BÙI NGỌC ANH

450 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM Hình học

CÓ LỜI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

BÙI NGỌC ANH

450
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
HÌNH HỌC
CÓ LỜI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

(LUYỆN THI THPT QUỐC GIA)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: *Biên tập:* (04) 39714896;
Quản lý xuất bản: (04) 39728806; Tổng biên tập: (04) 39715011
Fax: (04) 39729436

* * *

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc - Tổng biên tập: TS. PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập xuất bản: ĐẶNG THỊ PHƯƠNG ANH
Biên tập chuyên ngành: TRẦN THỊ HỒNG
Chế bản: NHÀ SÁCH HỒNG ÂN
Trình bày bìa: NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

Đối tác liên kết xuất bản:

NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

20C Nguyễn Thị Minh Khai - Q1 - TP. Hồ Chí Minh

SÁCH LIÊN KẾT

450 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HÌNH HỌC CÓ LỜI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Mã số: 1L - 550PT2016
In 1.000 cuốn, khổ 17 × 24cm tại Công ti TNHH SX-TM-DV Vạn An.
Địa chỉ: A15/13 Ấp 1-Đường Bình Hưng-X. Bình Hưng - H. Bình Chánh - TP.HCM.
Số xuất bản: 3158 - 2016/CXB,IPH/6 – 274/ĐHQGHN, ngày 21/9/2016.
Quyết định xuất bản số: 571LK-TN/QĐ - NXBĐHQGHN, ngày 27/9/2016
In xong và nộp lưu chiểu năm 2016.

Lời nói đầu

Các em học sinh lớp 12 thân mến!

Vậy là việc thi tuyển sinh bằng phương pháp TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN môn Toán đang đến gần. Vấn đề còn lại của các em là thời gian và việc chuẩn bị làm bài thi một cách tốt nhất sẽ có rất ít thời gian cho việc tính toán để quyết định chọn câu trả lời. Trong lần thi đầu tiên, chắc chắn không thể tránh khỏi sự lúng túng cho các em.

Vì vậy tự luyện tập giải trước các bài tập trắc nghiệm là việc rất cần thiết và cấp bách.

Làm thế nào trong khoảng thời gian rất ngắn có thể quyết định chọn câu trả lời đúng.

Báo chí và những người có trách nhiệm đã nói rõ: Chương trình thi sẽ rải đều trong cả cấp học và không thể đoán "tủ".

Tuy nhiên, việc làm của các em khi nhận được bài thi là bình tĩnh, tự tin, chọn câu dễ làm trước. Không nên nghĩ rằng có thể thu nhận được thông tin từ những người thi xung quanh. Các đáp án đúng sai trong từng bài thi cũng được máy tính xáo trộn.

Hãy sử dụng các kĩ năng đã được luyện tập qua quá trình học, tính toán nhanh (có thể chưa cần đi đến kết quả) để chọn câu cần chọn.

Hãy tập giải 1350 bài tập của bộ sách này, chọn câu đúng (hoặc sai) theo yêu cầu và tự kiểm tra qua phần đọc đáp án (phần II của mỗi cuốn sách).

Bộ sách này gồm 3 cuốn, mỗi cuốn 450 câu trắc nghiệm (có giải đáp chi tiết) được biên soạn theo chương trình môn Toán Trung học Phổ thông, hi vọng giúp các em học sinh ôn tập lại toàn bộ chương trình, luyện tập kĩ năng giải đề trắc nghiệm để bước vào kì thi tự tin và thành công.

Trong khi biên soạn chúng tôi không tránh khỏi thiếu sót, rất mong nhận được sự góp ý chân thành từ quý bạn đọc.

Mọi thắc mắc và góp ý xin gửi về

Nhà sách Hồng Ân:

20C Nguyễn Thị Minh Khai, P. ĐaKao - Q.1 - TP. Hồ Chí Minh

Email: nhasachhongan@hotmail.com

Xin trân trọng cảm ơn!

TÁC GIẢ

Phần 1

ĐỀ TOÁN

Chủ đề 1 | VECTƠ

1. Cho tam giác ABC. D, E, F là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Tìm hệ thức đúng:

a) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$ d) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$

2. Cho hình chữ nhật ABCD. I và K lần lượt là trung điểm của BC, CD. Hệ thức nào đúng:

a) $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{IK}$ d) $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

3. Cho tứ giác ABCD. I, J là trung điểm của BC, CD. Hệ thức nào đúng:

a) $2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{AD}\right)=3\overrightarrow{DB}$ b) $2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{DA}\right)=3\overrightarrow{DB}$

c) $2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{DA}\right)=3\overrightarrow{DB}$ d) $2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{DA}\right)=3\overrightarrow{DB}$

4. Cho tứ giác ABCD. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

a) $BA^2-CB^2+CD^2-AD^2=2.\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{DB}$

b) $AB^2-BC^2+DC^2-DA^2=2.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$

c) $AB^2-CB^2+CD^2-DA^2=2.\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{DB}$

d) $AB^2-BC^2+CD^2-AD^2=2.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}$

5. Cho tam giác ABC. Biết AB = 8, AC = 9, BC = 11. M là trung điểm của BC, N là điểm trên đoạn AC sao cho AN = x ($0 < x < 9$). Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

a) $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{9}\right).\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right).\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

c) $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}+\frac{1}{2}\right).\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

6. Cho tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm và H là điểm đối xứng của B qua G. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng:

a) $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

7. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

a) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$ b) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

c) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ d) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

8. Cho tam giác ABC. Gọi I và J là hai điểm định bởi:

$$\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}, \ 3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}.$$

Hệ thức nào là đúng trong các hệ thức sau:

a) $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

9. Cho hình bình hành ABCD. Gọi I là điểm định bởi $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$ $(k \neq 1)$. Hệ thức giữa $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và k là:

a) $\overrightarrow{AI} = (k-1)\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AI} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{AI} = (1+k)\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$ d) $\overrightarrow{AI} = (1+k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

10. Cho tam giác ABC, N là điểm định bởi $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. G là trọng tâm của tam giác ABC. Hệ thức tính $\overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AG}$ và $\overrightarrow{AN}$ là:

a) $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ b) $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

c) $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ d) $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

11. Cho tam giác đều ABC, tâm O. M là một điểm bất kỳ trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh của tam giác là D, E, F. Hệ thức giữa các vectơ $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}$ và $\overrightarrow{MO}$ là:

a) $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$ b) $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$

c) $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$ d) $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

12. Cho một tam giác ABC. M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Chọn hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NC}$ b) $\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{MP}$ c) $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{BM}$ d) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PA}$

13. Cho hình chữ nhật ABCD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Chọn hệ thức đúng:

a) $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ b) $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{CI}$ c) $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IC}$ d) $\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IB}$

14. Cho hình chữ nhật ABCD. M và N theo thứ tự là trung điểm của AD và BC. MN cắt BD tại I. Tìm hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{DN}$ b) $\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{IB}$ c) $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{MD}$ d) $\overrightarrow{IM}=\overrightarrow{IN}$

15. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao AA', BB', CC' cắt nhau tại H. Gọi P là trung điểm AH, Q là trung điểm BH, M là trung điểm BC, N là trung điểm AC. PM và QN cắt nhau tại I. Tìm kết luận sai:

a) $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{NM}$ b) $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MQ}$ c) $|\overrightarrow{NQ}|=|\overrightarrow{MP}|$ d) $\overrightarrow{IQ}=\overrightarrow{IN}$

16. Cho hình bình hành ABCD. M và N theo thứ tự là trung điểm của AB, DC, BN cắt CM tại Q, AN cắt DM tại P. Kết luận nào sai?

a) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{MC}$

c) $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{NP}$ d) $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{MD}$

17. A, B, C, D, E, F là 6 điểm tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

a) $\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{EP}$ b) $\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{AF}$ d) $\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DA}$

18. Cho tứ giác ABCD. Hãy chọn hệ thức đúng:

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$ b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}$ d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}$

19. Cho tam giác ABC. I là điểm nào nếu $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$?

a) Trung điểm AB

b) Trọng tâm tam giác ABC.

c) Đỉnh thứ tư của hình bình hành ACBI

d) Đỉnh thứ tư của hình bình hành ABCI

Hãy chọn kết luận đúng.

20. Cho tam giác ABC. Gọi H là điểm đối xứng của trọng tâm G qua B. Nếu $\overrightarrow{AG} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AH} = \vec{b}$ thì hệ thức liên quan giữa $\overrightarrow{AC}$ với hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hệ thức nào?

a) $\overrightarrow{AC} = \dfrac{3\vec{a} + \vec{b}}{2}$ b) $\overrightarrow{AC} = \dfrac{3\vec{a} - \vec{b}}{2}$

c) $\overrightarrow{AC} = \dfrac{5\vec{a} + \vec{b}}{2}$ d) $\overrightarrow{AC} = \dfrac{5\vec{a} - \vec{b}}{2}$

Hãy chọn hệ thức đúng

21. Cho tam giác ABC. G là trọng tâm, H là điểm đối xứng của B qua G. M là trung điểm BC. Nếu $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ thì hệ thức liên quan giữa vectơ $\overrightarrow{MH}$ với hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hệ thức nào?

a) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{\vec{b} - 5\vec{a}}{2}$ b) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{\vec{b} - 5\vec{a}}{4}$

c) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{\vec{b} - 5\vec{a}}{6}$ d) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{\vec{b} - 5\vec{a}}{8}$

22. Cho tam giác ABC. M là điểm trên cạnh BC sao cho $\dfrac{\overrightarrow{BM}}{\overrightarrow{BC}} = \dfrac{1}{4}$, N là điểm trên cạnh AC sao cho $\dfrac{\overrightarrow{AN}}{\overrightarrow{AC}} = \dfrac{3}{5}$. Nếu $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ thì hệ thức liên hệ giữa vectơ $\overrightarrow{MN}$ với hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hệ thức nào?

a) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{3\vec{b} - 11\vec{a}}{20}$ b) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{5\vec{b} - 13\vec{a}}{20}$

c) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{7\vec{b} - 15\vec{a}}{20}$ d) $\overrightarrow{MH} = \dfrac{9\vec{b} - 17\vec{a}}{20}$

Hãy chọn hệ thức đúng.

23. Cho tam giác ABC. N là điểm được định bởi $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. G là trọng tâm của tam giác ABC. Hệ thức liên hệ giữa $\overrightarrow{AC}$ với $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AN}$ là hệ thức nào?

a) $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ b) $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$

c) $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ d) $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

Hãy chọn hệ thức đúng.

Chủ đề 2 | HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

24. Cho ABC là tam giác vuông đỉnh A. Hệ thức liên quan giữa ba đường trung tuyến AD, BE, CF là:

a) $2BE^2 + 3CF^2 = 5AD^2$ b) $3CF^2 + 2BE^2 = 5AD^2$

c) $CF^2 + BE^2 = 5AD^2$ d) $CF^2 + BE^2 = 3AD^2$

25. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A. M là một điểm tùy ý trên cạnh BC. Hệ thức giữa MA, MB, MC là:

a) $MB^2 + 2MC^2 = 3MA^2$ b) $2MB^2 + 3MC^2 = 5MA^2$

c) $MB^2 + MC^2 = MA^2$ d) $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$.

26. Tam giác ABC vuông tại C. Đường phân giác trong của góc A cắt BC tại A' và BA' = m, CA' = n. Độ dài cạnh huyền AB tính theo m và n là:

a) $AB = m.\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$ b) $AB = n.\sqrt{\frac{m-n}{m+n}}$

c) $AB = m.\sqrt{\frac{m-n}{m+n}}$ d) $AB = n.\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$

27. Cho hình vuông ABCD cạnh a.

Giá trị của biểu thức $\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)\left(2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right)$ là:

a) $a^2\sqrt{2}$ b) $-a^2\sqrt{2}$ c) $2a^2$ d) $-2a^2$

28. Cho tam giác ABC có AB = 2, BC = 4, AC = 3. Xác định kết quả sai trong các đáp số sau:

a) Trung tuyến AM = $\frac{\sqrt{10}}{2}$ b) cosA = $-\frac{1}{4}$

c) $S = \frac{3}{4}\sqrt{15}$ d) Đường cao AH = $\frac{3\sqrt{15}}{16}$

29. Cho tam giác ABC cân, đỉnh A. CD là đường cao kẻ từ C. Hệ thức nào sau đây đúng:

a) $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 2BD^2 + 3CD^2 + AD^2$

b) $AB^2 + AC^2 + BC^2 = BD^2 + 2AD^2 + 3CD^2$

c) $AB^2 + AC^2 + BC^2 = BD^2 + 3AD^2 + 2CD^2$

d) $AB^2 + AC^2 + BC^2 = BD^2 + AD^2 + 3CD^2$

30. Cho tam giác ABC vuông ở A. AH là đường cao. HE, HF lần lượt là các đường cao của hai tam giác AHB, AHC. Tìm hệ thức đúng:

a) $BC^2 = 2AH^2 + BE^2 + CF^2$ b) $BC^2 = 3AH^2 + 2BE^2 + CF^2$

c) $BC^2 = 3AH^2 + BE^2 + 2CF^2$ d) $BC^2 = 3AH^2 + BE^2 + CF^2$

31. Cho tam giác ABC có BC = 6, AC = 8, AB = $4\sqrt{7}$. Đường cao AH bằng:

a) $7\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{7}$ c) $4\sqrt{3}$ d) 6

32. Cho tam giác ABC có BC = $\sqrt{6}$, AC = 2, AB = $\sqrt{3}+1$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác có giá trị đúng là:

a) $R = \sqrt{5}$ b) $R = \sqrt{3}$ c) $R = \sqrt{2}$ d) $R = 2$

33. Cho tam giác ABC có AB = 2, AC = 3, BC = 4. Gọi D là trung điểm của BC. Bán kính đường tròn đi qua 3 điểm A, B, D là:

a) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ b) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ c) $\frac{4\sqrt{6}}{9}$ d) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

34. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Kéo dài OA về phía A một đoạn AI = R. Vẽ cát tuyến ICD. Biết CD = $R\sqrt{3}$. Giá trị đúng của đoạn IC là:

a) $\frac{R\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$ b) $\frac{R\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

c) $\frac{R\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$ d) $\frac{R\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$

35. Cho tam giác ABC. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC. Nếu AH = 12a, BH = 6a, CH = 4a. Số đo của góc $\widehat{BAC}$ là:

a) 30° b) 60° c) 90° d) 45°

36. Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm M sao cho OM = d. Vẽ một dây cung AB song song với OM. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng:

a) $MA^2 + MB^2 = 2d^2 + R^2$ b) $MA^2 + MB^2 = d^2 + 2R^2$

c) $MA^2 + MB^2 = 2(d^2 - R^2)$ d) $MA^2 + MB^2 = 2(d^2 + R^2)$

37. Cho tam giác ABC cân tại A. Cạnh AB = a, $\widehat{BAC} = \alpha$. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác. Biểu thức tính r theo a và α là:

a) $r = \dfrac{2a\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$ b) $r = \dfrac{a\sin\alpha}{2(1+\sin\alpha)}$

c) $r = \dfrac{a\sin\alpha}{2\left(1+\cos\dfrac{\alpha}{2}\right)}$ d) $r = \dfrac{a\sin\alpha}{2\left(1+\sin\dfrac{\alpha}{2}\right)}$

38. Cho tam giác ABC có BC = $\sqrt{3}$, AC = $\sqrt{2}$, AB = $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$. Các góc A, B, C của tam giác bằng:

a) A = 60°, B = 75°, C = 45° b) A = 90°, B = 60°, C = 30°

c) A = 120°, B = 45°, C = 15° d) A = 120°, B = 30°, C = 30°

39. Cho tam giác ABC, hai cạnh góc vuông là AB = c, AC = b. Gọi l_a là độ dài đoạn phân giác trong của góc A. Hệ thức nào cho giá trị đúng của l_a:

a) $l_a = \dfrac{bc}{b^2+c^2}$ b) $l_a = \dfrac{b+c}{\sqrt{2}bc}$ c) $l_a = \dfrac{2bc}{b+c}$ d) $l_a = \dfrac{\sqrt{2}bc}{b+c}$

40. P là một điểm cố định nằm trong đường tròn tâm O, bán kính R. Hai dây cung AB và CD di động và vuông góc với nhau tại P. Biểu thức $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2$ không đổi và có giá trị bằng:

a) R^2 b) $2R^2$ c) $3R^2$ d) $4R^2$

41. Hai đường tròn (C) tâm O, bán kính R và (C') tâm O_1, bán kính $\dfrac{R}{2}$ tiếp xúc ngoài nhau tại A. Gọi B là điểm trên đường tròn (C) sao cho AB = R. Khoảng cách BO_1 là:

a) $\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{R\sqrt{5}}{2}$ c) $\dfrac{R\sqrt{7}}{2}$ d) $\dfrac{3R}{2}$

42. Các cạnh AB = c, BC = a, AC = b của một tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Giá trị của góc A là:

a) 30° b) 60° c) 90° d) 120°

43. Cho tam giác ABC có AB = c, BC = a, AC = b thỏa hệ thức $a^2 + b^2 = 5c^2$. Góc giữa hai trung tuyến AM và BN bằng:

a) 30° b) 60° c) 90° d) 45°

44. Tam giác ABC có BC = 6, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Số đo đúng của 2 cạnh còn lại là:

a) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}, \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ b) $\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}, \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

c) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ d) $\frac{12}{\sqrt{3}+1}, \frac{12}{\sqrt{2}+1}$

45. Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c và diện tích:

$$S = \frac{1}{4}(a + b - c)(a + c - b).$$

Tam giác ABC có dạng đặc biệt nào?

a) Tam giác cân b) Tam giác đều

c) Tam giác vuông d) Tam giác thường

46. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. AC = b, BC = a. BB' là đường cao kẻ từ B và góc $\widehat{CBB'} = \alpha$. Biểu thức tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo a, b và α là:

a) $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}}{2\sin\alpha}$ b) $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}}{2\cos\alpha}$

c) $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\sin\alpha}}{2\cos\alpha}$ d) $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\sin\alpha}}{2\sin\alpha}$

47. Cho một tam giác ABC có đường cao AA' bằng bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác. Hệ thức giữa sinB và sinC là:

a) $\sin B.\sin C = \frac{1}{3}$ b) $\sin B + \sin C = \frac{1}{2}$

c) $\sin B.\sin C = \frac{1}{2}$ d) $\sin B + \sin C = 1$.

48. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Trên đường thẳng AB, lấy 1 điểm M tùy ý nằm ngoài đường tròn. Từ M, dựng một cát tuyến bất kỳ MCD. AD và BC cắt nhau tại N. Biểu thức $\overline{AN}.\overline{AD} + \overline{BN}.\overline{BC}$ có giá trị không đổi và bằng:

a) $2R^2$ b) $3R^2$ c) $4R^2$ d) $8R^2$

49. Cho một tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, AB = 6cm, AC = 8cm. Số đo đúng của cạnh BC là số nào?

a) $\sqrt{13}$cm b) $2\sqrt{13}$cm c) $3\sqrt{13}$cm d) $4\sqrt{13}$cm

Chọn kết quả đúng.

50. Cho một tam giác ABC có ba cạnh là 3cm, 5cm, 7cm. Góc lớn nhất của tam giác này có số đo bằng bao nhiêu độ?

a) 110° b) 115° c) 120° d) 135°

Chọn kết quả đúng.

51. Cho tam giác ABC có AB = c, AC = b, BC = a. Nếu giữa a, b, c có liên hệ $b^2 + c^2 = 2a^2$, thì độ dài của trung tuyến BM (kẻ từ đỉnh B xuống cạnh AC) bằng số nào?

a) $\frac{c\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{c\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{c\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{c\sqrt{3}}{5}$

Hãy chọn kết quả đúng.

52. Cho tam giác ABC cân tại A. Độ dài hai đường cao AH và BK lần lượt bằng 20cm và 24cm. Số đo cạnh đáy BC của tam giác là số nào?

a) 28cm b) 30cm c) 32cm d) 34cm

Hãy chọn kết quả đúng.

53. Cho tam giác ABC có AB = 2cm, AC = 3cm, BC = 4cm. Độ dài trung tuyến thuộc cạnh AC là số nào?

a) $\frac{\sqrt{29}}{2}$cm b) $\frac{\sqrt{30}}{2}$cm c) $\frac{\sqrt{31}}{2}$cm d) $\frac{\sqrt{32}}{2}$cm

Hãy chọn kết quả đúng.

54. Cho tam giác ABC có AB = $(\sqrt{3}+1)$, AC = 2, BC = $\sqrt{6}$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác có giá trị đúng bằng:

a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\sqrt{2}$

Hãy chọn kết quả đúng.

55. Cho một tam giác ABC có trung tuyến BM = 6, trung tuyến CN = 9. Hai trung tuyến BM và CN hợp với nhau một góc bằng 120°. Số đo cạnh AB là số nào?

a) $2\sqrt{13}$ b) $3\sqrt{13}$ c) $4\sqrt{13}$ d) $5\sqrt{13}$

Chọn kết quả đúng.

56. Cho một tam giác ABC có AB = 6, AC = 8, BC = 5. Một điểm M trên cạnh AB sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, một điểm N trên cạnh BC sao cho $\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{NC}$. Độ dài đoạn MN là số nào?

a) $\frac{2}{5}\sqrt{205}$ b) $\frac{2}{5}\sqrt{210}$ c) $\frac{2}{5}\sqrt{215}$ d) $\frac{2}{5}\sqrt{220}$

Hãy chọn kết quả đúng.

57. Cho tam giác ABC có $BC = 2\sqrt{3}$, $AB = \sqrt{6} - \sqrt{2}$, $AC = 2\sqrt{2}$. Gọi AD là phân giác trong của góc A.

Số đo của góc $\widehat{ADB}$ là bao nhiêu độ?

a) 45° b) 60° c) 75° d) 90°

Hãy chọn kết quả đúng.

58. Cho đường tròn (O, R), đường kính AB cố định. Một đường kính CD quay quanh điểm O. M và N là các trung điểm của CA, CB. Tổng bình phương các cạnh của tam giác MDN sẽ không đổi khi CD quay quanh O. Số không đổi này là số nào?

a) $3R^2$ b) $4R^2$ c) $5R^2$ d) $6R^2$

Hãy chọn kết quả đúng.

59. Cho đường tròn (O, R) và P là một điểm cố định ở trong đường tròn (OP < R). Một góc vuông $\widehat{xPy}$ quay quanh P, hai tia Px, Py cắt đường tròn ở A và B. Gọi M, H lần lượt là các hình chiếu của O và P xuống AB. Khi góc vuông $\widehat{xPy}$ quay quanh điểm P thì $HP^2 + HO^2$ luôn là một hằng số. Hằng số đó là số nào ?

a) $\frac{R^2}{2}$ b) $\frac{2R^2}{3}$ c) R^2 d) $\frac{4R^2}{3}$

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 3 | HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

60. Cho khối tứ diện ABCD. I là điểm nằm trên đường thẳng BD nhưng không thuộc đoạn BD. Trong mặt BCD, vẽ một đường thẳng qua I, cắt AB, AD tại K và L. Trong mặt BCD, vẽ một đường thẳng qua I, cắt CB, CD tại M và N. BN cắt DM tại O, BL cắt DK tại E, LM cắt KN tại F. Chọn câu trả lời đúng:

a) E, F, O thẳng hàng và A, E, O thẳng hàng.

b) A, F, O thẳng hàng và C, F, E thẳng hàng.

c) E, F, A thẳng hàng và C, O, E thẳng hàng.

d) C, F, O thẳng hàng và K, E, F thẳng hàng.

61. Cho tứ diện ABCD. O là một điểm bên trong tam giác BCD. M là một điểm trên AO. I, J là hai điểm trên BC, BD. IJ cắt CD tại K. BO cắt IJ tại E, cắt CD tại H. ME cắt AH tại F. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là:

a) KM b) AK c) MF d) KF

62. Cho khối tứ diện đều ABCD cạnh bằng a. Tìm kết quả sai trong các kết quả sau:

a) Góc giữa 2 mặt kề nhau có $\cos\alpha = \frac{1}{3}$

b) Khoảng cách từ một đỉnh tùy ý tới mặt đối diện bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

c) Diện tích toàn phần bằng $a^2\sqrt{3}$

d) Thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

63. Cho khối bát diện đều (tám mặt là tam giác đều) cạnh a. Tìm kết quả sai:

a) Thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

b) Diện tích toàn phần $S_{tp} = 2a^2\sqrt{3}$

c) Góc giữa hai mặt kề nhau có $\sin\varphi = \frac{2\sqrt{2}}{6}$

d) Khoảng cách giữa 2 cạnh đối diện bằng a.

64. Cho hình vuông ABCD. H, K theo thứ tự là trung điểm của AB, AD. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ABCD tại H, lấy một điểm $S \neq H$. Tìm câu sai trong các câu sau:

a) HK song song với mặt phẳng (SBD)

b) AC vuông góc với mặt phẳng (SBD)

c) HK vuông góc với mặt phẳng (SAC)

d) BC vuông góc với SA.

65. Tam giác ABC có BC = 2a, đường cao $AD = a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A, lấy điểm S sao cho $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB và SC. Diện tích tam giác AEF bằng:

a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ c) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$ d) $\frac{a^2}{2}$

66. Hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A, AB = a, $\widehat{BAC} = \alpha$, $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng:

a) $\frac{a\sqrt{\sin\alpha}}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$ b) $\frac{a\sqrt{\cos\alpha}}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$ c) $\frac{a\sqrt{\cos\alpha}}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$ d) $\frac{a\sqrt{\sin\alpha}}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$

67. Hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, BC = 2a, $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Biết $SA = SC = SM = a\sqrt{5}$.

Khoảng cách từ S đến cạnh AB bằng:

a) $\frac{a\sqrt{19}}{2}$ b) $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{a\sqrt{17}}{2}$ d) 2a.

68. Hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh SC có độ dài bằng a, hợp với đáy góc α và hợp với mặt bên SAB góc β. Tìm kết quả sai:

a) $AB = a\sqrt{\cos^2\beta - \sin^2\alpha}$ b) $AB = a\sqrt{\sin^2\alpha - \cos^2\beta}$

c) $AB = a\sqrt{\cos^2\alpha - \sin^2\beta}$ d) $AB = a\sqrt{\cos(\alpha+\beta).\cos(\alpha-\beta)}$

69. Cho tứ diện SABC. Mặt ABC là tam giác vuông tại B. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB. Mặt phẳng (α) cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q. Tìm câu sai:

a) BC song song với mặt phẳng (α)

b) MQ vuông góc với mặt phẳng (SBC)

c) MNPQ là hình chữ nhật

d) Mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (SAB) vuông góc với nhau.

70. Cho hình chóp SABC. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Cạnh AB = a. Cạnh bên SA = a vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB. (α) cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q. Diện tích thiết diện MNPQ bằng:

a) $\frac{3a^2}{16}$ b) $\frac{5a^2\sqrt{2}}{32}$ c) $\frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$ d) $\frac{5a^2\sqrt{2}}{12}$

71. Hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại H, M, K. Tìm câu sai:

a) AH vuông góc với SB b) AK vuông góc với MK

c) HK vuông góc với AM d) BD song song với HK

72. Hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, AB = 2a, AD = DC = a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = $a\sqrt{2}$.

Tìm kết quả sai:

a) (SBC) vuông góc với (SAC)

b) Mặt (SBC) tạo với mặt đáy ABCD góc 45°

c) Mặt (SDC) tạo với mặt đáy ABCD góc 60°

d) Diện tích xung quanh hình chóp bằng $\frac{a^2}{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{32}\right)$.

73. Hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, BA = a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa SM và BC bằng:

a) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ c) $a\sqrt{\frac{3}{2}}$ d) $a\sqrt{\frac{2}{3}}$

74. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Đáy ABC là tam giác vuông tại A, BC = 2a, AB = $a\sqrt{3}$. Cạnh bên AA' = a.

Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (A'BC) bằng:

a) $a\sqrt{\frac{2}{7}}$ b) $a\sqrt{\frac{3}{7}}$ c) $\frac{2a}{\sqrt{7}}$ d) $a\sqrt{\frac{5}{7}}$

75. Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có chiều cao SH = h. Mỗi mặt bên của hình chóp có góc ở đáy bằng α. Điều kiện của góc α để có thể tính được cạnh đáy của hình chóp là:

a) $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ b) $30^\circ < \alpha < 60^\circ$

c) $30^\circ < \alpha < 45^\circ$ d) $60^\circ < \alpha < 90^\circ$

76. Hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều. O là trung điểm của đường cao AH. SO vuông góc với đáy. Gọi I là một điểm tùy ý trên đoạn OH. Mặt phẳng (α) qua I, vuông góc với OH cắt AB tại M, AC tại N, SC tại P, SB tại Q. Tìm câu sai:

a) (α) song song với BC b) (α) song song với SO

c) MQ song song với NP d) MNPQ là hình thang cân.

77. Tứ diện SABC có hai mặt ABC và SBC là hai tam giác đều cạnh a, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. M là một điểm trên đoạn AB. Đặt AM = x ($0 < x < a$). (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc với BC.

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và tứ diện SABC có diện tích là:

a) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.\left(\frac{a-x}{a}\right)^2$ b) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}.\left(\frac{a-x}{a}\right)^2$

c) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{16}.\left(\frac{a-x}{a}\right)^2$ d) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{12}.\left(\frac{a-x}{a}\right)^2$

78. Hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm SC, M là trung điểm AB. Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng CM là:

a) $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ d) $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

79. Cho tam giác ABC có AB = 14, BC = 10, AC = 16. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy điểm O sao cho OA = 8. Khoảng cách từ điểm O đến cạnh BC là:

a) $8\sqrt{3}$ b) 16 c) $8\sqrt{2}$ d) 24.

80. Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh AB = a và nằm trong một mặt phẳng (α). Cạnh $AC = a\sqrt{2}$ và tạo với mặt phẳng (α) góc 60°. Tìm câu đúng trong các câu sau:

a) BC tạo với (α) góc 30°

b) BC tạo với (α) góc 45°

c) BC tạo với (α) góc 60°

d) Góc giữa 2 mặt phẳng (ABC) và (α) là 45°.

81. Cho góc vuông $\widehat{xOy}$ và một điểm M nằm ngoài mặt phẳng của góc vuông. Khoảng cách MO = 3a, khoảng cách từ M đến hai cạnh Ox, Oy đều bằng $a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (xOy) là:

a) 2a b) $a\sqrt{2}$ c) a d) $a\sqrt{3}$.

82. Tứ diện SABC có ABC là tam giác vuông cân đỉnh B, AC = 2a. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và SA = a. Gọi O là trung điểm của AC. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) là:

a) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ c) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ d) $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

83. Tứ diện SABC có SBC và ACB nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. SBC là tam giác đều cạnh a, ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = \varphi$. Gọi H là trung điểm của BC. Khoảng cách từ H đến mặt (SAB) là:

a) $\frac{a\sqrt{3}\sin\varphi}{2\sqrt{\sin^2\varphi+1}}$ b) $\frac{a\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{\sin^2\varphi+3}}$

c) $\frac{a\sqrt{3}\sin\varphi}{2\sqrt{\sin^2\varphi+3}}$ d) $\frac{a\sqrt{3}\sin\varphi}{2\sqrt{\sin^2\varphi+1}}$

84. Hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{ABD} = 60°$. Các cạnh SA, SB, SD đều bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBD) và (ABCD) thì tanφ có giá trị bằng:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{2}$ d) $\sqrt{5}$

85. Hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, BC = 2a, $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm cạnh BC và SA = SC = SM = $a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ S đến cạnh AB là:

a) $\frac{a\sqrt{17}}{4}$ b) $\frac{a\sqrt{19}}{2}$ c) $\frac{a\sqrt{19}}{4}$ d) $\frac{a\sqrt{17}}{2}$

86. Cho hình chóp SABC. Đáy ABC là tam giác vuông tại A có AB = a, AC = $a\sqrt{3}$. Các mặt bên hình chóp đều tạo với đáy những góc bằng 60°. Diện tích toàn phần của hình chóp bằng:

a) $\frac{3a^2\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{2a^2\sqrt{3}}{5}$

87. Cho hình chóp SABC. Đáy ABC là tam giác vuông tại A. Cạnh huyền BC = 2a, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Các mặt bên hình chóp đều tạo với đáy những góc bằng 45°. Thể tích của hình chóp bằng:

a) $\dfrac{2a^3}{2+\sqrt{3}+1}$ b) $\dfrac{a^3}{2(2+\sqrt{3}+1)}$

c) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}+1}$ d) $\dfrac{a^3}{\sqrt{3}(2+\sqrt{3}+1)}$

88. Cho hình chóp SABCD. Đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi góc giữa 2 mặt (SBC) và (SCD) là φ. Tìm câu sai:

a) $\cos\varphi = -\dfrac{1}{4}$ b) $\tan\varphi = -\sqrt{15}$

c) $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ d) $\cot\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{15}}$.

89. Cho hình chóp SABC. Đáy ABC là tam giác vuông tại B. Cạnh bên SA = AB và vuông góc với đáy. Góc nhị diện cạnh SA có số đo bằng α. Góc nhị diện cạnh SC có số đo bằng β. Hệ thức liên hệ giữa α và β là:

a) $\tan\beta = \dfrac{\sqrt{1+\sin^2\alpha}}{\cos\alpha}$ b) $\tan\beta = \dfrac{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$

c) $\tan\beta = \dfrac{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}{\sin\alpha}$ d) $\tan\beta = \dfrac{\sqrt{1+\sin^2\alpha}}{\tan\alpha}$.

90. Cho hình chóp SABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a\sqrt{3}$. Đáy ABC là tam giác vuông tại B với BC = a, $\widehat{BAC} = \alpha$. Gọi M là trung điểm của AB. Độ dài đoạn vuông góc chung của SM và BC là:

a) $\dfrac{a\sqrt{2}\tan\alpha}{\sqrt{4+\tan^2\alpha}}$ b) $\dfrac{a\sqrt{3}\cot\alpha}{\sqrt{12+\cot^2\alpha}}$

c) $\dfrac{a\sqrt{2}\cot\alpha}{\sqrt{4+\cot^2\alpha}}$ d) $\dfrac{a\sqrt{2}\tan\alpha}{\sqrt{12+\tan^2\alpha}}$

91. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Cạnh bên AA' = a. ABC là tam giác vuông tại A có BC = 2a, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (A'BC) tính theo a là:

a) $\dfrac{a\sqrt{7}}{21}$ b) $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$ c) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$ d) $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$

92. Cho hình chóp SABCD. Đáy ABCD là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = 2a. Mặt (SBC) tạo với mặt đáy góc 60°. Gọi M, N là trung điểm của AB và AD. Đoạn vuông góc chung của MN và SC có độ dài:

a) $\frac{a\sqrt{3}}{10}$ b) $\frac{a\sqrt{10}}{3}$ c) $\frac{3a}{\sqrt{10}}$ d) $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

93. Cho tam giác đều ABC cạnh a chứa trong mặt phẳng (α). Trên các đường thẳng vuông góc với (α) vẽ từ B và C lấy các đoạn BD = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, CE = $a\sqrt{3}$ nằm cùng một bên đối với mặt phẳng (α). Góc giữa hai mặt phẳng (ADE) và (α) là φ thì:

a) $\varphi = 30^o$ b) $\varphi = 45^o$

c) $\varphi = 60^o$ d) $\tan\varphi = \sqrt{2}$

94. Tứ diện ABCD có AD = $a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a. Bán kính của hình cầu nội tiếp tứ diện bằng:

a) $\frac{a}{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$ b) $\frac{a}{2}\left(\sqrt{8}-\sqrt{6}\right)$

c) $\frac{a}{2}\left(\sqrt{5}-2\right)$ d) $\frac{a}{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

95. Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D', cạnh bên bằng h, mặt phẳng (D'AC) tạo với mặt đáy một góc bằng α. Diện tích toàn phần của lăng trụ, tính theo h và α là:

a) $4h^2\tan\alpha(\tan\alpha + 2)$ b) $4h^2\cot\alpha(\cot\alpha + 2)$

c) $4h^2\cot\alpha(\cot\alpha + \sqrt{2})$ d) $4h^2\cot\alpha(\tan\alpha + \sqrt{2})$

96. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Đáy ABC là tam giác cân đỉnh A. Góc giữa AA' và BC' là $\frac{\pi}{6}$ và khoảng cách giữa chúng bằng a. Góc nhị diện tạo bởi hai mặt bên qua cạnh bên AA' là $\frac{\pi}{3}$. Thể tích của lăng trụ là:

a) $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ d) $\frac{2a^3}{3\sqrt{3}}$

97. Cho lăng trụ đều ABC.A'B'C'. Tam giác ABC' có diện tích bằng $S\sqrt{3}$ hợp với mặt đáy góc α. Thể tích của lăng trụ là:

a) $3.\sqrt{(S.\cos\alpha)^3}.\cot\alpha$ b) $3.\sqrt{(S.\cos\alpha)^3}.\tan\alpha$

c) $3\sqrt{(\sqrt{3}S.\cos\alpha)^3}.\cot\alpha$ d) $3.\sqrt{(S.\sin\alpha)^3}.\tan\alpha$

98. Cho lăng trụ xiên ABC.A'B'C'. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Đỉnh A' cách đều ba đỉnh A, B, C. Góc giữa cạnh bên và đáy bằng 60°. Diện tích toàn phần của lăng trụ là:

a) $\frac{a^2}{2}(\sqrt{13}+2)$ b) $\frac{a^2}{\sqrt{3}}(\sqrt{13}+2)$

c) $\frac{a^2}{\sqrt{3}}(\sqrt{13}+\sqrt{2})$ d) $\frac{a^2}{\sqrt{3}}(\sqrt{12}+\sqrt{3})$

99. Hình chóp SABC có đáy là tam giác ABC vuông tại A, cạnh AB = a, góc $\widehat{ACB} = 30°$. Mặt bên qua cạnh BC vuông góc với mặt đáy, hai mặt còn lại đều tạo với mặt đáy góc 45°. Diện tích xung quanh của hình chóp này là:

a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1\right)$ b) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1\right)$

c) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1\right)$ d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1\right)$

100. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là một hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, CD và SA.

Hãy chọn mệnh đề sai:

a) MN song song với cả hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)

b) SB song song với mặt phẳng (MNP)

c) Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng (SBC)

d) NP song song với SC.

101. Cho tứ diện ABCD. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD và ABD. Nếu diện tích tam giác BCD là S, diện tích tam giác $G_1G_2G_3$ là s thì hệ thức giữa S và s là hệ thức nào ?

a) $s = \frac{1}{9}S$ b) $s = \frac{1}{8}S$ c) $s = \frac{1}{4}S$ d) $s = \frac{1}{3}S$

Chọn hệ thức đúng.

102. Cho hình chóp SABC. O là một điểm tùy ý thuộc miền trong tam giác ABC. Từ O kẻ các đường thẳng song song với SA, SB, SC, cắt các mặt SBC, SCA, SAB lần lượt tại A', B', C'. Khi điểm O thay đổi trong tam giác BCD thì tổng $\frac{OA'}{SA}+\frac{OB'}{SB}+\frac{OC'}{SC}$ sẽ bằng một số không đổi.

Số không đổi này là số nào?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 1

Hãy chọn kết quả đúng.

103. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, đường chéo AC = 4a, BD = 2a. SO là đường cao của hình chóp và SO = $2a\sqrt{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SC. (α) cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'.

Hãy chọn kết quả sai:

a) SAC là tam giác đều

b) D'B' = a

c) Góc giữa (α) và đáy ABCD bằng 30°

d) Diện tích tứ giác AB'C'D' bằng $\frac{4a^2}{\sqrt{3}}$

104. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = $a\sqrt{6}$.

Kết luận nào sai ?

a) Góc giữa SC và đáy ABCD bằng 60°

b) Cạnh SC tạo với mặt bên SAB một góc β mà $\tan\beta = \frac{\sqrt{7}}{7}$

c) $\widehat{BSA}$ là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC)

d) Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB)

Chủ đề 4 | PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

105. Cho A(2, 5), B(1, 1), C(3, 3). Một điểm E trong mặt phẳng tọa độ thỏa $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. Tọa độ của E là:

a) E(3, –3) b) E(–3, 3) c) E(–3, –3) d) E(–2, –3).

106. Cho A(2, –1), B(0, 3), C(4, 2). Một điểm D có tọa độ thỏa:

$$2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{BD} - 4\overrightarrow{CD} = \vec{0}$$

Tọa độ của D là:

a) D(1, 12) b) D(12, 1) c) D(12, –1) d) D(–12, –1).

107. Cho tứ giác ABCD có A(1, 1), B(3, –1), C(7, –1), D(4, 2). Diện tích tứ giác ABCD bằng:

a) 6 b) 12 c) 10 d) 16.

108. Cho tam giác ABC có A(4, 3), B(2, 7), C(–3, –8). Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

a) (1, –4) b) (–1, 4) c) (1, 4) d) (4, 1).

109. Cho tam giác ABC có A(–5, 6), B(–4, –1), C(4, 3). Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác có tọa độ:

a) I(1, 3) b) I(–1, 3) c) I(3, –1) d) I(–1, –3).

110. Cho tam giác ABC có A(3, –5), B(–3, 3), C(–1, –2). Độ dài đoạn phân giác trong của góc A là:

a) $7\sqrt{3}$ b) $\frac{14}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ d) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$.

111. Cho tam giác ABC với A(1, –3), B(3, 2), C(–5, –7). Diện tích tam giác ABC là:

a) 12 b) 11 c) 19 d) 15.

112. Cho tam giác ABC với A(4, 2), B(2, –4). Đỉnh C nằm trên trục $\overrightarrow{Oy}$. Nếu diện tích tam giác ABC bằng 4 đơn vị diện tích thì tọa độ của C là:

a) (0, 6) hay (0, –6) b) (0, –6) hay (0, –10)

c) (0, –14) hay (0, –6) d) (0, 10) hay (0, 6).

113. Cho tam giác ABC có A(6, 1), B(–3, 5). Trọng tâm G của tam giác có tọa độ G(–1, 1). Tọa độ đỉnh C là:

a) C(6, –3) b) C(–6, 3) c) C(–6, –3) d) C(–3, 6).

114. Cho tam giác ABC có A(3, 6), B(–5, 2). Đỉnh C nằm trên trục hoành và tam giác ABC vuông tại C. Tọa độ của C là:

a) C(–1, 0) hay C(3, 0) b) C(1, 0) hay C(3, 0)

c) C(1, 0) hay C(–3, 0) d) C(–1, 0) hay C(–3, 0).

115. Cho tam giác ABC có A(2, 6), B(–3, –4), C(5, 0). Tâm ω của đường tròn nội tiếp tam giác có tọa độ:

a) ω(–2, 1) b) ω(1, –2) c) ω(2, 1) d) ω(1, 2).

116. Cho hai điểm A(2, –1), B(0, 3). Trong các điểm sau đây, điểm nào là điểm đối xứng của A qua B ?

a) $D_1(7, -2)$ b) $D_2(-2, 7)$ c) $D_3(-2, -7)$ d) $D_4(2, -7)$

Hãy chọn kết quả đúng.

117. Cho ba điểm A(1, –2), B(2, 1), C(–1, 3). Điểm M(x, y) nào trong mặt phẳng tọa độ thỏa hệ thức: $2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 5\overrightarrow{CM} = \vec{0}$?

a) M(6, –2) b) M(–2, 6) c) M(–6, 2) d) M(2, –6)

Chọn kết quả đúng.

118. Ta thường gọi tên một tứ giác theo đúng một thứ tự từ đỉnh thứ nhất tới đỉnh thứ tư. Cho ba điểm A(4, –3), B(–5, 1), C(6, 6). Tọa độ đỉnh thứ tư D của hình bình hành ABCD là tọa độ nào ?

a) D(15, 2) b) D(2, 15) c) D(15, –2) d) D(–2, 15)

Hãy chọn trả lời đúng.

119. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2, -3)$, $\vec{b} = (3, 5)$ và vectơ $m\vec{a} + n\vec{b}$. Để vectơ $m\vec{a} + n\vec{b}$ vuông góc với vectơ $\vec{a} + \vec{b}$, thì m và n liên hệ với nhau bởi hệ thức nào ?

a) $\frac{m}{n} = \frac{-21}{4}$ b) $\frac{m}{n} = \frac{-23}{4}$ c) $\frac{m}{n} = \frac{-25}{4}$ d) $\frac{m}{n} = \frac{-27}{4}$

Chọn hệ thức đúng.

