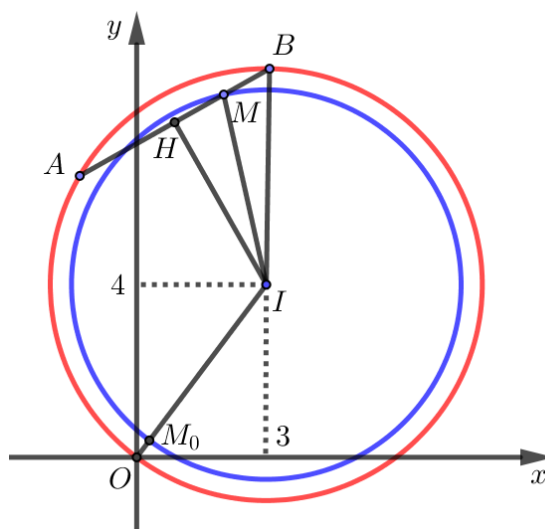
C. $20 - 4\sqrt{22}.$

D. $5 - \sqrt{22}.$

Lời giải

Tác giả: Võ Thanh Hải; Fb: Võ Thanh Hải

Chọn C



Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 . Suy ra $AB = |z_1 - z_2| = 4$.

* Ta có $(z - 6)(8 + \bar{z}i) = [(x - 6) + yi] \cdot [(8 - y) - xi] = (8x + 6y - 48) - (x^2 + y^2 - 6x - 8y)i$.

Theo giả thiết $(z - 6)(8 + \bar{z}i)$ là số thực nên ta suy ra $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. Tức là các điểm A, B thuộc đường tròn (C) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 5$.

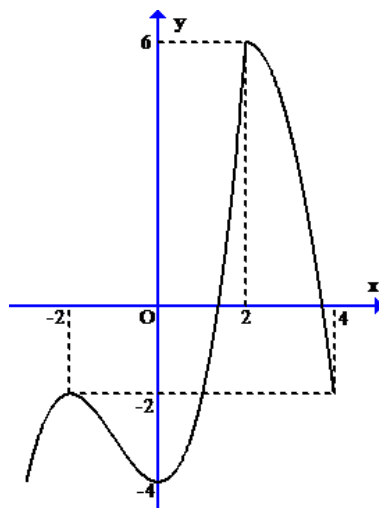
* Xét điểm M thuộc đoạn AB thỏa $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{OM}$. Gọi H là trung điểm AB . Ta tính được $HI^2 = R^2 - HB^2 = 21$; $IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{22}$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3; 4)$, bán kính $r = \sqrt{22}$.

* Ta có $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM$, do đó $|z_1 + 3z_2|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

Ta có $(OM)_{\min} = OM_0 = |OI - r| = 5 - \sqrt{22}$.

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 4OM_0 = 20 - 4\sqrt{22}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2;2]$?

A. 11.

B. 9.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Tác giả: Thu Trang ; Fb: Nguyễn Thị Thu Trang

Chọn C

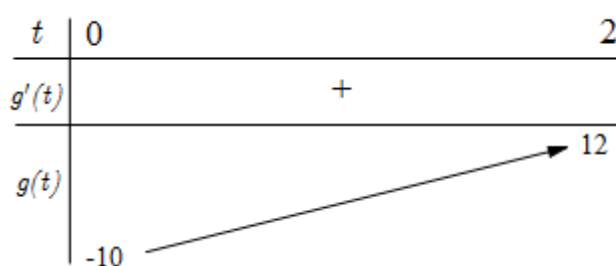
Đặt $t = \frac{x}{2} + 1$, khi $-2 \leq x \leq 2$ thì $0 \leq t \leq 2$.

Phương trình đã cho trở thành $\frac{1}{3}f(t) + 2t - 2 = m \Leftrightarrow f(t) + 6t - 6 = 3m$.

Xét hàm số $g(t) = f(t) + 6t - 6$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $g'(t) = f'(t) + 6$. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ nên $f'(t) > 0, \forall t \in (0;2) \Rightarrow g'(t) > 0, \forall t \in (0;2)$ và $g(0) = -10; g(2) = 12$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(t)$ trên đoạn $[0;2]$



Phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $[-2;2]$ khi và chỉ khi phương trình $g(t) = 3m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;2]$ hay $-10 \leq 3m \leq 12 \Leftrightarrow -\frac{10}{3} \leq m \leq 4$.

Mặt khác m nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 8 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$,

$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại

H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Giá trị $h-k$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. 6.

D. -2.

Lời giải

Tác giả: Lê Cảnh Dương ; FB: Cảnh Dương Lê

Chọn A

$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t)$.

$K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{HK} = 0 \Leftrightarrow m - t + 2 = 0 \Leftrightarrow m = t - 2 \Rightarrow \vec{HK} = (-t - 4; t - 2; -3).$$

$$\text{Ta có } HK^2 = (-t - 4)^2 + (t - 2)^2 + (-3)^2 = 2(t + 1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \min HK = \sqrt{27}, \text{ đạt được khi } t = -1.$$

$$\text{Khi đó ta có } \vec{HK} = (-3; -3; -3), \text{ suy ra } \vec{u}(1; 1; 1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h - k = 0.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3)$, $B(4; 4; 5)$. Giả sử M, N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\vec{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{77}$.

C. $7\sqrt{2} - 3$.

D. $\sqrt{82} - 5$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trung Thành; Fb: Thanh Nguyen.

Chọn A

Vì $\vec{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nên $\exists t > 0: \vec{MN} = t\vec{a}$.

$$\text{Hơn nữa, } MN = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t|\vec{a}| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow t = 5. \text{ Suy ra } \vec{MN} = (5; -5; 0).$$

$$\text{Gọi } A'(x'; y'; z') \text{ là điểm sao cho } \vec{AA'} = \vec{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x' + 4 = 4 \\ y' - 7 = -5 \\ z' - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = 2 \\ z' = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(1; 2; 3).$$

Dễ thấy các điểm A', B đều nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) vì chúng đều có cao độ dương. Hơn nữa vì cao độ của chúng khác nhau nên đường thẳng $A'B$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy) tại một điểm cố định.

Từ $\vec{AA'} = \vec{MN}$ suy ra $AM = A'N$ nên $|AM - BN| = |A'N - BN| \leq A'B$ dấu bằng xảy ra khi N là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Do đó } \max |AM - BN| = A'B = \sqrt{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{17}, \text{ đạt được khi}$$

$$N = A'B \cap (Oxy).$$