120. Cho ba vectơ $\vec{a} = (2, -3)$, $\vec{b} = (3, 2)$, $\vec{c} = (-4, 1)$. Hãy chọn kết quả sai:

a) $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = -11$ b) $\vec{b}(\vec{c} + \vec{a}) = -10$

c) $(\vec{a}.\vec{c}).\vec{b} = (-33, -22)$ d) $(\vec{b}.\vec{c}).\vec{a} = (20, -30)$

121. Cho ba vectơ $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (3, -2)$, $\vec{c} = (-2, 3)$. Hãy chọn kết quả sai:

a) $\cos(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = 1$ b) $\cos(\vec{c}, \vec{a} + \vec{b}) = \dfrac{-11}{10\sqrt{2}}$

c) $\cos(\vec{b}, \vec{a} + \vec{c}) = \dfrac{-11}{\sqrt{221}}$ d) $\cos(\vec{a}, \vec{b} - \vec{c}) = 0$

122. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (-2, -1)$. Vectơ $\vec{c}$ thỏa $\vec{a}.\vec{c} = 3$ và $\vec{b}.\vec{c} = 1$ là vectơ nào ?

a) $\vec{c} = (-1, 1)$ b) $\vec{c} = (1, -1)$

c) $\vec{c} = (1, 1)$ d) $\vec{c} = (-1, -1)$

Hãy chọn trả lời đúng.

Chủ đề 5 | ĐƯỜNG THẲNG

123. Cho tam giác ABC có A(2, 0), B(0, 3), C(–3, –1). Đường thẳng qua B và song song với AC có phương trình:

a) $5x - y + 3 = 0$ b) $5x + y - 3 = 0$

c) $x + 5y - 15 = 0$ d) $x - 5y + 15 = 0$.

124. Cho hai đường thẳng (d): $3x + 5y + 2 = 0$, (d'): $x + 2y - 1 = 0$ và điểm A(–1, 3). Đường thẳng qua A và giao điểm của (d) và (d') có phương trình:

a) $x - 4y + 11 = 0$ b) $4x - y + 11 = 0$

c) $x + 4y + 11 = 0$ d) $x + 4y - 11 = 0$.

125. Cho ba đường thẳng: (d): $2x - y + 3 = 0$

(d'): $x + 2y - 1 = 0$

(Δ): $3x + 4y + 1 = 0$

Đường thẳng đi qua giao điểm A của (d) và (d'), song song với (Δ) có phương trình:

a) $3x + 4y - 1 = 0$ b) $3x + 4y - 5 = 0$

c) $3x + 4y + 7 = 0$ d) $3x + 4y - 7 = 0$.

126. Hai đường thẳng $x + 2y - 4 = 0$ và $2x + y + 4 = 0$ cắt nhau tạo thành bốn miền (1), (2), (3), (4) trên mặt phẳng tọa độ Oxy. (Hình vẽ kèm)

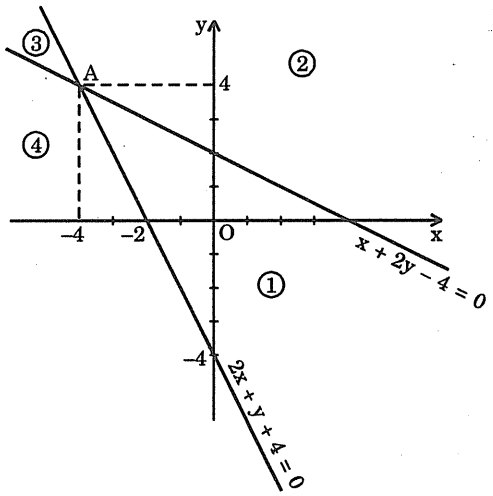
Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y - 4 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ là :

a) ①

b) ②

c) ③

d) ④



127. Hai cạnh của một hình chữ nhật có phương trình $3x - 4y + 5 = 0$ và $4x + 3y - 12 = 0$. Một đỉnh có tọa độ (3, –2). Phương trình của hai cạnh còn lại là:

a) $4x + 3y + 6 = 0$ và $3x - 4y - 15 = 0$

b) $4x + 3y - 6 = 0$ và $3x - 4y - 17 = 0$

c) $4x + 3y - 5 = 0$ và $3x - 4y + 17 = 0$

d) $4x + 3y - 7 = 0$ và $3x + 4y - 12 = 0$.

128. Một tam giác vuông cân có đỉnh góc vuông A(4, –1), cạnh huyền có phương trình $3x - y + 5 = 0$. Hai cạnh góc vuông của tam giác có phương trình:

a) $3x + y - 7 = 0$ và $x - 3y + 1 = 0$

b) $x + 2y - 6 = 0$ và $2x - y + 7 = 0$

c) $x - 2y - 6 = 0$ và $2x + y - 7 = 0$

d) $2x + y + 6 = 0$ và $x - 2y + 1 = 0$.

129. Cho hai đường thẳng (d): $x - 3y + 5 = 0$ và (d'): $3x - y + 15 = 0$. Phương trình đường phân giác góc tù tạo bởi (d) và (d') là:

a) $x - y - 5 = 0$ b) $x + y + 5 = 0$

c) $x + y - 5 = 0$ d) $x - y + 5 = 0$.

130. Cho hai đường thẳng (d): $7x + y + 6 = 0$ và (d'): $x - y + 2 = 0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi (d) và (d') là:

a) $x + 3y + 8 = 0$ b) $3x + y - 1 = 0$

c) $3x - y + 4 = 0$ d) $x - 3y + 1 = 0$.

131. Cho ba đường thẳng: (d): $2x + y - 1 = 0$, (d'): $x + 2y + 1 = 0$,

(Δ): $mx - y - 7 = 0$.

Để (d), (d') và (Δ) đồng quy tại một điểm thì giá trị thích hợp của m là:

a) $m = -6$ b) $m = 6$ c) $m = -5$ d) $m = 5$.

132. Cho tam giác ABC cân. Cạnh đáy BC có phương trình $4x + 3y + 1 = 0$, cạnh bên AC có phương trình $2x - y + 3 = 0$. Cạnh bên AB đi qua điểm M(2, 1). Phương trình cạnh AB là:

a) $2x + 11y + 7 = 0$ b) $2x - 11y + 7 = 0$

c) $11x + 2y + 7 = 0$ d) $11x - 2y + 7 = 0$.

133. Cho đường thẳng (d): $2x + y - 2 = 0$ và điểm A(6, 5). Điểm A' đối xứng của A qua (d) có tọa độ là:

a) A'(–6, –5) b) A'(–5, –6) c) A'(–6, –1) d) A'(5, 6).

134. Cho A(–2, 5), B(2, 3). Đường thẳng (d): $x - 4y + 4 = 0$ cắt AB tại M. Tọa độ điểm M là:

a) M(4, –2) b) M(–4, 2) c) M(4, 2) d) M(2, 4).

135. Cho A(5, –2), B(3, 2). Đường thẳng (d): $x + 2y - 4 = 0$ cắt đoạn AB tại M. Tỷ số $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$ bằng:

a) 2 b) 1 c) –2 d) –1.

136. Cho tam giác ABC có A(2, 6), B(–3, – 4), C(5, 0). Tọa độ trực tâm H của tam giác là:

a) H(0, 5) b) H(5, 0) c) H(0, –5) d) H(–5, 0).

137. Cho tam giác ABC có A(2, 6), B(–3, –4), C(5, 0). Gọi D là chân của đường phân giác trong góc C trên cạnh AB. Điểm D có tọa độ là:

a) $D\left(\frac{1}{7}, -\frac{12}{7}\right)$ b) $D\left(-\frac{1}{7}, \frac{12}{7}\right)$ c) $D\left(\frac{12}{7}, -\frac{1}{7}\right)$ d) $D\left(-\frac{12}{7}, \frac{1}{7}\right)$.

138. Tam giác ABC có cạnh AB: $4x + y + 15 = 0$, AC: $2x + 5y + 3 = 0$. Trọng tâm G(–2, –1). Tọa độ trung điểm M của cạnh BC là:

a) M(2, –1) b) M(–1, –2) c) M(1, –2) d) M(–2, 1).

139. Tam giác ABC có đỉnh A(–1, –3). Đường cao BB': $5x + 3y - 25 = 0$. Đường cao CC': $3x + 8y - 12 = 0$. Tọa độ đỉnh B là:

a) B(5, 2) b) B(2, 5) c) B(5, –2) d) B(2, –5).

140. Tam giác ABC có đỉnh A(–1, –3). Đường cao BB': $5x + 3y - 25 = 0$. Đường cao CC': $3x + 8y - 12 = 0$. Tọa độ đỉnh C là:

a) C(0, 4) b) C(0, –4) c) C(4, 0) d) C(–4, 0).

141. Cho tam giác ABC có đỉnh A(–1, –3). Đường trung trực của cạnh AB có phương trình $3x + 2y - 4 = 0$. Trọng tâm G(4, –2). Tọa độ đỉnh C của tam giác là:

a) C(8, 4) b) C(4, 8) c) C(–4, 8) d) C(8, –4).

142. Cho đường thẳng (d): $3x - 4y + 2 = 0$. Có hai đường thẳng (d_1), (d_2) song song với (d) và cùng cách (d) một khoảng bằng 1. Hai đường thẳng đó có phương trình:

a) $3x - 4y - 7 = 0$ và $3x - 4y + 3 = 0$

b) $3x - 4y + 7 = 0$ và $3x - 4y - 3 = 0$

c) $3x - 4y + 1 = 0$ và $3x - 4y - 3 = 0$

d) $3x - 4y - 7 = 0$ và $3x - 4y + 7 = 0$.

143. Cho tam giác ABC có A(–1, 3). Đường cao BB' có phương trình $x - y = 0$. Đường phân giác trong góc C: $x + 3y + 2 = 0$. Phương trình cạnh BC là:

a) $x + 7y - 18 = 0$ b) $x - 7y + 18 = 0$

c) $x + 7y + 18 = 0$ d) $x - 7y - 18 = 0$.

144. Cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$ $(t \in R)$ và điểm A(0, 2). Hình chiếu vuông góc A' của A lên đường thẳng (d) có tọa độ:

a) $A'\left(\frac{18}{5}, \frac{4}{5}\right)$ b) $A'\left(\frac{4}{5}, \frac{18}{5}\right)$

c) $A'\left(\frac{18}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ d) $A'\left(\frac{4}{5}, -\frac{18}{5}\right)$.

145. Cho tam giác ABC: A(–5, 6), B(–4, –1), C(4, –3). Đường phân giác trong của góc A có phương trình:

a) $x + 2y - 4 = 0$ b) $2x - y + 4 = 0$

c) $2x + y + 4 = 0$ d) $x - 2y - 4 = 0$.

146. Cho hai đường thẳng (d_1): $x + y - 1 = 0$, (d_2): $x - 3y + 3 = 0$. Gọi (d) là đường thẳng đối xứng với (d_1) qua (d_2). Phương trình của (d) là:

a) $x - 7y + 1 = 0$ b) $x + 7y + 1 = 0$

c) $7x + y + 1 = 0$ d) $7x - y + 1 = 0$

147. Cho A(2, 2), B(5, 1) và đường thẳng (Δ): $x - 2y + 8 = 0$. Điểm $C \in (\Delta)$, C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17 đơn vị diện tích. Tọa độ của C là:

a) C(10, 12) b) C(12, 10) c) C(8, 8) d) C(10, 8).

148. Cho hai đường thẳng (d_1): $x - 3y + 3 = 0$, (d_2): $3x - y - 1 = 0$. Điểm M trên trục hoành có hoành độ dương và cách đều (d_1) và (d_2) có tọa độ:

a) $M\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ b) M(1, 0) c) M(2, 0) d) M(3, 0).

149. Cho các cặp 3 đường thẳng một sau đây:

(1): $\begin{cases} x + 2y + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \\ 3x - y - 4 = 0 \end{cases}$ (2): $\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 5x + 3y - 7 = 0 \\ 3x - y + 3 = 0 \end{cases}$

(3): $\begin{cases} 3x - y - 3 = 0 \\ 2x + 3y - 2 = 0 \\ 5x - 4y - 5 = 0 \end{cases}$ (4): $\begin{cases} 4x + y + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 7 = 0 \\ 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$

Cặp có ba đường thẳng đồng quy là:

a) (1) b) (3) c) (2) d) (4).

150. Hai cạnh của một hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng: (d_1): $4x - 3y + 5 = 0$, (d_2): $3x + 4y - 5 = 0$, một đỉnh A có tọa độ A(2, 1). Diện tích của hình chữ nhật này bằng:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4.

151. Cho hai điểm A(1, 1), B(–3, 3) và đường thẳng (d): $x + y + 5 = 0$. Điểm $C \in (d)$, cách đều A và B có tọa độ là:

a) C(3, 2) b) C(2, 3) c) C(–3, –2) d) C(–2, –3).

152. Cho tam giác ABC có A(–6, –3), B(–4, 3), C(9, 2). Đường phân giác của góc ngoài A có phương trình:

a) $x + y - 9 = 0$ b) $x + y + 9 = 0$

c) $x + y - 5 = 0$ d) $x + y + 5 = 0$.

153. Cho tam giác ABC có đỉnh A(3, 2), đường cao BB' có phương trình $x - y + 2 = 0$, đường trung tuyến xuất phát từ B có phương trình $2x - y + 8 = 0$. Tọa độ đỉnh C của tam giác là:

a) C(10, 5) b) C(–10, 5) c) C(–5, 10) d) C(10, –5).

154. Cho một tam giác ABC có C(–2, –4), trọng tâm G(0, 4), trung điểm M của cạnh BC: M(2, 0). Tọa độ của A và B là:

a) A(4, –12), B(–6, 4) b) A(–4, –12), B(6, 4)

c) A(4, 12), B(4, 6) d) A(–4, 12), B(6, 4).

155. Cho tam giác ABC có đường cao BB': $x + y - 1 = 0$, đường cao CC': $-3x + y + 1 = 0$, cạnh BC: $5x - y - 5 = 0$. Đường cao AA' có phương trình:

a) $5x + y + 3 = 0$ b) $5x + y - 3 = 0$

c) $x + 5y + 3 = 0$ d) $x + 5y - 3 = 0$.

156. Cho tam giác ABC có A(1, 1), đường cao BB': $-2x + y - 8 = 0$, đường cao CC': $2x + 3y - 8 = 0$. Đường cao AA' có phương trình:

a) $x - y + 2 = 0$ b) $x + y + 2 = 0$

c) $x - y - 2 = 0$ d) $x + y - 2 = 0$.

157. Phát hiện mệnh đề sai:

a) Đường thẳng chứa trục Ox có phương trình $y = 0$

b) Đường thẳng chứa trục Oy có phương trình $x = 0$

c) Đường thẳng đi qua điểm M(a, b) và vuông góc với trục Ox có phương trình $x = a$.

d) Đường thẳng đi qua điểm M(a, b) và song song với đường phân giác của góc $\widehat{xOy}$ có phương trình $\begin{cases} x = a - t \\ y = b + t \end{cases}$ $(t \in R)$

158. Cho đường thẳng (Δ) có phương trình: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$ $(t \in R)$

Tìm kết luận sai:

a) Điểm $A(-1, 4) \in (\Delta)$

b) Một vectơ chỉ phương khác của (Δ) là $\vec{b} = (3, -9)$

c) Điểm $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right) \in (\Delta)$

d) (Δ) có phương trình tổng quát: $3x - y - 1 = 0$

159. Cho đường thẳng (d): $x - 2y - 7 = 0$. Trong các phương trình tham số sau đây, có một phương trình không phải là phương trình của (d). Đó là phương trình nào?

a) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = -1 - 6t \\ y = -4 - 3t \end{cases}$

160. Cho hai đường thẳng (d): $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 8 + 2t \end{cases}$ và (d'): $\begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 2 + t' \end{cases}$. (d) và (d') cắt nhau tại M. Tọa độ M là:

a) M(–2, 1) b) M(1, –2) c) M(2, –1) d) M(1, 2)

Chọn kết luận đúng.

161. Cho hai đường thẳng: (Δ): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ và (Δ'): $\begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -1 + 5t' \end{cases}$. Giao điểm của (Δ) và (Δ') là một điểm A. Tọa độ của A là:

a) A(–11, 8) b) A(8, –11) c) A(11, –8) d) A(11, 8)

Chọn kết luận đúng.

162. Cho hai điểm A(3, –1), B(–2, 4). Trong bốn phương trình sau, có một phương trình không phải là phương trình đường thẳng AB. Đó là phương trình nào?

a) $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = -1 + 5t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \end{cases}$

163. Cho điểm M(–3, 1) và vectơ $\vec{a} = (-2, 5)$. Đường thẳng (d) đi qua M và nhận $\vec{a}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tổng quát:

a) $5x + 2y - 13 = 0$ b) $2x + 5y - 13 = 0$

c) $2x + 5y + 13 = 0$ d) $5x + 2y + 13 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

164. (Δ) là đường thẳng đi qua A(2, 1) và có hệ số góc $k = -2$. Phương trình tổng quát của (Δ):

a) $x + 2y - 5 = 0$ b) $2x + y - 5 = 0$

c) $2x - y + 5 = 0$ d) $2x + y + 5 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

165. Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm M(5, –1) và song song với đường thẳng (Δ): 3x + 2y – 1 = 0.

Trong bốn đáp số về phương trình tham số của (d) sau đây, có một đáp số sai. Hãy chỉ rõ đáp số sai:

a) $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 2 + 6t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$

166. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua điểm B(–2, 4) và vuông góc với đường thẳng 4x – y + 5 = 0. (Δ) có phương trình tổng quát:

a) x + 4y + 14 = 0 b) x + 4y – 14 = 0

c) x + 4y + 16 = 0 d) x + 4y – 16 = 0

Hãy chọn kết quả đúng.

167. Cho tam giác ABC: có A(–2, 1), B(4, 3), C(2, –5). Đường trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh A có phương trình:

a) 2x – 5y – 1 = 0 b) 2x – 5y + 1 = 0

c) 2x + 5y – 1 = 0 d) 2x + 5y + 1 = 0

Hãy chọn kết quả đúng.

168. Cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ ($t \in R$) và điểm A(1, 3). Có hai điểm thuộc đường thẳng (d) mà khoảng cách từ điểm đó đến điểm A bằng 2 đơn vị chiều dài. Một trong hai điểm đó là:

a) $B_1(5, -1)$ b) $B_2(-1, 5)$ c) $B_3(5, 1)$ d) $B_4(1, 5)$

Hãy chọn trả lời đúng.

169. Cho ba đường thẳng: (d): x – 2y + 8 = 0,

(d'): 3x + y + 3 = 0,

(Δ): x + my – 4 = 0.

Để ba đường thẳng (d), (d'), (Δ) đồng qui tại một điểm thì giá trị thích hợp của m là:

a) m = –2 b) m = 2 c) m = –3 d) m = 3

Hãy chọn kết luận đúng.

170. Cho đường thẳng (d): $2x - y + 2 = 0$ và điểm A(–5, 6). Điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng (d) là điểm nào?

a) $A'\left(-\frac{31}{5}; \frac{2}{5}\right)$ b) $A'\left(\frac{31}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ c) $A'\left(\frac{31}{5}; \frac{2}{5}\right)$ d) $A'\left(-\frac{31}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

Hãy chọn kết quả đúng.

171. Cho A(–2, 5), B(2, 3). Nếu đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$ cắt đường thẳng AB tại M thì tỉ số $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$ bằng:

a) 2 b) 1 c) –2 d) –1

Hãy chọn kết quả đúng.

172*. Tam giác ABC có cạnh AB: $4x + y + 15 = 0$, cạnh AC: $2x + 5y + 3 = 0$. Trọng tâm G của tam giác: G(–2, –1). Gọi M là trung điểm của cạnh BC thì tọa độ của M là:

a) M(2, –1) b) M(–1, –2) c) M(1, –2) d) M(–2, 1)

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 6 | ĐƯỜNG TRÒN

173. Cho A(2, 1), B(3, –2). Tập hợp những điểm M(x, y) sao cho $MA^2 + MB^2 = 30$ là một đường tròn có phương trình:

a) $x^2 + y^2 - 10x - 2y - 12 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 5x + y - 6 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 5x - y - 6 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 5x + y + 6 = 0$.

174. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ và (C_2): $x^2 + y^2 = 9$. Tìm câu trả lời đúng:

a) (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau b) (C_1) và (C_2) ngoài nhau

c) (C_1) và (C_2) cắt nhau d) (C_1) và (C_2) có 3 tiếp tuyến chung.

175. Cho họ đường thẳng (d_m): $(1 - m^2)x + 2my + m^2 - 4m + 1 = 0$. Khi tham số m thay đổi, (d_m) luôn tiếp xúc với một đường tròn (C) cố định. (C) có phương trình:

a) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ b) $x^2 + (y - 1)^2 = 1$

c) $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ d) $(x + 1)^2 + y^2 = 1$.

176. Đường tròn tâm I(1, –2), tiếp xúc với đường thẳng (d): $3x - 4y + 4 = 0$ có phương trình:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$

177. Đường tròn (C) đi qua gốc tọa độ và có tâm I(–3, 4) có phương trình:

a) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ b) $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$

c) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$ d) $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$.

178. Có hai đường tròn (C_1), (C_2) đều có tâm nằm trên đường thẳng $2x - y - 3 = 0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ. (C_1) và (C_2) có các phương trình sau:

a) $x^2 + y^2 + 6x + 6y - 9 = 0$ và $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$ và $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$

d) $x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0$ và $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$.

179. Đường tròn (C) qua điểm A(5, 3) và tiếp xúc với đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ tại điểm B(1, –1) có phương trình:

a) $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 2 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 2 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$.

180. Đường tròn (C) qua hai điểm A(4, 3), B(–2, 1), có tâm nằm trên đường thẳng $x + 2y + 5 = 0$ có phương trình:

a) $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 25 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 25 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 25 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25 = 0$.

181. Cho họ đường cong (C_m): $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$. Có hai giá trị của m để (C_m) là đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$. Hai giá trị đó là:

a) $m = 1, m = 3$ b) $m = 2, m = -3$

c) $m = 0, m = 3$ d) $m = 0, m = -3$.

182. Cho họ đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 + 2mx - 2(m + 1)y - 4m - 4 = 0$. Có một đường tròn thuộc họ (C_m) có bán kính nhỏ nhất, đó là đường tròn có phương trình:

a) $x^2 + y^2 + 3x - y + 2 = 0$ b) $x^2 + y^2 + 3x - y - 2 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 3x + y + 2 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 3x + y - 2 = 0$.

183. Tọa độ giao điểm A, B của hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$, (C_2): $x^2 + y^2 - x - 7y - 18 = 0$ là:

a) A(1, 2), B(6, –3) b) A(1, –2), B(6, 3)

c) A(1, –2), B(–6, 3) d) A(2, –1), B(3, 6).

184. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0$ và đường thẳng (d): $x + 3y + 2 = 0$ có hai tiếp tuyến của (C) song song với (d), đó là:

a) $x + 3y + 5 = 0$ và $x + 3y - 5 = 0$

b) $x + 3y - 10 = 0$ và $x + 3y + 10 = 0$

c) $x + 3y - 8 = 0$ và $x + 3y + 8 = 0$

d) $x + 3y - 12 = 0$ và $x + 3y + 12 = 0$.

185. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Từ điểm A(3, –2) có thể kẻ đến (C) 2 tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến đó có phương trình:

a) $2x + y + 8 = 0$ và $x - 2y - 1 = 0$

b) $2x - y + 8 = 0$ và$x + 2y - 1 = 0$

c) $2x - y - 8 = 0$ và$x + 2y + 1 = 0$

d) $2x + y - 8 = 0$ và$x - 2y + 1 = 0$.

186. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

và (C_2): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$

Tìm câu đúng:

a) (C_1) ở ngoài (C_2) b) (C_1) tiếp xúc ngoài (C_2)

c) (C_1) cắt (C_2) d) (C_1) tiếp xúc trong (C_2).

187. Cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ và điểm A(2, 1). Hai tiếp tuyến vẽ từ A đến (C) tiếp xúc với (C) tại T_1, T_2. Đường thẳng T_1T_2 có phương trình:

a) $x - 4y - 2 = 0$ b) $x - 4y + 2 = 0$

c) $x + 4y + 2 = 0$ d) $x + 4y - 2 = 0$.

188. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ và điểm A(0, 6). Các tiếp tuyến vẽ từ A đến (C) tiếp xúc với (C) tại T_1, T_2. Đường thẳng T_1T_2 có phương trình:

a) $3x - 4y - 4 = 0$ b) $3x - 4y + 4 = 0$

c) $3x + 4y - 4 = 0$ d) $3x + 4y + 4 = 0$.

189. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng (d): $4x + 3y - 5 = 0$. Có hai đường thẳng song song với (d), chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng 4. Hai đường thẳng đó có phương trình:

a) $4x + 3y - 3 = 0$ và $4x + 3y + 7 = 0$

b) $4x + 3y + 3 = 0$ và $4x + 3y - 7 = 0$

c) $4x + 3y - 3 = 0$ và $4x + 3y - 7 = 0$

d) $4x + 3y + 3 = 0$ và $4x + 3y + 7 = 0$.

190. Trục đẳng phương của hai đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và

(C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x + 4my - 5 = 0$

luôn đi qua một điểm cố định. Điểm cố định đó có tọa độ:

a) $(-2, 1)$ b) $(2, -1)$ c) $(2, 1)$ d) $(-2, -1)$.

191. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$,

(C_2): $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$.

a) (C_1) và (C_2) có hai tiếp tuyến chung

b) (C_1) và (C_2) có bốn tiếp tuyến chung

c) (C_1) và (C_2) có ba tiếp tuyến chung

d) (C_1) và (C_2) chỉ có một tiếp tuyến chung.

192. Đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$ có tâm và bán kính là:

a) $I(-3, 2)$, $R = 6$ b) $I(3, 2)$, $R = 5$

c) $I(3, -2)$, $R = 6$ d) $I(-3, -2)$, $R = 5$.

Chọn kết luận đúng.

193. Đường tròn (C): $3x^2 + 3y^2 + 6x - 4y - 1 = 0$ có tâm I và bán kính là:

a) $I\left(1; -\frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{4}{3}$ b) $I\left(-1; \frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{4}{3}$

c) $I\left(1; -\frac{3}{2}\right)$, $R = \frac{3}{4}$ d) $I\left(1; \frac{3}{2}\right)$, $R = \frac{3}{4}$

Chọn kết luận đúng.

194. Kết luận nào sai?

a) Đường tròn $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - \frac{5}{2} = 0$ có tâm $I(2, -1)$, $R = \frac{5}{2}$

b) Đường tròn $x^2 + y^2 - x + 3y + \frac{1}{2} = 0$ có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$, $R = \sqrt{2}$

c) Đường tròn $4x^2 + 4y^2 - 16x + 12y + 32 = 0$ tâm $I\left(2; -\frac{3}{2}\right)$, $R = 2\sqrt{2}$

d) Đường $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6 = 0$ không phải là đường tròn.

195. Cho hai điểm A(2, 1), B(–3, 5). Tập hợp những điểm M(x, y) sao cho $3MA^2 - 2MB^2 = 25$ là một đường tròn. Phương trình đường tròn này là:

a) $x^2 + y^2 - 24x - 14y - 78 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 24x + 14y - 78 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 24y - 14y - 78 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 24y + 14y - 78 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

196. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$. Chọn kết luận sai:

a) Điểm A(–2, 3) ở bên trong (C)

b) Điểm B(3, –2) ở bên ngoài (C)

c) Điểm C(1, 5) ở trên đường tròn (C)

d) Ba kết luận trên đều sai

197. Đường tròn đi qua ba điểm A(1, 3), B(1, –1), C(2, 0) có phương trình:

a) $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 2y + 4 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2y + 4 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

198. Với đề toán: Tìm phương trình của một đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ và có tâm thuộc đường thẳng $2x - y - 4 = 0$, một học sinh đã đưa ra bốn bước giải: Gọi I(a, b) là tâm của đường tròn phải tìm.

a) Đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm I của nó nằm trên đường thẳng $y = x$, điều này tương đương với $b = a$ (1)

b) Tâm của đường tròn thuộc đường thẳng $2x - y - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2a - b - 4 = 0$ (2)

c) Thế $b = a$ từ (1) vào (2): $2a - a - 4 = 0$

d) Từ đó $a = 4$, $b = 4$, $R = d(I, Ox) = 4$.

Hãy chọn bước giải mà học sinh này còn thiếu.

199. Đường tròn (C) đi qua điểm M(1, 2) và tiếp xúc với đường thẳng $3x - 4y + 2 = 0$ tại điểm N(–2, –1) có phương trình:

a) $(x + 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$ b) $(x + 11)^2 + (y + 11)^2 = 225$

c) $(x - 11)^2 + (y + 11)^2 = 225$ d) $(x - 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$

Hãy chọn kết quả đúng.

200. Đường tròn (C) đi qua hai điểm A(4, 3), B(–2, 1) và có tâm thuộc đường thẳng $x + 2y + 5 = 0$ có bán kính là số nào?

a) $2\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$

c) $4\sqrt{2}$ d) $5\sqrt{2}$

Hãy chọn trả lời đúng.

201. Gọi (C) là đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $2x + y = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng (d_1): $4x - 3y + 10 = 0$, (d_2): $4x - 3y - 30 = 0$. Tâm của (C) là điểm nào?

a) I(–2, 1) b) I(1, –2)

c) I(2, 1) d) I(–1, 2)

Hãy chọn kết luận đúng.

202. (C) là đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $4x + 3y - 2 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng (Δ_1): $x + y + 4 = 0$, (Δ_2): $7x - y + 4 = 0$. (C) có bán kính bằng:

a) $\sqrt{2}$ hoặc $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}$ hoặc $\sqrt{6}$

c) $\sqrt{8}$ hoặc $\sqrt{18}$ d) $\sqrt{10}$ hoặc $\sqrt{20}$

Hãy chọn kết luận đúng.

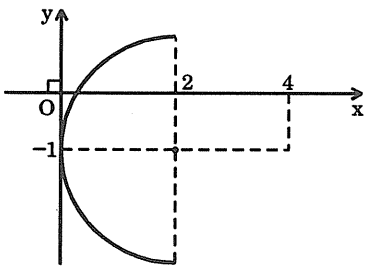
203. Trong số các đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 - 4mx + 2(m - 1)y + 6m - 3 = 0$ có một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của đường tròn này bằng số nào?

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

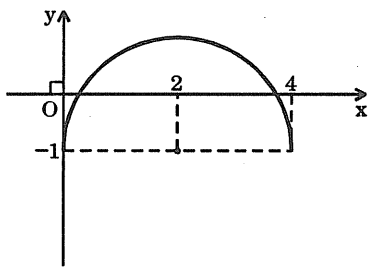
Hãy chọn kết quả đúng.

204. Trong bốn hình vẽ sau đây, hãy chọn hình vẽ biểu diễn cho đường có phương trình $y = \sqrt{4x - x^2} - 1$

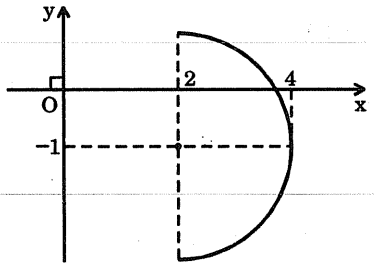
a)



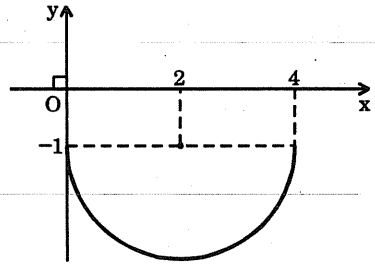
b)



c)

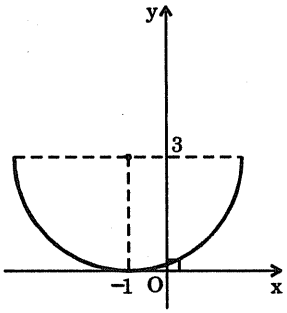


d)

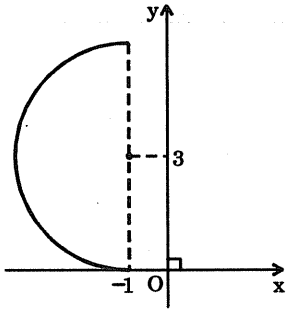


205. Trong bốn hình vẽ sau đây, hãy chọn hình vẽ của đường có phương trình $x = -1 + \sqrt{6y - y^2}$.

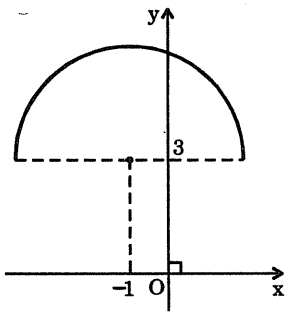
a)



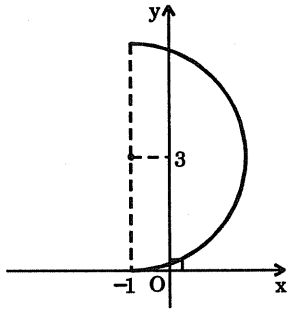
b)



c)



d)



206. Trong các đường tròn (C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x - 2(m + 2)y + 6m + 7 = 0$ có duy nhất một đường tròn tiếp xúc với trục Oy. Đó là đường tròn có phương trình:

a) $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 25 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 25 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 8x + 10y + 25 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

207. Cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$

và (C_2): $5x^2 + 5y^2 - 16x + 12y - 25 = 0$.

Trong bốn kết luận sau, chỉ có một kết luận đúng. Đó là kết luận nào?

a) (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau b) (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong nhau

c) (C_1) và (C_2) ngoài nhau d) (C_1) và (C_2) cắt nhau.

Chủ đề 7 | ELIP

208. Elip (E) có tâm O, hai trục đối xứng là Ox, Oy. (E) qua hai điểm $M(4, -\sqrt{3})$, $N(-2\sqrt{2}, 3)$. (E) có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$ c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ d) $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{20} = 1$

209. Elip (E) có tâm O, hai trục đối xứng là 2 trục tọa độ. (E) qua hai điểm $M\left(-2\sqrt{3}, \frac{3}{2}\right)$ và $N\left(2, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ d) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

210. Một elip (E) có mỗi đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông. (E) này có tâm sai e bằng:

a) $e = \frac{1}{2}$ b) $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $e = \frac{1}{3}$ d) $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$

211. Một elip (E) có trục lớn bằng hai lần trục nhỏ. Tâm sai của elip này bằng:

a) $e = \frac{3}{4}$ b) $e = \sqrt{\frac{2}{3}}$ c) $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $e = \sqrt{\frac{3}{5}}$

212. Khoảng cách giữa hai đỉnh liên tiếp của một elip bằng tiêu cự của elip đó. Elip này có tâm sai bằng:

a) $e = \sqrt{\frac{2}{3}}$ b) $e = \sqrt{\frac{3}{5}}$ c) $e = \sqrt{\frac{2}{5}}$ d) $e = \sqrt{\frac{4}{5}}$

213. Một elip (E) có tâm đối xứng O, hai trục đối xứng là hai trục tọa độ, tiêu điểm nằm trên trục $\overrightarrow{Ox}$, tiêu cự bằng 8 và (E) qua điểm $M(\sqrt{15}, -1)$.

Phương trình chính tắc của (E) là:

a) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$

c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ d) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{16}=1$.

214. Một elip (E) có hai tiêu điểm nằm trên trục hoành, tâm đối xứng là gốc tọa độ O, (E) có tâm sai e = $\frac{2}{3}$ và đi qua điểm $N\left(2,-\frac{5}{3}\right)$. Phương trình chính tắc của elip này là:

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$ d) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$.

215. Một elip (E) có tâm đối xứng là gốc tọa độ O, tiêu điểm nằm trên trục hoành, khoảng cách giữa 2 tiêu điểm bằng 4, khoảng cách giữa hai đường chuẩn là 5. (E) này có phương trình chính tắc là:

a) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

c) $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ d) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

216. Elip (E) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ, tiêu điểm nằm trên trục hoành. Tâm sai e = $\frac{3}{4}$, khoảng cách từ tâm đối xứng đến một đường chuẩn là $\frac{16}{3}$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ b) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$.

217. Elip (E) có tâm đối xứng là gốc tọa độ O, có tiêu điểm nằm trên trục hoành, có tâm sai e = $\frac{\sqrt{2}}{2}$, khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $8\sqrt{2}$. Phương trình chính tắc của (E) là:

a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$ b) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

218. Elip (E) có tâm O, trục lớn nằm trên Ox, qua $M(\sqrt{5}, -2)$, khoảng cách giữa hai đường chuẩn là 10. Phương trình chính tắc của (E) là:

a) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{15}=1$ b) $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{6}=1$ c) $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{9}=1$ d) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{9}=1$.

219. Cho elip (E): $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$. Tìm câu sai:

a) Trục lớn của elip bằng 8

b) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{7}$

c) Tâm sai của elip bằng $\frac{\sqrt{7}}{3}$

d) Hai đường chuẩn của elip là $x = \frac{16\sqrt{7}}{7}$ và $x = \frac{-16\sqrt{7}}{7}$.

220. Cho elip (E): $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$. Tìm câu sai:

a) Trục nhỏ của elip bằng 4

b) Tọa độ tiêu điểm $F_1(-\sqrt{5}, 0)$, $F_2(\sqrt{5}, 0)$

c) Tỷ số khoảng cách từ một điểm $M \in (E)$ đến tiêu điểm và đến một đường chuẩn tương ứng với tiêu điểm đó bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$

d) Phương trình hai đường chuẩn là $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ và $x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

221. Elip (E) có tâm O, một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ và đi qua điểm $M\left(\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\right)$. Phương trình chính tắc của elip này là:

a) $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ b) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ c) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ d) $\frac{x^2}{4}+2y^2=1$.

222. Cho elip (E) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Có hai tiếp tuyến của (E) song song với đường thẳng $3x - 4y + 5 = 0$, đó là:

a) $3x - 4y + 12 = 0$ và $3x - 4y - 12 = 0$

b) $3x - 4y + 12\sqrt{2} = 0$ và $3x - 4y - 12\sqrt{2} = 0$

c) $3x - 4y + 4\sqrt{2} = 0$ và $3x - 4y - 4\sqrt{2} = 0$

d) $3x - 4y + 16 = 0$ và $3x - 4y - 16 = 0$.

223. Cho elip (E) $\frac{x^2}{60}+\frac{y^2}{15}=1$. Có hai tiếp tuyến của (E) vuông góc với đường thẳng $2x - 3y + 5 = 0$. Đó là các đường thẳng:

a) $3x + 2y + 15 = 0$ và $3x + 2y - 15 = 0$

b) $3x + 2y + 10\sqrt{6} = 0$ và $3x + 2y - 10\sqrt{6} = 0$

c) $3x + 2y + 6\sqrt{10} = 0$ và $3x + 2y - 6\sqrt{10} = 0$

d) $3x + 2y + 5\sqrt{2} = 0$ và $3x + 2y - 5\sqrt{2} = 0$.

224. Cho elip (E): $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Có hai tiếp tuyến của (E) có hệ số góc bằng 2, đó là các đường thẳng:

a) $2x - y + 2\sqrt{3} = 0$ và $2x - y - 2\sqrt{3} = 0$

b) $2x - y + 3\sqrt{2} = 0$ và $2x - y - 3\sqrt{2} = 0$

c) $2x - y + 6 = 0$ và $2x - y - 6 = 0$

d) $2x - y + 12 = 0$ và $2x - y - 12 = 0$.

225. Cho elip (E) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Tiếp tuyến của (E) xuất phát từ điểm A(3, –4) có phương trình:

a) $x + 2y + 5 = 0$ và $x = 3$

b) $x + 2y - 5 = 0$ và $x = 3$

c) $x + 2y + 5 = 0$

d) $x + 2y - 5 = 0$.

226. Hai tiếp tuyến của elip (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ xuất phát từ điểm $A\left(0,\frac{5}{2}\right)$ có phương trình:

a) $3x + 10y + 25 = 0$ và $3x - 10y - 25 = 0$

b) $3x - 10y + 25 = 0$ và $3x + 10y - 25 = 0$

c) $3x + 10y + 10 = 0$ và $3x - 10y - 10 = 0$

d) $3x + 10y + 15 = 0$ và $3x - 10y - 15 = 0$.

227. Một elip (E) có tâm O, tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, nhận đường thẳng $x - y - 3 = 0$ làm một tiếp tuyến. Elip (E) có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$ b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ c) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ d) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$.

228. Một elip (E) có tâm O, tiêu điểm trên trục hoành Ox, tiêu cự bằng $2\sqrt{30}$, tiếp xúc với đường thẳng x + 6y + 20 = 0. Elip đó có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{30}=1$ b) $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{10}=1$ c) $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{16}=1$ d) $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{12}=1$.

229. Cho một elip (E) có tâm sai $e=\frac{1}{\sqrt{5}}$, tâm đối xứng O, tiêu điểm nằm trên trục Ox, khoảng cách giữa hai đỉnh liên tiếp bằng 3. Elip (E) có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ c) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ d) $\frac{x^2}{5}+y^2=1$.

230. Một elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$ và đi qua điểm M(2, 3). Elip (E) có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ b) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$.

231. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Phương trình đường tiếp tuyến tại điểm $M\left(2\sqrt{3},-\frac{3}{2}\right)\in(E)$ là:

a) $4x+3\sqrt{3}y-24=0$ b) $3\sqrt{3}x-4y-24=0$

c) $4x-3\sqrt{3}y+24=0$ d) $3\sqrt{3}x+4y+24=0$.

232. Cho elip (E) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ và điểm $M\left(-3,\frac{8}{5}\right)\in(E)$. Phương trình tiếp tuyến tại M của (E) là:

a) 10x – 3y – 25 = 0 b) 10x + 3y + 25 = 0

c) 3x + 10y + 25 = 0 d) 3x – 10y + 25 = 0.

233. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và điểm $M(x, y)\in(E)$. Biểu thức $F_1M.F_2M + OM^2$ (với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E)) có giá trị không đổi và bằng:

a) 7 b) 25 c) 9 d) 16.

234. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ và 2 điểm A(–5, –1), B(–1, 1). Các tiếp tuyến của (E) song song với đường thẳng AB là:

a) $2x - y - 6 = 0$ và $2x - y + 6 = 0$

b) $x - 2y - 6 = 0$ và $x - 2y + 6 = 0$

c) $2x + y - 6 = 0$ và $2x + y + 6 = 0$

d) $x + 2y - 6 = 0$ và $x + 2y + 6 = 0$.

235. Cho elip (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm M(1, 1). Đường thẳng (d) qua M, cắt (E) tại A và B sao cho M là trung điểm của đoạn AB. Đường thẳng (d) có phương trình:

a) $9x + 4y + 13 = 0$ b) $9x - 4y + 13 = 0$

c) $4x + 9y - 13 = 0$ d) $4x - 9y + 13 = 0$.

236. Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ cắt đường thẳng (d): $x - 2y + 4 = 0$ tại hai điểm A và B. Tọa độ của A, B là:

a) A(3, 2), B(0, 4) b) A(2, 3), B(4, 0)

c) A(2, –3), B(–4, 0) d) A(2, 3), B(–4, 0).

237. Cho họ đường thẳng $x.\cos\varphi + y\sin\varphi + \sqrt{4 + \cos^2\varphi} = 0$ với φ là tham số. Khi φ thay đổi, họ đường thẳng này luôn tiếp xúc với một elip (E) cố định. Elip (E) này có phương trình:

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ d) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

238. Cho họ đường thẳng (Δt): $3x\cos t - 4y\sin t + \sqrt{5 + \cos 2t} = 0$ với t là tham số. Khi t thay đổi, (Δt) luôn tiếp xúc với một elip (E) cố định. Đó là elip có phương trình:

a) $\frac{x^2}{2} + 4y^2 = 1$ b) $4x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ c) $\frac{x^2}{4} + 2y^2 = 1$ d) $\frac{x^2}{2} + 2y^2 = 1$.

239. Cho elip (E): $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$. Mệnh đề nào sai?

a) (E) có trục nhỏ bằng 4

b) (E) có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

c) (E) có tiêu điểm bên trái $F_1(-\sqrt{5}; 0)$

d) (E) có đường chuẩn ứng với tiêu điểm F_2 là $x = \frac{4}{\sqrt{5}}$

240. Cho elip (E): $25x^2 + 36y^2 = 900$. Hãy chọn phát biểu sai:

a) (E) có tiêu điểm bên phải $F_2(11, 0)$

b) (E) có độ dài trục lớn bằng 12

c) Hình chữ nhật cơ sở của (E) có diện tích bằng 120 đơn vị diện tích

d) (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{44}$.

241. Một elip (E) có tâm O, tiêu điểm nằm trên trục Ox, trục lớn bằng 16. Tiêu cự bằng $2\sqrt{15}$. Phương trình chính tắc của (E) là phương trình nào?

a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ b) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ c) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ d) $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{49}=1$

Hãy chọn kết luận đúng.

242. Một elip (E) có tiêu điểm nằm trên trục Ox, tâm O, trục nhỏ có độ dài bằng 6. (E) đi qua điểm $A(-2\sqrt{5}; 2)$. Tâm sai của elip này bằng:

a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Hãy chọn kết luận đúng.

243. Một elip (E) có tâm O, trục lớn nằm trên Ox và có độ dài bằng 8. (E) đi qua B(–2, 2). Phương trình chính tắc của (E) là phương trình nào?

a) $\frac{x^2}{16}+y^2=1$ b) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{2}=1$ c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{3y^2}{16}=1$

Hãy chọn kết luận đúng.

244. Một elip (E) có mỗi đỉnh trên trục nhỏ đều nhìn hai tiêu điểm dưới một góc bằng 120^0. Tâm sai của elip này bằng:

a) $e=\frac{1}{2}$ b) $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $e=\frac{\sqrt{3}}{4}$

Hãy chọn kết quả đúng.

245. Một elip (E) có trục lớn dài gấp ba lần trục nhỏ. Tâm sai e của elip này là số nào?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Hãy chọn kết luận đúng.

246. Một elip (E) có khoảng cách giữa hai đỉnh kế tiếp nhau dài bằng gấp 1,5 lần tiêu cự của nó. (E) này có tâm sai e bằng:

a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Hãy chọn kết luận đúng.

247. Một elip (E) có tâm O, hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Điểm $M(8, 12) \in (E)$ có bán kính qua tiêu điểm trái $F_1M = 20$. (E) này có tâm sai e bằng:

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$

Hãy chọn kết luận đúng.

248. Một elip (E) có tâm O, hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Tiêu điểm nằm trên trục Ox. Khoảng cách giữa hai tiêu điểm bằng 4. Khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 5. Phương trình chính tắc của (E) là phương trình nào?

a) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ c) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ d) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

Hãy chọn kết luận đúng.

249. Một elip (E) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ, tiêu điểm nằm trên trục Ox. (E) có tâm sai $e = \frac{3}{4}$, khoảng cách từ tâm đối xứng đến một đường chuẩn bằng $\frac{16}{3}$. (E) này có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ b) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ d) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

Hãy chọn trả lời đúng.

250. Một elip (E) có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$, tâm O, hai trục đối xứng là Ox, Oy, tiêu điểm nằm trên Ox và khoảng cách giữa hai đỉnh liên tiếp bằng 3. Phương trình chính tắc của (E) là phương trình nào?

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ c) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ d) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$

Hãy chọn trả lời đúng.

251. Cho một elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$ và đi qua $M(2, 3)$. Không thành lập phương trình của (E), hãy chỉ rõ mệnh đề nào sai?

a) (E) có trục lớn bằng 8

b) (E) có trục nhỏ bằng $4\sqrt{3}$

c) (E) có hai đường chuẩn là $x = \pm 4$

d) Các điểm $M_1(2, -3)$, $M_2(-2, 3)$, $M_3(-2, -3)$ đều thuộc (E).

252. Cho elip (E): $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ và điểm $M\left(-3; \frac{5\sqrt{3}}{2}\right) \in$ (E). Tiếp tuyến tại điểm M của (E) có hệ số góc bằng:

a) $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ b) $\frac{5\sqrt{3}}{14}$ c) $\frac{5\sqrt{3}}{16}$ d) $\frac{5\sqrt{3}}{18}$

Hãy chọn kết quả đúng.

253. Cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm $M\left(3; -\frac{8}{5}\right) \in$ (E). Phương trình tiếp tuyến tại điểm M của (E) là phương trình nào?

a) $3x - 10y + 25 = 0$ b) $3x + 10y - 25 = 0$

c) $3x - 10y - 25 = 0$ d) $3x + 10y + 25 = 0$

254. Đường thẳng (d): $x + 2y - 7 = 0$ cắt elip (E): $x^2 + 4y^2 = 25$ theo một dây cung AB. Độ dài của dây cung AB bằng:

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ c) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Hãy chọn kết quả đúng.

255. Tiếp tuyến tại điểm M(4, 3) thuộc elip: $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng:

a) 12 b) 16 c) 18 d) 24

Hãy chọn kết quả đúng.

256. Một elip (E) có hai trục đối xứng là hai trục Ox, Oy. Elip này nhận hai đường thẳng $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$ và $x - \sqrt{3}y + 4\sqrt{2} = 0$ làm hai tiếp tuyến. (E) có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ b) $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$

c) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{10} = 1$ d) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{2} = 1$

Hãy chọn trả lời đúng.

Chủ đề 8 | HYPERBOL

257. Cho hyperbol (H) có phương trình $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm câu sai:

a) (H) có trục thực bằng 8

b) (H) có tiêu điểm $F_1(-5, 0)$, $F_2(5, 0)$

c) (H) có hai tiệm cận $4x + 3y = 0$ và $4x - 3y = 0$

d) (H) có hai đường chuẩn là $x = \frac{16}{5}$ và $x = -\frac{16}{5}$.

258. Cho hyperbol (H) có phương trình $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm câu sai:

a) Độ dài trục ảo bằng 8

b) Tâm sai $e = \frac{\sqrt{41}}{4}$

c) Tiêu cự bằng $2\sqrt{41}$

d) Hệ số góc của hai tiệm cận là $k = \pm\frac{4}{5}$.

259. Hyperbol (H) có hai trục là Ox, Oy, tâm sai $e = \sqrt{3}$ và đi qua điểm $M(-5, 3\sqrt{2})$. Hyperbol này có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{16} = 1$ b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{32} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1$ d) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{16} = 1$.

260. Hyperbol (H) có tâm O, một tiêu điểm là (0, 5) và đi qua điểm $N\left(-2, \frac{3\sqrt{5}}{2}\right)$.

Hyperbol này có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = -1$ b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$ d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

261. Một hyperbol (H) đi qua điểm $A\left(\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và A nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 trên trục Ox dưới một góc vuông. Hyperbol (H) này có phương trình chính tắc:

a) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ c) $4x^2 - y^2 = 1$ d) $x^2 - 4y^2 = 1$.

262. Hyperbol (H) có hai trục đối xứng Ox, Oy và đi qua hai điểm $A\left(2\sqrt{5}, -\frac{3}{2}\right)$ và $B(-4\sqrt{2}, 3)$. Hyperbol này có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ d) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$.

263. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy, có đường chuẩn là $3x \pm 4 = 0$ và (H) qua $M\left(3, \frac{5}{2}\right)$. Nếu nửa tiêu cự của (H) nhỏ hơn 5 thì (H) có phương trình chính tắc là:

a) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ c) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1$ d) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{9} = 1$.

264. Một hyperbol (H) có hai tiêu điểm F_1, F_2 nằm trên Ox và đối xứng qua O. Điểm $M \in (H)$ có $x_M = -5$, $F_1M = \frac{9}{4}$, $F_2M = \frac{41}{4}$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ d) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$.

265. Hyperbol (H) có một tiêu điểm F(3, 0), đường chuẩn tương ứng là x = 2. (H) có phương trình chính tắc:

a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{6} = 1$ b) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ c) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{9} = 1$ d) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$.

266. Hyperbol (H) có một tiêu điểm F(–6, 0). Tâm sai e = 3. Phương trình chính tắc của (H) là:

a) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{24} = 1$ b) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{12} = 1$ c) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$ d) $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{4} = 1$.

267. Hyperbol (H) có hai trục đối xứng Ox, Oy, hai tiệm cận có phương trình $2x + y = 0$, $2x - y = 0$ và qua điểm $A(\sqrt{2}, -2)$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ b) $x^2 - 4y^2 = 1$ c) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ d) $4x^2 - y^2 = 1$.

268. Hyperbol (H) có một đường chuẩn là $x = \frac{10}{3}$ và qua điểm $A\left(6, \frac{8}{\sqrt{5}}\right)$. Nếu nửa tiêu cự $C \le 6$ thì phương trình chính tắc của (H) là:

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$ b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ c) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ d) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$.

269. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$. Các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $3x - 4y + 7 = 0$ là:

a) $3x - 4y + 5 = 0$ và $3x - 4y - 5 = 0$

b) $3x - 4y + 15 = 0$ và $3x - 4y - 15 = 0$

c) $3x - 4y + 10 = 0$ và $3x - 4y - 10 = 0$

d) $3x - 4y + 9 = 0$ và $3x - 4y - 9 = 0$.

270. Cho hyperbol (H): $5x^2 - y^2 - 4 = 0$. Các tiếp tuyến của (H) có hệ số góc bằng $\frac{5}{2}$ là:

a) $5x - 2y + 1 = 0$ và $5x - 2y - 1 = 0$

b) $5x - 2y + 2 = 0$ và $5x - 2y - 2 = 0$

c) $5x - 2y + 3 = 0$ và $5x - 2y - 3 = 0$

d) $5x - 2y + 4 = 0$ và $5x - 2y - 4 = 0$.

271. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$. Các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $3x + 5y - 1 = 0$ là:

a) $3x + 5y + 4 = 0$ và $3x + 5y - 4 = 0$

b) $3x + 5y + 2 = 0$ và $3x + 5y - 2 = 0$

c) $3x + 5y + 3 = 0$ và $3x + 5y - 3 = 0$

d) Không có tiếp tuyến nào.

272. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. Các tiếp tuyến của (H) vuông góc với đường thẳng $2x + 3y - 4 = 0$ là:

a) $3x - 2y - 4 = 0$ và $3x - 2y + 4 = 0$

b) $3x - 2y - 6 = 0$ và $3x - 2y + 6 = 0$

c) $3x - 2y + 8 = 0$ và $3x - 2y - 8 = 0$

d) $3x - 2y - 10 = 0$ và $3x - 2y + 10 = 0$.

273. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = -1$ và điểm A(–1, 1). Từ A có thể kẻ đến (H) hai tiếp tuyến phân biệt và hai tiếp điểm là T_1, T_2. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng T_1T_2 là:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) 2 d) $\sqrt{5}$

274. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ và điểm $M\left(2\sqrt{3}, -\frac{4}{\sqrt{3}}\right) \in$ (H). Phương trình tiếp tuyến tại điểm M của (H) là:

a) $3x + 8y - 12\sqrt{3} = 0$ b) $3x - 8y + 12\sqrt{3} = 0$

c) $8x + 3y - 12\sqrt{3} = 0$ d) $8x - 3y + 12\sqrt{3} = 0$.

275. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ và điểm $M(-5, 2) \in$ (H). Phương trình tiếp tuyến tại M của (H) là:

a) $x - 2y + 8 = 0$ b) $2x + y - 8 = 0$

c) $2x - y - 8 = 0$ d) $2x + y + 8 = 0$.

276. Cho điểm $A\left(\sqrt{5}, -\frac{1}{2}\right)$ thuộc hyperbol (H) có phương trình: $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Phương trình tiếp tuyến của (H) tại A là:

a) $\sqrt{5}x + 2y - 4 = 0$ b) $\sqrt{5}x - 2y + 4 = 0$

c) $2x - \sqrt{5}y - 4 = 0$ d) $2x + \sqrt{5}y + 4 = 0$.

277. Cho hyperbol (H): $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$. Các tiếp tuyến với (H) xuất phát từ điểm A(1, 4) là:

a) $x = 1$ và $5x - 2y + 3 = 0$ b) $x = 1$ và $5x + 2y + 3 = 0$

c) $x = 1$ và $2x - 5y + 3 = 0$ d) $x = 1$ và $2x + 5y + 3 = 0$.

278. Hai tiếp tuyến xuất phát từ A(4, 1) đến hyperbol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$ có phương trình:

a) $x + y + 3 = 0$ và $3x - 4y + 16 = 0$

b) $x - y - 3 = 0$ và $3x + 4y - 16 = 0$

c) $x - y + 3 = 0$ và $4x - 3y + 16 = 0$

d) $x + y - 3 = 0$ và $4x + 3y - 16 = 0$.

279. Cho đường thẳng (d): $2x + y - 5 = 0$ và hyperbol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{17} = 1$. Có hai tiếp tuyến của (H) cùng tạo với (d) góc 45°, đó là:

a) $x - 3y + 8 = 0$ và $x - 3y - 8 = 0$

b) $x + 3y + 8 = 0$ và $x + 3y - 8 = 0$

c) $3x - y + 8 = 0$ và $3x - y - 8 = 0$

d) $3x + y + 8 = 0$ và $3x + y - 8 = 0$.

280. Hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy, qua điểm M(–4, 3) và tiếp xúc với đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$. Phương trình chính tắc của (H) là:

a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$ b) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$ c) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$.

281. Hyperbol (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ và đường thẳng (d): $2x - y - 10 = 0$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B. Tọa độ các điểm đó là:

a) A(6, 2), $B\left(\frac{14}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ b) A(–6, 2), $B\left(-\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)$

c) A(6, –2), $B\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)$ d) A(–6, –2), $B\left(-\frac{14}{3}, -\frac{2}{3}\right)$.

282. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ và điểm $M(x_0, y_0) \in$ (H). Biểu thức $A = OM^2 - F_1M.F_2M$ có giá trị không đổi và bằng:

a) 25 b) –25 c) 7 d) –7.

283. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tích số các khoảng cách từ hai tiêu điểm của (H) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (H) là một số không đổi. Số không đổi này bằng:

a) 20 b) 16 c) 4 d) 36.

284. Cho họ đường thẳng $(\Delta\varphi)$: $x.\cos\varphi + y.\sin\varphi - \sqrt{4\cos 2\varphi + 1} = 0$ với φ là tham số. Khi φ thay đổi, $(\Delta\varphi)$ luôn tiếp xúc với một hyperbol cố định. Hyperbol này có phương trình:

a) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ c) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$ d) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} = 1$.

285. Trên đường cong $y = \sqrt{x^2 + 9}$ tồn tại một điểm M mà khoảng cách từ M đến đường thẳng $4x - 5y - 32 = 0$ ngắn nhất. Điểm M có tọa độ:

a) M(4, 5) b) M(5, 4) c) M(–4, 5) d) M(5, –4).

286. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $M(x_o, y_o) \in$ (H). Tiếp tuyến tại M của (H) cắt hai đường tiệm cận của (H) tại A và B. Diện tích tam giác OAB không đổi và có giá trị bằng:

a) $a^2 + b^2$ b) $a^2.b^2$ c) a.b d) a + b.

287. Trên hyperbol (H): $x^2 - \frac{y^2}{4} = -1$ có 4 điểm mà tại đó tiếp tuyến của (H) tạo với trục hoành góc 60°. Tọa độ 4 điểm đó là:

a) $(\sqrt{3}, 4), (\sqrt{3}, -4), (-\sqrt{3}, 4), (-\sqrt{3}, -4)$

b) $(4, \sqrt{3}), (4, -\sqrt{3}), (-4, \sqrt{3}), (-4, -\sqrt{3})$

c) $(\sqrt{3}, 2), (\sqrt{3}, -2), (-\sqrt{3}, 2), (-\sqrt{3}, -2)$

d) $(2, \sqrt{3}), (2, -\sqrt{3}), (-2, \sqrt{3}), (-2, -\sqrt{3})$.

288. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm câu đúng:

a) Tồn tại duy nhất một tiếp tuyến của (H) có hệ số góc bằng 0,75

b) Trên mỗi nhánh của (H) có một tiếp tuyến có hệ số góc bằng 0,75

c) Trên mỗi nhánh của (H) có hai tiếp tuyến có hệ số góc bằng 0,75

d) Không có tiếp tuyến nào của (H) có hệ số góc bằng 0,75.

289. Cho hyperbol (H): $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$. Hãy chọn kết luận sai:

a) (H) có trục thực bằng 4 b) (H) có trục ảo bằng 6

c) (H) có tâm sai e = 1,5 d) Hai tiêm cận của (H) là $y = \pm\frac{3}{2}x$

290. Cho hyperbol (H): $4x^2 - y^2 = 16$. Tìm câu sai:

a) Trục ảo bằng 8

b) Tâm sai $e = \sqrt{5}$

c) Tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5}; 0)$, $F_2(2\sqrt{5}; 0)$

d) Đường chuẩn: $x = -\frac{4}{\sqrt{5}}$ và $x = \frac{4}{\sqrt{5}}$

291. Cho hyperbol (H): $4x^2 - 5y^2 - 20 = 0$. Kết luận nào sai?

a) Trục thực bằng $2\sqrt{5}$ b) Tiêu điểm $F_1(-3, 0)$, $F_2(3, 0)$

c) Tiệm cận: $y = \pm\frac{4}{5}x$ d) Đỉnh $A_1(-\sqrt{5}; 0)$, $A_2(\sqrt{5}; 0)$

292. Cho hyperbol (H): $64x^2 - 169y^2 = 10816$. Phát biểu nào sai?

a) Tiệm cận $8x \pm 13y = 0$

b) Đỉnh $A_1(-13, 0)$, $A_2(13, 0)$

c) Đường chuẩn $x = \pm\dfrac{169}{\sqrt{233}}$

d) Đường tròn đi qua 4 đỉnh của hình chữ nhật cơ sở có bán kính bằng 13.

293. Một hyperbol (H) có trục ảo bằng 8, tiêu cự bằng 10. (H) có tâm đối xứng O và hai trục đối xứng là Ox, Oy. Phương trình chính tắc của (H) là phương trình nào?

a) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ c) $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ d) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{25} = 1$

Hãy chọn kết luận đúng.

294. Một hyperbol (H) có tiêu cự bằng 20, hai đường tiệm cận là $4x \pm 3y = 0$. Phương trình chính tắc của (H) là phương trình nào?

a) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ c) $\dfrac{x^2}{64} - \dfrac{y^2}{36} = 1$ d) $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{64} = 1$

Hãy chọn kết luận đúng.

295. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là Ox, Oy. (H) có tâm sai $e = \dfrac{5}{3}$ và đi qua điểm $M\left(5; -\dfrac{16}{3}\right)$. Phương trình chính tắc của (H) là phương trình nào?

a) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ c) $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{5} = 1$ d) $\dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{20} = 1$

Hãy chọn kết luận đúng.

296. Hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ, có tâm sai $e = \sqrt{5}$ và đi qua điểm $M(\sqrt{10}; -6)$. (H) có phương trình chính tắc là:

a) $4x^2 - y^2 = 1$ b) $x^2 - 4y^2 = 1$ c) $\dfrac{x^2}{4} - y^2 = 1$ d) $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = 1$

Hãy chọn kết quả đúng.

297. Một hyperbol (H) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{5}; 0)$ và đi qua điểm $A(-2\sqrt{5}; -2)$. (H) có phương trình chính tắc là:

a) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ b) $x - \frac{y^2}{4} = 1$ c) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ d) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

Hãy chọn trả lời đúng.

298. Cho hyperbol (H) có hai tiêu điểm trùng nhau với hai tiêu điểm của elip $\frac{x^2}{75} + \frac{y^2}{50} = 1$ và (H) đi qua điểm $A(4\sqrt{2}; -3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của (H)?

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ c) $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{10} = 1$ d) $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{15} = 1$

Hãy chọn kết quả đúng.

299. Cho elip (E) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và điểm $A(-4, -6) \in (E)$, một hyperbol (H) có phương trình $x^2 - y^2 = 8$. Tiêu điểm của (E) và (H) trùng nhau. Hệ thức nào sai?

a) Tiêu điểm của elip (E): $F_1(-4, 0)$, $F_2(4, 0)$ b) $a^2 + b^2 = 16$

c) $\frac{16}{a^2} + \frac{36}{b^2} = 1$ d) $a^2 - b^2 = 16$

300. Cho hyperbol (H) có hai tiêu điểm F_1, F_2 nằm trên trục Ox và đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Một điểm $M \in (H)$ có hoành độ $x_M = -5$. Các bán kính qua tiêu của điểm M có độ dài lần lượt bằng $\frac{9}{4}$ và $\frac{41}{4}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (H):

a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ d) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$

Hãy chọn trả lời đúng.

301. Một hyperbol (H) có hai trục đối xứng là hai trục tọa độ. Điểm M(4, –3) thuộc hyperbol (H) và nhìn hai tiêu điểm dưới một góc bằng 90^0. (H) có phương trình chính tắc là phương trình nào?

a) $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{10} = 1$ b) $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{15} = 1$ c) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{15} = 1$ d) $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{20} = 1$

Hãy chọn kết luận đúng.

302. Cho hyperbol (H): $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$. Có một elip (E) ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (H) và có chung tiêu điểm với (H). Elip (E) này có tâm sai bằng:

a) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ c) $\frac{\sqrt{10}}{6}$ d) $\frac{\sqrt{10}}{8}$

Hãy chọn kết quả đúng.

303. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm M(5, 1). Một đường thẳng (d) đi qua M, cắt hyperbol (H) tại A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB. (d) là đường thẳng nào?

a) $20x + 9y - 91 = 0$ b) $20x - 9y - 91 = 0$

c) $20x + 9y + 91 = 0$ d) $20x - 9y + 91 = 0$

Hãy chọn kết luận đúng.

304. Đường thẳng $2x + 3y - 1 = 0$ là một tiếp tuyến của hyperbol (H): $x^2 - 3y^2 = 1$. Tiếp điểm là điểm nào?

a) $M_1(-2, 1)$ b) $M_2(2, -1)$ c) $M_3(1, -2)$ d) $M_4(-1, 2)$

305. Cho đường cong (H): $y = \sqrt{x^2 - 9}$ với $x \geq 3$ và đường thẳng (d): $5x - 4y + 30 = 0$. Trên (H) tồn tại một điểm M sao cho khoảng cách từ M đến (d) là ngắn nhất. Đó là điểm nào?

a) M(5, 4) b) M(4, 5) c) M(5, –4) d) M(4, –5)

Hãy chọn trả lời đúng.

306. Cho hyperbol (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tích số các khoảng cách từ hai tiêu điểm của (H) đến một tiếp tuyến bất kì của (H) là một hằng số. Hằng số này là số nào?

a) 20 b) 16 c) 4 d) 36

Hãy chọn kết quả đúng.

Chủ đề 9 | PARABOL

307. Parabol (P): $y^2 = 8x$. Tìm câu sai:

a) Tọa độ tiêu điểm F(2, 0)

b) Phương trình đường chuẩn $x = -2$

c) Tâm sai $e = \frac{3}{2}$

d) Tiếp tuyến tại đỉnh có phương trình $x = 0$.

308. Cho parabol (P): $x^2 + 5y = 0$. Tìm câu sai:

a) Tiêu điểm $F\left(0, -\frac{5}{4}\right)$

b) Đường chuẩn $y = \frac{5}{4}$

c) Điểm $M(-5, 5) \in (P)$

d) Bán kính qua tiêu điểm của điểm M: $r = -\frac{25}{4}$.

309. Một parabol (P) có tiêu điểm F(2, 1), đường chuẩn có phương trình $3x + 4y + 5 = 0$. Tham số tiêu của parabol này bằng:

a) 5 b) 3 c) 4 d) 10.

310. Cho parabol (P): $y = x^2 - 4x + 5$. Tìm câu sai:

a) (P) có tiêu điểm $F\left(2, \frac{5}{4}\right)$

b) (P) có tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$

c) (P) có đường chuẩn $y = \frac{5}{4}$

d) (P) có tâm sai $e = 1$.

311. Cho parabol (P): $x^2 - 2x - 2y = 0$. Tìm câu sai:

a) (P) có tham số tiêu bằng 1

b) Tọa độ tiêu điểm F(1, 0)

c) Phương trình đường chuẩn của (P): $y + 1 = 0$

d) Tiếp tuyến của (P) tại điểm M(2, 0) có hệ số góc $k = 2$.

312. $x^2 - 6x + 2y = 0$ là một parabol có:

a) Tham số tiêu $p = 1$ và đường chuẩn $y - 5 = 0$

b) Tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$ và đường chuẩn $y - \frac{5}{2} = 0$

c) Tham số tiêu $p = 1$ và đường chuẩn $y + 5 = 0$

d) Tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$ và đường chuẩn $y + \frac{5}{2} = 0$.

313. Một parabol (P) có đỉnh S(–3, 2), tiêu điểm F(1, 2). Phương trình của parabol này là:

a) $(y + 2)^2 = 16(x - 3)$ b) $(y - 2)^2 = 16(x - 3)$

c) $(y + 2)^2 = 16(x + 3)$ d) $(y - 2)^2 = 16(x + 3)$.

314. Cho parabol (P) với tiêu điểm F(2, –2), đường chuẩn có phương trình y = 2. Parabol này có phương trình:

a) $(x + 2)^2 = 8y$ b) $(x + 2)^2 = -8y$

c) $(x - 2)^2 = -8y$ d) $(x - 2)^2 = 8y$.

315. Một parabol (P) có đỉnh S(2, –1) và đi qua gốc tọa độ O. Parabol này có trục đối xứng song song với trục Ox. Tham số tiêu của parabol này bằng:

a) 2 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$.

316. Một parabol (P) có đỉnh S(4, –2). Trục đối xứng của (P) song song với trục Oy, và (P) đi qua gốc tọa độ O. Parabol (P) này có tham số tiêu p bằng:

a) 2 b) 4 c) 1 d) 6.

317. Một parabol (P) có tiêu điểm F(2, 4), đường chuẩn là trục Ox. (P) có phương trình:

a) $(x + 2)^2 = 4(y + 2)$ b) $(x + 2)^2 = 8(y - 2)$

c) $(x - 2)^2 = 8(y - 2)$ d) $(x - 2)^2 = 8(y + 2)$.

318. Một parabol (P) có đỉnh S(3, 2), đường chuẩn là trục Oy. (P) có phương trình:

a) $(y - 2)^2 = 12(x - 3)$ b) $(y - 2)^2 = 12(x + 3)$

c) $(y + 2)^2 = 12(x - 3)$ d) $(y + 2)^2 = 12(x + 3)$.

319. Một parabol (P) có tiêu điểm là gốc tọa độ O, đường chuẩn có phương trình $3x - 2y + 5 = 0$. Parabol này có phương trình:

a) $9x^2 + 4y^2 - 12xy + 30x - 20y + 25 = 0$

b) $4x^2 + 9y^2 + 12xy - 30x + 20y - 25 = 0$

c) $9x^2 + 4y^2 + 12xy - 30x - 20y - 25 = 0$

d) $4x^2 + 9y^2 - 12xy + 30x + 20y + 25 = 0$.

320. Có hai parabol (P_1) và (P_2) đều thỏa các điều kiện: Có đỉnh S nằm trên đường thẳng x = 1, có trục đối xứng song song với Ox và qua hai điểm A(2, –3) và B(5, 3). Phương trình của (P_1) và (P_2) là:

a) $(y - 1)^2 = 4(x + 1)$ và $(y - 9)^2 = 36(x + 1)$

b) $(y + 1)^2 = 4(x - 1)$ và $(y + 9)^2 = 36(x - 1)$

c) $(y + 1)^2 = 4(x + 1)$ và $(y + 9)^2 = 36(x + 1)$

d) $(y - 1)^2 = 4(x - 1)$ và $(y - 9)^2 = 36(x - 1)$.

321. Parabol $x^2 = 6y$ và đường thẳng (d) $x - 6y + 2 = 0$ cắt nhau tại A và B. Tọa độ A và B là:

a) $A\left(1, \frac{1}{6}\right)$; $B\left(-2, \frac{2}{3}\right)$

b) $A\left(-1, \frac{1}{6}\right)$; $B\left(-2, \frac{2}{3}\right)$

c) $A\left(-1, \frac{1}{6}\right)$; $B\left(2, \frac{2}{3}\right)$

d) $A\left(1, \frac{1}{6}\right)$; $B\left(2, \frac{2}{3}\right)$.

322. Parabol $y^2 = 8x$ và đường thẳng $4x - 3y + 4 = 0$ cắt nhau tại A và B. Tọa độ A và B là:

a) $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ và B(2, 4)

b) $A\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ và B(2, –4)

c) $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$ và B(4, 2)

d) A(2, 1) và B(4, 2).

323. Đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 5x + 2y - 4 = 0$ cắt parabol (P): $y^2 = -4x$ tại hai điểm A và B. Tọa độ A và B là:

a) A(1, –2) và B(–4, 4)

b) A(–1, –2) và B(4, –4)

c) A(–1, 2) và B(–4, –4)

d) A(1, 2) và B(4, 4).

324. Cho parabol (P) $y^2 = 16x$. Tìm câu sai:

a) Từ một điểm M tùy ý trên đường chuẩn của (P), kẻ được đến (P) hai tiếp tuyến phân biệt vuông góc nhau. Gọi T_1, T_2 là hai tiếp điểm.

b) Đường thẳng nối hai tiếp điểm T_1, T_2 luôn đi qua F(4, 0).

c) (P) cắt đường thẳng $x = 4$ theo một dây cung dài 8 đơn vị chiều dài.

d) Khoảng cách từ đỉnh của (P) đến đường chuẩn bằng 4 đơn vị dài.

325. Họ đường thẳng (d_m): $4x - 2my + m^2 = 0$ với m là tham số thực, luôn tiếp xúc với một parabol cố định. Parabol này có phương trình:

a) $y^2 = 4x$ b) $y^2 = -4x$ c) $y^2 = 8x$ d) $y^2 = -8x$.

326. Cho parabol (P): $y^2 = 8x$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kỳ qua tiêu điểm F của (P) và (d) không song song với Ox. (d) cắt (P) tại M_1 và M_2. Tích số các khoảng cách từ M_1 và M_2 đến trục Ox bằng:

a) 8 b) 12 c) 16 d) 20.

327. Cho parabol (P): $y^2 = 12x$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) và có hệ số góc k ($k \neq 0$). (d) cắt (P) tại hai điểm M_1 và M_2. Độ dài đoạn M_1M_2 bằng:

a) $12 + \frac{12}{k^2}$ b) $6 + \frac{6}{k^2}$ c) $9 + \frac{9}{k^2}$ d) $4 + \frac{4}{k^2}$.

328. Phương trình tiếp tuyến tại điểm M(4, –4) thuộc parabol (P): $y^2 = 4x$ là:

a) $x + 2y + 4 = 0$ b) $2x + y + 4 = 0$

c) $x - 2y + 4 = 0$ d) $2x - y + 4 = 0$.

329. Phương trình tiếp tuyến tại điểm M(–6, 6) thuộc parabol (P): $x^2 = 6y$ là:

a) $2x - y - 6 = 0$ b) $2x - y + 6 = 0$

c) $2x + y + 6 = 0$ d) $2x + y - 6 = 0$.

330. Phương trình tiếp tuyến của parabol (P): $y^2 = 8x$ song song với đường thẳng $x + 3y + 1 = 0$ là:

a) $x + 3y - 4 = 0$ b) $x + 3y + 18 = 0$

c) $x + 3y + 9 = 0$ d) $x + 3y + 12 = 0$.

331. Cho parabol (P): $y^2 = 12x$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng $5x + 3y + 2 = 0$ có phương trình:

a) $3x - 5y + 15 = 0$ b) $3x - 5y - 15 = 0$

c) $3x - 5y + 25 = 0$ d) $3x - 5y + 5 = 0$.

332. Cho parabol (P): $x^2 = 6y$ và đường thẳng (d): $2x + 3y + 5 = 0$. Tiếp tuyến của (P) song song với (d) có phương trình:

a) $2x + 3y + 4 = 0$ b) $2x + 3y + 3 = 0$

c) $2x + 3y + 2 = 0$ d) $2x + 3y + 1 = 0$.

333. Tiếp tuyến của parabol $2x^2 + 5y = 0$ vuông góc với đường thẳng (d): $5x + 2y + 7 = 0$ là đường thẳng có phương trình:

a) $4x - 10y + 1 = 0$ b) $4x - 10y - 1 = 0$

c) $4x - 10y + 2 = 0$ d) $4x - 10y - 2 = 0$.

334. Cho parabol (P): $(x + 2)^2 = -6y$ và đường thẳng (d): $3x + 2y + 5 = 0$. Tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng (d) là đường thẳng có phương trình:

a) $2x - 3y + 4 = 0$ b) $2x - 3y + 6 = 0$

c) $2x - 3y - 4 = 0$ d) $2x - 3y - 6 = 0$.

335. Tiếp tuyến của parabol $x^2 + 4y = 0$ có hệ số góc bằng 2 là đường thẳng có phương trình:

a) $2x - y - 4 = 0$ b) $2x - y + 4 = 0$

c) $2x - y - 2 = 0$ d) $2x - y + 2 = 0$.

336. Cho parabol (P): $x^2 = 36y$. Hai tiếp tuyến của (P) xuất phát từ điểm A(9, 2) có phương trình:

a) $x - 3y - 3 = 0$ và $2x - 3y - 12 = 0$

b) $x - 3y + 3 = 0$ và $2x - 3y + 12 = 0$

c) $x + 3y - 3 = 0$ và $2x + 3y - 12 = 0$

d) $x + 3y + 3 = 0$ và $2x + 3y + 12 = 0$.

337. Các tiếp tuyến với parabol $y^2 - 2x + 2y + 7 = 0$ xuất phát từ điểm M(9, –5) có phương trình:

a) $x + 6y + 21 = 0$ và $x + 2y + 1 = 0$

b) $x + 6y - 21 = 0$ và $x + 2y - 1 = 0$

c) $x - 6y + 21 = 0$ và $x - 2y + 1 = 0$

d) $x - 6y - 21 = 0$ và $x - 2y - 1 = 0$.

338. Cho parabol (P): $y^2 = 4x$ và điểm $I(1, 2) \in (P)$. Một góc vuông thay đổi quay quanh I, hai cạnh của góc vuông cắt (P) tại M và N (khác I). Đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định A. Điểm A có tọa độ:

a) A(4, 2) b) A(4, –2) c) A(–4, 2) d) A(–4, –2).

339. Cho parabol (P): $y^2 = 4x$. Hãy chọn mệnh đề sai:

a) (P) có tham số tiêu bằng 2.

b) Đường chuẩn của (P) có phương trình $x = 2$

c) Tiêu điểm của (P): F(1, 0)

d) Trục đối xứng của (P) là Ox

340. Cho parabol (P) $y^2 = 16x$. Phát biểu nào sai?

a) Tiêu điểm của (P): F(4, 0)

b) Khoảng cách từ đỉnh của (P) đến đường chuẩn bằng 4.

c) Trục đối xứng là trục hoành

d) Đường chuẩn có phương trình $x = -8$

341. Cho parabol (P): $y^2 = -32x$. Câu kết luận nào sai?

a) Tọa độ tiêu điểm F(–8, 0)

b) Đường chuẩn có phương trình x = 8

c) Tham số tiêu p = –8

d) Đỉnh của (P): O(0, 0)

342. Cho parabol (P): $x = y^2$. Hãy chỉ câu sai:

a) Tham số tiêu bằng $\frac{1}{2}$

b) Đường chuẩn có phương trình 4x + 1 = 0

c) Tiêu điểm $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$

d) Trục đối xứng là Ox.

343. Cho parabol (P) $x^2 = -8y$. Câu nào sai?

a) Tiêu điểm F(0, –2)

b) Đường chuẩn có phương trình y = 2

c) Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 4.

d) Điểm M(4, –2) ∈ (P) có bán kính qua tiêu bằng 8.

344. Cho parabol (P): $y = x^2 - 2x + 1$. Chọn kết luận sai:

a) Đỉnh S(1, 0)

b) Đường chuẩn $y = -\frac{1}{4}$

c) Điểm M(–1, 4) ∈ (P) có đoạn bán kính qua tiêu bằng 4

d) Tiêu điểm $F\left(1; \frac{1}{4}\right)$

345. Cho parabol (P): $3x^2 + 18y = 0$. Kết luận nào sai?

a) Tiêu điểm $F\left(0; -\frac{3}{2}\right)$

b) Khoảng cách từ đỉnh đến đường chuẩn bằng $\frac{3}{2}$

c) Tham số tiêu bằng 6

d) Điểm M(6, –6) ∈ (P) có đoạn bán kính qua tiêu bằng 7,5.

346. Cho parabol (P): $y = x^2 - 6x + 10$. Hãy chọn kết luận sai?

a) Tọa độ tiêu điểm $F\left(3; \frac{5}{4}\right)$

b) Phương trình đường chuẩn $y + \frac{3}{4} = 0$

c) Trục đối xứng $x - 3 = 0$

d) Điểm $M(1, 5) \in (P)$ có đoạn bán kính qua tiêu bằng 4,25.

347. Cho parabol (P): $y = -x^2 - 2x + 3$. Hãy "bôi đen" câu sai:

a) Tham số tiêu của (P) bằng 0,5.

b) Tọa độ tiêu điểm $F\left(-1; \frac{15}{4}\right)$

c) Đường chuẩn $y - \frac{17}{4} = 0$

d) Điểm $M(1, 0) \in (P)$ có đoạn bán kính qua tiêu bằng $\frac{15}{4}$

348. Parabol $y^2 = 2x$ và đường thẳng (d) $2x - y - 2 = 0$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Tam giác OAB có diện tích bằng:

a) 1 b) 1,5 c) 2 d) 3

Hãy chọn kết quả đúng.

349. Cho parabol (P): $y^2 = 16x$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì đi qua tiêu điểm F của (P) và (d) không song song với trục đối xứng của (P). (d) cắt (P) tại M_1 và M_2. Tích số các khoảng cách từ M_1 và M_2 đến trục Ox là một hằng số. Hằng số này bằng:

a) 16 b) 32 c) 36 d) 64

350. Cho parabol (P): $y^2 = 12x$ và đường thẳng (d): $5x + 3y + 12 = 0$. Có một tiếp tuyến của (P) vuông góc với (d). Đó là đường thẳng:

a) $3x - 5y - 15 = 0$ b) $3x - 5y + 15 = 0$

c) $3x - 5y - 25 = 0$ d) $3x - 5y + 25 = 0$

Chủ đề 10 | VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

351. Cho khối tứ diện ABCD. Nếu $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của BC thì:

a) $\overrightarrow{DM} = \dfrac{\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b}}{2}$ b) $\overrightarrow{DM} = \dfrac{\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a}}{2}$

c) $\overrightarrow{DM} = \dfrac{\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}}{2}$ d) $\overrightarrow{DM} = \dfrac{\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}}{2}$.

352. Cho tứ diện ABCD. Giả sử $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Hệ thức giữa $\overrightarrow{AG}$ và ba vectơ $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ là:

a) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{4}$ b) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}$

c) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{2}$ d) $\overrightarrow{AG} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$.

353. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi O là tâm của hình lập phương. Hệ thức giữa $\overrightarrow{AO}$ và các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ là:

a) $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{3}$ b) $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{4}$

c) $\overrightarrow{AO} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{2}$ d) $\overrightarrow{AO} = \dfrac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})}{3}$.

354. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi I là tâm của mặt CDD'C'. Hệ thức liên quan giữa $\overrightarrow{AI}$ với các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ là:

a) $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}}{2} + \overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{2} + \overrightarrow{AA'}$

c) $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}}{2} + \overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{AI} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}}{2}$.

355. Cho khối tứ diện ABCD. Gọi P là trung điểm AC, Q là trung điểm BD. Tìm hệ thức đúng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{PQ}$ b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{PQ}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{PQ}$ d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{PQ}$.

356. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ b) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{AA'}$ d) $\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC'}$.

357. Cho khối tứ diện ABCD. M là trung điểm AC, N là trung điểm BD. Hãy chọn hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{MN}$

c) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{MN}$ d) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{MN}$

358. Cho ba điểm thẳng hàng A, B, C và một điểm M tùy ý trong không gian. Với mọi vị trí của M, ta luôn có:

a) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$ b) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

c) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ d) $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Hãy chọn hệ thức đúng.

359. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. AC' cắt mặt phẳng (A'BD) tại E, cắt mặt phẳng (CB'D') tại F. Xác định hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{EA'} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$ b) $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{FD'} + \overrightarrow{FB'} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AC'}$ d) $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC'}$

360. Cho khối tứ diện ABCD. G là trọng tâm của tứ diện. A' là trọng tâm của tam giác BCD. M là một điểm tùy ý trong không gian. Hãy chọn hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{GA'}$ b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{AA'} = 3\overrightarrow{AG}$ d) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

361. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Hãy chọn hệ thức sai:

a) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ b) $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}$

c) $\overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{C'A}$ d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{D'B}$

Chủ đề 11 | PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

362. Cho vectơ $\vec{a} = (-1, 2, 1)$, $\vec{b} = (3, -2, -1)$, $\vec{c} = (1, -1, 3)$. Tìm câu sai:

a) $\left(\vec{a}.\vec{b}\right).\vec{c} = (-8, 8, -24)$ b) $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = -14$

c) $\vec{a}.\left[\vec{b}, \vec{c}\right] = 14$ d) $\vec{a}.\left(\vec{b}.\vec{c}\right) = (-2, 4, 2)$.

363. Cho các vectơ $\vec{a} = (2, -2, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, -2)$, $\vec{c} = (-1, 3, 4)$. Tìm kết quả sai:

a) $\vec{a}^2.\left(\vec{b}.\vec{c}\right) = -63$ b) $\left(\vec{a}.\vec{b}\right).\vec{c}^2 = 0$

c) $\vec{a}^2.\left[\vec{b}, \vec{c}\right] = (90, -54, 63)$ d) $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c}^2 = (-78, 156, 156)$.

364. Cho các vectơ $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (2, 1, 2)$, $\vec{c} = (3, 2, -1)$.

$\vec{a}^2.\vec{b} + \vec{b}^2.\vec{c} + \vec{c}^2.\vec{a}$ là một vectơ có tọa độ bằng:

a) $(53, -52, -17)$ b) $(53, 52, -17)$

c) $(53, 52, 17)$ d) $(53, -52, 17)$.

365. Tìm câu sai:

a) Ba vectơ $\vec{a} = (1, -1, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 2)$, $\vec{c} = (4, 2, 3)$ không đồng phẳng

b) Ba vectơ $\vec{a} = (4, 3, 4)$, $\vec{b} = (2, -1, 2)$, $\vec{c} = (1, 2, 1)$ đồng phẳng

c) Ba vectơ $\vec{a} = (4, 2, 5)$, $\vec{b} = (3, 1, 3)$, $\vec{c} = (4, 0, 2)$ đồng phẳng

d) Ba vectơ $\vec{a} = (3, -1, 2)$, $\vec{b} = (1, 4, 1)$, $\vec{c} = (1, -2, 1)$ đồng phẳng.

366. Cho tam giác ABC với A(1, –4, 2), B(–3, 2, –1), C(3, –1, –4). Diện tích tam giác ABC bằng:

a) $7\sqrt{5}$ b) $\frac{21\sqrt{5}}{2}$ c) $8\sqrt{5}$ d) $9\sqrt{5}$.

367. Cho tam giác ABC với A(2, –3, 1), B(–4, 1, 3), C(5, 2, –1). Độ dài đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC của tam giác bằng:

a) $\frac{3\sqrt{110}}{7}$ b) $\frac{3\sqrt{114}}{7}$ c) $\frac{3\sqrt{118}}{7}$ d) $\frac{3\sqrt{119}}{7}$.

368. Cho tứ diện ABCD với A(–1, 2, –1), B(3, 4, 3), C(2, –3, 2), D(1, 4, –3). Thể tích của tứ diện ABCD bằng:

a) $\frac{52}{6}$ b) $\frac{52}{3}$ c) 13 d) 14.

369. Cho tứ diện ABCD với A(2, 3, 1), B(4, 1, –2), C(6, 3, 7), D(–5, –4, 8). Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A đến mặt BCD của tứ diện bằng:

a) $\frac{304}{\sqrt{14390}}$ b) $\frac{306}{\sqrt{14390}}$ c) $\frac{308}{\sqrt{14390}}$ d) $\frac{310}{\sqrt{14390}}$.

370. Cho tứ diện ABCD với A(2, 3, 4), B(–1, 2, –3), C(3, –2, 1), D(4, –1, –1). Độ dài đường cao hạ từ đỉnh B xuống mặt ACD của tứ diện bằng:

a) $\frac{40}{\sqrt{206}}$ b) $\frac{80}{\sqrt{206}}$ c) $\frac{120}{\sqrt{206}}$ d) $\frac{60}{\sqrt{206}}$.

371. Cho tứ diện ABCD có A(1, 0, –1), B(1, 2, 1), C(3, 2, –1), D(2, 1, $\sqrt{2}-1$). Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là điểm có tọa độ:

a) I(0, 3, –1) b) I(2, 1, –1)

c) I(1, 2, –1) d) I(1, –2, 1).

372. Cho tứ diện ABCD có A(3, 2, 6), B(3, –1, 0), C(0, –7, 3), D(–2, 1, –1). Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là điểm có tọa độ:

a) $I\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$ b) $I\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

c) $I\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$ d) $I\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$.

373. Kết luận nào sai:

a) Ba vectơ $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, -1, 2)$, $\vec{c} = (2, 3, -1)$ không đồng phẳng.

b) Ba vectơ $\vec{a} = (4, -1, 2)$, $\vec{b} = (2, -1, 4)$, $\vec{c} = (3, -1, 3)$ đồng phẳng.

c) Ba vectơ $\vec{a} = (3, -2, -1)$, $\vec{b} = (1, -3, -2)$, $\vec{c} = (2, 1, 4)$ đồng phẳng.

d) Ba vectơ $\vec{a} = (-2, 3, 2)$, $\vec{b} = (1, 1, 1)$, $\vec{c} = (1, 2, -1)$ không đồng phẳng.

374. Cho ba vectơ $\vec{a} = (-1, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, -1, 1)$, $\vec{c} = (-3, 4, 5)$.

Vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ là vectơ nào?

a) $\vec{d} = (23, -27, 20)$ b) $\vec{d} = (23, 27, -20)$

c) $\vec{d} = (-23, -27, 20)$ d) $\vec{d} = (-23, 27, 20)$

Hãy chọn kết quả đúng.

375. Cho ba vectơ $\vec{a} = (1, -1, -2)$, $\vec{b} = (3, 2, -1)$, $\vec{c} = (-2, 3, 1)$ và $\vec{d} = (-19, 4, 15)$. Hệ thức liên quan giữa $\vec{d}$ với các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là hệ thức nào?

a) $\vec{d} = 3\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{c}$ b) $\vec{d} = 3\vec{a} + 4\vec{b} + 5\vec{c}$

c) $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} - 5\vec{c}$ d) $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$

Hãy chọn hệ thức đúng.

376. Cho một tam giác ABC có A(2, –1, 6), B(–3, –1, –4), C(5, –1, 0). Trong các nhận định về hình dạng của tam giác ABC sau đây, nhận định nào đúng?

a) ABC là tam giác thường b) ABC là tam giác vuông tại B

c) ABC là tam giác vuông tại C d) ABC là tam giác vuông tại A.

377. Cho tam giác ABC có A(1, 2, 1), B(5, 3, 4), C(8, –3, 2). Diện tích của tam giác ABC bằng:

a) $\frac{5\sqrt{26}}{2}$ b) $\frac{7\sqrt{26}}{2}$ c) $\frac{9\sqrt{26}}{2}$ d) $\frac{11\sqrt{26}}{2}$

Hãy chọn kết quả đúng.

378. Cho tam giác ABC có A(2, –1, 6), B(–3, –1, –4), C(5, –1, 0). Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác bằng:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{5}$ d) $\sqrt{6}$

Hãy chọn kết quả đúng.

379. Cho tam giác ABC có A(4, 0, 1), B(2, –1, 3), C(–10, 5, 3). Độ dài đoạn phân giác trong góc A là:

a) $2\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$

Hãy chọn kết quả đúng.

380. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1, 0, 1), B(2, 1, 2), D(1, –1, 1) và C'(4, 5, –5). Thể tích của hình hộp bằng:

a) 3 b) 6 c) 9 d) 12

Chọn kết quả đúng.

381. Trong không gian tọa độ Oxyz cho điểm A(4, 0, 0), B(x_0, y_0, 0) với $x_0 > 0$, $y_0 > 0$ sao cho OB = 8 và góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Gọi C(0, 0, c) với c > 0. Để thể tích tứ diện OABC = 16 thì tọa độ của C là:

a) C(0, 0, $\sqrt{3}$) b) C(0, 0, $2\sqrt{3}$) c) C(0, 0, $\sqrt{2}$) d) C(0, 0, $2\sqrt{2}$)

Chọn trả lời đúng.

Chủ đề 12 | MẶT PHẲNG

382. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua điểm B(3, 4, –5) và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -2, 1)$ là:

a) $x - 4y - 7z - 16 = 0$ b) $x - 4y + 7z + 16 = 0$

c) $x + 4y + 7z + 16 = 0$ d) $x + 4y - 7z - 16 = 0$.

383. Phương trình tổng quát của mặt phẳng qua A(3, –1, 2), B(4, –2, –1), C(2, 0, 2) là:

a) $x + y - 2 = 0$ b) $x - y + 2 = 0$

c) $x + y + 2 = 0$ d) $x - y - 2 = 0$.

384. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua A(2, –1, 3), B(3, 1, 2) và song song với vectơ $\vec{a} = (3. -1, -4)$ là:

a) $9x + y - 7z + 40 = 0$ b) $9x - y + 7z - 40 = 0$

c) $9x - y - 7z + 40 = 0$ d) $9x + y + 7z - 40 = 0$.

385. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua A(4, –1, 1), B(3, 1, –1) và song song với trục Ox là:

a) $y + z + 2 = 0$ b) $y - z - 2 = 0$

c) $y + z = 0$ d) $y - z = 0$.

386. Cho tứ diện ABCD có A(3, –2, 1), B(–4, 0, 3), C(1, 4, –3), D(2, 3, 5). Phương trình tổng quát của mặt phẳng chứa AC và song song với BD là:

a) $12x + 10y + 21z + 35 = 0$ b) $12x - 10y + 21z - 35 = 0$

c) $12x - 10y - 21z - 35 = 0$ d) $12x + 10y - 21z + 35 = 0$.

387. Cho ba điểm A(4, 3, 2), B(–1, –2, 1), C(–2, 2, –1). Phương trình tổng quát của mặt phẳng qua A và vuông góc với BC là:

a) $x - 4y + 2z + 4 = 0$ b) $x + 4y - 2z - 4 = 0$

c) $x - 4y + 2z + 4 = 0$ d) $x - 4y - 2z - 4 = 0$.

388. Cho 2 điểm A(1, –4, 4), B(3, 2, 6). Phương trình tổng quát của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là:

a) $x - 3y + z + 4 = 0$ b) $x - 3y - z + 4 = 0$

c) $x + 3y - z - 4 = 0$ d) $x + 3y + z - 4 = 0$.

389. Phương trình tổng quát của mặt phẳng qua điểm M(3, 0, –1) và vuông góc với hai mặt phẳng $x + 2y - z + 1 = 0$ và $2x - y + z - 2 = 0$ là:

a) $x - 3y - 5z - 8 = 0$ b) $x - 3y + 5z - 8 = 0$

c) $x + 3y - 5z + 8 = 0$ d) $x + 3y + 5z + 8 = 0$.

390. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua hai điểm A(2, –1, 1), B(–2, 1, –1) và vuông góc với mặt phẳng $3x + 2y - z + 5 = 0$ là:

a) $x + 5y + 7z - 1 = 0$ b) $x - 5y + 7z + 1 = 0$

c) $x - 5y - 7z = 0$ d) $x + 5y - 7z = 0$.

391. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $2x - y + 3z + 4 = 0$ và $x + 3y - 2z + 7 = 0$, chứa điểm M(–1, 2, 4) là:

a) $x + 10y - 9z + 17 = 0$ b) $x - 10y + 9z + 17 = 0$

c) $x - 10y - 9z - 17 = 0$ d) $x + 10y + 9z - 17 = 0$.

392. Cho hai mặt phẳng (α): $x + 5y + z - 10 = 2$ và (β): $2x + y - z + 1 = 0$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) chứa giao tuyến (α) và (β), qua điểm M(3, –2, 1) là:

a) $3x + 3y - z - 2 = 0$ b) $3x + 3y + z - 2 = 0$

c) $3x + 3y - z + 2 = 0$ d) $3x - 3y + z + 2 = 0$.

393. Cho hai mặt phẳng (α): $x + 5y - 2z + 1 = 0$, (β): $2x - y + z + 4 = 0$. Gọi φ là góc nhọn tạo bởi (α) và (β) thì giá trị đúng của cosφ là:

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

394. Ba mặt phẳng $x + 2y - z - 6 = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại một điểm A. Tọa độ của A là:

a) A(1, 2, 3) b) A(1, –2, 3)

c) A(–1, –2, 3) d) A(–1, 2, –3).

395. Ba mặt phẳng $2x + y - z - 1 = 0$, $3x - y - z + 2 = 0$, $4x - 2y + z - 3 = 0$ cắt nhau tại một điểm A. Tọa độ của A là:

a) A(1, –2, 3) b) A(1, –2, –3)

c) A(1, 2, 3) d) A(–1, 2, 3).

396. Ba mặt phẳng $x + 2y + 4z - 2 = 0$, $2x + 3y - 2z + 3 = 0$, $2x - y + 4z + 8 = 0$ cắt nhau tại một điểm A.

Tọa độ của A là:

a) $A\left(4, -2, \frac{1}{2}\right)$ b) $A\left(-4, 2, -\frac{1}{2}\right)$

c) $A\left(-4, 2, \frac{1}{2}\right)$ d) $A\left(4, 2, \frac{1}{2}\right)$.

397. Cho 3 mặt phẳng (α): $x - 2z = 0$, (β): $3x - 2y + z - 3 = 0$ và (γ): $x - 2y + z + 5 = 0$. Mặt phẳng (P) chứa giao tuyến của (α), (β), vuông góc với (γ) có phương trình tổng quát:

a) $11x + 2y - 15z + 3 = 0$ b) $11x - 2y - 15z - 3 = 0$

c) $11x + 2y + 15z - 3 = 0$ d) $11x - 2y + 15z + 3 = 0$.

398. Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (3, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -2, 1)$ và đi qua M(3, 4, –5). (α) có phương trình tổng quát:

a) $x - 4y - 7z - 16 = 0$ b) $x - 4y + 7z + 16 = 0$

c) $x + 4y + 7z + 16 = 0$ d) $x + 4y - 7z - 16 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

399. Cho hai điểm A(1, –4, 5), B(–2, 3, –4) và vectơ $\vec{a} = (2, -3, -1)$. Mặt phẳng (β) chứa hai điểm A, B và song song với vectơ $\vec{a}$ có phương trình:

a) $34x - 21y + 5z - 25 = 0$ b) $34x + 21y - 5z + 25 = 0$

c) $34x + 21y + 5z + 25 = 0$ d) $34x - 21y - 5z - 25 = 0$

Hãy chọn trả lời đúng.

400. Cho hai điểm C(–1, 4, –2), D(2, –5, 1). Mặt phẳng chứa đường thẳng CD và song song với trục Oz có phương trình:

a) $3x - y + 1 = 0$ b) $3x + y - 1 = 0$

c) $x - 3y + 1 = 0$ d) $x + 3y - 1 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

401. Cho 3 điểm A(2, 1, –1), B(0, –1, 3), C(1, 2, 1). Mặt phẳng qua B và vuông góc với AC có phương trình:

a) $x + y - 2z + 5 = 0$ b) $x - y + 2z + 5 = 0$

c) $x + y + 2z + 5 = 0$ d) $x - y - 2z + 5 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

402. Cho tứ diện ABCD có A(5, 1, 3), B(1, 6, 2), C(5, 0, 4) và D(4, 0, 6). Mặt phẳng chứa BC và song song với AD có phương trình:

a) $8x - 7y + 5z - 60 = 0$ b) $8x + 7y + 5z - 60 = 0$

c) $8x - 7y - 5z - 60 = 0$ d) $8x + 7y - 5z - 60 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

403. Cho hai điểm A(–2, 3, –1), B(1, –2, –3) và mặt phẳng (β): $3x - 2y + z + 9 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) có phương trình:

a) $x + y - z - 2 = 0$ b) $x - y + z - 2 = 0$

c) $x - y - z - 2 = 0$ d) $x + y + z - 2 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

404. Cho điểm M(1, –4, –3) và mặt phẳng (β): $5x + y - 2z + 8 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa M, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng (β). Phương trình của mặt phẳng (α):

a) $2y - z + 11 = 0$ b) $2y + z + 11 = 0$

c) $y - 2z + 11 = 0$ d) $y + 2z + 11 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

405. Cho điểm M(–3, 2, –1) và hai mặt phẳng (α): $x + 3y - 5z + 3 = 0$, (β): $2x - y - 2z - 5 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm M, vuông góc với cả hai mặt phẳng (α) và (β). Phương trình của mặt phẳng (P).

a) $x + 8y - 7z + 12 = 0$ b) $x - 8y + 7z + 12 = 0$

c) $x - 8y - 7z + 12 = 0$ d) $x + 8y + 7z + 12 = 0$

Hãy chọn kết quả đúng.

406. Cho hai mặt phẳng (α): $3x + 2y + 5z + 6 = 0$, (β): $4x + 3y - 2z - 3 = 0$. Trong 4 điểm sau đây: $M_1(14, 18, 2)$, $M_2(14, -18, -2)$, $M_3(-5, 8, -1)$, $M_4(-5, -8, 1)$, điểm nào nằm trên giao tuyến của (α) và (β):

a) Chỉ M_1 b) M_2, M_3. c) Chỉ M_4 d) M_1, M_4.

Trả lời nào đúng?

407. Cho hai mặt phẳng (P): $x - 5y + 2z - 4 = 0$, (Q): $2x + y - z + 9 = 0$. Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q). cosφ là số nào?

a) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{6}$

Hãy chọn kết quả đúng.

408. Cho ba mặt phẳng: (α): $2x + y - z - 1 = 0$

(β): $3x - y - z + 2 = 0$

(γ): $4x - 2y + z - 3 = 0$

(α), (β), (γ) có duy nhất một điểm chung, đó là điểm nào?

a) $M_1(1, -2, 3)$ b) $M_2(1, -2, -3)$ c) $M_3(1, 2, 3)$ d) $M_4(-1, 2, 3)$

Hãy chọn trả lời đúng.

Chủ đề 13 | ĐƯỜNG THẲNG

409. Hai đường thẳng (d_1): $\begin{cases} x - y - z - 7 = 0 \\ 3x - 4y - 11 = 0 \end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases} x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$ cắt nhau tại điểm A. Tọa độ của A là:

a) $A(1\ -2, -4)$ b) $A(-1, -2, -4)$

c) $A(1, 2, -4)$ d) $A(1, -2, 4)$.

410. Hai đường thẳng (d_1): $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$ và (d_2): $\begin{cases} 4x - 5y - 9 = 0 \\ 3x - 5z + 7 = 0 \end{cases}$ cắt nhau tại B. Tọa độ của B là:

a) $B(1, 1, 2)$ b) $B(1, -1, -2)$

c) $B(1, -1, 2)$ d) $B(-1, 1, -2)$.

411. Hai đường thẳng (d_1): $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 3t - 2 \\ z = 4t + 6 \end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$ cắt nhau tại C. Tọa độ điểm C là:

a) $C(3, -7, 18)$ b) $C(3, 7, 18)$

c) $C(3, -7, -18)$ d) $C(-3, 7, 18)$.

412. Cho đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x + 2y - 3z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 5 = 0 \end{cases}$. Tìm kết quả sai:

(Δ) có phương trình tham số:

a) $\begin{cases} x = t \\ y = -14 + 7t \\ z = -9 + 5t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 7t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = \dfrac{9}{5} + t \\ y = -\dfrac{7}{5} + 7t \\ z = 5t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + t. \end{cases}$

413. Khoảng cách giữa hai đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases} \text{ là:}$$

a) $\frac{3}{\sqrt{31}}$ b) $\frac{6}{\sqrt{62}}$ c) $\frac{9}{\sqrt{62}}$ d) $\frac{9}{\sqrt{31}}$.

414. Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x - y + z - 5 = 0 \\ x - 3y + 6 = 0 \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} 2y + z - 5 = 0 \\ 4x - 2y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$

Tìm câu đúng:

a) (d_1) và (d_2) chéo nhau b) (d_1) và (d_2) vuông góc nhau

c) (d_1) và (d_2) song song với nhau d) (d_1) và (d_2) trùng nhau.

415. Cho hai đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và (Δ): $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) chứa (d) và song song với (Δ) có phương trình tổng quát:

a) $x - 2y + 2z - 2 = 0$ b) $x + 2y + 2z + 2 = 0$

c) $x + 2y - 2z + 2 = 0$ d) $x - 2y - 2z - 2 = 0$.

416. Cho điểm A(2, –1, 1) và đường thẳng (Δ): $\begin{cases} y + z - 4 = 0 \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases}$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (Δ). Tọa độ điểm A' là:

a) A'(1, 7, 0) b) A'(0, 7, 1) c) A'(0, 1, 7) d) A'(1, 0, 7).

417. Cho hai đường thẳng chéo nhau (d): $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và (Δ): $\begin{cases} x + 2z - 2 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$

Mặt phẳng (P) song song và cách đều (d) và (Δ) có phương trình tổng quát:

a) $x + 5y - 2z + 12 = 0$ b) $x - 5y + 2z - 12 = 0$

c) $x + 5y + 2z - 12 = 0$ d) $x - 5y - 2z + 12 = 0$.

418. Cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1} \text{ và } (d_2): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

Chọn câu trả lời đúng:

a) (d_1) và (d_2) cắt nhau b) (d_1) và (d_2) vuông góc nhau

c) (d_1) và (d_2) trùng nhau d) (d_1) và (d_2) chéo nhau.

419. Cho điểm A(3, 2, 1) và đường thẳng (d): $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = z + 3$. Mặt phẳng (α) chứa A và (d) có phương trình tổng quát là:

a) $14x - 5y - 8z + 24 = 0$ b) $14x + 5y - 8z - 24 = 0$

c) $14x - 5y + 8z + 24 = 0$ d) $14x - 5y - 8z - 24 = 0$.

420. Cho điểm P(–3, 1, –1) và đường thẳng (d): $\begin{cases} 4x - 3y - 13 = 0 \\ y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$

Điểm P' đối xứng với P qua đường thẳng (d) có tọa độ:

a) P'(5, 7, 3) b) P'(–5, 7, –3)

c) P'(5, –7, 3) d) P'(–5, –7, 3).

421. Cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$$

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2) là:

a) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ b) $\frac{2}{\sqrt{26}}$ c) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ d) $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

422. Cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$ và điểm I(2, –1, 3). Điểm K đối xứng với điểm I qua đường thẳng (d) có tọa độ:

a) K(4, –3, –3) b) K(–4, 3, –3) c) K(4, –3, 3) d) K(4, 3, 3).

423. Cho ba điểm A(–1, 2, 3), B(–2, 1, 1), C(5, 0, 0). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB. Tọa độ của H là:

a) $H\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{7}{3}\right)$ b) $H\left(-\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

c) $H\left(-\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$ d) $H\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$.

424. Cho điểm I(1, 1, 1) và đường thẳng (d): $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0 \\ 2y + z + 5 = 0 \end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng (d). Tọa độ của H là:

a) H(2, –3, 1) b) H(2, –3, –1) c) H(2, 3, 1) d) H(–2, 3, 1).

425. Cho điểm A(2, 3, 5) và mặt phẳng (P): $2x + 3y + z - 17 = 0$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P).

Tọa độ điểm A' là:

a) $A'\left(\frac{12}{7}, \frac{18}{7}, \frac{34}{7}\right)$ b) $A'\left(\frac{12}{7}, -\frac{18}{7}, \frac{34}{7}\right)$

c) $A'\left(\frac{12}{7}, -\frac{18}{7}, -\frac{34}{7}\right)$ d) $A'\left(-\frac{12}{7}, \frac{18}{7}, -\frac{34}{7}\right)$.

426. Cho các điểm A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c) với a, b, c là các số dương thay đổi, nhưng luôn thỏa $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$. Mặt phẳng (ABC) sẽ luôn đi qua một điểm cố định I. Tọa độ điểm cố định đó là:

a) I(1, 1, 1) b) I(2, 2, 2) c) $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ d) $I\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

427. Cho 3 điểm A(–4, 4, 0), B(2, 0, 4), C(1, 2, –1). Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng:

a) $\sqrt{13}$ b) $\sqrt{17}$ c) $\sqrt{26}$ d) $\sqrt{19}$.

428. Cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-3}{-7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}, \ (d_2): \frac{x-7}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-9}{-1}$$

và mặt phẳng (α): x + y + z + 3 = 0.

Hình chiếu của (d_2) theo phương của (d_1) lên mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát:

a) $\begin{cases}2x-y+4z-53=0\\x+y+z+3=0\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x+y-4z+53=0\\x+y+z+3=0\end{cases}$

c) $\begin{cases}2x+y+4z-53=0\\x+y+z+3=0\end{cases}$ d) $\begin{cases}2x-y-4z+53=0\\x+y+z+3=0\end{cases}$.

429. Hai đường thẳng (d_1): $\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-7}{6}$ và (d_2): $\frac{x-3}{14}=\frac{y+2}{-5}=\frac{z-1}{2}$ cắt nhau tại A. Tọa độ của A là:

a) A(3, 2, 1) b) A(3, –2, 1) c) A(3, –2, –1) d) A(–3, 2, 1).

430. Cho hai đường thẳng (d_1): $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ và (d_2): $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{-4}$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng chứa (d_1) và (d_2) là:

a) y – z – 2 = 0 b) y – z + 2 = 0

c) y + z – 2 = 0 d) y + z + 2 = 0.

431. Cho hai đường thẳng (d_1): $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 - t \end{cases}$ $(t \in R)$ và (d_2): $\begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = -3 - t' \\ z = 1 - t' \end{cases}$ $(t' \in R)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) chứa (d_1) và (d_2) là:

a) $y - z + 4 = 0$ b) $y - z - 4 = 0$

c) $y + z + 4 = 0$ d) $y + z - 4 = 0$.

432. Cho hai đường thẳng chéo nhau:

$$(d_1): \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2) là số nào?

a) $\frac{3}{\sqrt{62}}$ b) $\frac{6}{\sqrt{62}}$ c) $\frac{9}{\sqrt{62}}$ d) $\frac{12}{\sqrt{62}}$

Hãy chọn kết quả đúng.

433. Cho điểm A(2, –1, 5) và đường thẳng (d): $\begin{cases} 3x - 2y + z + 7 = 0 \\ 5x - 4y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$.

Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng:

a) $\frac{4\sqrt{21}}{3}$ b) $\frac{5\sqrt{21}}{3}$ c) $\frac{7\sqrt{21}}{3}$ d) $\frac{8\sqrt{21}}{3}$

Hãy chọn kết quả đúng.

434. Cho hai đường thẳng chéo nhau: (d): $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và (d'): $\begin{cases} x = 6t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 + 2t' \end{cases}$

Phương trình nào sau đây là phương trình đường vuông góc chung của (d) và (d'):

a) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$ b) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{2}$

c) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$ d) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$

Hãy chọn trả lời đúng.

Chủ đề 14 | MẶT CẦU

435. Cho tứ diện ABCD có A(3, 6, –2), B(6, 0, 1), C(–1, 2, 0), D(0, 4, 1). Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ:

a) I(3, –2, 1) b) A(3, 2, –1) c) I(–3, 2, 1) d) A(3, –2, –1).

436. Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - x + y - 3z + \frac{7}{4} = 0$$

(S) có tọa độ tâm I và bán kính R là:

a) $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $R = \frac{1}{2}$ b) $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $R = 1$

c) $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, $R = 1$ d) $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $R = 1$

437. Trong không gian Oxyz cho đường tròn

$$(C): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0 \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

Tọa độ tâm H của (C) là:

a) $H\left(\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{11}{3}\right)$ b) $H\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{11}{3}\right)$

c) $H\left(\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}, \frac{11}{3}\right)$ d) $H\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{11}{3}\right)$.

438. Trong không gian cho đường tròn (C): $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0 \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$

Bán kính r của đường tròn (C) bằng:

a) $r = 1$ b) $r = \sqrt{3}$ c) $r = 2$ d) $r = 3$.

439. Trong không gian tọa độ Oxyz cho đường tròn

$$(C): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0 \\ 2x - 2y + z + 5 = 0 \end{cases}$$

Bán kính r của đường tròn (C) bằng:

a) $r = 6\sqrt{2}$ b) $r = 8$ c) $r = \sqrt{77}$ d) $r = \sqrt{78}$.

440. Trong không gian tọa độ Oxyz cho đường tròn

$$(C): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z + 24 = 0 \\ 2x + 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

Tâm H của (C) là điểm có tọa độ:

a) $H\left(\frac{10}{3}, \frac{14}{3}, \frac{5}{3}\right)$ b) $H\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}, \frac{5}{3}\right)$

c) $H\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ d) $H\left(\frac{10}{3}, \frac{14}{3}, -\frac{5}{3}\right)$.

441. Trong không gian Oxyz cho đường tròn

$$(C): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z + 24 = 0 \\ 2x + 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

Bán kính r của (C) bằng:

a) $r = 2$ b) $r = \sqrt{3}$ c) $r = \sqrt{5}$ d) $r = 3$.

442. Trong không gian Oxyz cho đường tròn (C): $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$

(C) có tâm H và bán kính r bằng:

a) H(1, 1, 0), $r = \sqrt{2}$ b) H(1, 0, 1), $r = \sqrt{2}$

c) H(0, 1, 1), $r = \sqrt{2}$ d) H(1, 0, –1), $r = \sqrt{2}$.

443. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z - 4 = 0$ và ba điểm A(3, 1, 0), B(2, 2, 4), C(–1, 2, 1) nằm trên mặt cầu (S).

Tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm có tọa độ:

a) $H\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$ b) $H\left(\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$

c) $H\left(\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ d) $H\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$.

444. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z - 4 = 0$ và ba điểm A(3, 1, 0), B(2, 2, 4), C(–1, 2, 1) nằm trên mặt cầu (S).

Bán kính r của đường tròn qua ba điểm A, B, C là:

a) $r = \sqrt{3}$ b) $r = \sqrt{5}$ c) $r = \sqrt{6}$ d) $r = 2\sqrt{2}$.

445. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ và ba điểm A(1, 2, –2), B(–4, 2, 3), C(1, –3, 3) thuộc mặt cầu. Đường tròn qua ba điểm A, B, C có phương trình:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0 \\ x - y - z - 1 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0. \end{cases}$

446. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ và điểm $M(4, 3, 0) \in (S)$. Tiếp diện của (S) tại M có phương trình:

a) $x + 2y + 2z + 10 = 0$ b) $x + 2y + 2z - 10 = 0$

c) $x - 2y + 2z + 10 = 0$ d) $x - 2y - 2z - 10 = 0$.

447. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z = 0$ và mặt phẳng (α): $2x - y + 2z + 8 = 0$. Có hai tiếp diện của (S) cùng song song với (α) đó là:

a) $2x - y + 2z - 4 = 0$ và $2x - y + 2z + 4 = 0$

b) $2x - y + 2z + 13 = 0$ và $2x - y + 2z - 5 = 0$

c) $2x - y + 2z - 13 = 0$ và $2x - y + 2z + 5 = 0$

d) $2x - y + 2z + 12 = 0$ và $2x - y + 2z - 8 = 0$.

448. Trong không gian Oxyz cho đường tròn (C) có phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0 \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

Mặt cầu chứa (C) và có tâm thuộc mặt phẳng $x + y + z + 3 = 0$ có phương trình:

a) $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 1)^2 = 20$

b) $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 + (z + 1)^2 = 20$

c) $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 + (z - 1)^2 = 20$

d) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 1)^2 = 20$.

449. Cho đường tròn (C): $\begin{cases} (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100 \\ 2x - 2y - z + 9 = 0 \end{cases}$

Tâm H của (C) là điểm nào?

a) $H(1, -2, 3)$ b) $H(1, 2, -3)$ c) $H(1, 2, 3)$ d) $H(-1, 2, 3)$

Hãy chọn kết quả đúng.

450. Cho đường tròn (C): $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6z + 4y - 2z - 86 = 0 \\ 2x - 2y - z - 27 = 0 \end{cases}$

Bán kính của (C) là số nào?

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10

Hãy chọn kết quả đúng.

Phần 2

BÀI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Chủ đề 1 | PARABOL

1. Ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BF}$$

Cộng từng vế: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$. Vậy chọn (c).

2. IK cắt AC tại điểm M của AC và $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AM} = 2.\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}.$$ Vậy chọn (d).

3. $2\overrightarrow{JI} = 2\left(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AI}\right) = \overrightarrow{DB}$

$$2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}\right) = 2\overrightarrow{DB}$$

Cộng từng vế suy được (c) là câu đúng.

4. Dễ thấy $AB^2 = BA^2$; $CD^2 = DC^2$...

$$AB^2 - BC^2 + CD^2 - AD^2 = \left(\overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{BC}^2\right) + \left(\overrightarrow{CD}^2 - \overrightarrow{AD}^2\right)$$

$$= \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD}\right)\left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}\right)$$

$$= \overrightarrow{AC}\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}\right) - \overrightarrow{AC}\left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{AC}\left[\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}\right]$$

$$= \overrightarrow{AC}\left[\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) - \overrightarrow{BD}\right] = \overrightarrow{AC}\left[\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB}\right] = 2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}.$$

Vậy chọn (d).

5. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN}$.

$$\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right);$$

$$\frac{\overrightarrow{CN}}{\overrightarrow{AC}} = -\frac{(9-x)}{9} = \frac{x}{9} - 1 \Rightarrow \quad \overrightarrow{CN} = \left(\frac{x}{9} - 1\right)\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) + \left(\frac{x}{9} - 1\right)\overrightarrow{AC} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.$$

Vậy chọn (d).

6. $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AG}$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}$ (M là trung điểm BC).

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AH} = \frac{4}{3}\left(\frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}\right) - \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. Vậy chọn (c).

7. Viết lại vế trái $= 2\left(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right) + \left(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

Vậy chọn (c).

8. $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI}$

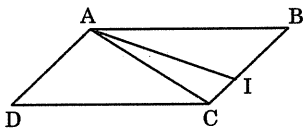
Từ $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \quad \Rightarrow \overrightarrow{IA} = 2\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$

Từ $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad 3\overrightarrow{JA} + 2\left(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AC}\right) = \vec{0} \quad \Rightarrow \overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Vậy chọn (b).

9. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$



$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \frac{1}{k}\overrightarrow{BI}$

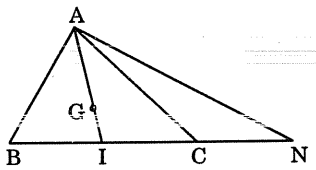
$\Rightarrow \quad \overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BA} + k\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BA} + k\overrightarrow{AC} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$.

Vậy chọn (b).

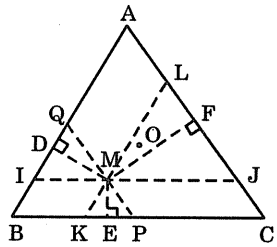
10. I là trung điểm BC. N ở vị trí như hình vẽ, C là trung điểm của IN.

$$\overrightarrow{AC} = \frac{\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AN}}{2} = \frac{\frac{3}{2}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AN}}{2} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}.$$



Vậy chọn (c).

11. Từ M kẻ ba đường thẳng song song với ba cạnh của tam giác. Các giao điểm với các cạnh lần lượt là I, J; K, L; P, Q. Dễ thấy D là trung điểm IQ, E là trung điểm KP, F là trung điểm LJ.



$$\overrightarrow{MD} = \frac{\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MQ}}{2}; \quad \overrightarrow{ME} = \frac{\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MP}}{2}; \quad \overrightarrow{MF} = \frac{\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{ML}}{2}$$

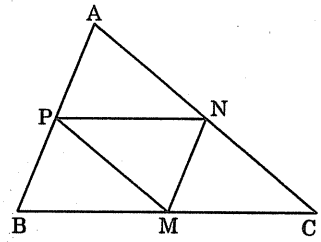
$$\Rightarrow \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MK}) + (\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MJ}) + (\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{MQ})}{2}$$

$$= \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}{2} = \frac{3\overrightarrow{MO}}{2}$$

(vì $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MB}$; $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MC}$; $\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MA}$)

Vậy chọn (d).

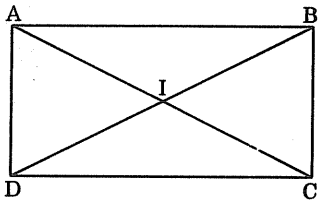
12. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NC}$ đúng: $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{NC}$ cùng giá AC, cùng độ dài (AN = NC)



- $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$: sai (Hệ thức đúng là $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{PM}$ (hoặc $\overrightarrow{NC} = -\overrightarrow{MP}$))
- $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{BM}$: đúng
- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA}$: đúng

Chỉ có (b) sai.

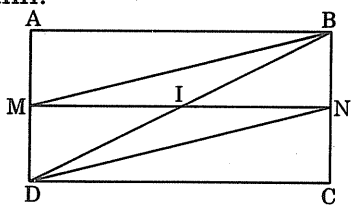
13. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ sai (Hệ thức đúng là $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$)



- $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CI}$: sai: Hai vectơ này không cùng phương.
- $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IC}$: đúng
- $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IB}$: sai: Hai vectơ này ngược hướng nhau.

Vậy chọn (c).

14. Xem hình bên: dễ thấy BNDM là hình bình hành.



- $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DN}$: đúng
- $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{IB}$: đúng.
- $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MD}$: đúng

- $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IN}$: sai ($\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IN}$ hoặc $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{NI}$ thì đúng)

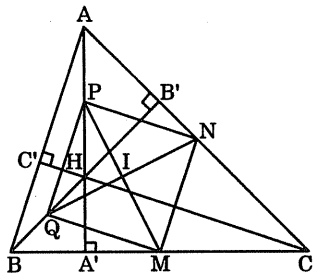
Vậy chọn (d).

15. MN là đường trung bình trong tam giác ABC nên: MN // = $\frac{1}{2}$AB

PQ là đường trung bình trong tam giác HAB nên: PQ // = $\frac{1}{2}$AB

$\Rightarrow$ MN // = PQ: tứ giác PQMN là hình bình hành

$\Rightarrow$ I là trung điểm của PM và QN



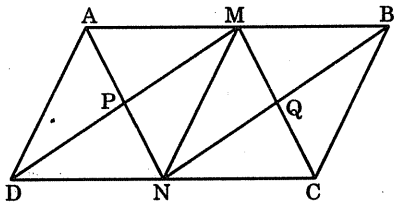
- $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MN}$: đúng.
- $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$: đúng.
- $|\overrightarrow{NQ}| = |\overrightarrow{MP}|$: đúng (do PNMQ là hình chữ nhật)
- $\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IN}$: sai (đây là hai vectơ cùng phương, cùng độ dài nhưng ngược hướng).

Vậy chọn (d).

16. Xem hình vẽ bên:

AMND, MBCN là các hình bình hành

$\Rightarrow$ P là trung điểm của DM và AN, Q là trung điểm của BN và CM.



- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$: đúng.
- $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC}$: đúng
- $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{ND}$: sai (Hệ thức đúng là $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DN}$)
- $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MD}$ đúng (do BNDM là hình bình hành)

Vậy chọn (c).

17. Với 6 điểm tùy ý A, B, C, D, E, F:

$$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BF}\ ; \qquad \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}\ ; \qquad \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EF} + \underbrace{(\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB})}$$

$$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EF} + \vec{0}$$

$$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EF}$$: đây là hệ thức (a).

Vậy chọn (a).

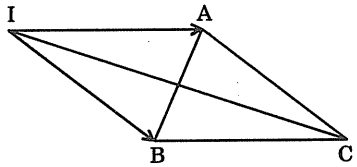
18. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \underbrace{(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD})}$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

Vậy chọn (b).

19. Vẽ hình bình hành ACBI

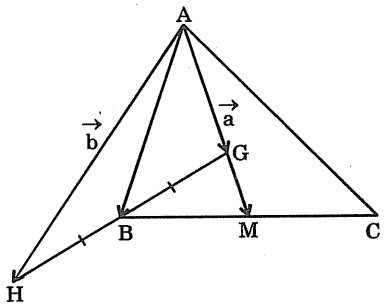


$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IC} \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

I là đỉnh thứ tư của hình bình hành ACBI.

Vậy chọn (c).

20. Vẽ hình theo giả thiết:



G là trọng tâm $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\vec{a}$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AG}}{2} = \frac{\vec{b} + \vec{a}}{2}$$

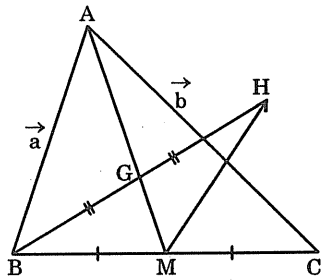
$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\vec{a} - \frac{\vec{b} + \vec{a}}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MC} = \vec{a} - \frac{\vec{b}}{2}$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} = \frac{3}{2}\vec{a} + \vec{a} - \frac{\vec{b}}{2} = \frac{5\vec{a} - \vec{b}}{2}$$

Vậy chọn (d).

21. Xem hình bên:



$$\overrightarrow{AM} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}.\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{3}$$

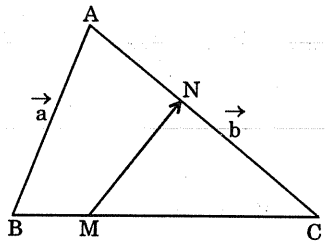
Theo hệ thức trung điểm:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} = \frac{2(\vec{a} + \vec{b})}{3} - \vec{a} = \frac{2\vec{b} - \vec{a}}{3}$$

$$\overrightarrow{MH} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AM} = \frac{2\vec{b} - \vec{a}}{3} - \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} = \frac{4\vec{b} - 2\vec{a} - 3\vec{a} - 3\vec{b}}{6} = \frac{\vec{b} - 5\vec{a}}{6}$$

Vậy chọn (c).

22. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$; $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$



$\Rightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

$\frac{\overrightarrow{AN}}{\overrightarrow{AC}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$

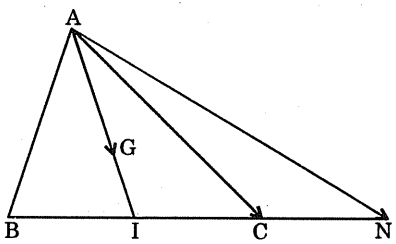
$\Rightarrow \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CN} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = -\frac{2}{5}\vec{b} + \frac{3}{4}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{-8\vec{b} + 15\vec{b} - 15\vec{a}}{20} = \frac{7\vec{b} - 15\vec{a}}{20}$

Vậy chọn (c).

23. Vẽ hình theo các giả thiết:

C là trung điểm IN (I là trung điểm BC).

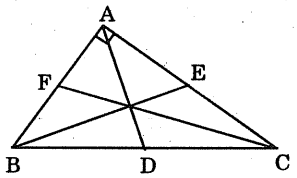


$\overrightarrow{AC} = \frac{\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AN}}{2} = \frac{\frac{3}{2}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AN}}{2}$

$= \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. Vậy chọn (d).

Chủ đề 2 | HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

24. Nhớ rằng $2AD = BC$.



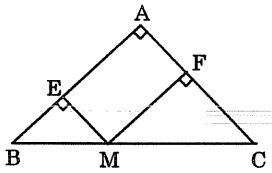
$BE^2 = AB^2 + AE^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4}$

$+\ CF^2 = AC^2 + AF^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

$BE^2 + CF^2 = \frac{5}{4}(AB^2 + AC^2) = \frac{5}{4}BC^2 = \frac{5}{4}.4AD^2 = 5AD^2$

Vậy chọn (c).

25. Vẽ thêm ME // AC, MF // AB, ta được hai tam giác vuông cân EBM và FMC.

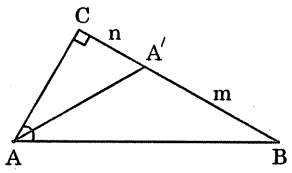


$\left.\begin{array}{l} MB^2 = 2ME^2 \\ MC^2 = 2MF^2 \end{array}\right\}$

$\Rightarrow MB^2 + MC^2 = 2(ME^2 + MF^2) = 2MA^2$

Vậy chọn (d).

26. AA' là phân giác nên $\frac{AC}{AB} = \frac{n}{m}$



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = \frac{n^2}{m^2}.AB^2 + (m+n)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - n^2}{m^2}.AB^2 = (m+n)^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{(m+n)^2.m^2}{m^2 - n^2} = \frac{(m+n).m^2}{m-n} \Rightarrow AB = m.\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$$

Vậy chọn (a).

27. $\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)\left(2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right) = \overrightarrow{BC}\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{BC}\left(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD}\right)$

$$= |\overrightarrow{BC}|.|\overrightarrow{BD}|.\cos 45^\circ + |\overrightarrow{BC}|.|\overrightarrow{AD}|$$

$$= a.a\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + a.a = 2a^2.$$ Vậy chọn (c).

28. • $AM^2 = \dfrac{AB^2 + AC^2 - \frac{BC^2}{2}}{2} = \dfrac{4+9-8}{2} = \dfrac{5}{2} \Rightarrow AM = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

• $\cos A = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \dfrac{4+9-16}{12} = -\dfrac{1}{4}$

• $S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ $\left(\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}\right)$

• $AH = \dfrac{2S}{BC} = \dfrac{3\sqrt{15}}{8}$.

Vậy câu sai là câu (d).

29.

$$AB^2 = AD^2 + CD^2$$
$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$
$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 + BC^2 = BD^2 + 2AD^2 + 3CD^2$$

Vậy chọn (b).

30.
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 = (AH^2 + BH^2) + (AH^2 + CH^2) \\ &= AH^2 + (BE^2 + EH^2) + AH^2 + (CF^2 + HF^2) \\ &= AH^2 + BE^2 + EH^2 + AH^2 + CF^2 + HF^2 \\ &= AH^2 + BE^2 + AH^2 + CF^2 + (EH^2 + HF^2) \\ &= 3AH^2 + BE^2 + CF^2 \end{aligned}$$

Vậy hệ thức đúng là (d).

31. Dùng công thức Hê-rông để kiểm nghiệm.

$$p = 7 + 2\sqrt{7};\quad p - a = 1 + 2\sqrt{7};\ p - b = 2\sqrt{7} - 1;\quad p - c = 7 - 2\sqrt{7}$$

$$h_a = \frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{2}{6}\sqrt{\left(7+2\sqrt{7}\right)\left(2\sqrt{7}+1\right)\left(2\sqrt{7}-1\right)\left(7-2\sqrt{7}\right)}$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{(49-28)(28-1)} = \frac{1}{3}\sqrt{21.27} = 3\sqrt{7}$$

Vậy chọn (b).

32. $\cos A = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \sin A = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A = \frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}$$

$$R = \frac{AB.BC.AC}{4S} = \frac{\left(\sqrt{3}+1\right).\sqrt{6}.2}{2.\sqrt{3}.(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{2}$$

Vậy chọn (c).

33. $\cos A = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = -\dfrac{1}{4} \Rightarrow \sin A = \sqrt{1 - \left(-\dfrac{1}{4}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A = \frac{3\sqrt{15}}{4} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{8}$$

Trong tam giác ABC:

$$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow AD^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD: $R = \dfrac{AB.AD.BD}{4.S_{ABD}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{9}$.

Vậy chọn (c).

34. Đặt IC = x. Từ hệ thức $\overline{IC}.\overline{ID} = \overline{IA}.\overline{IB}$, có phương trình:

$$x(x + R\sqrt{3}) = R.3R \Leftrightarrow x^2 + R\sqrt{3}\,x - 3R^2 = 0$$

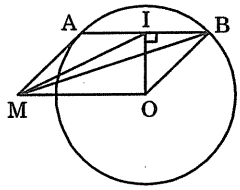
$$\Rightarrow x = \frac{R\sqrt{6} - R\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{2}-1\right).$$ Vậy chọn (d).

35. Đặt $\widehat{BAH} = \alpha$; $\widehat{CAH} = \beta$ thì $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$; $\tan\beta = \dfrac{1}{3}$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 45^\circ.$$

Vậy chọn (d).

36. Hãy vẽ hình:



$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$$

$$MI^2 = MO^2 + OI^2$$

$$= d^2 + R^2 - IB^2$$

$$= d^2 + R^2 - \frac{AB^2}{4}$$

$\Rightarrow$ $MA^2 + MB^2 = 2(d^2 + R^2)$. Vậy chọn (d).

37. Dễ thấy $S = \frac{1}{2}a^2\sin\alpha$;

$$p = a\left(1 + \sin\frac{\alpha}{2}\right) \qquad \left(p = \frac{AB + AC + BC}{2}\right)$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{a\sin\alpha}{2\left(1 + \sin\frac{\alpha}{2}\right)}.$$ Vậy chọn (d).

38. $$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \frac{\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}{2.\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right).\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

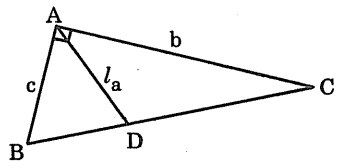
$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2.AB.BC} = \frac{\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}{2.\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right).\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ.$$

Vậy chọn (c).

39. S_1: diện tích tam giác ABD.

S_2: diện tích tam giác ACD.

S : diện tích tam giác ABC.



Từ $S_1 + S_2 = S$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}c.l_a.\sin 45^\circ + \frac{1}{2}b.l_a.\sin 45^\circ = \frac{1}{2}bc \Rightarrow l_a = \frac{\sqrt{2}bc}{b+c}.$$

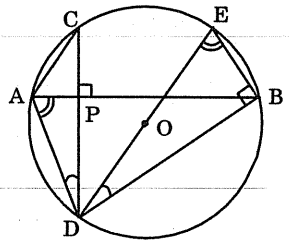
Vậy chọn (d).

40. Nối DO cắt đường tròn tại E.

$\widehat{DAB} = \widehat{DEB} \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{EDB} \Rightarrow AC = EB$

$PA^2 + PC^2 = AC^2 = EB^2$

$PB^2 + PD^2 = BD^2$



Cộng từng vế:

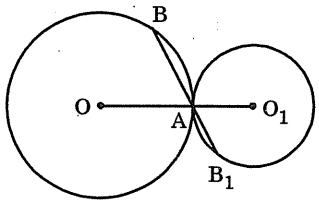
$PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2 = EB^2 + BD^2$

$= ED^2 = 4R^2.$

Vậy chọn (d).

41. AB cắt (C_1) tại B_1. Dễ thấy $AB_1 = \frac{R}{2} \Rightarrow BB_1 = \frac{3R}{2}$

$\mathscr{P}_{B/(O_1)} = \overline{BA}.\overline{BB_1} = \frac{3R^2}{2} = BO_1^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2$



(công thức tính phương tích)

$\Rightarrow BO_1^2 = \frac{3R^2}{2} + \frac{R^2}{4} = \frac{7R^2}{4} \Rightarrow BO_1 = \frac{R\sqrt{7}}{2}.$

Vậy chọn (c).

42. Từ giả thiết $\Leftrightarrow b^3 + c^3 = a^2b + a^2c = a^2(b + c)$

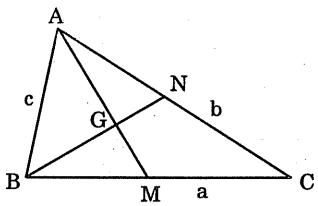
$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - bc = a^2 \quad (1)$

Ngoài ra $b^2 + c^2 - 2bc\cos A = a^2 \quad (2)$

$\Rightarrow 2\cos A = 1 \Rightarrow A = 60^\circ.$

Vậy chọn (b).

43. AM cắt BN tại G và $GM = \frac{AM}{3}$, $GN = \frac{BN}{3}$.



$$AM^2 = \frac{b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}}{2} \Rightarrow GM^2 = \frac{b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}}{18}$$

$$BN^2 = \frac{a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2}}{2} \Rightarrow GN^2 = \frac{a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2}}{18}$$

$$GM^2 + GN^2 = \frac{(a^2 + b^2) + 2c^2 - \frac{(a^2 + b^2)}{2}}{18} = \frac{5c^2 + 2c^2 - \frac{5c^2}{2}}{18} = \frac{c^2}{4} = MN^2$$

$\Rightarrow$ Tam giác GMN vuông tại G. Vậy chọn (c).

44. Áp dụng định lý sin: $\dfrac{AC}{\sin 60^\circ} = \dfrac{BC}{\sin(60^\circ + 45^\circ)}$

$\sin(60^\circ + 45^\circ) = \sin 60^0.\cos 45^\circ + \sin 45^\circ.\cos 60^\circ = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin(60^\circ + 45^\circ)}$$

$\Rightarrow$ $AC = \dfrac{12\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$, $AB = \dfrac{12\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$. Vậy chọn (b).

45. $p = \dfrac{a+b+c}{2}$.

$$S = \frac{1}{4}(a+b-c)(a+c-b) = \frac{1}{4}.2(p-c).2(p-b) = (p-b)(p-c)$$

Theo công thức Hê-rông:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$\Rightarrow$ $(p-b)^2.(p-c)^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$ $\Leftrightarrow$ $(p-b)(p-c) = p(p-a)$

$\Leftrightarrow$ $(a+c-b)(a+b-c) = (a+b+c)(b+c-a)$

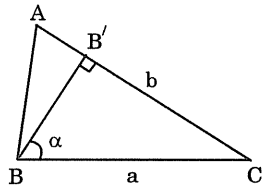
Khai triển 2 vế dẫn đến $a^2 = b^2 + c^2$.

Vậy chọn (c).

46. $AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$

$= a^2 + b^2 - 2ab.\cos(90^\circ - \alpha)$

$= a^2 + b^2 - 2ab.\sin\alpha$.



Theo định lý sin:

$$R = \frac{AB}{2\sin C} = \frac{\sqrt{a^2+b^2-2ab.\sin\alpha}}{2\sin(90^\circ-\alpha)} = \frac{\sqrt{a^2+b^2-2ab.\sin\alpha}}{2\cos\alpha}$$

Vậy chọn (c).

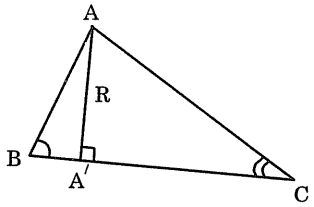
47. $BA' = R\cot B$; $A'C = R\cot C$

$\Rightarrow$ $BC = R(\cot B + \cot C) = 2R\sin A = 2R\sin(B + C)$

$\Rightarrow$ $\cot B + \cot C = 2\sin(B + C)$

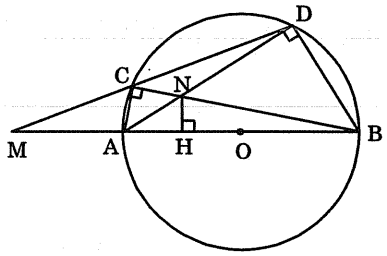
$\Rightarrow$ $\dfrac{\sin(B+C)}{\sin B.\sin C} = 2\sin(B + C)$

$\Rightarrow$ $\sin B.\sin C = \dfrac{1}{2}$.



Vậy chọn (c).

48. Từ N, hạ NH vuông góc với AB.



$$\overline{AN}.\overline{AD} = \overline{AH}.\overline{AB}$$

(Hệ thức trong đường tròn qua bốn điểm HNDB).

$$\overline{BN}.\overline{BC} = \overline{BH}.\overline{BA} = \overline{HB}.\overline{AB}$$

(Hệ thức trong đường tròn qua bốn điểm HNCA).

Cộng từng vế: $\overline{AN}.\overline{AD} + \overline{BN}.\overline{BC} = \overline{AB}(\overline{AH} + \overline{HB}) = \overline{AB}^2 = 4R^2$.

Vậy chọn (c).

49. $\hat{A} = 60^o$; AB = 6cm; AC = 8cm.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos\hat{A}$$

$$= 36 + 84 - 2.6.8.\frac{1}{2} = 100 - 48 = 52 = 4.13 \Rightarrow BC = 2\sqrt{13}\text{ cm}.$$

Vậy chọn (b).

50. Giả sử AB = 3cm; AC = 5cm; BC = 7cm. Góc A đối diện với cạnh BC là góc lớn nhất:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2.3.5} = \frac{-15}{2.15} = -\frac{1}{2} = \cos 120^o$$

$\Rightarrow$ $A = 120^0$.

Vậy chọn (c).

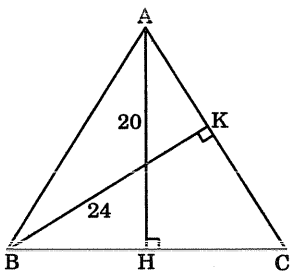
51. Từ công thức $m_b^2 = \dfrac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} = \dfrac{2a^2 + 2c^2 - b^2}{4}$

Thay $2a^2 = b^2 + c^2$ theo giả thiết thì được:

$$m_b^2 = \frac{b^2 + c^2 + 2c^2 - b^2}{4} = \frac{3c^2}{4} \Rightarrow m_b = \frac{c\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy chọn (a).

52. Đặt $HC = \dfrac{1}{2}BC = x$ (hình bên)



Tam giác vuông HAC cho:

$$AC^2 = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{20^2 + x^2} = \sqrt{400 + x^2}$$

Trong tam giác ABC có hệ thức:

$$AH.BC = AC.BK \quad (= 2S_{ABC})$$

$\Leftrightarrow\ 20.2x = 24.\sqrt{400+x^2} \Leftrightarrow 5x = 3\sqrt{400+x^2}$

$\Leftrightarrow\ 25x^2 = 3600 + 9x^2 \Leftrightarrow 16x^2 = 3600 \Leftrightarrow x^2 = 225 \Leftrightarrow x = 15$

$\Rightarrow\ BC = 2x = 30cm.$

Vậy chọn (b).

53. $m_b^2 = \dfrac{2(a^2+c^2)-b^2}{4} = \dfrac{2(4^2+2^2)-3^2}{4} = \dfrac{31}{4} \Rightarrow m_b = \dfrac{\sqrt{31}}{2}cm$.

Vậy chọn (c).

54. $AB = \sqrt{3}+1;\ AC = 2;\ BC = \sqrt{6}$

$$\cos A = \frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB.AC} = \frac{4+2\sqrt{3}+4-6}{2.2(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{4(\sqrt{3}+1)} = \frac{1}{2}$$

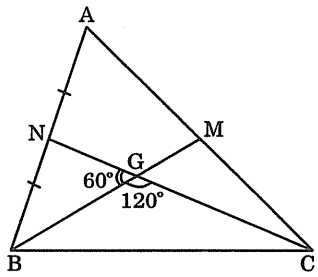
$$\Rightarrow\ \sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1).2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2}$$

Từ $S = \dfrac{a.b.c}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{a.b.c}{4S} = \dfrac{\sqrt{6}.2(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{2}$

Vậy chọn (d).

55. Xem hình vẽ bên:



$BM = 6 \Rightarrow BG = 4$

$CN = 9 \Rightarrow GN = 3$

$\Rightarrow\ \widehat{BGC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BGN} = 60^\circ$

Trong tam giác GBN:

$BN^2 = BG^2 + GN^2 - 2BG.GN.\cos\widehat{BGN}$

$= 16 + 9 - 2.4.3.\dfrac{1}{2} = 13 \Rightarrow BN = \sqrt{13} \Rightarrow BA = 2\sqrt{13}$

Vậy chọn (a).

56. $AB = 6;\ AC = 8;\ BC = 5$

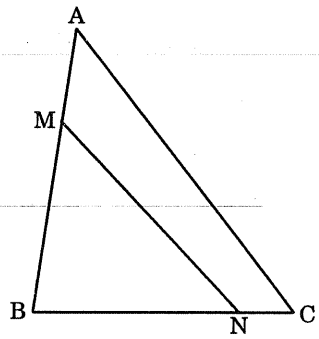
$\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow BM' = 4;$

$\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{NC} \Rightarrow BN = 4$

Từ tam giác ABC có:

$$\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2BA.BC} = \frac{36 + 25 - 64}{2.6.5}$$

$$= \frac{-3}{60} = -\frac{1}{20}$$



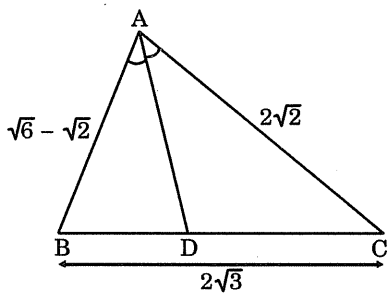
Tam giác BMN cho:

$$MN^2 = BM^2 + BN^2 - 2BM.BN.\cos B$$

$$= 16 + 16 - 2.4.4.\left(-\frac{1}{20}\right) = 32 + \frac{8}{5} = \frac{168}{5}$$

$\Rightarrow$ $MN = 2\sqrt{\frac{42}{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{210}$. Vậy chọn (b).

57. Xem hình vẽ bên:



$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC}$$

$$= \frac{8 - 2\sqrt{12} + 8 - 12}{2(\sqrt{6} - \sqrt{2}).2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{12}}{4\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{4(1 - \sqrt{3})}{4.2(\sqrt{3} - 1)} = -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 60^\circ$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{8 - 2\sqrt{12} + 12 - 8}{2(\sqrt{6} - \sqrt{2}).2\sqrt{3}} = \frac{2(6 - \sqrt{12})}{4\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{2})}$$

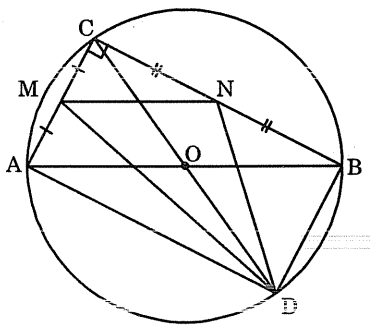
$$= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{6} - 2)}{4\sqrt{3}(\sqrt{6} - 2)} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$$

$\widehat{ADB} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$. Vậy chọn (c).

58. Vẽ hình theo giả thiết:

MN là đường trung bình trong tam giác ACB:

$$MN = \frac{1}{2}AB = R.$$



Trong tam giác DAC, AM là trung tuyến:

$$DM^2 = \frac{2(DA^2 + DC^2) - AC^2}{4} \qquad (1)$$

Trong tam giác DCB, DN là trung tuyến:

$$DN^2 = \frac{2(DB^2 + DC^2) - CB^2}{4} \qquad (2)$$

Cộng từng vế (1) và (2):

$$DM^2 + DN^2 = \frac{2(DA^2 + DC^2) - AC^2 + 2(DB^2 + DC^2) - CB^2}{4}$$

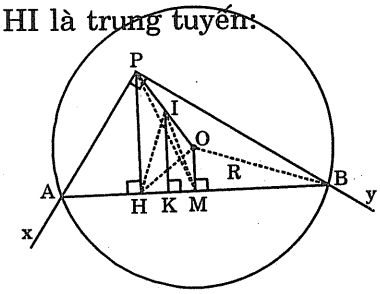
$$= \frac{2[DA^2 + DB^2 + 2CD^2] - (AC^2 + CB^2)}{4}$$

$$= \frac{2(AB^2 + 2CD^2) - AB^2}{4} = \frac{AB^2 + 4CD^2}{4} = \frac{4R^2 + 16R^2}{4} = 5R^2$$

Vậy $DM^2 + DN^2 + MN^2 = 5R^2 + R^2 = 6R^2$. Vậy chọn (d).

59. Xem hình vẽ:

Trong tam giác HOP, gọi I là trung điểm OP, HI là trung tuyến:



$$HP^2 + HO^2 = 2HI^2 + \frac{OP^2}{2} \qquad (1)$$

Trong tam giác MOP:

$$MP^2 + MO^2 = 2MI^2 + \frac{OP^2}{2} \qquad (2)$$

Tam giác IHM cân tại I: HI = MI (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow HP^2 + HO^2 = MP^2 + MO^2$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Trong tam giác vuông PAB: } MP = MB \Rightarrow MP^2 = MB^2 \\ \text{Trong tam giác vuông MOB: } MO^2 = OB^2 - MB^2\end{array}\right\} MP^2 + MO^2 = OB^2 = R^2$$

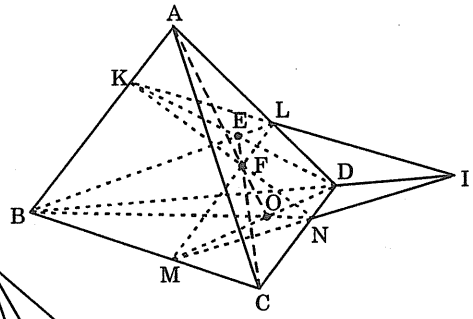
Vậy $HP^2 + HO^2 = R^2$. Vậy chọn (c).

Chủ đề 3 | HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

60. $(ABN) \cap (ADM) = \{A, F, O\}$

$(BCL) \cap (CKD) = \{C, F, E\}$

Vậy chọn (b).



61. $K \in (ACD)$

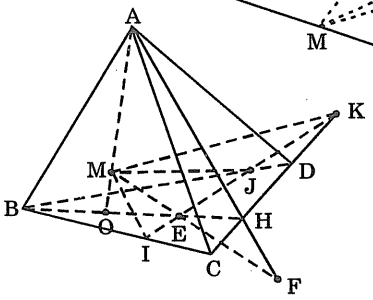
$K \in (MIJ)$

$F \in (ACD)$

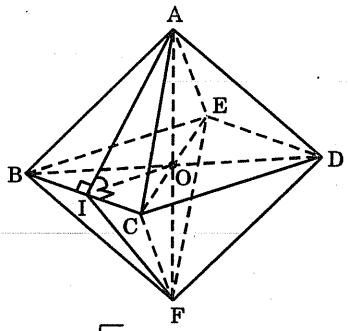
$F \in (MIJ)$

$\Rightarrow (ACD) \cap (MIJ) = KF$.

Vậy chọn (d).



62. $V = \frac{1}{3}a^2\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Vậy chọn (d).



63. I là trung điểm BC.

$$V = 2.\frac{1}{3}a^2\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3.\sqrt{2}}{6}$$

$$S_{tp} = 8.\frac{a^2.\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}.$$

$\widehat{AIF}$ là góc giữa hai mặt kề nhau.

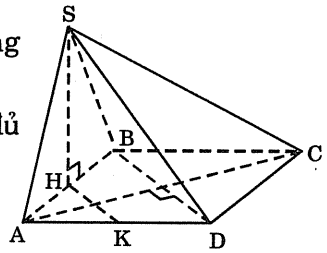
Đặt $\widehat{AIF} = \varphi$ thì $\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{IO}{AI} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$\Rightarrow \sin\varphi = 2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2} = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Vậy chọn (c).

64. • HK song song với mặt phẳng (SBD): đúng vì HK // BD.

• AC chỉ vuông góc với BD $\Rightarrow$ AC chưa đủ điều kiện vuông góc với (SBD).

Vậy (b) là câu sai.



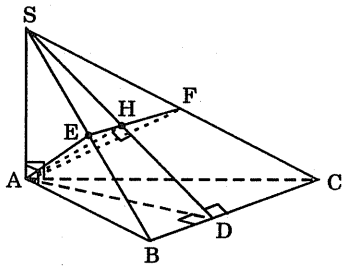
65. BC vuông góc với mặt phẳng (SAD)

$\Rightarrow$ EF vuông góc với mặt phẳng (SAD)

$\Rightarrow$ (SBC) $\perp$ (SAD) theo giao tuyến SD.

Tam giác SAD vuông cân. Nếu H là trung điểm SD thì AH $\perp$ SD $\Rightarrow$ AH $\perp$ EF.

$AH = \frac{1}{2}SD = a$; $EF = a$

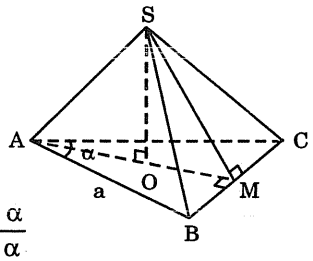


Diện tích tam giác AEF:

$S_{AEF} = \frac{1}{2}EF.AH = \frac{a^2}{2}$. Vậy chọn (d).

66. SA = SB = SC $\Rightarrow$ chân O của đường cao hình chóp là tâm đường tròn ABC.

Định lý sin cho: $AO = \frac{a}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$



$SO^2 = SA^2 - AO^2$

$$= \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{a^2\left(2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1\right)}{4\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{a^2.\cos\alpha}{4\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

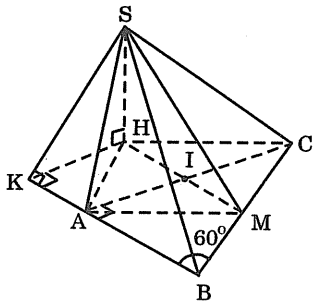
$\Rightarrow \quad SO = \dfrac{a\sqrt{\cos\alpha}}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}}$. Vậy chọn (c).

67. Do SA = SC = SM nên chân đường cao hình chóp hạ từ S xuống (ABC) là H thì

HA = HC = HM.

ABC là nửa tam giác đều

$\Rightarrow$ HA = HM = HC = a (sao cho HAMC là một hình thoi).



Từ H kẻ HK vuông góc với AB thì HK // AC, $HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và SK vuông góc với AB (định lý ba đường vuông góc).

Tam giác vuông SAH cho:

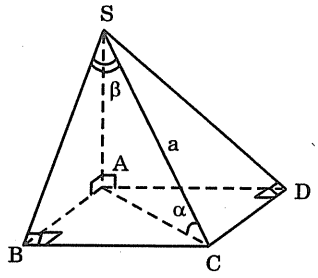
$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$$

Tam giác vuông SKH cho:

$$SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{19}}{2}.$$

Vậy câu đúng là (a).

68. Từ giả thiết có $\widehat{SCA} = \alpha$ và $\widehat{CSB} = \beta$



Tam giác vuông SAC cho SA = a.sinα.

Tam giác vuông SBC cho SB = a.cosβ.

$\Rightarrow \quad AB = \sqrt{a^2\cos^2\beta - a^2\sin^2\alpha} = a\sqrt{\cos^2\beta - \sin^2\alpha}$

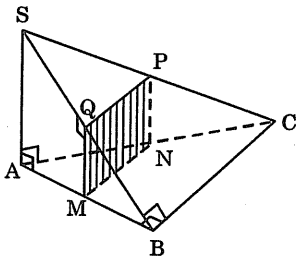
Vậy chọn (c).

69. BC ⊥ SB ; (α) ⊥ SB $\quad\Rightarrow\quad$ BC // (α).

(α) cắt SB tại Q thì MQ ⊥ SB ⇒ MQ ⊥ (SBC) vì (SBC) và (SAB) vuông góc nhau theo giao tuyến SB.

MQ ⊥ PQ ; MN và PQ cùng song song với BC.

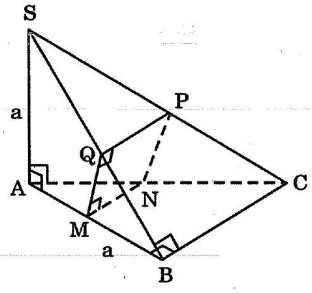
QM và PN không song song, chúng sẽ cắt nhau tại một điểm trên SA.



Vậy (c) là câu sai.

70. Từ giả thiết $\Rightarrow$ $BC \perp SB$; $BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow$ $(SAB) \perp (SBC)$



$BC \perp SB$; $(\alpha) \perp SB$

$\Rightarrow$ $BC \,//\, (\alpha) \Rightarrow$ $MN \,//\, PQ \,//\, BC$.

Ngoài ra, $MQ \perp SB$ $\Rightarrow$ $MQ \perp (SBC)$

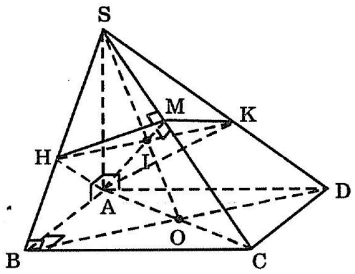
$\Rightarrow$ $MQ \perp PQ$

MNPQ là hình thang vuông: $MN = \dfrac{a}{2}$.

$$\frac{SQ}{SB} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad PQ = \frac{3}{4}a \ ; \quad MQ = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$S_{MNPQ} = \frac{MN + PQ}{2} \cdot MQ = \frac{\frac{a}{2} + \frac{3a}{4}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{5a^2\sqrt{2}}{32}.$$ Vậy chọn (b).

71. $\left.\begin{array}{l} BC \perp (SAB) \Rightarrow HA \perp BC \\ SC \perp (AHMK) \Rightarrow HA \perp SC \end{array}\right\} \Rightarrow HA \perp (SBC) \Rightarrow HA \perp SB.$



$BD \perp SC$; $(AHMK) \perp SC$

$\Rightarrow$ $BD \,//\, (AHMK)$

$(SBD) \cap (AHMK) = HK$

$\Rightarrow$ $HK \,//\, BD$

$\Rightarrow$ $HK \perp AM$.

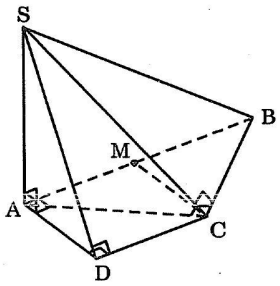
Vậy (b) là câu sai.

72. • Từ giả thiết trong đáy ABCD có:

$AC \perp BC$ $\Rightarrow$ $BC \perp SC$

$\Rightarrow$ $BC \perp (SAC)$

$\Rightarrow$ $(SBC) \perp (SAC)$.



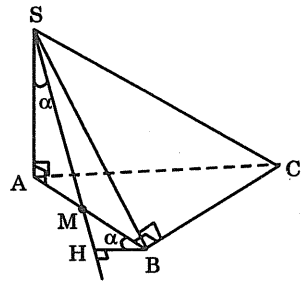
• $\widehat{SCA}$ là góc phẳng của nhị diện tạo bởi (SBC) và (ABCD). Tam giác SAC vuông cân $\Rightarrow$ $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

• $SD \perp DC$ và $AD \perp DC \Rightarrow \widehat{SDA}$ là góc phẳng của nhị diện tạo bởi (SDC) và (ABCD).

$$\tan\widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad \text{(c) là câu sai.}$$

(Độc giả có thể kiểm nghiệm (d) là câu đúng).

73. Từ giả thiết có BC ⊥ (SAB). Từ B kẻ BH vuông góc với SM thì BH ⊥ BC và BH ⊥ SM: BH là đoạn vuông góc chung của SM và BC, BH là khoảng cách giữa SM và BC.



Dễ thấy nếu đặt $\widehat{ASM} = \alpha$ thì $\widehat{HBM} = \alpha$

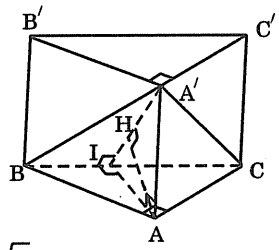
Tam giác vuông SAM cho: $\tan\alpha = \dfrac{\frac{a}{2}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Tam giác vuông MBH cho: $BH = MB.\cos\alpha = \dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{2\sqrt{2}}{3} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vậy chọn (b).

74. Từ A, kẻ AI ⊥ BC ⇒ A'I ⊥ BC.



⇒ (A'BC) vuông góc với (A'AI) theo giao tuyến A'I nên nếu từ A, kẻ AH ⊥ A'I thì AH ⊥ (A'BC) và AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A'BC).

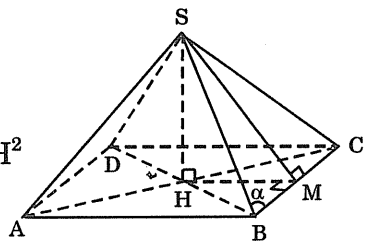
Từ giả thiết có ABC là nửa tam giác đều ⇒ $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$A'I = \sqrt{AI^2 + AA'^2} = \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Tam giác vuông A'AI cho: $AH = \dfrac{AI.AA'}{A'I} = a\sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

Vậy chọn (b).

75. Đặt BC = a thì $BM = \dfrac{a}{2}$.



Tam giác vuông SBM cho: $SM = \dfrac{a}{2}\tan\alpha$.

Tam giác vuông SHM cho: $SM^2 - HM^2 = SH^2$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{a^2}{4}\tan^2\alpha - \frac{a^2}{4} = h^2$$

$$\Rightarrow \quad a^2(\tan^2\alpha - 1) = 4h^2$$

Để có a thì $\tan^2\alpha > 1 \Rightarrow 45^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Chọn câu (a).

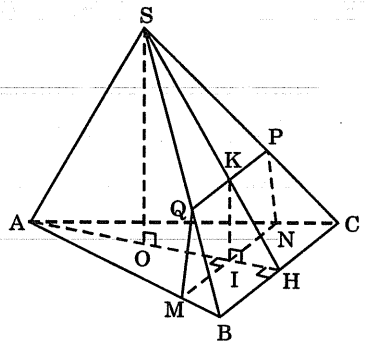
76. BC ⊥ OH ; (α) ⊥ OH) ⇒ (α) // BC.

SO ⊥ OH ; (α) ⊥ OH ⇒ (α) // SO.

(α) ∩ (SBC) = PQ ⇒ PQ // BC

(α) ∩ (ABC) ⇒ MN ⇒ MN // BC

⇒ MNPQ là hình thang.



Do đáy ABC là tam giác đều ⇒ I là trung điểm MN.

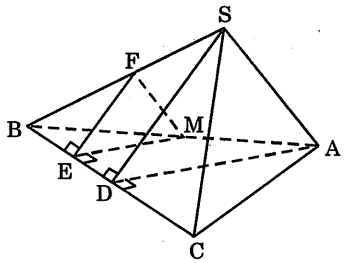
PQ cắt SH tại K: SBC là tam giác cân nên K là trung điểm PQ. Ngoài ra IK // SO ⇒ IK ⊥ MN và PQ ⇒ MNPQ là hình thang cân. Vậy (c) là câu sai.

77. (SAD) ⊥ BC ⇒ (α) // (SAD): (α) ∩ (SBC) = {EF} thì EF // SD;

(α) ∩ (SAB) = {MF} thì MF // SA;

ME // AD: thiết diện là tam giác MEF đồng dạng với tam giác SAD.

SAD là tam giác đều, cạnh bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



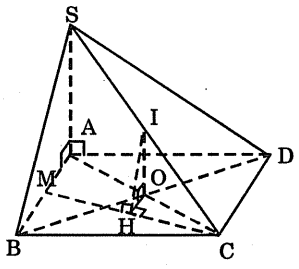
$$S_{SAD} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}.$$

$$\frac{S_{MEF}}{S_{SAD}} = \left(\frac{ME}{AD}\right)^2 = \left(\frac{MB}{AB}\right)^2 = \left(\frac{a-x}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad S_{MEF} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}\left(\frac{a-x}{a}\right)^2.$$ Vậy chọn (c).

78. IO // SA ⇒ IO ⊥ (ABCD).

Từ O, kẻ OH ⊥ CM thì IH ⊥ CM: IH là khoảng cách từ I đến CM.



$$CM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

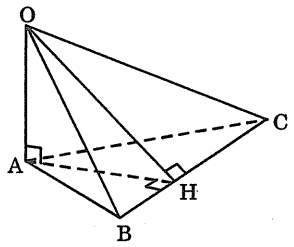
$$S_{OCM} = \frac{1}{2}S_{ACM} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{8}.$$

$$\frac{1}{2}OH.CM = S_{OCM} \quad \Rightarrow \quad OH = \frac{2.\frac{a^2}{8}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{a}{2\sqrt{5}}.$$

$$IH = \sqrt{OI^2 + OH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{20}} = \sqrt{\frac{3a^2}{10}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{10}}.$$

Vậy chọn (c).

79. Nửa chu vi tam giác ABC: $p = \dfrac{14+16+10}{2} = 20$.



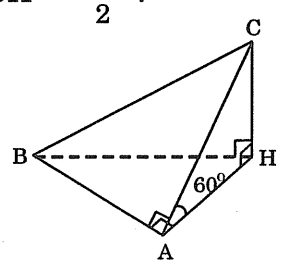
$$S_{ABC} = \sqrt{20.(20-14)(20-16)(20-10)} = 40\sqrt{3}$$

$$AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{80\sqrt{3}}{10} = 8\sqrt{3}.$$

Nối OH thì OH ⊥ BC. Khoảng cách từ O đến BC là OH:

$$OH = \sqrt{OA^2 + AH^2} = 16.$$ Vậy chọn (b).

80. Hạ CH ⊥ (α) thì AB ⊥ AH tại A và $\widehat{CAH} = 60^\circ \Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.



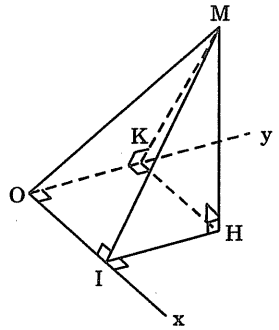
Góc giữa BC và (α) là góc $\widehat{CBH}$.

Đặt $\widehat{CBH} = \varphi$ thì:

$$\sin\varphi = \frac{CH}{CB} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$ Vậy chọn (b).

Lưu ý rằng góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (α) là góc $\widehat{CAH}$.

81. Từ M hạ MH ⊥ (xOy). Từ H lại kẻ HI ⊥ Ox, HK ⊥ Oy thì MI ⊥ Ox, MK ⊥ Oy.



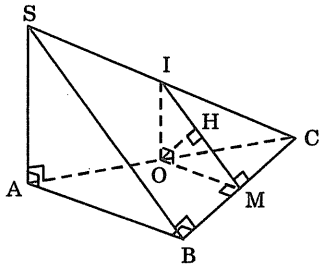
Do $MI = MK = a\sqrt{5} \Rightarrow IH = KH$ và OIHK là một hình vuông.

$$OI = IH = \sqrt{MO^2 - MI^2} = \sqrt{9a^2 - 5a^2} = 2a$$

$$MH = \sqrt{MI^2 - IH^2} = \sqrt{5a^2 - 4a^2} = a.$$

Vậy chọn (c).

82. Gọi I là trung điểm SC thì:



OI // SA ⇒ OI ⊥ (ABC)

M là trung điểm BC thì:

OM // AB ⇒ OM ⊥ BC

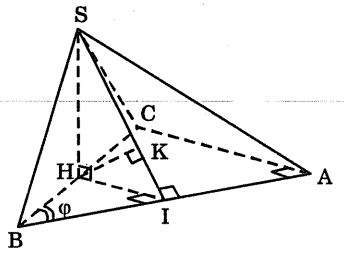
⇒ IM ⊥ BC

Tam giác vuông OIM có:

$$OI = \frac{a}{2}, \quad OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad IM = \frac{SB}{2} = \frac{3a}{2}$$

$$\Rightarrow \quad OH = \frac{OI.OM}{IM} = \frac{\frac{a}{2}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{3a}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$ Vậy chọn (d).

83. Từ giả thiết có SH ⊥ ABC.



I là trung điểm AB thì:

HI ⊥ AB

⇒ SI ⊥ AB

⇒ AB ⊥ (SHI)

⇒ (SHI) ⊥ (SAB) theo giao tuyến SI.

Từ H kẻ HK ⊥ SI thì HK ⊥ (SAB) nên HK là khoảng cách từ H tới (SAB).

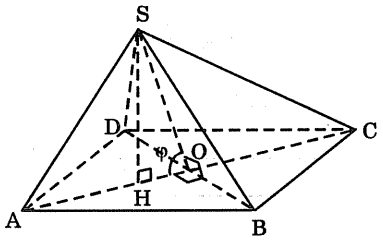
$$AC = a.\sin\varphi \quad \Rightarrow \quad HI = \frac{a}{2}\sin\varphi.$$

$$SI = \sqrt{SH^2 + HI^2} = \frac{a}{2}\sqrt{\sin^2\varphi + 3}$$

$$HK = \frac{SH.HI}{SI} = \frac{a\sqrt{3}\sin\varphi}{2\sqrt{\sin^2\varphi + 3}}.$$ Vậy chọn (c).

84. Chân đường cao hình chóp là H: tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD. (Do SA = SB = SD).

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD thì HO ⊥ BD ⇒ SO ⊥ BD. Vậy góc nhị diện của hai mặt phẳng (SBD) và (ABCD) là $\widehat{SOH} = \varphi$.



$$HO = \frac{a\sqrt{3}}{6};$$

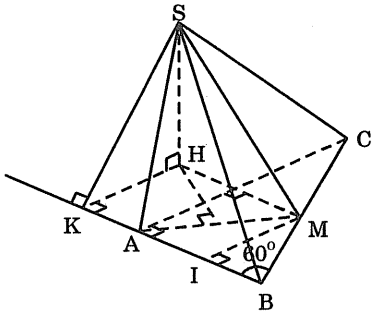
$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{5a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}.$$

$$\tan\varphi = \frac{SH}{HO} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{6}{a\sqrt{3}} = \sqrt{5}.$$ Vậy chọn (d).

85. Chân đường cao hình chóp là tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC (Do SA = SC = SM).

Góc $\widehat{AMC} = 120^\circ$, nên H ở ngoài tam giác AMC và HAM là tam giác đều nên:



$HM = AM = a.$

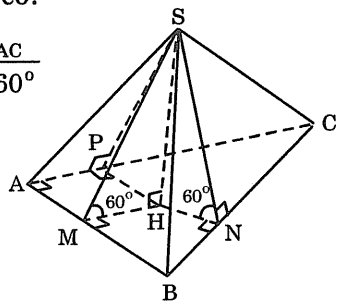
$SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

Từ H kẻ $HK \perp AB$ thì $SK \perp AB$: SK là khoảng cách từ S đến cạnh AB.

$HK = MI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (do ABM là tam giác đều cạnh bằng a).

$SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \sqrt{4a^2 + \dfrac{3a^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{19a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{19}}{2}$. Vậy chọn (b).

86. Gọi chân đường cao là H. Nối H với A, B, C. Ta có:



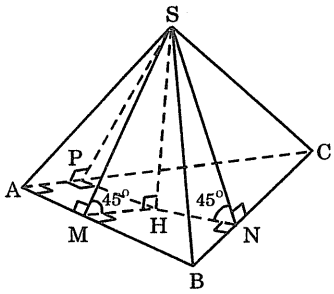
$S_{SAB} = \dfrac{S_{HAB}}{\cos 60^\circ}$; $S_{SBC} = \dfrac{S_{HBC}}{\cos 60^\circ}$; $S_{SAC} = \dfrac{S_{HAC}}{\cos 60^\circ}$

$\Rightarrow S_{xq} = \dfrac{S_{đáy}}{\cos 60^\circ} = 2S_{đáy}$.

$\Rightarrow S_{\text{toàn phần}} = S_{xq} + S_{đáy} = 3.S_{đáy} = 3.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy chọn (c).

87. Từ giả thiết suy ra chân đường cao H là tâm của đường tròn nội tiếp đáy. Gọi M, N, P là các tiếp điểm của đường tròn nội tiếp tam giác với ba cạnh AB, BC, AC.



$SM \perp AB$; $SN \perp BC$; $SP \perp AC$

và $\widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 45^\circ$;

$SH = MH = r$.

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}a^2.\sqrt{3}}{\frac{a + 2a + a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3} + 1)}$$

($AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ do $BC = 2a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$)

$$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3} + 1)} = \frac{a^3}{2(2 + \sqrt{3} + 1)}.$$

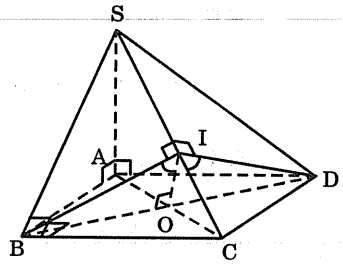
Vậy chọn (b).

88. Từ O, kẻ OI ⊥ SC ; BD ⊥ SC ⇒ SC ⊥ (BID)

⇒ BI ⊥ SC , ID ⊥ SC ⇒ $\widehat{BID}$ là góc phẳng của nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng (SBC), (SCD).

Tam giác SBC vuông tại B cho: $BI = \dfrac{SB.BC}{SC} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Nếu $\widehat{BID} = \varphi$ thì $\widehat{BIO} = \dfrac{\varphi}{2}$.



$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{BO}{BI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{2a}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$$\sin\varphi = 2\sin\frac{\varphi}{2}.\cos\frac{\varphi}{2} = 2.\frac{\sqrt{10}}{4}\cdot\frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

$$\cos\varphi = 2\cos^2\frac{\varphi}{2} - 1 = -\frac{1}{4}; \qquad \tan\varphi = -\sqrt{15}; \qquad \cot\varphi = \frac{-1}{\sqrt{15}}.$$

Vậy (d) là câu sai.

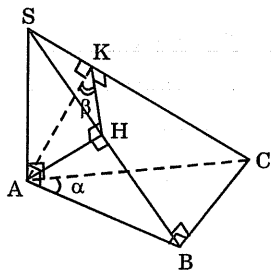
89. BC ⊥ (SAB) ⇒ (SAB) ⊥ (SBC) theo giao tuyến SB.

Kẻ AH ⊥ SB, AK ⊥ SC

⇒ HK ⊥ SC

⇒ $\widehat{AKH} = \beta$, $\widehat{BAC} = \alpha$.

Tạm đặt AB = SA = a thì:



$$AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \qquad AC = \frac{a}{\cos\alpha}$$

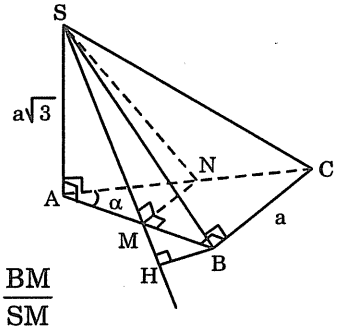
$$\Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{\cos^2\alpha}} = \frac{a}{\cos\alpha}\sqrt{1+\cos^2\alpha}$$

$$AK = \frac{SA.AC}{SC} = \frac{a.\frac{a}{\cos\alpha}}{\frac{a}{\cos\alpha}\cdot\sqrt{1+\cos^2\alpha}} = \frac{a}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow KH = \sqrt{AK^2 - AH^2} = \frac{a\sin\alpha}{\sqrt{2(1+\cos^2\alpha)}}$$

$$\tan\beta = \frac{AH}{HK} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{a\sin\alpha}{\sqrt{2(1+\cos^2\alpha)}}} = \frac{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}{\sin\alpha}.$$ Vậy chọn (c).

90. BC ⊥ (SAB). Gọi N là trung điểm AC thì MN // BC ⇒ MN ⊥ (SAB) ⇒ (SMN) ⊥ (SAB) theo giao tuyến SM ⇒ Từ B, hạ BH ⊥ SM thì BH ⊥ (SMN).



BH ⊂ (SAB) ⇒ BC ⊥ BH: BH là khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC.

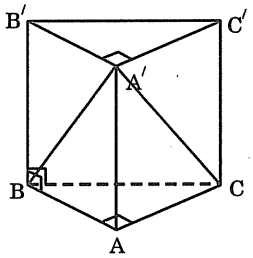
Hai tam giác BHM và SAM đồng dạng ⇒ $\frac{BH}{SA} = \frac{BM}{SM}$

$$AB = a\cot\alpha \quad \Rightarrow \quad BM = AM = \frac{a}{2}\cot\alpha.$$

$$SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{a^2}{4}\cot^2\alpha} = \frac{a}{2}\sqrt{12 + \cot^2\alpha}.$$

$$BH = \frac{SA.BM}{SM} = \frac{a\sqrt{3}.\frac{a}{2}\cot\alpha}{\frac{a}{2}\cdot\sqrt{12 + \cot^2\alpha}} = \frac{a\sqrt{3}\cot\alpha}{\sqrt{12 + \cot^2\alpha}}.$$ Vậy chọn (b).

91. Từ điều kiện cho, tính ra:



AC = a,

A'B = 2a,

A'C = $a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác A'BC tính theo công thức Hê-rông:

$$p = 2a + \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad p - 2a = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad p - a\sqrt{2} = 2a - \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\left(2a + \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)\left(2a - \frac{a\sqrt{2}}{2}\right).\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{a^2\sqrt{7}}{2}$$

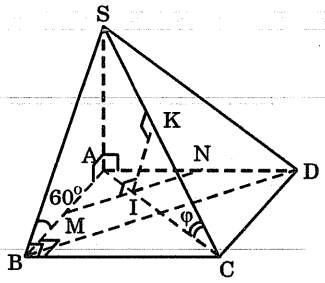
$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}\right).a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{3}S_{A'BC}.h,$$

trong đó h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A'BC).

$$\Rightarrow \quad h = \frac{a^3\sqrt{3}}{a^2\sqrt{7}} = \frac{a.\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$ Vậy chọn (c).

92. MN cắt AC tại I. MN ⊥ (SAC). Từ I kẻ IK vuông góc với SC thì IK là đoạn vuông góc chung của MN và SC.

Từ giả thiết có $\widehat{SBA} = 60^o$:



$$\Rightarrow \quad SB = \frac{SA}{\sin 60^o} = \frac{4a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad AB = \frac{2a}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad AC = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

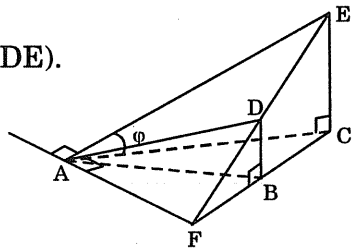
Đặt $\widehat{SCA} = \varphi$ thì:

$$\sin\varphi = \frac{SA}{SC} = \frac{2a}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + \frac{8a^2}{3}}} = \sqrt{\frac{3}{5}}.$$

$$IC = \frac{3}{4}AC = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$IK = IC.\sin\varphi = \frac{a\sqrt{6}}{2}.\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{3a\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{10}}.$$ Vậy chọn (c).

93. DE nối dài cắt BC tại F.



AF là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (ADE).

Do CE = 2BD ⇒ B là trung điểm FC

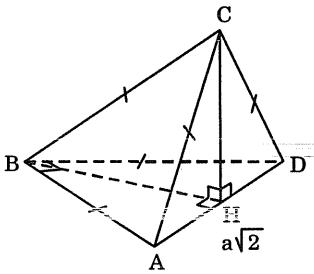
⇒ tam giác AFC vuông tại A

⇒ AE ⊥ CF.

Vậy $\widehat{EAC}$ là góc phẳng của nhị diện tạo bởi (α) và (ADE)

$$\tan\varphi = \frac{CE}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \varphi = 60^o.$$ Vậy chọn (c).

94. Từ giả thiết ⇒ ABD, ACD là hai tam giác vuông cân tại B và tại C. Do CB = CA = CD = a: chân đường cao tứ diện hạ từ C xuống mặt ABD là trung điểm H của AD. (Tương tự, chân đường cao hạ từ B xuống mặt ACD cũng là H). Dùng công thức tính bán kính hình cầu nội tiếp $r = \frac{3V}{S_{tp}}$, trong đó V là thể tích tứ diện; S_{tp} là diện tích toàn phần của khối.



$$V = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}AB.BD\right).CH$$

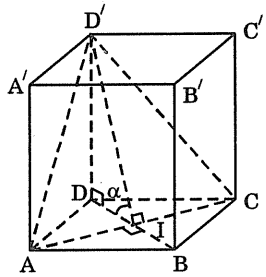
$$= \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$S_{tp} = 2.\left(\frac{1}{2}AB.BD\right) + 2\frac{AB^2.\sqrt{3}}{4} = a^2 + \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{2}(2+\sqrt{3}).$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{3.\frac{a^2\sqrt{2}}{12}}{\frac{a^2}{2}(2+\sqrt{3})} = \frac{a\sqrt{2}}{2(2+\sqrt{3})} = \frac{a\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{2(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{a}{2}(\sqrt{8}-\sqrt{6}).$$

Vậy chọn (b).

95. Giả thiết cho $\widehat{D'ID} = \alpha$ với I là tâm đáy ABCD.



Tam giác vuông DID' cho:

$DI = h.\cot\alpha$

$\Rightarrow \quad DB = 2h.\cot\alpha$

$\Rightarrow \quad AB = h\sqrt{2}\cot\alpha$

$S_{xq} = 4.AB.h = 4h^2\sqrt{2}\cot\alpha$;

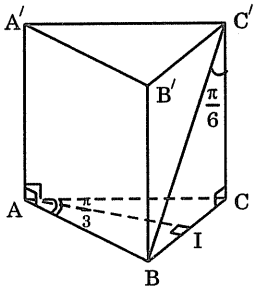
$2S_{đáy} = 2.(2h^2.\cot^2\alpha)$

$S_{tp} = 4h^2\sqrt{2}\cot\alpha + 4h^2.\cot^2\alpha = 4h^2.\cot\alpha(\cot\alpha + \sqrt{2})$.

Vậy chọn (c).

96. Giả thiết cho $\widehat{BC'C} = \frac{\pi}{6}$, $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

Gọi I là trung điểm BC thì AI ⊥ AA' ; AI ⊥ (BCC'B') nên AI ⊥ CC': AI là khoảng cách giữa AA' và BC'.



Tam giác vuông ABI cho:

$$BI = AI.\tan\frac{\pi}{6} = a.\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad BC = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

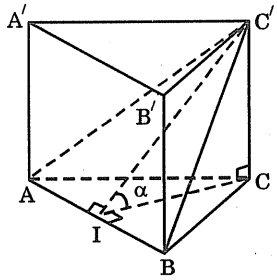
Tam giác vuông BCC' cho:

$$CC' = BC.\cot\frac{\pi}{6} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.\sqrt{3} = 2a.$$

$$V_{lăng\ trụ} = \frac{AB^2.\sqrt{3}}{4}.CC' = \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$ Vậy chọn (b).

97. Gọi I là trung điểm AB thì C'I ⊥ AB, CI ⊥ AB nên $\widehat{C'IC} = \alpha$.

Tạm đặt AB = a $\Rightarrow IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Tam giác vuông C'IC cho:

$$C'I = \frac{IC}{\cos\alpha} = \frac{a\sqrt{3}}{2\cos\alpha},$$

$$CC' = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\tan\alpha$$

Diện tích tam giác ABC' = $S\sqrt{3} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2\cos\alpha}$.

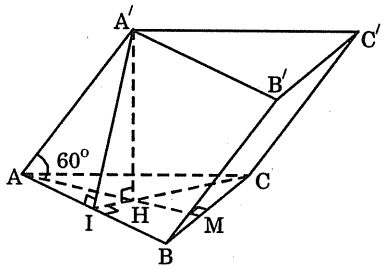
$$\Rightarrow \quad a^2 = 4S.\cos\alpha \Rightarrow \quad a = 2\sqrt{S.\cos\alpha}.$$

Tính theo a và α thì: $V_{\text{lăng trụ}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\tan\alpha = \frac{3a^3}{8}\tan\alpha$.

Thế $a = 2\sqrt{S\cos\alpha}$: $V_{\text{lăng trụ}} = \frac{3.8\sqrt{(S\cos\alpha)^3}}{8} \cdot \tan\alpha = 3.\sqrt{(S\cos\alpha)^3}.\tan\alpha$

Vậy chọn (b).

98. Chân H của đường cao hạ từ đỉnh A' của lăng trụ xuống đáy ABC là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC.



Góc $\widehat{A'AH} = 60°$. I là trung điểm AB thì A'I ⊥ AB (do HI ⊥ AB).

$$AH = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad IH = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Tam giác vuông A'AH cho $A'H = AH.\tan 60° = \frac{a}{\sqrt{3}}.\sqrt{3} = a$,

$$AA' = BB' = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{\cos 60°} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$A'I = \sqrt{HI^2 + A'H^2} = \sqrt{\frac{a^2}{12} + a^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}.$$

Mặt BCC'B' là hình chữ nhật do BC ⊥ AA' ⇒ BC ⊥ BB'.

$$S_{xq} = 2.S_{ABB'A'} + S_{BCC'B'} = 2.a.\frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}} + a.\frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{a^2}{\sqrt{3}}(\sqrt{13} + 2).$$

Vậy chọn (b).

99. Gọi H là chân đường cao của hình chóp hạ từ S xuống đáy ABC thì H ∈ BC. Từ H, kẻ HI ⊥ AB, HK ⊥ AC thì SI ⊥ AB và SK ⊥ AC, $\widehat{SIH} = \widehat{SKH} = 45° \Rightarrow SI = SK$.

Tam giác vuông ABC cho BC = 2a, $AC = a\sqrt{3}$.

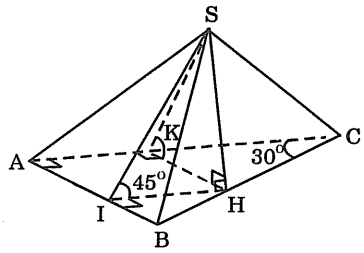
AKHI là một hình vuông.

Đặt HK = x thì $KC = x\sqrt{3}$ và HK + KC = AC

$$\Rightarrow \quad x(1+\sqrt{3}) = a\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

Tam giác vuông SIH cho:

$$SH = IH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\ ; \quad SI = IH.\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{3}+1}.$$



$$S_{SAB} = \frac{1}{2}a\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{3}+1}$$

$$+\ S_{SAC} = \frac{1}{2}a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{3}+1}$$

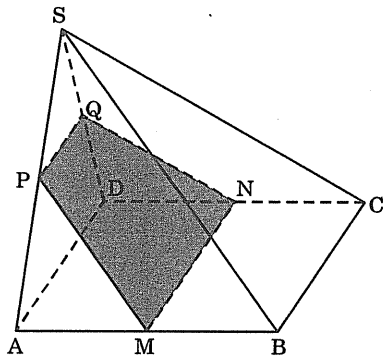
$$S_{SBC} = \frac{1}{2}\cdot 2a.\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

$$S_{xq} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}\left(\sqrt{6}+2+\sqrt{2}\right) = \frac{a^2\sqrt{6}}{2(\sqrt{3}+1)}\left(\sqrt{3}+1+\sqrt{2}\right)$$

$$= \frac{a^2\sqrt{6}}{2} + \frac{a^2(3-\sqrt{3})}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1\right).$$

Vậy chọn (c).

100. Vẽ hình theo giả thiết.



Lấy thêm trung điểm Q của SD.

Thiết diện tạo bởi (MNP) và hình chóp là hình thang PQMN.

- MN // AD $\Rightarrow$ MN // (SAD)

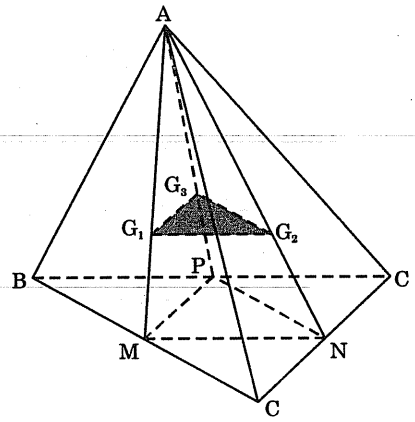
  MN // BC $\Rightarrow$ MN // (SBC)
- SB // MP $\Rightarrow$ SB // (MNP)
- $\begin{cases} MN \,//\, BC \\ MP \,//\, SB \end{cases} \Rightarrow$ (MNP) // (SBC)
- NP và SC chéo nhau (trong (MNP) có QN // SC).

Vậy chọn (d).

101. Xem hình vẽ bên:

Nối AG_1, AG_2, AG_3 cắt BC, CD, DB tại các trung điểm M, N, P của BC, CD, DB.

$$\frac{G_1G_2}{MN} = \frac{G_2G_3}{NP} = \frac{G_3G_1}{PM} = \frac{2}{3}$$



$\Rightarrow \Delta G_1G_2G_3 \backsim \Delta BCD$ theo tỉ số $k_1 = \frac{2}{3}$

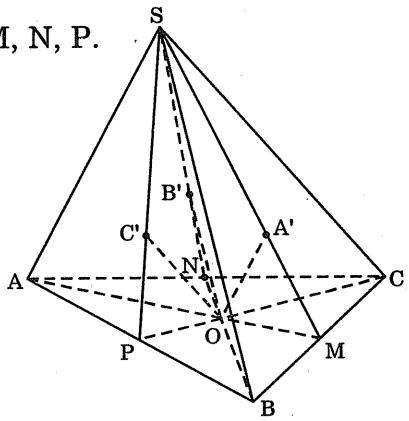
$\Rightarrow S_{G_1G_2G_3} = \frac{4}{9}S_{MNP}$.

Ngoài ra $\Delta MNP \backsim \Delta BCD$ theo tỉ số $k_2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow S_{MNP} = \frac{1}{4}S_{BCD}$ (Hai tam giác đồng dạng nhau thì tỉ số diện tích bằng bình phương của tỉ số đồng dạng).

$\Rightarrow S_{G_1G_2G_3} = \frac{4}{9}.\frac{1}{4}S_{BCD} = \frac{1}{9}S_{BCD} \Rightarrow s = \frac{1}{9}S$. Vậy chọn (a).

102. Vẽ hình theo giả thiết.



AO, BO, CO cắt BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P.

$A' \in SM$ và $\frac{OA'}{SA} = \frac{OM}{AM}$

$B' \in SN$ và $\frac{OB'}{SB} = \frac{ON}{BN}$

$C' \in SP$ và $\frac{OC'}{SA} = \frac{OP}{Cp}$.

$\Rightarrow \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC} = \frac{OM}{AM} + \frac{ON}{BN} + \frac{OP}{CP}$.

Trong tam giác ABC, gọi diện tích các tam giác OBC, OCA, OAB và ABC lần lượt là s_1, s_2, s_3 và s thì $s_1 + s_2 + s_3 = s$

và $\frac{OM}{AM} = \frac{s_1}{s}$; $\frac{ON}{BN} = \frac{s_2}{s}$; $\frac{OP}{Cp} = \frac{s_3}{s}$

$\Rightarrow \frac{OM}{AM} + \frac{ON}{BN} + \frac{OP}{CP} = \frac{s_1}{s} + \frac{s_2}{s} + \frac{s_3}{s} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{s} = \frac{s}{s} = 1$. Vậy chọn (d).

103. Vẽ hình theo giả thiết.

Do $(\alpha) \perp SC \Rightarrow AC' \perp SC$.

Tam giác vuông SOC cho: $SC^2 = SO^2 + OC = 12a^2 + 4a^2 = 16a^2$

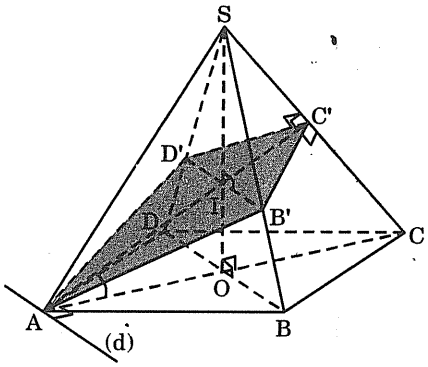
$\Rightarrow SC = 4a$

$SC = SA = 4a = AC$: SAC là tam giác đều.

AC' cắt SO tại I: I là trọng tâm của tam giác đều SAC.

$$\frac{D'B'}{DB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$$

$\Rightarrow D'B' = \frac{2}{3}DB = \frac{2}{3}.2a = \frac{4a}{3}$ ((b) sai)



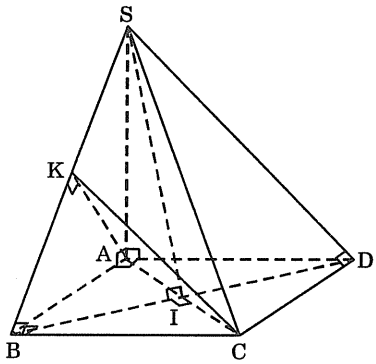
- $(\alpha) \cap (ABCD)$ theo giao tuyến (d) qua A và (d) // DB.

  Góc giữa (α) và (ABCD) là $\widehat{C'AC}$ Do SAC là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{C'AC} = 30^\circ$.

  $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2}AC'.D'B' = \frac{1}{2}.2a\sqrt{3}.\frac{4a}{3} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$. Chỉ có (b) sai.

  Vậy chọn (b).

104. Vẽ hình theo giả thiết.



Trên (ABCD), SC có hình chiếu là AC:

$\Rightarrow \widehat{SCA}$ là góc giữa SC và (ABCD).

Trong tam giác vuông SAC:

$\tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAC} = 60^\circ$

$BC \perp (SAB) \Rightarrow$ trên (SAB), SC có hình chiếu là SB; góc giữa SC và (SAB) là góc $\widehat{CSB}$.

Tam giác vuông SAB cho $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{6a^2 + a^2} = a\sqrt{7}$

$$\tan\widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$

$BI \perp AC$, $BI \perp SI \Rightarrow BI \perp (SAC)$.

- Góc giữa SB và (SAC) là $\widehat{BSI}$. (c) là kết luận sai.

  $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

  Vậy chọn (c).

105. Gọi E(x, y).

$\overrightarrow{AB} = (-1, -4) \Rightarrow 3\overrightarrow{AB} = (-3, -12)$

$\overrightarrow{AC} = (1, -2) \Rightarrow -2\overrightarrow{AC} = (-2, 4)$

$\overrightarrow{AE} = (x - 2, y - 5) = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = (-5, -8) \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = -5 \\ y - 5 = -8 \end{cases} \Rightarrow E(-3, -3).$

Vậy chọn (c).

106. Gọi D(x, y).

$\overrightarrow{AD} = (x - 2, y + 1) \Rightarrow 2\overrightarrow{AD} = (2x - 4, 2y + 2)$

$\overrightarrow{BD} = (x, y - 3) \Rightarrow 3\overrightarrow{BD} = (3x, 3y - 9)$

$\overrightarrow{CD} = (x - 4, y - 2) \Rightarrow -4\overrightarrow{CD} = (-4x + 16, -4y + 8)$

$2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{BD} - 4\overrightarrow{CD} = (x + 12, y + 1) = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow D(-12, 1).$

Vậy chọn (d).

107. $\overrightarrow{AC} = (6, -2)$; $\overrightarrow{BD} = (1, 3)$;

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = 6 - 6 = 0 \Rightarrow AC \perp BD.$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.\left(\frac{1}{2}AC.BD\right)$

$BD = \frac{1}{2}.\sqrt{36+4}.\sqrt{1+9} = \frac{1}{2}20 = 10.$ Vậy chọn (c).

108. Gọi A'(x, y) là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC thì

$\overrightarrow{AA'} = (x - 4, y - 3)$; $\overrightarrow{BC} = (-5, -15) \nearrow\swarrow (1, 3)$

$\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x - 4 + 3y - 9 = 0 \Leftrightarrow x + 3y = 13.$ (1)

$\overrightarrow{BA'} = (x - 2, y - 7)$; $\overrightarrow{BA'} \nearrow\swarrow \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 3(x - 2) = y - 7$

$\Leftrightarrow 3x - y = -1.$ (2)

Giải hệ (1), (2) được x = 1, y = 4.

A'(1, 4). Vậy chọn (c).

109. Gọi I(x, y) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì AI = BI và AI = CI

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+5)^2 + (y-6)^2 = (x+4)^2 + (y+1)^2 \\ (x+5)^2 + (y-6)^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 12y + 61 = 8x + 2y + 17 \\ 10x - 12y + 61 = -8x - 6y + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 14y = -44 \\ 18x - 6y = -36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -22 \\ 3x - y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow I(-1, 3).$$ Vậy chọn (b).

110. Gọi D là chân đường phân giác trong góc A trên BC. D ở trong đoạn BC và chia BC theo tỷ số :

$$\frac{\overrightarrow{DA}}{\overrightarrow{DB}} = -\frac{AB}{AC} = -\frac{\sqrt{36+64}}{\sqrt{16+9}} = -2$$

$$\Rightarrow \quad x_D = \frac{x_B - kx_C}{1-k} = \frac{-3+2(-1)}{1+2} = -\frac{5}{3}$$

$$y_D = \frac{y_B - ky_C}{1-k} = \frac{3+2(-2)}{1+2} = -\frac{1}{3} \qquad \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

Đoạn AD = $\sqrt{\left(-\frac{5}{3}-3\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}+5\right)^2} = \sqrt{\frac{2.14^2}{9}} = \frac{14\sqrt{2}}{3}$. Vậy chọn (c).

- *Công thức để tính nhanh diện tích tam giác ABC với $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$:*

"Nếu $\overrightarrow{AB} = (a_1, a_2)$, $\overrightarrow{AC} = (b_1, b_2)$ thì $S_{ABC} = \frac{1}{2}|a_1b_2 - a_2b_1|$"

Chứng minh

Vì $\cos A = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}} \Rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \dfrac{(a_1b_2 - a_2b_1)^2}{(a_1^2 + a_2^2).(b_1^2 + b_2^2)}$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{|a_1b_2 - a_2b_1|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AC}|.\sin A = \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}.\frac{|a_1b_2 - a_2b_1|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

$$= \frac{1}{2}|a_1b_2 - a_2b_1|.$$

111. $\overrightarrow{AB} = (2, 5)$; $\overrightarrow{AC} = (-6, -4)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}|-8 + 30| = 11$. Vậy chọn (b).

112. Gọi C(0, c) thì $\overrightarrow{AB} = (-2, -6)$; $\overrightarrow{AC} = (-4, c-2)$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|-2(c-2) - 24\right| = \left|c + 10\right| = 4$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = -6 \\ c = -14 \end{array}\right. : \quad C(0, -6) \quad \text{hay} \quad C(0, -14).$$ Vậy chọn (c).

113. Hệ thức tọa độ trọng tâm: $\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3 + x_C = -3 \\ 1 + 5 + y_C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -6 \\ y_C = -3 \end{cases} \Rightarrow C(-6, -3).$$ Vậy chọn (c).

114. Gọi C(c, 0) thì $\overrightarrow{AC} = (c-3, -6)$, $\overrightarrow{BC} = (c+5, -2)$.

Tam giác ABC vuông tại C nên $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} = 0$

$\Leftrightarrow (c-3)(c+5) + 12 = 0 \Leftrightarrow c^2 + 2c - 3 = 0$

$\Leftrightarrow c = 1$ hay $c = -3 \Rightarrow C(1, 0)$ hay $C(-3, 0)$. Vậy chọn (c).

115. Chân D của phân giác trong góc A trên cạnh BC thì:

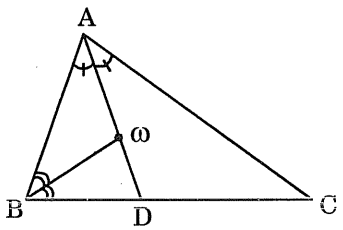
$$\frac{\overrightarrow{DB}}{\overrightarrow{DC}} = -\frac{AB}{AC} = -\frac{\sqrt{5^2 + 10^2}}{\sqrt{3^2 + 6^2}} = -\sqrt{\frac{125}{45}} = -\sqrt{\frac{25}{9}} = -\frac{5}{3}$$

$$x_D = \frac{x_B + \frac{5}{3}x_C}{1 + \frac{5}{3}} = \frac{-3 + \frac{5}{3}5}{1 + \frac{5}{3}} = 2$$

$$y_D = \frac{y_B + \frac{5}{3}y_C}{1 + \frac{5}{3}} = \frac{-4 + \frac{5}{3}0}{1 + \frac{5}{3}} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow D\left(2, -\frac{3}{2}\right)$$

ω: tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC chính là chân của phân giác trong góc B trên cạnh AD.



$$\frac{\overrightarrow{\omega D}}{\overrightarrow{\omega A}} = -\frac{BD}{BA} = -\frac{\sqrt{25 + \frac{25}{4}}}{\sqrt{125}} = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

$$x_\omega = \frac{x_D + \frac{1}{2}x_A}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2 + \frac{1}{2}2}{1 + \frac{1}{2}} = 2$$

$$y_\omega = \frac{y_D + \frac{1}{2}y_A}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}6}{1 + \frac{1}{2}} = 1$$

$$\Rightarrow \omega(2, 1).$$

Vậy chọn (c).

116. A(2, –1), B(0, 3). Vì D(x, y) là điểm đối xứng của A qua B nên B là trung điểm của đoạn AD:

Theo hệ thức trung điểm: $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y - 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow D(-2, 7)$

Vậy chọn (b).

117. A(1, –2), B(2, 1), C(–4, 3). Gọi M(x, y).

$\overrightarrow{AM} = (x - 1, y + 2) \Rightarrow \quad 2\overrightarrow{AM} = (2x - 2, 2y + 4)$

$\overrightarrow{BM} = (x - 2, y - 1) \Rightarrow \quad -3\overrightarrow{BM} = (-3x + 6, -3y + 3)$

$\overrightarrow{CM} = (x + 4, y - 3) \Rightarrow \quad 5\overrightarrow{CM} = (5x + 20, 5y - 15)$

$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 5\overrightarrow{CM} = (4x + 24, 4y - 8)$

$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 5\overrightarrow{CM} = \vec{0} = (0, 0)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 24 = 0 \\ 4y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-6, 2)$. Vậy chọn (c).

118. A(4, –3), B(–5, 1), C(6, 6). Gọi D(x, y).

ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AD} = (x - 4, y + 3) \\ \overrightarrow{BC} = (11, 5) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 11 \\ y + 3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow D(15, 2)$

Vậy chọn (a).

119.

$\left.\begin{array}{l} \vec{a} = (2, -3) \Rightarrow m\vec{a} = (2m, -3m) \\ \vec{b} = (3, 5) \Rightarrow n\vec{b} = (3n, 5n) \end{array}\right\} \Rightarrow m\vec{a} + n\vec{b} = (2m + 3n, -3m + 5n)$

$\vec{a} + \vec{b} = (5, 2)$

$(m\vec{a} + n\vec{b}) \perp (5, 2) \quad \Leftrightarrow (2m + 3n)5 + (-3m + 5n).2 = 0$

$\Leftrightarrow 4m + 25n = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{m}{n} = -\dfrac{25}{4}$. Vậy chọn (c).

120. $\vec{a} = (2, -3)$, $\vec{b} = (3, 2)$, $\vec{c} = (-4, 1)$

- $\vec{b} + \vec{c} = (-1, 3)$

  $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = -2 - 9 = -11$

- $\vec{c} + \vec{a} = (-2, -2)$

  $\vec{b}(\vec{c} + \vec{a}) = -6 - 4 = -10$

- $\vec{a}.\vec{c} = -8 - 3 = -11$

  $(\vec{a}.\vec{c}).\vec{b} = -11.\vec{b} = (-33, -22)$

- $\vec{b}.\vec{c} = -12 + 2 = -10$

  $(\vec{b}.\vec{c}).\vec{a} = -10.\vec{a} = (-20, 30)$. Chỉ có (d) sai.

  Vậy chọn (d).

121. $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (3, -2)$, $\vec{c} = (-2, 3)$

- $\vec{b} + \vec{c} = (1, 1)$

  $\cos(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = \dfrac{1+1}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = 1$

- $\vec{a} + \vec{b} = (4, -1)$

  $\cos(\vec{c}, \vec{a} + \vec{b}) = \dfrac{-8-3}{\sqrt{17}.\sqrt{13}} = \dfrac{-11}{\sqrt{221}}$ (sai)

- $\vec{a} + \vec{c} = (1, -4)$

  $\cos(\vec{b}, \vec{a} + \vec{c}) = \dfrac{-3-8}{\sqrt{17}.\sqrt{13}} = \dfrac{-11}{\sqrt{221}}$

- $\vec{b} - \vec{c} = (5, -5)$

  $\cos(\vec{a}, \vec{b} - \vec{c}) = \dfrac{5-5}{\sqrt{50}.\sqrt{2}} = 0$

  Vậy chọn (b).

122. $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (-2; -1)$, $\vec{c} = (x, y)$ thì $\vec{a}.\vec{c} = 3 \Leftrightarrow 2x + 5y = 3$

$\vec{b}.\vec{c} = 1 \Leftrightarrow 2x - y = 1$

Hệ $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$ cho $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = (-1, 1)$.

Vậy chọn (a).

123. $\overrightarrow{AC} = (-5, -1) \nearrow\swarrow (5, 1) \perp \vec{a}(1, -5)$.

Chọn $\vec{a}$ làm vectơ pháp tuyến cho đường thẳng song song với AC. Đường thẳng này có dạng $x - 5y + c = 0$, qua B nên $0 - 5.3 + c = 0 \Rightarrow c = 15$.

Đường thẳng phải tìm là: $x - 5y + 15 = 0$.

Vậy chọn (d).

124. Đường thẳng phải tìm thuộc chùm đường thẳng xác định bởi (d) và (d') nên có dạng: $(3x + 5y + 2) + m(x + 2y - 1) = 0$ (*)

Đi qua A(–1, 3) $\Leftrightarrow -3 + 15 + 2 + m(-1 + 6 - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow 4m + 14 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{7}{2}.$$

Thế vào (*): $3x + 5y + 2 - \frac{7}{2}(x + 2y - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow 6x + 10y - 4 - 7x - 14y + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x - 4y + 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 4y - 11 = 0.$$

Vậy chọn (d).

125. Đường thẳng phải tìm thuộc chùm đường thẳng xác định bởi (d) và (d') nên có dạng: $(2x - y + 3) + m(x + 2y - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow (m + 2)x + (2m - 1)y + 3 - m = 0 \qquad (*)$$

Đường thẳng này song song với (Δ) nên:

$$\frac{m+2}{3} = \frac{2m-1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}.$$

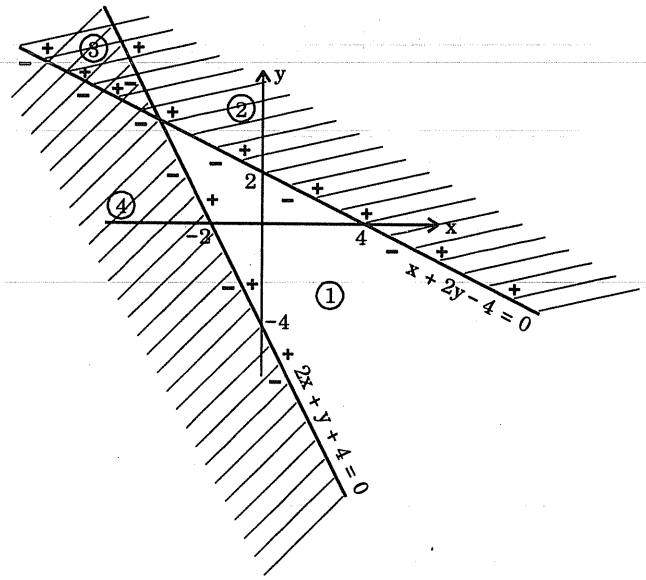
Thế vào (*): $\left(\frac{11}{2} + 2\right)x + \left(2.\frac{11}{2} - 1\right)y + 3 - \frac{11}{2} = 0$

$$\Leftrightarrow 15x + 20y - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4y - 1 = 0$$

Vậy chọn (a).

126. Theo hình vẽ, miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y - 4 < 0$ là miền chứa gốc O (miền ở phía dưới đường thẳng $x + 2y - 4 = 0$).



Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y + 4 > 0$ là miền chứa gốc O (miền ở phía trên đường thẳng $2x + y + 4 = 0$).

$\Rightarrow$ Miền nghiệm của hệ là miền ① . Vậy chọn (a).

127. Đỉnh có tọa độ (3, –2) không thuộc cả hai cạnh đã cho. Vậy hai cạnh còn lại đều qua (3, –2). Phương trình hai cạnh còn lại có dạng:

$4x + 3y + C_1 = 0$, qua $(3, -2) \Rightarrow$ $C_1 = -6$.

$3x - 4y + C_2 = 0$, qua $(3, -2) \Rightarrow$ $C_2 = -17$

$\Rightarrow$ Hai cạnh còn lại có phương trình:

$4x + 3y - 6 = 0$ và $3x - 4y - 17 = 0$.

Vậy chọn (b).

128. Hai cạnh phải tìm, phương trình có dạng:

$y = k(x - 4) - 1 \Leftrightarrow kx - y - 1 - 4k = 0$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1, k)$, cạnh huyền có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (1, 3)$.

Một trong hai cạnh này tạo với cạnh huyền góc 45° nên có điều kiện:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1 + 3k}{\sqrt{1 + k^2}.\sqrt{1 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}(1 + 3k) = \sqrt{10}.\sqrt{1 + k^2} \Leftrightarrow 2k^2 + 3k - 2 = 0$$

Từ đây giải ra: $k = -2$ hay $k = \frac{1}{2}$.

$k = -2$ thì $y = -2(x - 4) - 1 \Leftrightarrow 2x + y - 7 = 0$

$k = \frac{1}{2}$ thì $y = \frac{1}{2}(x - 4) - 1 \Leftrightarrow x - 2y - 6 = 0$

Vậy chọn (c).

129. (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1} = (1, -3)$, (d') có vectơ pháp tuyến $\vec{n_2} = (3, -1)$.

$\vec{n_1}.\vec{n_2} = 3 + 3 = 6 > 0$: góc giữa hai vectơ pháp tuyến nhọn $\Rightarrow$ phương trình phân giác góc tù là:

$$\frac{x - 3y + 5}{\sqrt{10}} = \frac{3x - y + 15}{\sqrt{10}} \quad \Leftrightarrow \quad x + y + 5 = 0.$$ Vậy chọn (b).

130. (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1} = (7, 1)$; (d') có vectơ pháp tuyến $\vec{n_2} = (1, -1)$.

$\vec{n_1}.\vec{n_2} = 7 - 1 = 6 > 0$ nên phương trình phân giác góc nhọn tạo bởi (d) và (d') là:

$$\frac{7x + y + 6}{5\sqrt{2}} = \frac{-(x - y + 2)}{\sqrt{2}} \quad \Leftrightarrow \quad 3x - y + 4 = 0.$$ Vậy chọn (c).

131. (d) và (d') cắt nhau tại A(1, –1).

Để (d), (d'), (Δ) đồng qui tại A thì $A \in (\Delta) \Leftrightarrow m + 1 - 7 = 0 \Leftrightarrow m = 6$.

Vậy chọn (b).

132. Cạnh BC có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-3, 4)$, cạnh AC có vectơ chỉ phương $\vec{c} = (1, 2)$

$$\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{-3 + 8}{5\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad \cos(\widehat{AB, BC}) = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Phương trình AB: $y = k(x - 2) + 1 \Leftrightarrow kx - y + 1 - 2k = 0$

AB có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1, k)$

$$\cos(\widehat{AB, BC}) = \frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{4k - 3}{5.\sqrt{1 + k^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 4k - 3 = \sqrt{5}.\sqrt{1 + k^2}$$

$$\Leftrightarrow 11k^2 - 24k + 4 = 0 \Leftrightarrow k = 2 \text{ hay } k = \frac{2}{11}$$

Chọn $k = \frac{2}{11}$

$\Rightarrow$ Phương trình cạnh AB:

$$y = \frac{2}{11}(x - 2) + 1 \Leftrightarrow 2x - 11y + 7 = 0.$$

Vậy chọn (b).

133. Gọi (d') là đường thẳng qua A(6, 5) và vuông góc với (d). Phương trình (d') có dạng $x - 2y + C = 0$.

$A \in (d') \Leftrightarrow 6 - 10 + C = 0 \Leftrightarrow C = 4$

(d'): $x - 2y + 4 = 0$.

Giao điểm của (d) và (d') có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}.$$

I(0, 2) ⇒ A'(–6, –1). (Do AA' nhận I' làm trung điểm). Vậy chọn (c).

134. Phương trình đường thẳng AB: $\frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{-2} \Leftrightarrow x + 2y - 8 = 0$

Tọa độ M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x - 4y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(4, 2)$

Vậy chọn (c).

135. Phương trình đường thẳng AB: $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+2}{4} \Leftrightarrow 2x + y - 8 = 0.$

Tọa độ M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow M(4, 0).$

$\frac{x_A - x_M}{x_B - x_M} = \frac{y_A - y_M}{y_B - y_M} = -1$. Vậy chọn (d).

136. $\overrightarrow{AC} = (3, -6)$; $\overrightarrow{BC} = (8, 4)$

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} = 3.8 + (-6).4 = 0$: AC ⊥ BC: trực tâm H ≡ C. Vậy chọn (b).

137. $\frac{\overrightarrow{DA}}{\overrightarrow{DB}} = -\frac{AC}{BC} = -\frac{\sqrt{9+36}}{\sqrt{64+16}} = -\sqrt{\frac{45}{80}} = -\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4}.$

$$x_D = \frac{x_A + \frac{3}{4}x_B}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{2 + \frac{3}{4}(-3)}{1 + \frac{3}{4}} = -\frac{1}{7}$$

$$y_D = \frac{y_A + \frac{3}{4}(-4)}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{12}{7}$$

$$\Rightarrow D\left(-\frac{1}{7}, \frac{12}{7}\right).$$

Vậy chọn (b).

138. Tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x + y = -15 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-4, 1)$

M là trung điểm cạnh BC thì $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$

$\overrightarrow{AM} = (x + 4, y - 1)$; $\overrightarrow{AG} = (2, -2)$

$\Rightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = (3, -3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 3 \\ y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-1, -2).$$ Vậy chọn (b).

139. $AB \perp CC' \Rightarrow$ Phương trình cạnh AB có dạng $8x - 3y + C = 0$.

Qua A nên $C = -1$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 8x - 3y = 1 \\ 5x + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow B(2, 5)$

Vậy chọn (b).

140. $AB \perp BB' \Rightarrow$ Phương trình cạnh AC có dạng $3x - 5y + C = 0$.

Qua A nên $C = -12$.

Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - 5y = 12 \\ 3x + 8y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C(4, 0)$

Vậy chọn (c).

141. AB vuông góc với đường trung trực $3x + 2y - 4 = 0$. Phương trình cạnh AB có dạng $2x - 3y + C = 0$, qua A nên $C = -7$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2, -1) \Rightarrow B(5, 1)$$

Hệ thức tọa độ trọng tâm:

$$x_A + x_B + x_C = 3x_G \Leftrightarrow -1 + 5 + x_C = 12 \Leftrightarrow x_C = 8$$

$$y_A + y_B + y_C = 3y_G \Leftrightarrow -3 + 1 + y_C = -6 \Leftrightarrow y_C = -4$$

$C(8, -4)$. Vậy chọn (d).

142. Đường thẳng phải tìm có dạng $3x - 4y + C = 0$. (Δ)

Chọn điểm $M(2, 2) \in (d)$. Khoảng cách từ M tới (Δ) bằng 1

$$\Leftrightarrow \frac{|3.2 - 4.2 + C|}{5} = 1 \Leftrightarrow |C - 2| = 5 \Leftrightarrow C = 7 \text{ hay } C = -3$$

(d_1): $3x - 4y + 7 = 0$; (d_2): $3x - 4y - 3 = 0$

Vậy chọn (b).

143. Phương trình cạnh AC có dạng $x + y + C = 0$,

qua A $\Leftrightarrow -1 + 3 + C = 0 \Leftrightarrow C = -2$

Tọa độ đỉnh C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow C(4, -2)$.

- Điểm A' đối xứng với A qua đường phân giác trong góc C sẽ thuộc cạnh BC.

- Đường thẳng vuông góc với $x + 3y + 2 = 0$ có dạng: $3x - y + C = 0$.

  Qua A $\Leftrightarrow$ $-3 - 3 + C = 0$ $\Leftrightarrow$ $C = 6$.

  Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng:

  $$x + 3y + 2 = 0 \quad \text{và} \quad 3x - y + 6 = 0$$

  Tọa độ I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - y = -6 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad I(-2, 0)$

  I là trung điểm AA': $\begin{cases} x_{A'} - 1 = -4 \\ y_{A'} + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -3 \\ y_{A'} = -3 \end{cases} \Rightarrow \quad A'(-3, -3)$

  Phương trình cạnh BC là phương trình đường thẳng qua C và A':

  $$\frac{x+3}{7} = \frac{y+3}{1} \quad \Leftrightarrow \quad x - 7y - 18 = 0. \text{ Vậy chọn (d).}$$

144. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a}(2, -1) \Rightarrow$ Đường thẳng (d') vuông góc với (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1, 2)$. Phương trình đường thẳng (d') qua A và vuông góc với (d) là (d'): $\begin{cases} x = t' \\ y = 2 + 2t' \end{cases}$

Giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2 + 2t = t' \\ 3 - t = 2 + 2t' \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{3}{5},\ t' = \frac{4}{5} \Rightarrow \quad A'\left(\frac{4}{5}, \frac{18}{5}\right). \text{ Vậy chọn (b).}$$

145. D là chân của đường phân giác trong góc A trên cạnh BC thì

$$\frac{\overrightarrow{DB}}{\overrightarrow{DC}} = -\frac{AB}{AC} = -\frac{\sqrt{1+49}}{\sqrt{81+81}} = -\sqrt{\frac{25}{81}} = -\frac{5}{9}.$$

$$\left.\begin{aligned} x_D &= \frac{x_B + \frac{5}{9}x_C}{1 + \frac{5}{9}} = \frac{-4 + \frac{5}{9}.4}{1 + \frac{5}{9}} = -\frac{8}{7} \\ y_D &= \frac{y_B + \frac{5}{9}y_C}{1 + \frac{5}{9}} = \frac{-1 + \frac{5}{9}(-3)}{1 + \frac{5}{9}} = -\frac{12}{7} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad D\left(-\frac{8}{7}, -\frac{12}{7}\right)$$

Phương trình đường thẳng AD:

$$\frac{x+5}{-\frac{8}{7}+5} = \frac{y-6}{-\frac{12}{7}-6} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x+5}{\frac{27}{7}} = \frac{y-6}{-\frac{54}{7}}$$

$$\Leftrightarrow \quad -2x - 10 = y - 6 \Leftrightarrow \quad 2x + y + 4 = 0.$$

Vậy chọn (c).

146. (d_2) là đường phân giác của góc tạo bởi (d_1) và (d). (d) thuộc chùm đường thẳng xác định bởi (d_1) và (d_2). Phương trình (d) có dạng:

$$(x + y - 1) + m(x - 3y + 3) = 0 \Leftrightarrow (m + 1)x + (1 - 3m)y + 3m - 1 = 0$$

$\Rightarrow$ (d) có vectơ chỉ phương $\vec{c} = (3m - 1, m + 1)$

$$\cos(d_2, d) = \frac{10m - 2}{\sqrt{10}.\sqrt{10m^2 - 4m + 2}}$$

(d_1) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1, 1)$, (d_2) có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3, 1)$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-3 + 1}{\sqrt{2}.\sqrt{10}} = \frac{-2}{\sqrt{20}}$$

Do (d) đối xứng với (d_1) qua (d_2) nên: $\dfrac{10m - 2}{\sqrt{10}.\sqrt{10m^2 - 4m + 2}} = \dfrac{-2}{\sqrt{20}}$

$\Leftrightarrow 10m - 2 = -2\sqrt{5m^2 - 2m + 1} \Leftrightarrow 1 - 5m = \sqrt{5m^2 - 2m + 1}$

$\Leftrightarrow 5m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hay $m = \dfrac{2}{5}$. Chọn $m = \dfrac{2}{5}$.

Vậy (d) có phương trình : $x + y - 1 + \dfrac{2}{5}(x - 3y + 3) = 0$

$\Leftrightarrow 5x + 5y - 5 + 2x - 6y + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 7x - y + 1 = 0$. Vậy chọn (d).

147. Coi $C(2c - 8, c) \in (\Delta)$.

$\overrightarrow{AB} = (3, -1)$; $\overrightarrow{AC} = (2c - 10, c - 2)$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}|3(c - 2) + 2c - 10| = \dfrac{1}{2}|5c - 16|$.

Để $S_{ABC} = 17 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}|5c - 16| = 17 \Leftrightarrow |5c - 16| = 34$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5c - 16 = 34 \\ 5c - 16 = -34 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 10 \\ c = -\dfrac{18}{5} \end{array}\right.$$

Nhận c = 10, từ đó C(12, 10). Vậy chọn (b).

148. Điểm M phải tìm là giao điểm của một trong hai đường phân giác của góc tạo bởi (d_1) và (d_2) với trục hoành. Phương trình hai phân giác đó là

$$\frac{x - 3y + 3}{\sqrt{10}} = \pm\frac{(3x - y - 1)}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x + y - 2 = 0 & (p_1) \\ 2x - 2y + 1 = 0 & (p_2) \end{array}\right.$$

(p_1) cắt trục hoành tại M(2, 0); (p_2) cắt trục hoành tại $M\left(-\dfrac{1}{2}, 0\right)$.

Vậy chọn (c).

149. Xét cặp (1): hệ $\begin{cases} x + 2y + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ có nghiệm (–1, –1) không thỏa

$$3(-1) - (-1) - 4 = 0.$$

Cặp (2): hệ $\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 5x + 3y - 7 = 0 \end{cases}$ có nghiệm (2, –1) không thỏa

$$3(2) - (-1) + 3 = 0.$$

Cặp (3): hệ $\begin{cases} 3x - y - 3 = 0 \\ 2x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$ có nghiệm (1, 0) thỏa

$$5.1 - 4.0 - 5 = 0.$$

Cặp (4): hệ $\begin{cases} 4x + y + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 7 = 0 \end{cases}$ có nghiệm (–1, 3) không thỏa

$$5(-1) - 2.3 + 3 = 0.$$

Vậy chọn (b).

150. Điểm A không nằm trên (d_1) và (d_2) $\Rightarrow$ hai cạnh của hình chữ nhật sẽ có số đo bằng khoảng cách từ A đến (d_1) và khoảng cách từ A đến (d_2).

$$d(A, (d_1)) = \frac{|4.2 - 3 + 5|}{5} = 2\ ;$$

$$d(A, (d_2)) = \frac{|3.2 + 4.1 - 5|}{5} = 1.$$

$\Rightarrow$ Diện tích hình chữ nhật S = 2.1 = 2 đơn vị diện tích.

Vậy chọn (b).

151. Điểm phải tìm là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đường thẳng (d).

Trung điểm I của AB: I(–1, 2).

$\overrightarrow{AB} = (-4, 2) \nearrow\swarrow \vec{a} = (2, -1)$.

Chọn $\vec{a} = (2, -1)$ làm vectơ pháp tuyến: đường trung trực của đoạn AB có dạng: $2x - y + c = 0$, qua I $\Leftrightarrow$ $-2 - 2 + c = 0 \Leftrightarrow$ $c = 4$.

Điểm C phải tìm có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ x + y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow C(-3, -2).$$ Vậy chọn (c).

152. Gọi E là chân của phân giác góc ngoài A trên cạnh BC.

$$\frac{\overrightarrow{EB}}{\overrightarrow{ED}} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{4 + 36}}{\sqrt{225 + 25}} = \sqrt{\frac{40}{250}} = \frac{2}{5}$$

$$x_E = \frac{x_B - \frac{2}{5}x_C}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{-4 - \frac{2}{5}9}{1 - \frac{2}{5}} = -\frac{38}{3}$$

$$y_E = \frac{y_B - \frac{2}{5}y_C}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{3 - \frac{2}{5}2}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{11}{3}$$

$$\Rightarrow E\left(-\frac{38}{3}, \frac{11}{3}\right).$$

Phương trình đường thẳng AE:

$$\frac{x+6}{-\frac{38}{3}+6} = \frac{y+3}{\frac{11}{3}+3} \Leftrightarrow \frac{x+6}{-20} = \frac{y+3}{20}$$

$\Leftrightarrow \quad x + 6 = -y - 3 \quad \Leftrightarrow \quad x + y + 9 = 0.$ Vậy chọn (b).

153. Cạnh AC vuông góc với BB', nên phương trình có dạng $x + y + C = 0$, qua A nên $2 + 3 + C = 0 \Leftrightarrow C = -5$.

Vậy AC: $x + y - 5 = 0$.

Tọa độ trung điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow M(-1, 6)$$

M là trung điểm AC nên:

$$\begin{cases} x_C + 3 = -2 \\ y_C + 2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -5 \\ y_C = 10 \end{cases} \Rightarrow C(-5, 10).$$ Vậy chọn (c).

154. Gọi A(x, y), $\overrightarrow{MA} = (x - 2, y)$; $\overrightarrow{MG} = (-2, 4)$.

$$\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -6 \\ y = 12 \end{cases}$$ Vậy A(–4, 12).

$$\begin{matrix} x_A + x_B + x_C = 3x_G \Leftrightarrow -4 + x_B + (-2) = 0 \Leftrightarrow x_B = 6 \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \Leftrightarrow 12 + y_B - 4 = 12 \Leftrightarrow y_B = 4 \end{matrix} \Rightarrow B(6, 4)$$

Vậy chọn (d).

155. Đường cao AA' thuộc chùm đường thẳng xác định bởi hai đường cao BB' và CC'.

Phương trình AA' có dạng: $(x + y - 1) + m(-3x + y + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow (1 - 3m)x + (1 + m)y + m + 1 = 0.$$

Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1, 5)$.

AA' có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-(1 + m), 1 - 3m)$.

AA' ⊥ BC nên: $-(1 + m) + 5(1 - 3m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

Vậy phương trình AA': $(x + y - 1) + \frac{1}{4}(-3x + y + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 4x + 4y - 4 - 3x + y + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x + 5y - 3 = 0$. Vậy chọn (d).

156. Đường cao AA' thuộc chùm đường thẳng xác định bởi hai đường cao BB' và CC'.

Phương trình AA' có dạng: $(-2x + y - 8) + m(2x + 3y - 8) = 0$

$\Leftrightarrow (2m - 2)x + (3m + 1)y - 8m - 8 = 0$

Qua A nên $2m - 2 + 3m + 1 - 8m - 8 = 0 \Leftrightarrow -3m - 9 = 0$

$\Leftrightarrow m = -3$

Vậy: $(-2x + y - 8) - 3(2x + 3y - 8) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$. Vậy chọn (d).

157. (a), (b), (c) đều đúng.

Đường phân giác của góc $\widehat{xOy}$ là y = x có một vectơ chỉ phương là: $\vec{a} = (1, 1)$.

Còn theo câu (d) thì vectơ chỉ phương là $\vec{a'} = (-1, 1)$. Vậy chọn (d).

158. (Δ): $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$ $(t \in R)$. Vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1, 3)$

- Xem A(–1, 4): ứng với $2 - t = -1 \Leftrightarrow t = 3$

  Thế t = 3 vào $-5 + 3t = -5 + 3.3 = 4 \Rightarrow A \in (\Delta)$

- $\vec{b} = (3, -9) = -3(-1, 3) = -3\vec{a}$: (b) đúng

- Xem $B\left(\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}\right)$: ứng với $2 - t = \frac{3}{2} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

  Thế vào $y = -5 + 3t$ được $y = -5 + 3.\frac{1}{2} = -\frac{7}{2} \Rightarrow B \in (\Delta)$

- Từ $\vec{a} = (-1, 3) \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của (Δ) là $\vec{n} = (3, 1)$

  Phương trình (Δ) có dạng $3x + y + C = 0$

  $A \in (\Delta) \Leftrightarrow 3(-1) + 4 + C = 0 \Leftrightarrow C = -1$

  Phương trình tổng quát của (Δ): $3x + y - 1 = 0$. Vậy chọn (d).

159. (d): $x - 2y - 7 = 0$

$\Rightarrow$ (d) có vetcơ chỉ phương $\vec{a} = (2, 1)$: các vectơ chỉ phương có trong (a), (b), (c), (d) đều cùng phương với $\vec{a}$. Chỉ cần xét các điểm cho trước trong mỗi phương trình:

- $x = 1 \Rightarrow 1 - 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow -2y = 6 \Leftrightarrow y = 3$. Điểm $(1, -3) \in$ (d).
- $x = 5 \Rightarrow 5 - 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow -2y = 2 \Leftrightarrow y = -1$. Điểm $(5, -1) \in$ (d).
- $x = 3 \Rightarrow 3 - 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow -2y = 4 \Leftrightarrow y = -2$. Điểm $(3, 2) \notin$ (d).
- $x = -1 \Rightarrow 1 - 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow -2y = 8 \Leftrightarrow y = -4$. Điểm $(-1, -4) \in$ (d).

Vậy chọn (c).

160. (d): $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 8 + 2t \end{cases}$; (d'): $\begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 2 + t' \end{cases}$

Tọa độ điểm M thuộc hệ: $\begin{cases} -2 - t = 1 - 2t' \\ 8 + 2t = 2 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - 2t' = 3 \\ 2t - t = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t' = 0 \end{cases}$.

Thế $t' = 0$ vào (d'): $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(1, 2)$. Vậy chọn (d)

161. (Δ): $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$; ($\Delta'$): $\begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -1 + 5t' \end{cases}$

Để tìm A, trước hết giải hệ:

$$\begin{cases} 2 + 2t = 2 - 3t' \\ -2 - 3t = 1 + 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 3t' = 0 \\ 3t + 5t' = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases}$$

(Chỉ cần tính t hoặc t' rồi thế vào phương trình (Δ) hoặc (Δ'))

Với $t = 3$, $x = 8$, $y = -11 \Rightarrow A(8, -11)$. Vậy chọn (b).

162. $A(3, -1)$, $B(-2, 4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-5, 5)$ cùng phương với vectơ $\vec{a} = (1, -1)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $x + y + C = 0$, qua A nên: $3 - 1 + C = 0 \Rightarrow C = -2$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng AB: $x + y - 2 = 0$

$\Rightarrow$ Các điểm $(3, -1)$, $(1, 1)$, $(-2, 4)$, $(4, -2)$ đều thuộc đường thẳng AB, nhưng vectơ $\vec{b} = (3, 3)$ trong kết luận (b) không phải là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB. Vậy chọn (b).

163. $M(-3, 1)$, $\vec{a} = (-2, 5) \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của (d): $\vec{n} = (5, 2)$.

Phương trình (d) có dạng $5x + 2y + C = 0$

$M \in (d) \Leftrightarrow 5x + 2y + 13 = 0 \Leftrightarrow C = 13$

$\Rightarrow$ Phương trình (d): $5x + 2y + 13 = 0$.

Vậy chọn (d).

164. Nếu $\vec{a} = (a_1, a_2)$ thì $k = \frac{a_2}{a_1}$ $(a_1 \neq 0)$ là hệ số góc của vectơ $\vec{a}$

Từ $k = -2 = \frac{a_2}{a_1}$: nếu chọn $a_1 = 1$ thì $a_2 = -2$.

$\Rightarrow \vec{a} = (1, -2) \Rightarrow \vec{n} = (2, 1)$ là vectơ pháp tuyến của (Δ)

Phương trình (Δ) có dạng : $2x + y + C = 0$

$A(2, 1) \in (\Delta) \Leftrightarrow 2.2 + 1 + C = 0 \Leftrightarrow C = -5$

Phương trình (Δ): $2x + y - 5 = 0$. Vậy chọn (b).

165. Đường thẳng (Δ): $3x + 2y - 1 = 0$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-2, 3)$ hoặc $\vec{a'} = (-4, 6)$, hoặc $\vec{b} = (2, -3)$.

Trong đáp số (a), đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{c} = (2, 3)$ không cùng phương với các vectơ trên.

Vậy chọn (a).

166. Vì vuông góc với đường thẳng $4x - y + 5$ nên phương trình tổng quát của (Δ) có dạng $x + 4y + C = 0$.

Điểm $B(-2, 4) \in (\Delta) \Leftrightarrow -2 + 4.4 + C = 0 \Leftrightarrow C = -14$

Phương trình (Δ): $x + 4y - 14 = 0$. Vậy chọn (b)

167. $A(-2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(2, -5)$

Trung điểm M của BC, $M(3, -1)$

$\overrightarrow{AM} = (5, -2) \perp \vec{n} = (2, 5)$

$\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của trung tuyến AM. Phương trình AM có dạng: $2x + 5y + C = 0$

$A \in AM \Leftrightarrow 2.(-2) + 5.1 + C = 0 \Leftrightarrow C = -1$

Phương trình trung tuyến AM: $2x + 5y - 1 = 0$. Vậy chọn (c).

168. (d): $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. Gọi $B(3 - 2t, 2 + 3t) \in (d)$. $A(1, 3)$

$$AB^2 = (3 - 2t - 1)^2 + (2 + 3t - 3)^2 = (2 - 2t)^2 + (3t - 1)^2$$
$$= 4 + 4t^2 - 8t + 9t^2 - 6t + 1 = 13t^2 - 14t + 5.$$

Để AB = 2 $\Leftrightarrow$ $AB^2 = 4$ $\Leftrightarrow$ $13t^2 - 14t + 5 = 4$

$\Leftrightarrow$ $13t^3 - 14t + 1 = 0$ $\Leftrightarrow$ $t = 1$ hoặc $t = \frac{1}{13}$

Khi t = 1 được B(1, 5). Vậy chọn (d).

169. (d): $x - 2y + 8 = 0$

(d'): $3x + y + 3 = 0$

(Δ): $x + my - 4 = 0$

(d) và (d') là hai đường thẳng cố định, chúng cắt nhau tại M.

Tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 3x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{Vậy } M(-2, 3)$$

Để ba đường thẳng cùng đi qua M thì $M \in (\Delta) \Leftrightarrow -2 + 3m - 4 = 0$

$\Leftrightarrow m = 2$. Vậy chọn (b).

170. (d): $2x - y + 2 = 0$. Gọi (d') là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (d). Phương trình (d') có dạng $x + 2y + C = 0$

$A \in (d')$ $\Leftrightarrow$ $-5 + 2.6 + C = 0$ $\Leftrightarrow$ $C = -7$.

Phương trình (d'): $x + 2y - 7 = 0$

Giao điểm I của (d) và (d') có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y = -2 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{16}{5} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{5}, \frac{16}{5}\right)$$

Nếu A' là điểm đối xứng của A qua (d) thì AA' nhận I làm trung điểm:

$$\begin{cases} x_{A'} + (-5) = 2.\frac{3}{5} \\ y_{A'} + 6 = 2.\frac{16}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = \frac{31}{5} \\ y_{A'} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow A'\left(\frac{31}{5}, \frac{2}{5}\right)$$

Vậy chọn (c).

171. A(–2, 5), B(2, 3) $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = (4, -2)$

Chọn $\vec{n} = (1, 2)$ làm vectơ pháp tuyến cho đường thẳng AB.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm AB có dạng $x + 2y + C = 0$

$B \in AB \Leftrightarrow \quad 2 + 6 + C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad C = -8$

Phương trình đường thẳng AB: $x + 2y - 8 = 0$

$\Rightarrow$ Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0, 4)$$

$$\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} = \frac{x_A - x_M}{x_B - x_M} = \frac{-2-0}{2-0} = -1 \quad \left(= \frac{y_A - y_M}{y_B - y_M}\right)$$

Vậy chọn (d).

172*. AB: $4x + y + 15 = 0$; AC: $2x + 5y + 3 = 0$; $G(-2, -1)$

Tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x + y = -15 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-4, 1)$

Nếu M(x, y) là trung điểm của BC thì $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$

$$\overrightarrow{AM} = (x + 4, y - 1); \ \overrightarrow{AG} = (2, -2) \Rightarrow \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} = (3, -3)$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 3 \\ y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-1, -2)$$

Vậy chọn (b).

Chủ đề 6 | ĐƯỜNG TRÒN

173. $MA^2 + MB^2 = 30 \Leftrightarrow (2 - x)^2 + (1 - y)^2 + (3 - x)^2 + (-2 - y)^2 = 30$

$\Leftrightarrow 4 - 4x + x^2 + 1 - 2y + y^2 + 9 - 6x + x^2 + 4 + 4y + y^2 - 30 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 10x + 2y - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 5x + y - 6 = 0.$

Vậy chọn (b).

174. Viết lại phương trình (C_1): $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$.

(C_1) có tâm $I_1(3, -2)$, bán kính $R_1 = 2$.

(C_2) có tâm O(0, 0), bán kính $R_2 = 3$.

$OI_1 = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$; $\quad R_1 + R_2 = 5$.

$R_1 + R_2 > OI_1$: (C_1) và (C_2) cắt nhau.

Vậy chọn (c).

175. Viết lại phương trình (d_m) theo dạng một tam thức bậc 2 của tham số m:

$$(1 - x)m^2 + 2(y - 2)m + 1 + x = 0$$

Để phương trình này có nghiệm kép thì:

$$\Delta' = (y - 2)^2 - (1 - x)(1 + x) = 0$$

$\Leftrightarrow \quad (y - 2)^2 - 1 + x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + (y - 2)^2 = 1 \quad \forall m.$

$\Rightarrow \quad (d_m)$ luôn tiếp xúc với đường tròn cố định (C): $x^2 + (y - 2)^2 = 1$

Vậy chọn (c).

176. Bán kính của đường tròn bằng khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng (d):

$$R = \frac{|3.1 - 4.(-2) + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

Phương trình đường tròn: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Vậy chọn (b).

177. Bán kính của đường tròn $R = IO = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$.

Phương trình đường tròn: $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$. Vậy chọn (a).

178. Gọi I(a, b) là tâm của đường tròn. Đường tròn tiếp xúc với cả hai trục tọa độ nên $|a| = |b| = R$.

$I \in$ đường thẳng $2x - y - 3 = 0$ nên có thể coi $I(2m - 3, m)$

$\Rightarrow \quad |2m - 3| = |m| \quad \Leftrightarrow \quad 4m^2 - 12m + 9 = m^2$

$\Leftrightarrow \quad 3m^2 - 12m + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$

Với m = 1 có I(–1, 1), R = 1. (C_1) có phương trình:

$$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$$

Với m = 3 có I(3, 3), R = 3. (C_2) có phương trình:

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0.$$

Vậy chọn (b).

179. Tâm I của đường tròn là giao điểm của đường trung trực đoạn AB với đường thẳng vuông góc với đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ tại B.

Trung điểm I của AB: I(3, 1).

$$\overrightarrow{AB} = (-4, -4) \nearrow\swarrow \vec{a} = (1, 1).$$

Đường trung trực của AB có dạng $x + y + C = 0$ qua I nên:

$$3 + 1 + C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad C = -4.$$

Đường vuông góc với đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ có dạng $3x - y + C = 0$. Qua B nên $C = -4$.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \quad I(2, 2).$$

Bán kính $\quad R = IB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

Phương trình đường tròn: $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0.$$ Vậy chọn (d).

180. Tâm I của (C) là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đường thẳng $x + 2y + 5 = 0$.

M(1, 2) là trung điểm AB.

$\overrightarrow{AB} = (-6, -2) \nearrow\swarrow (3, 1)$.

Đường trung trực của AB có dạng $3x + y + C = 0$, qua M nên $C = -5$.

Tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow \quad I(3, -4)$$

Bán kính đường tròn $\quad R = IA = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50}$.

Phương trình (C): $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 50$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 - 6x + 8y - 25 = 0.$$ Vậy chọn (b).

181. Gọi R là bán kính của (C_m) thì: $R^2 = 5m^2 - 15m + 10$.

$R = \sqrt{10} \Rightarrow \quad R^2 = 10 \quad \Leftrightarrow \quad 5m^2 - 15m + 10 = 10$

$\Leftrightarrow \quad m = 0 \quad$ hay $\quad m = 3$. Vậy chọn (c).

182. Phương trình (C_m) viết lại: $(x + m)^2 + [y - (m + 1)]^2 = 2m^2 + 6m + 5$.

$$R^2 = 2m^2 + 6m + 5 = 2\left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow$ R^2 nhỏ nhất khi $m = -\frac{3}{2}$.

Lúc đó $C_{\left(-\frac{3}{2}\right)}$: $x^2 + y^2 - 3x + y + 2 = 0$. Vậy chọn (c).

183. Tọa độ giao điểm A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 7x - y = 0 \\ x^2 + y^2 - x - 7y - 18 = 0 \end{cases}$$

Trừ từng vế được $-6x + 6y = -18 \Leftrightarrow x - y = 3$

$\Leftrightarrow y = x - 3$

Thế vào một trong hai phương trình trên được:

$$x^2 + (x - 3)^2 - 7x - (x - 3) = 0$$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = 6$

$\Rightarrow y = -2$ hay $y = 3$

Vậy A(1, –2), B(6, 3).

Vậy chọn (b).

184. Viết lại (C) $\Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 10$

Tâm của (C): I(–3, 1), $R = \sqrt{10}$.

Đường thẳng (Δ) song song với (d) có dạng $x + 3y + C = 0$.

Để (Δ) tiếp xúc (C) thì: $d(I, (\Delta)) = \sqrt{10} \Leftrightarrow \dfrac{|-3 + 3 + C|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow |C| = 10 \Leftrightarrow C = \pm 10.$

Có hai tiếp tuyến của (C) song song với (d):

$$x + 3y + 10 = 0 \text{ và } x + 3y - 10 = 0$$

Vậy chọn (b).

185. Viết lại phương trình (C) để biết tâm và bán kính: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

Tâm I(2, 1), bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi (d) là đường thẳng: $y = k(x - 3) - 2 \Leftrightarrow kx - y - 3k - 2 = 0$

Để (d) là tiếp tuyến của (C) thì:

$$\frac{|2k - 1 - 3k - 2|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-k - 3| = \sqrt{5(k^2 + 1)}$$

$\Leftrightarrow k^2 + 6k + 9 = 5(k^2 + 1) \Leftrightarrow 2k^2 - 3k - 2 = 0$

$\Leftrightarrow k = 2$ hay $k = -\dfrac{1}{2}$.

Với k = 2 có tiếp tuyến $y = 2(x - 3) - 2 \Leftrightarrow 2x - y - 8 = 0$

Với $k = -\frac{1}{2}$ có tiếp tuyến $y = -\frac{1}{2}(x - 3) - 2 \Leftrightarrow \quad x + 2y + 1 = 0$.

Vậy chọn (c).

186. Viết lại phương trình:

(C_1): $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Tâm $I_1(1, 1)$, $R_1 = 2$

(C_2): $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$. Tâm $I_2(2, 3)$, $R_2 = 4$

$I_1I_2 = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$; $R_1 + R_2 = 6$

$I_1I_2 < R_1 + R_2$: (C_1) cắt (C_2). Vậy chọn (c).

187. Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0, y_0) \in (C)$:

$$(x_0 - 1)(x - 1) + (y_0 + 3)(y + 3) = 9$$

Đây là dạng chung cho hai tiếp tuyến tại T_1 và T_2 của (C). Hai tiếp tuyến này đều qua điểm A(2, 1)

$\Leftrightarrow \quad (x_0 - 1)(2 - 1) + (y_0 + 3)(1 + 3) = 9$

$\Leftrightarrow \quad x_0 - 1 + 4y_0 + 12 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad x_0 + 4y_0 + 2 = 0$

Tọa độ T_1, T_2 đều thỏa phương trình này $\Leftrightarrow$ phương trình đường thẳng T_1T_2 là: $x + 4y + 2 = 0$.

Vậy chọn (c).

188. Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0, y_0) \in (C)$:

$$x_0x + y_0y - 3(x_0 + x) - 2(y_0 + y) + 8 = 0$$

Hai tiếp tuyến tại hai tiếp điểm T_1, T_2 của (C) đều có dạng chung như trên. Hai tiếp tuyến đều qua A(0, 6) nên đều thỏa chung một phương trình: $x_0.0 + y_0.6 - 3(x_0 + 0) - 2(y_0 + 6) + 8 = 0$

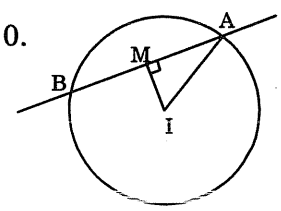
$\Leftrightarrow \quad 6y_0 - 3x_0 - 2y_0 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \quad -3x_0 + 4y_0 - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x_0 - 4y_0 + 4 = 0$.

Tọa độ T_1, T_2 đều thỏa phương trình trên, nên phương trình của đường thẳng qua T_1 và T_2 là: $3x - 4y + 4 = 0$.

Vậy chọn (b).

189. Đường thẳng phải tìm có dạng: $4x + 3y + C = 0$.



Phương trình đường tròn (C) viết lại:

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$$

có tâm $I(-1, 2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Giả sử đường thẳng $4x + 3y + C = 0$ chắn trên (C) dây AB = 4.

Gọi M là trung điểm AB thì $AM = 2$, $IA = \sqrt{5} \Rightarrow IM = 1$.

Khoảng cách từ I đến đường thẳng $4x + 3y + C = 0$ là:

$$\frac{|4.(-1) + 3.(2) + C|}{5} = 1 \Leftrightarrow |C + 2| = 5 \Leftrightarrow C = 3 \text{ hay } C = -7.$$

Hai đường thẳng cùng chắn trên (C) hai dây cung có độ dài bằng 4 là:

$$4x + 3y + 3 = 0 \text{ và } 4x + 3y - 7 = 0$$

Vậy chọn (b).

190. Phương trình trục đẳng phương của (C) và (C_m):

$$(m + 1)x - 2my + 2 = 0 \Leftrightarrow m(x - 2y) + x + 2 = 0 \ (d_m)$$

Điểm (–2, –1) luôn thỏa phương trình (d_m), $\forall m$. Vậy chọn (d).

191. (C_1): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

$\Rightarrow$ (C_1) có tâm I_1 (2, –1), bán kính $R_1 = 3$.

(C_2): $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

$\Rightarrow$ (C_2) có tâm I_2 (5, 3), bán kính $R_2 = 2$.

$$I_1I_2 = \sqrt{(5-2)^2 + (3+1)^2} = 5.$$

$$R_1 + R_2 = 3 + 2 = 5.$$

$\Rightarrow$ (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau: chúng có một tiếp tuyến chung trong, hai tiếp tuyến chung ngoài. Vậy chọn (c).

192. (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 23 + 9 + 4$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 36$: I(3, –2), R = 6. Vậy chọn (c).

193. $3x^2 + 3y^2 + 6x - 4y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - \frac{4}{3}y - \frac{1}{3} = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) + \left(y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{9}\right) = \frac{1}{3} + \frac{4}{9} + 1$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$\Rightarrow$ (C) có tâm $I\left(-1, \frac{2}{3}\right)$, $R = \frac{4}{3}$. Vậy chọn (b).

194. $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{5}{4} = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = \frac{5}{4} + 4 + 1 = \frac{25}{4} \Rightarrow I(2, -1), R = \frac{5}{2}.$$

- $x^2 + y^2 - x + 3y + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = 2$

  $\Rightarrow I\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), R = \sqrt{2}$.

- $4x^2 + 4y^2 - 16x + 12y + 32 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 3y + 8 = 0$

  $\Leftrightarrow (x - 2)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = -8 + 4 + \frac{9}{4} = -\frac{7}{4}$

  Không tồn tại đường tròn này trên tập R

- $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -6 + 1 + 4 = -1$

  Đường tròn này cũng không tồn tại.

  Vậy chọn (c).

195. A(2, 1), B(–3, 5), M(x, y)

$3MA^2 - 2MB^2 = 25 \Leftrightarrow 3[(2 - x)^2 + (1 - y)^2] - 2[(-3 - x)^2 + (5 - y)^2] = 25$

$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5) - 2(x^2 + y^2 + 6x - 10y + 34) = 25$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 24x + 14y - 78 = 0$. Vậy chọn (b).

196. $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ (*)

- Thế tọa độ A(–2, 3) vào (*): $(-2 + 3)^2 + (3 - 2)^2 = 2 < 25$: A ở bên trong (C).
- Thế tọa độ B(3, –2) vào (*): $(3 + 3)^2 + (-2 - 2)^2 = 52 > 25$: A ở bên ngoài (C).
- Thế tọa độ C(1, 5) vào (*): $(1 + 3)^2 + (5 - 2)^2 = 25 = 25$: C ở trên (C).

  Cả ba kết luận (a), (b), (c) đều đúng nên (d) sai.

197. A(1, 3), B(1, –1), C(2, 0)

Phương trình đường tròn phải tìm có dạng:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad (C)$$

$A \in (C) \Leftrightarrow 1 + 9 - 2a - 6b + c = 0$ (1)

$B \in (C) \Leftrightarrow 1 + 1 - 2a + 2b + c = 0$ (2)

$C \in (C) \Leftrightarrow 4 + 0 - 4a - 0b + c = 0$ (3)

Trừ từng vế (1) và (2) được b = 1, thế vào (2): $-2a + c + 4 = 0$ (2')

Trừ từng vế (2') và (3) cho a = 0, từ đó c = 4

Phương trình (C): $x^2 + y^2 - 2y + 4 = 0$.

Vậy chọn (b).

198. Bước giải còn thiếu là bước (a): Tâm I(x, y) của đường tròn cần tìm nằm trên đường thẳng y = x hoặc y = –x.

Từ đó a= b hoặc a = –b.

199. Gọi I(a, b) là tâm của (C). Các điều kiện để tìm ra a, b là:

$$\overrightarrow{IN} \perp \vec{n} = (4, 3) \qquad (1)$$

($\vec{n}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng 3x – 4y + 2 = 0)

$$IN = IM \qquad (2)$$

$\overrightarrow{IN} = (-2 - a, -1 - b)$;

$IN = \sqrt{(-2-a)^2 + (-1-b)^2}$, $IM = \sqrt{(1-a)^2 + (2-b)^2}$

(1) $\Leftrightarrow$ $4(-2 - a) + 3(-1 - b) = 0 \Leftrightarrow 4a + 3b + 11 = 0$ (1)

(2) $\Leftrightarrow$ $IN^2 = IM^2 \Leftrightarrow (-2 - a)^2 + (-1 - b)^2 = (1 - a)^2 + (2 - b)^2$

$\Leftrightarrow$ $4 + 4a + a^2 + 1 + 2b + b^2 = 1 - 2a + a^2 + 4 - 4b + b^2$

$\Leftrightarrow$ $6a + 6b = 0 \Leftrightarrow a = -b$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ a = –11, b = 11, $R = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

Phương trình (C): $(x + 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$

Vậy chọn (a).

200. Gọi I(a, b) là tâm của (C) thì: IA = IB và a + 2b + 5 = 0 (1)

IA = IB $\Leftrightarrow$ $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (4 - a)^2 + (3 - b)^2 = (-2 - a)^2 + (1 - b)^2$

$\Leftrightarrow$ $16 - 8a + a^2 + 9 - 6b + b^2 = 4 + 4a + a^2 + 1 - 2b + b^2$

$\Leftrightarrow$ $12a + 4b = 20 \Leftrightarrow 3a + b = 5$ (2)

Hệ (1) và (2) cho a = 3, b = –4 $\Rightarrow$ I(3, –4)

Từ đó $R = IA = \sqrt{(4-3)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Vậy chọn (d).

201. Có thể thấy rằng $(d_1) // (d_2)$. Gọi I(a, b) là tâm của (C) thì:

- 2a + b = 0 (1) (do I $\in$ đường thẳng 2x + y = 0)

- $\dfrac{4a-3b+10}{5} = -\dfrac{(4a-3b-30)}{5}$ (2)

Phương trình $\dfrac{4a-3b+10}{5} = \dfrac{4a-3b-30}{5}$ vô nghiệm

(2) $\Leftrightarrow$ $4a - 3b - 10 = 0$.

Thế $b = -2a$ từ (1) vào (2): $4a - 3(-2a) - 10 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = -2$

I(1, –2). Vậy chọn (b).

202. Gọi I(a, b) là tâm của (C).

I thuộc đường thẳng $4x + 3y - 2 = 0$ nên $4a + 3b - 2 = 0$ (1)

I tiếp xúc (Δ_1) và (Δ_2) nên I cách đều (Δ_1) và (Δ_2):

$$\Leftrightarrow \frac{a+b+4}{\sqrt{2}} = \pm\left(\frac{7a-b+4}{5\sqrt{2}}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5a+5b+20 = 7a-b+4 \\ 5a+5b+20 = -7a+b-4 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a-3b = 8 & (2) \\ 3a+b = -6 & (3) \end{array}\right.$$

Hệ (1) và (2): $\begin{cases} 4a+3b = 2 \\ a-3b = 8 \end{cases}$ cho $\begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$ $\Rightarrow$ I(2, –2)

$$\Rightarrow R = \frac{|2-2+4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Hệ (1) và (3): $\begin{cases} 4a+3b = 2 \\ 3a+b = -6 \end{cases}$ cho $\begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \end{cases}$ $\Rightarrow$ I(–4, 6)

$$\Rightarrow R = \frac{|-4+6+4|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Vậy chọn (c).

203. $x^2 + y^2 - 4mx + 2(m-1)y + 6m - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - 4mx + 4m^2) + (y^2 + 2(m-1)y + (m-1)^2) = -6m + 3 + 4m^2 + (m-1)^2$

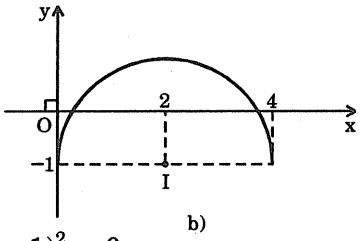
$\Leftrightarrow (x - 2m)^2 + (y + m - 1)^2 = 5m^2 - 8m + 4$

$$5m^2 - 8m + 4 = 5\left(m^2 - \frac{8}{5}m + \frac{16}{25}\right) - \frac{16}{5} + 4 = 5\left(m - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5} \geq \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow R^2 = 5m^2 - 8m + 4 \geq \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow$ Đường tròn có bán kính nhỏ nhất trong số các đường tròn (C_m) là đường tròn có bán kính bằng $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$, khi $m = \dfrac{4}{5}$. Vậy chọn (b).

204. Từ phương trình $y = \sqrt{4x - x^2} - 1$



b)

$\Rightarrow$ • Về x: $4x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4$ (1)

• Về y: $\sqrt{4x - x^2} - 1 : y \geq -1$ (2)

Từ (1) và (2): $y + 1 = \sqrt{4x - x^2}$

$\Leftrightarrow (y + 1)^2 = 4x - x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4x + (y + 1)^2 = 0$

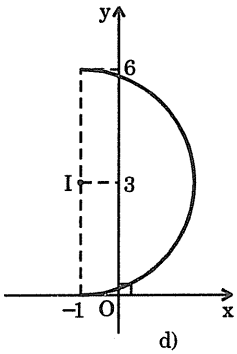
$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (y + 1)^2 = 4$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$. Đây là đường tròn (C) có tâm I(2, –1), bán kính R = 2.

Theo (1): $0 \leq x \leq 4$, theo (2): $y \geq -1$: Đây là nửa phía trên đường thẳng $y = -1$ của đường tròn (C).

Vậy chọn (b).

205. Từ $x = -1 + \sqrt{6y - y^2}$ (*)



d)

$\Rightarrow$ Về x: $x \geq -1$ (1)

Về y: $6y - y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 6$ (2)

Với (1) và (2): $x = -1 + \sqrt{6y - y^2}$

$\Leftrightarrow x + 1 = \sqrt{6y - y^2}$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 6y - y^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x + 1)^2 + y^2 - 6y + 9 = 9$

$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$

Đây là phương trình đường tròn (C) tâm I(–1, 3), bán kính R = 3.

Do (1): mọi điểm của (*) có hoành độ ≥ -1

Do (2): mọi điểm của (*) có $0 \leq y \leq 6$

(d) là hình vẽ thỏa mọi điều kiện có trong (*). Vậy chọn (d).

206. (C_m): $x^2 + y^2 - 2(m + 1)x - 2(m + 2)y + 6m + 7 = 0$

$\Leftrightarrow [x^2 - 2(m + 1)x + (m + 1)^2] + [y^2 - 2(m + 2)y + (m + 2)^2] =$

$= -6m - 7 + (m + 1)^2 + (m + 2)^2$

$\Leftrightarrow [x - (m + 1)]^2 + [y - (m + 2)]^2 = 2m^2 - 2.$

$\Rightarrow$ (C_m) có tâm I(m + 1, m + 2) và bán kính $R = \sqrt{2(m^2 - 1)}$ ($m < -1$ hay $m > 1$)

(C_m) tiếp xúc trục Oy $\Leftrightarrow |m + 1| = \sqrt{2(m^2 - 1)}$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = 2m^2 - 2$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ hay $m = 3$.

Loại m = –1.

Khi m = 3 thì (C_3): $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$

Vậy chọn (a).

207. (C_1): $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 = 9$

(C_1) có tâm $I_1(0, 2)$, bán kính $R_1 = 3$

(C_2): $5x^2 + 5y^2 - 16x + 12y - 25 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{16}{5}x + \frac{12}{5}y = 5$

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{6}{5}\right)^2 = 5 + \frac{64}{25} + \frac{36}{25} = 9$

(C_2) có tâm $I_2\left(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5}\right)$, bán kính $R_2 = 3$.

Khoảng cách hai tâm: $I_1I_2 = \sqrt{\left(\frac{8}{5} - 0\right)^2 + \left(-\frac{6}{5} - 2\right)^2} = \sqrt{\frac{64 + 256}{25}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$

$R_1 + R_2 = 6 > I_1I_2 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) cắt nhau.

Vậy chọn (d).

Chủ đề 7 | ELIP

208. Phương trình (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$M \in (E)$: $\frac{16}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1$ (1)

$N \in (E)$: $\frac{8}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1$ (2)

Coi $\frac{1}{a^2} = x$, $\frac{1}{b^2} = y$, có hệ: $\begin{cases} 16x + 3y = 1 \\ 8x + 9y = 1 \end{cases}$

Giải hệ này được $x = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{20}$, $y = \frac{1}{b^2} = \frac{1}{15}$.

(E) có phương trình: $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$.

Vậy chọn (b).

209. Phương trình (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

$$\begin{array}{l} M \in (E) \Leftrightarrow \\ N \in (E) \Leftrightarrow \end{array} \begin{cases} \frac{12}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1 & (1) \\ \frac{4}{a^2}+\frac{27}{4b^2}=1 & (2) \end{cases}$$

Giải hệ (1), (2) theo ẩn $\frac{1}{a^2}$ và $\frac{1}{b^2}$ được: $\frac{1}{a^2}=\frac{1}{16}$, $\frac{1}{b^2}=\frac{1}{9}$.

Phương trình (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Vậy chọn (c).

210. Hãy tự vẽ hình để kiểm tra. Elip này có b = c. Mà $a^2 = b^2 + c^2$

$\Rightarrow \quad a^2 = 2c^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{c^2}{a^2}=e^2=\frac{1}{2} \Rightarrow e=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy chọn (b).

211. Elip này có $b=\frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad c^2=a^2-\frac{a^2}{4}=\frac{3a^2}{4}$

$\Rightarrow \quad \frac{c^2}{a^2}=\frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy chọn (c).

212. Điều kiện đề cho có thể viết $a^2 + b^2 = 4c^2$

Ngoài ra $a^2 - b^2 = c^2$

Cộng từng vế, dẫn đến $2a^2 = 5c^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c^2}{a^2}=e^2=\frac{2}{5} \quad \Leftrightarrow \quad e=\sqrt{\frac{2}{5}}$.

Vậy chọn (c).

213. Giả thiết cho $c = 4 \Rightarrow \quad a^2 - b^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad b^2 = a^2 - 16$.

Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-16}=1$.

Điểm $M \in (E) \Leftrightarrow \quad \frac{15}{a^2}+\frac{1}{a^2-16}=1 \Leftrightarrow \quad 15a^2 - 240 + a^2 = a^4 - 16a^2$

$\Leftrightarrow \quad a^4 - 32a^2 + 240 = 0 \Leftrightarrow \quad a^2 = 20 \Rightarrow \quad b^2 = 4$.

Phương trình (E): $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$. Vậy chọn (a).

214. Từ $\frac{c}{a}=\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad 4a^2 = 9c^2 = 9(a^2 - b)^2 \Rightarrow 9b^2 = 5a^2$

$\Rightarrow b^2 = \frac{5}{9}a^2$.

Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\frac{5}{9}a^2} = 1$

Điểm N ∈ (E) ⇔ $\frac{4}{a^2} + \frac{\frac{25}{9}}{\frac{5}{9}a^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{5}{a^2} = 1$

$\Rightarrow a^2 = 9,\ b^2 = 5.$

Elip có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. Vậy chọn (b).

215. Giả thiết cho $2c = 4 \Rightarrow c = 2$;

$\frac{2a^2}{c} = 5 \Rightarrow a^2 = 5$; $b^2 = a^2 - c^2 = 1.$

(E) có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$. Vậy chọn (c).

216. Đề cho $\frac{c}{a} = \frac{3}{4}$, $\frac{a^2}{c} = \frac{16}{3} \Rightarrow c = \frac{3a}{4}$, $\frac{a^2}{\frac{3a}{4}} = \frac{16}{3}$

$\Rightarrow a = 4,\quad c = 3,\quad b^2 = a^2 - c^2 = 7.$

Phương trình chính tắc của elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$. Vậy chọn (d).

217. $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{2}}{2}a$; $\frac{2a^2}{c} = 8\sqrt{2} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = 4\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{a^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} = 4\sqrt{2}$

$\Rightarrow a = 4$, $c = 2\sqrt{2}$, $b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 8 = 8$

Phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$. Vậy chọn (a).

218. Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn $\frac{2a^2}{c} = 10 \Rightarrow a^2 = 5c.$

$b^2 = a^2 - c^2 = 5c - c^2$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{5c} + \frac{y^2}{5c - c^2} = 1$

Điểm M ∈ (E) ⇔ $\frac{5}{5c} + \frac{4}{5c - c^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{c} + \frac{4}{5c - c^2} = 1$

$\Leftrightarrow 5c - c^2 + 4c = 5c^2 - c^3 \Rightarrow c^3 - 6c^2 - 9c = 0$

$\Rightarrow c(c - 3)^2 = 0 \Rightarrow c = 3$

$\Rightarrow a^2 = 15, \quad b^2 = 15 - 9 = 6$

Phương trình của (E): $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{6} = 1$. Vậy chọn (b).

219. $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

$\Rightarrow a = 4, \quad b = 3, \quad c = \sqrt{7}$.

Trục lớn $2a = 8$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{7}$, tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$,

hai đường chuẩn $x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{16}{\sqrt{7}}$. Vậy chọn (c).

220. $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a = 3, \quad b = 2, c = \sqrt{5}$.

(d) là câu sai, vì phương trình hai đường chuẩn là: $x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{9}{\sqrt{5}}$.

221. Đề toán cho biết $c = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 = 3 \Rightarrow b^2 = a^2 - 3$.

Phương trình elip này có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 3} = 1$.

Điểm M ∈ (E) ⇔ $\frac{3}{a^2} + \frac{1}{4(a^2 - 3)} = 1 \Leftrightarrow 4a^4 - 25a^2 + 36 = 0$.

Giải ra : $a^2 = \frac{9}{4}$ (loại), $a^2 = 4$ (nhận), $b^2 = 1$.

Phương trình của elip: $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Vậy chọn (a).

222. Hai tiếp tuyến cần tìm có dạng $3x - 4y + C = 0$.

Dùng điều kiện tiếp xúc của đường thẳng $Ax + By + C = 0$ và elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$: $A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$ ta có:

$$3^2.16 + (-4)^2.9 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm 12\sqrt{2}$$

Hai tiếp tuyến cần tìm là:

$$3x - 4y + 12\sqrt{2} = 0 \quad \text{và} \quad 3x - 4y - 12\sqrt{2} = 0$$

Vậy chọn (b).

223. Hai tiếp tuyến cần tìm có dạng $3x + 2y + C = 0$. Chúng tiếp xúc với elip (E) nên:

$$3^2.60 + 2^2.15 = C^2 \quad \Leftrightarrow \quad C = \pm\sqrt{600} = \pm 10\sqrt{6}$$

Hai tiếp tuyến phải tìm:

$$3x + 2y + 10\sqrt{6} = 0 \quad \text{và} \quad 3x + 2y - 10\sqrt{6} = 0$$

Vậy chọn (b).

224. Hai tiếp tuyến cần tìm có dạng $2x - y + C = 0$. Vì tiếp xúc với elip (E) nên: $2^2.8 + (-1)^2.4 = C^2 \quad \Rightarrow \quad C = \pm 6$.

Có hai tiếp tuyến cũng có hệ số góc bằng 2 của elip (E):

$$2x - y + 6 = 0 \quad \text{và} \quad 2x - y - 6 = 0$$

Vậy chọn (c).

225. Gọi (d) là đường thẳng $y = k(x - 3) - 4 \Leftrightarrow kx - y - (3k + 4) = 0$.

(d) tiếp xúc (E) nên: $k^2.9 + (-1)^2.4 = (3k + 4)^2 \quad \Leftrightarrow \quad k = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ tiếp tuyến của (E) qua A(3, –4) là:

$$-\frac{1}{2}x - y - \frac{5}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x + 2y + 5 = 0.$$

Ngoài ra điểm A thuộc tiếp tuyến tại đỉnh $A_2(3, 0)$ của (E) nên $x = 3$ là tiếp tuyến thứ hai. Vậy chọn (a).

226. Đường thẳng (d): $y = kx + \frac{5}{2} \quad \Leftrightarrow \quad kx - y - \frac{5}{2} = 0$ là tiếp tuyến của elip khi:

$$k^2.25 + (-1)^2.4 = \frac{25}{4} \quad \Leftrightarrow \quad k = \pm\frac{3}{10}.$$

$\Rightarrow$ Hai tiếp tuyến xuất phát từ $A\left(0, \frac{5}{2}\right)$ của elip là:

$$\frac{3}{10}x - y - \frac{5}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x - 10y - 25 = 0$$

và $$-\frac{3}{10}x - y - \frac{5}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x + 10y + 25 = 0.$$

Vậy chọn (a).

227. Giả thiết cho $c = \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad c^2 = 3 = a^2 - b^2 \quad \Rightarrow \quad b^2 = a^2 - 3$.

Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 3} = 1$.

Vì tiếp xúc với đường thẳng $x - y - 3 = 0$ nên:

$$1^2.a^2 + (-1)^2.(a^2 - 3) = (-3)^2 \quad \Leftrightarrow \quad a^2 = 6 \quad \Rightarrow \quad b^2 = 3.$$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Vậy chọn (c).

228. $c = \sqrt{30} \Rightarrow \quad c^2 = 30 = a^2 - b^2 \Rightarrow \quad b^2 = a^2 - 30.$

Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 30} = 1$.

Tiếp xúc với đường thẳng $x + 6y + 20 = 0$ nên:

$$1^2.a^2 + 6^2.(a^2 - 30) = 20^2 \Leftrightarrow \quad 37a^2 = 1480$$

$$\Leftrightarrow \quad a^2 = 40 \Rightarrow \quad b^2 = 10.$$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{10} = 1$.

Vậy chọn (b).

229. Các giả thiết của đề cho biết: $c = \frac{a}{\sqrt{5}}$; $a^2 + b^2 = 9$

mà $b^2 = a^2 - c^2 = \frac{4a^2}{5}$.

$$a^2 + \frac{4a^2}{5} = 9 \quad \Leftrightarrow \quad a^2 = 5, \ b^2 = 4.$$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. Vậy chọn (c).

230. Từ giả thiết có: $c = 2$; $F_1M = \sqrt{(2+2)^2 + 3^2} = 5$;

$$F_2M = \sqrt{(2-2)^2 + 3^2} = 3.$$

$F_1M + F_2M = 2a = 8 \quad \Rightarrow \quad a = 4$; $b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12.$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

Vậy chọn (a).

231. Áp dụng phương trình phân đôi: $\frac{2\sqrt{3}x}{16} + \frac{-\frac{3}{2}.y}{9} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}x}{8} - \frac{y}{6} - 1 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{3}\,x - 4y - 24 = 0.$ Vậy chọn (b).

232. Áp dụng công thức phương trình phân đôi:

$$\frac{-3x}{25} + \frac{\frac{8}{5}y}{4} - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-3x}{25} + \frac{2y}{5} - 1 = 0$$

$\Leftrightarrow \quad -3x + 10y - 25 = 0 \Leftrightarrow \quad 3x - 10y + 25 = 0$. Vậy chọn (d).

233. Elip (E) có: $a^2 = 16, b^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad c^2 = 7$.

Nếu $M(x, y) \in (E)$ thì: $F_1M = 4 + \frac{\sqrt{7}}{4}x$, $\quad F_2M = 4 - \frac{\sqrt{7}}{4}x$;

$$OM^2 = x^2 + y^2 = x^2 + \frac{9}{16}(16 - x^2).$$

$$F_1M.F_2M + OM^2 = 16 - \frac{7}{16}x^2 + x^2 + 9 - \frac{9}{16}x^2$$

$$= 25 + \frac{9}{16}x^2 - \frac{9}{16}x^2 = 25$$

Vậy chọn (b).

234. $\overrightarrow{AB} = (4, 2) \nearrow\swarrow \vec{a} = (2, 1)$: đường thẳng song song AB có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2, 1)$ nên phương trình có dạng $x - 2y + C = 0$.

Đường thẳng này tiếp xúc với (E) nên:

$$1^2.16 + (-2)^2.5 = C^2 \Leftrightarrow \quad C = \pm 6.$$

Vậy hai tiếp tuyến của (E) song song với AB là:

$x - 2y - 6 = 0$ và $x - 2y + 6 = 0$. Vậy chọn (b).

235. Xem đường thẳng (d): $y = k(x - 1) + 1 \Leftrightarrow y = kx + 1 - k$.

Phương trình hoành độ điểm chung của (d) và (E):

$$4x^2 + 9(kx + 1 - k)^2 - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 4x^2 + 9k^2x^2 - 18k(k - 1)x + 9(1 - k)^2 - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (9k^2 + 4)x^2 - 18k(k - 1)x + 9(1 - k)^2 - 36 = 0$$

Để (d) cắt (E) tại A và B sao cho M(1, 1) là trung điểm của đoạn AB thì

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{9(k(k-1))}{9k^2 + 4} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 9k^2 - 9k = 9k^2 + 4 \Leftrightarrow \quad k = -\frac{4}{9}.$$

Đường thẳng (d) phải tìm có phương trình:

$$y = -\frac{4}{9}x + 1 + \frac{4}{9} \quad \Leftrightarrow 9y = -4x + 13$$

$\Leftrightarrow 4x + 9y - 13 = 0$. Vậy chọn (c).

236. Thế $x = 2y - 4$ vào phương trình $3x^2 + 4y^2 - 48 = 0$ được:

$$4y^2 - 12y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} y_1 = 0 \Rightarrow \quad x_1 = -4 \\ y_2 = 3 \Rightarrow \quad x_2 = 2 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \quad A(2, 3), B(-4, 0).$$

Vậy chọn (d).

237. Giả sử họ đường thẳng cho trước tiếp xúc với một elip cố định có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Như vậy phải có:

$$\cos^2\varphi.a^2 + \sin^2\varphi.b^2 = 4 + \cos^2\varphi \quad \text{với mọi } \varphi.$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos^2\varphi.a^2 + \sin^2\varphi.b^2 = 4\cos^2\varphi + 4\sin^2\varphi + \cos^2\varphi$$

$$\Leftrightarrow \quad (a^2 - 5).\cos^2\varphi + (b^2 - 4).\sin^2\varphi = 0 \quad \forall\varphi.$$

Hệ thức này thỏa $\forall\varphi$ khi và chỉ khi $a^2 = 5$, $b^2 = 4$. Vậy elip cố định mà họ đường thẳng đã cho luôn tiếp xúc là elip: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Vậy chọn (d).

238. Giả sử (Δt) tiếp xúc với elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Muốn vậy phải có:

$$(3\cos t)^2.a^2 + (-4\sin t)^2.b^2 = 5 + \cos 2t = 5\cos^2 t + 5\sin^2 t + \cos^2 t - \sin^2 t$$

$$\Leftrightarrow \quad 3\cos^2 t(a^2 - 2) + 4\sin^2 t(4b^2 - 1) = 0 \quad \forall t$$

Hệ thức này thỏa $\forall t$ khi và chỉ khi $a^2 = 2$, $b^2 = \frac{1}{4}$.

Elip cố định mà (Δt) luôn tiếp xúc $\forall t$ là elip có phương trình:

$$\frac{x^2}{2} + 4y^2 = 1.$$

Vậy chọn (a).

239. (E): $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$

$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$, trục nhỏ $2b = 4$

$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$F_1(-c, 0)$: $F_1(-\sqrt{5}, 0)$

Đường chuẩn ứng với $F_2(\sqrt{5}, 0)$ là $x = \frac{a^2}{c} = \frac{9}{\sqrt{5}}$.

Vậy chọn (d).

240. (E): $25x^2 + 36y^2 = 900 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$

$\Rightarrow$ $a = 6 \Rightarrow$ trục lớn $2a = 12$

$b = 5 \Rightarrow$ trục nhỏ $2b = 10$

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$

Tiêu điểm bên phải $F_2(\sqrt{11}, 0)$: (a) sai.

Hình chữ nhật cơ sở của (E) có diện tích $S = 2a.2b = 120$

Tiêu cự $2c = 2\sqrt{11} = \sqrt{44}$

Vậy chọn (a).

241. Trục lớn $2a = 16 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow a^2 = 64$

Tiêu cự $2c = 2\sqrt{15} \Rightarrow c = \sqrt{15} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 15$

$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 64 - 15 = 49$

(E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{49} = 1$. Vậy chọn (d).

242. Trục nhỏ $2b = 6 \Rightarrow b = 3$.

Phương trình chính tắc của (E) trong bài này có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$

Điểm $A(-2\sqrt{5}, 2) \in (E) \Leftrightarrow \frac{20}{a^2} + \frac{4}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{a^2} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow a^2 = 36$

$c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow c = 3\sqrt{3}$

$e = \frac{c}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy chọn (c).

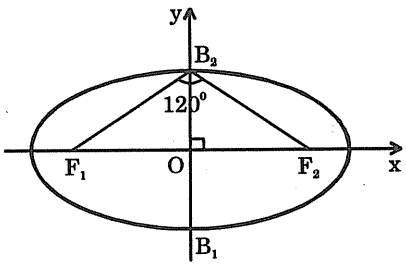
243. $2a = 8 \Rightarrow a = 4$

Phương trình (E) có dạng $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Điểm $B(-2, 2) \in (E) \Leftrightarrow \frac{4}{16} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow b^2 = \frac{16}{3}$.

Phương trình (E): $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{3y^2}{16} = 1$. Vậy chọn (d).

244. Xem hình bên: Theo giả thiết của bài toán thì $\widehat{F_1B_2F_2} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{F_1B_2O} = 60^\circ$



Nếu $OF_1 = c$ thì $OB_2 = b = c\cot 30^\circ = \dfrac{c}{\sqrt{3}}$

$$a^2 = b^2 + c^2 = \frac{c^2}{3} + c^2 = \frac{4c^2}{3}$$

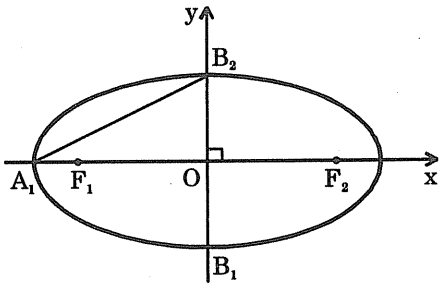
$\Rightarrow \dfrac{c^2}{a^2} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy chọn (c).

245. Theo giả thiết thì $2a = 3.(2b) \Leftrightarrow a = 3b$.

mà $c^2 = a^2 - b^2 = 9b^2 - b^2 = 8b^2 \Rightarrow c = 2b\sqrt{2}$.

$e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2b\sqrt{2}}{3b} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. Vậy chọn (d).

246. Xem hình vẽ bên:



Theo giả thiết của đề toán thì

$A_1B_2 = 1{,}5.(2c) = 3c$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 3c \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9c^2$

Kết hợp với $a^2 = b^2 + c^2$

$\Rightarrow 2a^2 = 10c^2 \Leftrightarrow a^2 = 5c^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{c^2}{a^2} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Vậy chọn (a).

247. Coi tiêu điểm trái $F_1(-c, 0)$ thì $F_1M = \sqrt{(8+c)^2 + 144}$

Để $F_1M = 20$ thì $\sqrt{(8+c)^2 + 144} = 20$

$\Leftrightarrow (8 + c)^2 + 144 = 400 \Leftrightarrow (8 + c)^2 = 256 = 16^2 \Leftrightarrow 8 = c = 16 \Leftrightarrow c = 8$

$b^2 = a^2 - c^2 = a^2 - 64$

Phương trình chính tắc của (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{a^2 - 64} = 1$

Điểm $M(8, 12) \in (E) \Leftrightarrow \dfrac{64}{a^2} + \dfrac{144}{a^2 - 64} = 1$

$\Leftrightarrow 64a^2 - 64^2 + 144a^2 = a^4 - 64a^2$

$\Leftrightarrow a^4 - 272a^2 + 4096 = 0.$

Giải ra $a^2 = 256 \Rightarrow a = 16$.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}.$$

Vậy chọn (c).

248. Giả thiết cho $2c = 4 \Rightarrow c = 2$.

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $\frac{2a^2}{c} = 5$ mà $c = 2 \Rightarrow a^2 = 5$

$b^2 = a^2 - c^2 = 5 - 4 = 1$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$. Vậy chọn (b).

249. Để cho $\frac{c}{a} = \frac{3}{4}$ và $\frac{a^2}{c} = \frac{16}{3}$ $\Rightarrow$ $c = \frac{3a}{4}$, $\frac{a^2}{\frac{3a}{4}} = \frac{16}{3}$

$$\Rightarrow \frac{4a}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 3 \end{cases}. \; b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 9 = 7$$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$. Vậy chọn (a).

250. $e = \frac{\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow c = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Khoảng cách giữa hai đỉnh liên tiếp $\sqrt{a^2 + b^2} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9$ (*)

Mà $b^2 = a^2 - c^2 = a^2 - \frac{a^2}{5} = \frac{4a^2}{5}$

Thay vào (*): $a^2 + \frac{4a^2}{5} = 9 \Leftrightarrow \frac{9a^2}{5} = 9 \Leftrightarrow a^2 = 5$, từ đây có $b^2 = 4$

Phương trình (E): $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. Vậy chọn (c).

251. Từ giả thiết $F_1M = \sqrt{(2+2)^2 + 3^2} = 5$

$$F_2M = \sqrt{(2-2)^2 + 3^2} = 3$$

$F_1M + F_2M = 8 = 2a \Rightarrow a = 4$

$c = 2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow b = 2\sqrt{3} \Rightarrow 2b = 4\sqrt{3}$.

Phương trình hai đường chuẩn $x = \pm\frac{a^2}{c} = \pm\frac{16}{2} = \pm 8 \Rightarrow$ (c) sai

(d) đúng do tính chất đối xứng của (E). Vậy chọn (c).

252. Phương trình (E): $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$

Theo công thức phương trình tiếp tuyến tại một điểm thuộc (E):

$$-\frac{3x}{36}+\frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}.y}{25}=1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-x}{12}+\frac{\sqrt{3}}{10}y-1=0$$

Hệ số góc của tiếp tuyến này $k=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{\sqrt{3}}{10}}=\frac{5}{6\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{18}$. Vậy chọn (d).

253. Phương trình (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}-1$. Tiếp tuyến tại $M\left(3,-\frac{8}{5}\right)$:

$$\frac{3x}{25}+-\frac{8y}{5.4}-1=0 \Leftrightarrow \frac{3x}{25}-\frac{8y}{20}-1=0$$

$$\Leftrightarrow 12x-40y-100=0 \Leftrightarrow 3x-10y-25=0$$

Vậy chọn (c).

254. Từ $x+2y-7=0 \Leftrightarrow x=7-2y$. Thế vào phương trình (E):

$$(7-2y)^2+4y^2-25=0 \Leftrightarrow \quad 8y^2-28y+24=0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2y^2-7y+6=0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} y_1=\frac{3}{2}\Rightarrow x_1=4 \\ y_2=2\Rightarrow x_2=3 \end{array}\right.$$

Hai giao điểm của (E) và (d) là $A\left(4,\frac{3}{2}\right)$; B(3, 2)

$$AB=\sqrt{(4-3)^2+\left(\frac{3}{2}-2\right)^2}=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy chọn (b).

255. $M(4, 3) \in (E)$: $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{18}=1$

Tiếp tuyến tại M có phương trình: $\frac{4x}{32}+\frac{3y}{18}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{8}+\frac{y}{6}=1$ (T)

$\Rightarrow$ (T) cắt O tại N(0, 6), cắt Ox tại P(8, 0)

$$S_{ONP}=\frac{1}{2}ON.OP=\frac{1}{2}.6.8=24 \text{ đơn vị diện tích.}$$

Vậy chọn (d).

256. (E) phải tìm có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

(E) tiếp xúc $\sqrt{3}x-y-4=0 \Leftrightarrow (\sqrt{3})^2.a^2+(-1)^2.b^2=16$

$\Leftrightarrow 3a^2+b^2=16$ (1)

(E) tiếp xúc $x-\sqrt{3}y+4\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow 1^2.a^2+(\sqrt{3})^2.b^2 \Leftrightarrow a^2+3b^2=32$ (2)

Hệ (1) và (2) cho $a^2=2$, $b^2=10$

Phương trình elip: $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{10}=1$. Vậy chọn (c).

Chủ đề 8 | HYPERBOL

257. (H) có nửa trục thực a = 4, nửa trục ảo b = 3. Phương trình hai tiệm cận là: $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\frac{3}{4}x$

hay: $3x-4y=0$ và $3x+4y=0$.

Vậy (c) là câu sai.

258. $c^2=a^2+b^2=25+16=41 \Rightarrow c=\sqrt{41}$

Nửa trục thực là a = 5. Tâm sai $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{41}}{5}$.

Vậy (b) là câu sai.

259. $\frac{c}{a}=\sqrt{3} \Rightarrow c=a\sqrt{3} \Rightarrow c^2=3a^2=a^2+b^2 \Rightarrow b^2=2a^2$.

Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{2a^2}=1$.

Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow \frac{25}{a^2}-\frac{(3\sqrt{2})^2}{2a^2}=1 \Leftrightarrow \frac{16}{a^2}=1$

$\Leftrightarrow a^2=16 \Rightarrow b^2=32$.

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{32}=1$. Vậy chọn (b).

260. $c=5 \Rightarrow a^2+b^2=25 \Rightarrow b^2=25-a^2$.

Hyperbol này có trục thực nằm trên Oy nên phương trình chính tắc có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{25-a^2}=-1$.

Điểm N ∈ (H) ⇔ $\dfrac{(-2)^2}{a^2} - \dfrac{\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2}{25 - a^2} = -1$

⇔ $100 - 4a^2 - \dfrac{45}{4}a^2 = -25a^2 + a^4$

⇔ $4a^4 - 39a^2 - 400 = 0$

⇒ $a^2 = 16$ (nghiệm âm loại) ⇒ $b^2 = 9$.

Phương trình (H): $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = -1$. Vậy chọn (c).

261. Vì A nhìn F_1F_2 dưới một góc 90° nên:

$$c = OA = \sqrt{\frac{9}{5} + \frac{16}{5}} = \sqrt{5} \quad \Rightarrow \quad c^2 = 5$$

$$a^2 + b^2 = 5 \quad \Rightarrow \quad b^2 = 5 - a^2.$$

Phương trình (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{5 - a^2} = 1$.

Điểm A ∈ (H) ⇔ $\dfrac{9}{5a^2} - \dfrac{16}{5(5 - a^2)} = 1$

⇔ $45 - 9a^2 - 16a^2 = 25a^2 - 5a^4$

⇔ $5a^4 - 50a^2 + 45 = 0$ ⇔ $a^4 - 10a^2 + 9 = 0$

⇔ $a^2 = 1$ hay $a^2 = 9$.

Chọn $a^2 = 1$ ⇒ $b^2 = 4$.

Phương trình (H): $\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{4} = 1$. Vậy chọn (a).

262. Phương trình (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

A ∈ (H) ⇔ $\dfrac{20}{a^2} - \dfrac{9}{4b^2} = 1$ (1)

B ∈ (H) ⇔ $\dfrac{32}{a^2} - \dfrac{9}{b^2} = 1$ (2)

Giải hệ (1) và (2) theo ẩn là $\dfrac{1}{a^2}$ và $\dfrac{1}{b^2}$ được: $\dfrac{1}{a^2} = \dfrac{1}{16}$, $\dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{9}$.

Phương trình (H) là: $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$.

Vậy chọn (a).

263. Từ giả thiết có thể viết: $\frac{a^2}{c} = \frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \quad a^2 = \frac{4c}{3}\ ;\ b^2 = c^2 - a^2 = c^2 - \frac{4c}{3}.$$

Phương trình (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{\frac{4c}{3}} - \dfrac{y^2}{c^2 - \frac{4c}{3}} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{3x^2}{4c} - \dfrac{3y^2}{3c^2 - 4c} = 1$

Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow \quad \dfrac{27}{4c} - \dfrac{75}{4c(36-4)} = 1$

$$\Leftrightarrow \quad 27(3c - 4) - 75 = 12c^2 - 16c$$

$$\Leftrightarrow \quad 12c^2 - 97c + 183 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c = 3 \text{ hay } c = \frac{61}{12}.$$

Chọn $c = 3$ do $c < 5$.

Phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$. Vậy chọn (b).

264. Điểm M thuộc nhánh trái của (H) do $x_M = -5$ nên:

$$F_1M = -\frac{c}{a}x_M - a = -\frac{c}{a}(-5) - a = \frac{9}{4} \qquad (1)$$

$$F_2M = -\frac{c}{a}x_M + a = -\frac{c}{a}(-5) + a = \frac{41}{4} \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \quad 2a = \frac{41-9}{4} = 8 \quad \Rightarrow \quad a = 4.$$

Thế vào (1): $-\frac{c}{4}(-5) - 4 = \frac{9}{4} \quad \Leftrightarrow \quad c = 5 \Rightarrow \quad b^2 = c^2 - a^2 = 9$

Phương trình của (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Vậy chọn (a).

265. $c = 3,\ \frac{a^2}{c} = 2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 6; \quad b^2 = c^2 - a^2 = 9 - 6 = 3.$

(H) có phương trình: $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$. Vậy chọn (b).

266. Đề cho: $c = 6, \quad \frac{c}{a} = 3 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{c}{3} = 2,$

$$b^2 = c^2 - a^2 = 36 - 4 = 32.$$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$. Vậy chọn (c).

267. Từ giả thiết có $\frac{b}{a} = 2 \quad \Rightarrow \quad b = 2a.$

Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4a^2} = 1$.

Điểm A ∈ (H) ⇔ $\frac{2}{a^2} - \frac{4}{4a^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = 1$

$\Rightarrow a^2 = 1, \ b^2 = 4.$

Phương trình (H): $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$. Vậy chọn (c).

268. $\frac{a^2}{c} = \frac{10}{3} \Rightarrow a^2 = \frac{10c}{3}$; $b^2 = c^2 - \frac{10c}{3}$.

Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{\frac{10c}{3}} - \frac{y^2}{c^2 - \frac{10c}{3}} = 1$.

Điểm A ∈ (H) ⇔ $\frac{36}{\frac{10c}{3}} - \frac{\frac{64}{5}}{c^2 - \frac{10c}{3}} = 1 \Leftrightarrow \frac{54}{5c} - \frac{192}{5c(3c-10)} = 1$

$\Leftrightarrow 162c - 540 - 192 = 15c^2 - 50c$

$\Leftrightarrow 15c^2 - 212c + 732 = 0 \Leftrightarrow c = 6$ hay $c = \frac{122}{15}$

Chọn $c = 6 \Rightarrow a^2 = 20, \quad b^2 = 16.$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$. Vậy chọn (c).

269. Các đường thẳng song song với đường thẳng $3x - 4y + 7 = 0$ có dạng $3x - 4y + C = 0$. Muốn là tiếp tuyến của (H) thì:

$$3^2.20 - (-4)^2.5 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = 100 \Leftrightarrow C = \pm 10$$

Có hai tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng cho trước:

$$3x - 4y + 10 = 0 \quad \text{và} \quad 3x - 4y - 10 = 0.$$

Vậy chọn (c).

270. Những đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{5}{2}$ là $5x - 2y + C = 0$.

Muốn trở thành tiếp tuyến của (H) thì:

$$5^2.\frac{4}{5} - (-2)^2.4 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm 2.$$

Các tiếp tuyến của (H) có hệ số góc bằng $\frac{5}{2}$ là:

$$5x - 2y + 2 = 0 \quad \text{và} \quad 5x - 2y - 2 = 0$$

Vậy chọn (b).

271. Đường thẳng song song với $3x + 5y - 1 = 0$ có dạng $3x + 5y + C = 0$.

Để là tiếp tuyến của (H) thì $3^2.4 - 5^2.5 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = -39$. Vô lý. Vậy không có tiếp tuyến nào của (H) song song với đường thẳng $3x + 5y - 1 = 0$.

Vậy (d) là câu đúng.

272. Những đường thẳng vuông góc với đường thẳng $2x + 3y - 4 = 0$ có dạng $3x - 2y + C = 0$.

Để là tiếp tuyến của (H) thì:

$$3^2.16 - (-2)^2.20 = C^2 \Leftrightarrow C^2 = 64 \Leftrightarrow C = \pm 8$$

Có hai tiếp tuyến thỏa điều kiện là:

$$3x - 2y - 8 = 0 \text{ và } 3x - 2y + 8 = 0$$

Vậy chọn (c).

273. Phương trình (H) viết lại là: $2x^2 - y^2 + 4 = 0$.

Nếu $T_1(x_1, y_1)$; $T_2(x_2, y_2)$ là hai tiếp điểm thì:

phương trình tiếp tuyến tại T_1 là: $2x_1x - y_1y + 4 = 0$

phương trình tiếp tuyến tại T_2 là: $2x_2x - y_2y + 4 = 0$.

Điểm A(–1, 1) đồng thời thuộc hai tiếp tuyến nên:

$$-2x_1 - y_1 + 4 = 0 \quad \text{và} \quad -2x_2 - y_2 + 4 = 0$$

$\Rightarrow$ Tọa độ T_1, T_2 đều thỏa phương trình:

$-2x - y + 4 = 0$ hay $2x + y - 4 = 0$: Đây là phương trình đường thẳng T_1T_2.

Khoảng cách từ A đến T_1T_2 là: $d = \dfrac{|2(-1) + 1 - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$

Vậy chọn (d).

274. Áp dụng công thức phân đôi: $\dfrac{2\sqrt{3}.x}{9} - \dfrac{-\dfrac{4}{\sqrt{3}}.y}{16} - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{3}.x}{9} + \frac{y}{4\sqrt{3}} - 1 = 0 \Leftrightarrow 24x + 9y - 36\sqrt{3} = 0$$

$\Leftrightarrow 8x + 3y - 12\sqrt{3} = 0$. Vậy chọn (c).

275. Dùng công thức phân đôi: $\dfrac{-5.x}{20} - \dfrac{2.y}{16} - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{4} - \frac{y}{8} - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 8 = 0.$$ Vậy chọn (d).

276. Áp dụng công thức phân đôi:

$$\frac{\sqrt{5}.x}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right).y - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{5}x + 2y - 4 = 0.$$ Vậy chọn (a).

277. Thấy ngay x = 1 là tiếp tuyến tại đỉnh $A_2(1, 0)$ của (H) ; A(1, 4) là một điểm thuộc đường thẳng x = 1, nên x = 1 là một tiếp tuyến xuất phát từ A.

Xem đường thẳng (d): $y = k(x - 1) + 4 \quad \Leftrightarrow \quad kx - y + 4 - k = 0.$

(d) tiếp xúc (H) khi: $k^2.1 - (-1)^2.4 = (4 - k)^2$

$$\Leftrightarrow \quad k^2 - 4 = 16 - 8k + k^2 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{5}{2}.$$

Tiếp tuyến thứ hai là: $\frac{5}{2}x - y + 4 - \frac{5}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5x - 2y + 3 = 0$

Vậy chọn (a).

278. Gọi (d) là đường thẳng $y = k(x - 4) + 1 \quad \Leftrightarrow \quad kx - y + 1 - 4k = 0.$

Để (d) tiếp xúc (H), cần và đủ là:

$$k^2.16 - (-1)^2.25 = -(1 - 4k)^2 \quad \Leftrightarrow \quad 16k^2 - 25 = -1 + 8k - 16k^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 32k^2 - 8k - 24 = 0 \Leftrightarrow \quad k = 1 \text{ hay } k = -\frac{3}{4}.$$

- k = 1 có tiếp tuyến $x - y - 3 = 0$;
- $k = -\frac{3}{4}$ có tiếp tuyến $3x + 4y - 16 = 0$.

Vậy chọn (b).

279. (d) có hệ số góc bằng –2. Những đường thẳng tạo với (d) góc 45° có hệ số góc k thỏa hệ thức:

$$\frac{k+2}{1-2k} = \pm 1 \quad \Leftrightarrow \quad k = -\frac{1}{3} \text{ hay } k = 3.$$

- Với $k = -\frac{1}{3}$, xét đường thẳng (Δ): $x + 3y + C = 0$. Nếu (Δ) tiếp xúc (H) thì: $1^2.9 - 3^2.17 = C^2$, phương trình này vô nghiệm.
- Với k = 3, xét đường thẳng (Δ'): $3x - y + C' = 0$. Nếu (Δ') tiếp xúc (H) thì: $3^2.9 - (-1)^2.17 = C'^2 \Leftrightarrow C'^2 = 64 \Leftrightarrow C' = \pm 8$. Có hai tiếp tuyến thỏa điều kiện là:

$$3x - y + 8 = 0 \quad \text{và} \quad 3x - y - 8 = 0$$

Vậy chọn (c).

280. Giả sử (H) có phương trình: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$M \in (H) \Leftrightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{9}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = \frac{9a^2}{16 - a^2}$

$3x - 2y + 6 = 0$ tiếp xúc (H) $\Leftrightarrow 3^2.a^2 - (-2)^2.b^2 = 6^2$

$\Leftrightarrow 9a^2 - 4b^2 = 36.$

Thế $b^2 = \frac{9a^2}{16 - a^2}$ vào: $9a^2 - 4.\frac{9a^2}{16 - a^2} = 36$

$\Leftrightarrow a^2 - \frac{4a^2}{16 - a^2} = 4 \Leftrightarrow 16a^2 - a^4 - 4a^2 = 64 - 4a^2$

$\Leftrightarrow a^4 - 16a^2 + 64 = 0 \Leftrightarrow (a^2 - 8)^2 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 8 \Rightarrow b^2 = \frac{9.8}{16 - 8} = 9$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$. Vậy chọn (b).

281. Thế $x = \frac{y + 10}{2}$ vào phương trình (H):

$x^2 - 4y^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{y + 10}{2}\right)^2 - 4y^2 - 20 = 0$

$\Leftrightarrow y^2 + 20y + 100 - 16y^2 - 80 = 0$

$\Leftrightarrow -15y^2 + 20y + 20 = 0 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y - 4 = 0$

$\Leftrightarrow y = 2$ hay $y = -\frac{2}{3}$; từ đó $x = 6$ hay $x = \frac{14}{3}$.

Tọa độ A(6, 2) ; $B\left(\frac{14}{3}, -\frac{2}{3}\right)$. Vậy chọn (a).

282. $c = \sqrt{16 + 9} = 5$, $\frac{c}{a} = \frac{5}{4}$.

$F_1M = \frac{5}{4}x_0 + 4$ (hoặc $-\frac{5}{4}x_0 - 4$)

$F_2M = \frac{5}{4}x_0 - 4$ (hoặc $-\frac{5}{4}x_0 + 4$).

$\Rightarrow F_1M.F_2M = \frac{25}{16}x_0^2 - 16.$

$OM^2 = x_0^2 + y_0^2 = x_0^2 + \frac{9x_0^2}{16} - 9 = \frac{25x_0^2}{16} - 9$

$$A = OM^2 - F_1M.F_2M = \frac{25x_0^2}{16} - 9 - \frac{25x_0^2}{16} + 16 = 7.$$

Vậy chọn (c).

283. $c^2 = 20 + 16 = 36 \quad \Rightarrow \quad c = 6 \quad \Rightarrow \quad F_1(-6, 0),\ F_2(6, 0).$

Nếu $M(x_0, y_0) \in (H)$ thì:

$$\frac{y_0^2}{16} = \frac{x_0^2}{20} - 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{y_0^2}{16^2} = \left(\frac{x_0^2}{20} - 1\right)\cdot\frac{1}{16} = \frac{x_0^2}{20.16} - \frac{1}{16} \qquad (1)$$

Phương trình tiếp tuyến tại M: $\frac{x_0x}{20} - \frac{y_0y}{16} = 1\,(T)$

F_1, F_2 ở cùng một phía đối với (T) nên tích số khoảng cách từ F_1 và F_2 đến (T) là số dương. Số dương này bằng:

$$\frac{\left|-\frac{6x_0}{20} - 1\right|\cdot\left|\frac{6x_0}{20} - 1\right|}{\frac{x_0^2}{20^2} + \frac{y_0^2}{16^2}} = \frac{\left(\frac{36x_0^2}{20^2} - 1\right)}{\frac{x_0^2}{20^2} + \frac{x_0^2}{20.16} - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{36x_0^2 - 20^2}{20^2}}{\frac{36x_0^2 - 20^2}{20^2.16}} = 16$$

Vậy chọn (b).

284. Giả sử $(\Delta\varphi)$ luôn tiếp xúc với hyperbol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo điều kiện tiếp xúc của đường thẳng và hyperbol thì:

$$\cos^2\varphi.a^2 - \sin^2\varphi.b^2 = 4\cos2\varphi + 1 = 4\cos^2\varphi - 4\sin^2\varphi + \sin^2\varphi + \cos^2\varphi$$

$\Leftrightarrow\ (a^2 - 5).\cos^2\varphi - (b^2 - 3).\sin^2\varphi = 0\ \ \forall\varphi$

Hệ thức này thỏa $\forall\varphi$ khi và chỉ khi $a^2 = 5$ và $b^2 = 3$.

$\Rightarrow$ $(\Delta\varphi)$ luôn tiếp xúc với hyperbol: $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Vậy chọn (c).

285. Xét điểm $M\left(m, \sqrt{m^2 + 9}\right)$.

Miền chứa gốc O là miền mà $4x - 5y - 32 < 0$ nên khoảng cách từ M đến đường thẳng bằng:

$$d(m) = \frac{-\left(4m - 5\sqrt{m^2 + 9} - 32\right)}{\sqrt{4^2 + (-5)^2}} = \frac{5\sqrt{m^2 + 9} - 4m + 32}{\sqrt{41}}.$$

Khoảng cách này ngắn nhất khi $5\sqrt{m^2 + 9} - 4m + 32$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(m) = 5\sqrt{m^2+9} - 4m + 32$.

$$f'(m) = \frac{5m}{\sqrt{m^2+9}} - 4 = \frac{5m - 4\sqrt{m^2+9}}{\sqrt{m^2+9}}$$

Bảng biến thiên của hàm số f(m):

m	$-\infty$		0		4		$+\infty$
f'(m)			$-$		0	$+$	
f(m)	$+\infty$	↘	$+\infty$	↘	$\sqrt{41}$	↗	

Từ bảng biến thiên, kết luận điểm M(4, 5) là điểm có khoảng cách đến đường thẳng $4x - 5y - 32 = 0$ ngắn nhất.

Vậy chọn (a).

286. $M(x_0, y_0) \in (H) \Leftrightarrow y_0^2 = \frac{b^2}{a^2}(x_0^2 - a^2)$

Phương trình tiếp tuyến (T) của (H) tại M: $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

(T) cắt tiệm cận $y = \frac{b}{a}x$ tại $A\left(\frac{a^2b}{bx_0 - ay_0}, \frac{ab^2}{bx_0 - ay_0}\right)$

(T) cắt tiệm cận $y = -\frac{b}{a}x$ tại $B\left(\frac{a^2b}{bx_0 + ay_0}, \frac{-ab^2}{bx_0 + ay_0}\right)$

$$\overrightarrow{OA} = \left(\frac{a^2b}{bx_0 - ay_0}, \frac{ab^2}{bx_0 - ay_0}\right); \quad \overrightarrow{OB} = \left(\frac{a^2b}{bx_0 + ay_0}, \frac{-ab^2}{bx_0 + ay_0}\right)$$

Diện tích tam giác OAB $= \frac{1}{2}\left|\frac{-a^3b^3}{b^2x_0^2 - a^2y_0^2} - \frac{a^3b^3}{b^2x_0^2 - a^2y_0^2}\right| = \frac{1}{2}\cdot\frac{2a^3b^3}{a^2b^2} = ab$.

Vậy chọn (c).

287. Từ $x^2 - \frac{y^2}{4} = -1 \Leftrightarrow y = \pm 2\sqrt{x^2+1}$.

Xét trên nhánh $y = 2\sqrt{x^2+1}$; $y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Để tiếp tuyến tạo với trục hoành góc 60° thì $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \quad 2x = \sqrt{3}\sqrt{x^2+1} \quad \Leftrightarrow \quad x > 0 \quad$ và $\quad x^2 = 3$

$\Leftrightarrow \quad x = \sqrt{3} \Rightarrow \quad y = 4.$

Vậy trên nhánh $y = 2\sqrt{x^2+1}$ có điểm $M(\sqrt{3}, 4)$ mà tiếp tuyến tại M tạo với trục hoành góc 60°.

Do tính chất đối xứng qua gốc và qua trục đối xứng, các điểm phải tìm là $(\sqrt{3}, -4)$, $(-\sqrt{3}, 4)$, $(-\sqrt{3}, -4)$.

Vậy chọn (a).

288. Một tiệm cận của (H) là $y = \frac{3}{4}x$ có hệ số góc bằng 0,75. Không có tiếp tuyến nào của (H) có hệ số góc bằng 0,75.

Vậy chọn (d).

289. $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$: trục thực bằng 4

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$: trục ảo bằng 6.

$c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$. Tâm sai $e = \frac{\sqrt{13}}{2}$: (c) sai

Hai tiệm cận $y = \pm\frac{3}{2}x$

Vậy chọn (c).

290. $4x^2 - y^2 = 16 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

$a^2 = 4 \quad \Rightarrow a = 2$

$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow$ trục ảo $2b = 8$

$c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

Tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5}, 1)$, $F_2(2\sqrt{5}, 0)$

Đường chuẩn $x = \pm\frac{4}{2\sqrt{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

Đường chuẩn sai. Vậy chọn (d).

291. $4x^2 - 5y^2 = 20 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{4} = 1$

$a^2 = 5 \Rightarrow \quad a = \sqrt{5} \Rightarrow$ trục thực $2a = 2\sqrt{5}$.

$c^2 = a^2 + b^2 = 5 + 4 = 9 \Rightarrow c = 3.$

Tiêu điểm $F_1(-3, 0)$; $F_2(3, 0)$

Tiệm cận $y = \pm\dfrac{2}{\sqrt{5}}x$: Tiệm cận sai

Đỉnh $A_1(-\sqrt{5}, 0)$; $A_2(\sqrt{5}, 0)$

Vậy chọn (c).

292. $64x^2 - 169y^2 = 10816 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{x^2}{169} - \dfrac{y^2}{64} = 1$

$a^2 = 169 \Rightarrow \quad a = 13$

$b^2 = 64 \quad \Rightarrow \quad b = 8$

$c^2 = a^2 + b^2 = 169 + 64 = 233 \Rightarrow c = \sqrt{233}$

Tiệm cận $y = \pm\dfrac{8}{13}x \quad \Leftrightarrow \quad 8x \pm 13y = 0$

Hình chữ nhật cơ sở của (H) có độ dài đường chéo bằng tiêu cự

$\Rightarrow$ bán kính của đường tròn đi qua 4 đỉnh của hình chữ nhật cơ sở có độ dài bằng nửa tiêu cự $c = \sqrt{233}$

Vậy chọn (d).

293. $2b = 8 \Rightarrow b = 4, \; 2c = 10 \Rightarrow c = 5$

$a^2 = c^2 - b^2 = 25 - 16 = 9$

Phương trình chính tắc của (H): $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$. Vậy chọn (b).

294. Tiêu cự $2c = 20 \quad \Rightarrow \quad c = 10.$

Từ $4x \pm 3y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = \pm\dfrac{4}{3}x$

$\Rightarrow \quad \dfrac{b}{c} = \dfrac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad b = \dfrac{4a}{3}$

$a^2 + b^2 = c^2 \quad \Leftrightarrow \quad a^2 + \dfrac{16a^2}{9} = 10^2$

$\Rightarrow \; 25a^2 = 9.100 \Leftrightarrow a^2 = 36 \Rightarrow \quad a = 6 \quad \Rightarrow \quad b = \dfrac{4.6}{3} = 8$

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của (H): $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$. Vậy chọn (d).

295. Từ $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{25}{9} \Rightarrow c^2 = \frac{25a^2}{9}$

$b^2 = c^2 - a^2 = \frac{25a^2}{9} - a^2 = \frac{16a^2}{9}$

Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\frac{16a^2}{9}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{9y^2}{16a^2} = 1$

$M\left(5, -\frac{16}{3}\right) \in (H) \Leftrightarrow \frac{25}{a^2} - \frac{9.\frac{16^2}{9}}{16a^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{25}{a^2} - \frac{16}{a^2} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 16$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Vậy chọn (b).

296. Từ $e = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{5} \Leftrightarrow c^2 = 5a^2$

$b^2 = c^2 - a^2 = 5a^2 - a^2 = 4a^2$

Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4a^2} = 1$

$M(\sqrt{10}, -6) \in (H) \Leftrightarrow \frac{10}{a^2} - \frac{36}{4a^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{10}{a^2} - \frac{9}{a^2} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Rightarrow b^2 = 4$

Phương trình (H): $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$. Vậy chọn (d).

297. Từ giả thiết có $c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow b^2 = 5 - a^2$

Phương trình (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{5 - a^2} = 1$

Điểm $A(-2\sqrt{5}, -2) \in (H) \Leftrightarrow \frac{20}{a^2} - \frac{4}{5 - a^2} = 1$

$\Leftrightarrow 100 - 20a^2 - 4a^2 = 5a^2 - a^4$

$\Leftrightarrow a^4 - 29a^2 + 100 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 4$ hoặc $a^2 = 25$

Chọn $a^2 = 4$ (do $a^2 < 5$) $\Rightarrow b^2 = 1$

$\Rightarrow$ Phương trình (H): $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Vậy chọn (a).

298. (E) có phương trình $\frac{x^2}{75} + \frac{y^2}{50} = 1 \Rightarrow c^2 = 75 - 50 = 25 \Rightarrow c = 5$

Giả thiết của đề toán cho biết (H) cũng có $c = 5$ $\Rightarrow c^2 = 25 = a^2 + b^2$

$\Rightarrow b^2 = 25 - a^2$ $(a^2 < 25)$

Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{25 - a^2} = 1$

Điểm $A(4\sqrt{2}, -3) \in (H) \Leftrightarrow \frac{32}{a^2} - \frac{9}{25 - a^2} = 1$

$\Leftrightarrow 800 - 32a^2 - 9a^2 = 25a^2 - a^4$

$\Leftrightarrow a^4 - 66a^2 + 800 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 16$ hay $a^2 = 50$ (loại do $a^2 < 25$)

$a^2 = 16 \Rightarrow b^2 = 9$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Vậy chọn (c).

299. Phương trình (H) viết lại là $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$

$\Rightarrow C_H^2 = C_E^2 = 8 + 8 = 16$

Mà $C_E^2 = a^2 - b^2$. Do đó $a^2 + b^2 = 16$ là hệ thức sai. Còn lại (a), (c), (d) đều đúng. Vậy chọn (b).

300. Do $x_M = -5$ nên M thuộc nhánh bên trái của (H), vì thế:

$$F_1M = -\frac{c}{a}(-5) - a = \frac{9}{4} \quad (1)$$

$$F_2M = -\frac{c}{a}(-5) + a = \frac{41}{4} \quad (2)$$

Trừ từng vế (2) cho (1) có $2a = \frac{32}{4} = 8 \Rightarrow a = 4$

$\Rightarrow \frac{5c}{a} = \frac{41}{4} - a = \frac{41}{4} - 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow \frac{5c}{4} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow c = 5$

$b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 16 = 9$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Vậy chọn (a).

301. Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Gọi $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$, $M(4, -3)$

$\overrightarrow{F_1M} = (4 + c, -3)$; $\overrightarrow{F_2M} = (4 - c, -3)$

Điểm M nhìn F_1F_2 dưới góc 90° $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{F_1M}.\overrightarrow{F_2M} = 0$

$\Leftrightarrow$ $(4 + c)(4 + c) + 9 = 0$ $\Leftrightarrow$ $16 - c^2 + 9 = 0$ $\Leftrightarrow$ $c^2 = 25$ $\Rightarrow$ $c = 5$

$\Rightarrow$ $F_1(-5, 0)$; $F_2(5, 0)$

$$F_1M = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{10}$$

$$F_2M = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

$M \in (H)$ $\Leftrightarrow$ $|F_1M - F_2M| = 2a$ $\Leftrightarrow$ $3\sqrt{10} - \sqrt{10}| = 2a$

$\Leftrightarrow$ $2\sqrt{10} = 2a$ $\Leftrightarrow$ $a = \sqrt{10}$

$b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 10 = 15$

Phương trình (H): $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{15} = 1$. Vậy chọn (b).

302. $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$ $\Leftrightarrow$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Vì có chung tiêu điểm với (H) nên elip (E) có $c = \sqrt{16 + 9} = 5$

Trong elip thì $c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow 25 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 - 25$

Một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở của (H) có tọa độ M(4, 3). Điểm này thuộc (E).

Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 25} = 1$

$M(4, 3) \in (E)$ $\Leftrightarrow$ $\frac{16}{a^2} + \frac{9}{a^2 - 25} = 1$

$\Leftrightarrow 16a^2 - 400 + 9a^2 = a^4 - 25a^2$

$\Leftrightarrow a^4 - 50a^2 + 400 = 0$ $\Leftrightarrow$ $a^2 = 40$ hay $a^2 = 10$

Chọn $a^2 = 40$ (vì $a^2 - 25 > 0$) $\Rightarrow b^2 = 15$

Tâm sai của (E): $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{2\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{20} = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

Vậy chọn (a).

303. Xét đường thẳng (d): $y = k(x - 5) + 1$

Phương trình (H) có thể viết $4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (H):

$$4x^2 - 9[k(x - 5) + 1]^2 - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4 - 9k^2)x^2 - 18k(1 - 5k)x - 9(1 - 5k^2) - 36 = 0 \quad \left(k \neq \pm\frac{2}{3}\right)$$

Phương trình này có hai nghiệm $x_A \neq x_B$ và $x_A + x_B = \dfrac{18k(1-5k)}{4-9k^2}$

Để AB có trung điểm là M(5, 1) thì:

$$\frac{18k(1-5k)}{4-9k^2} = 10 \quad \Leftrightarrow \quad 9k = 20 \Leftrightarrow k = \frac{20}{9}$$

Với $k = \dfrac{20}{9}$ thì phương trình (d) là: $y = \dfrac{20}{9}(x-5)+1$

$$\Leftrightarrow \quad 20x - 9y - 91 = 0.$$ Vậy chọn (b).

304. Chỉ có $M_1(-2, 1)$ và $M_2(2, -1)$ là nằm trên (H):

$(-2)^2 - 3.1^2 = 1$; $\quad 2^2 - 3.(-1)^2 = 1$

Tiếp tuyến tại M_1: $-2x - 3.1.y = 1 \Leftrightarrow \quad 2x + 3y + 1 = 0$

Tiếp tuyến tại M_2: $2.x - 3(-1).y = 1 \Leftrightarrow \quad 2x + 3y - 1 = 0$

Vậy chọn (b).

305. Gọi (Δ) là một tiếp tuyến của (H) song song với (d). Tiếp điểm của (Δ) và (H) sẽ là điểm mà khoảng cách đến (d) là ngắn nhất.

(H): $y = \sqrt{x^2 - 9}$ với $x \geq 3$ là một nửa nhánh bên phải của hyperbol $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{9} = 1$, phần nằm phía trên trục hoành (*)

Phương trình (Δ) có dạng $5x - 4y + C = 0$ vì tiếp xúc (H) nên:

$$5^2.9 - (-4)^2.9 = C^2 \Leftrightarrow \quad C^2 = 81 \Leftrightarrow \quad C = \pm 9$$

Do (*) nên chọn $C = -9$

Phương trình (Δ): $5x - 4y - 9 = 0 \Rightarrow y = \dfrac{5x-9}{4}$ thế vào phương trình

(H): $x^2 - \left(\dfrac{5x-9}{4}\right)^2 = 9 \quad \Leftrightarrow x^2 - \dfrac{25x^2 - 90x + 81}{16} - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 9(x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow \quad x = 5 \Rightarrow y = 4$$

Điểm cần tìm là M(5, 4). Vậy chọn (a).

306. Phương trình (H): $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$

$a^2 = 20, b^2 = 16 \Rightarrow \quad c^2 = 36 \Rightarrow c = 6 \Rightarrow \quad F_1(-6, 0), F_2(6, 0)$

Gọi $M(x_0, y_0) \in (H) \Leftrightarrow \frac{y_0^2}{16} = \frac{x_0^2}{20} - 1 \Rightarrow \frac{y_0^2}{16^2} = \left(\frac{x_0^2}{20} - 1\right).\frac{1}{16}$ (*)

Phương trình tiếp tuyến của (H) tại M: $\frac{x_0x}{20} - \frac{y_0y}{16} - 1 = 0$ (T)

- Khoảng cách từ $F_1(-6, 0)$ đến (T): $|t_1| = \dfrac{\left|-\frac{60x_0}{20} - 1\right|}{\sqrt{\frac{x_0^2}{20^2} + \frac{y_0^2}{16^2}}}$

- Khoảng cách từ $F_2(6, 0)$ đến (T): $|t_2| = \dfrac{\left|\frac{60x_0}{20} - 1\right|}{\sqrt{\frac{x_0^2}{20^2} + \frac{y_0^2}{16^2}}}$

$$|t_1|.|t_2| = \frac{\left|\frac{36x_0^2}{20^2} - 1\right|}{\frac{x_0^2}{20^2} + \frac{y_0^2}{16^2}} = \frac{\frac{36x_0^2 - 20^2}{20^2}}{\frac{x_0^2}{20^2} + \frac{x_0^2}{20.16} - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{36x_0^2 - 20^2}{20^2}}{\frac{36x_0^2 - 20^2}{20^2.16}} = 16$$

(vì $x_0^2 \geq 20$ nên $36x_0^2 > 20^2$ và $36x_0^2 - 20^2| = 36x_0^2 - 20^2$).

Vậy chọn (b).

Chủ đề 9 | PARABOL

307. Tâm sai của mọi parabol đều bằng 1.

Vậy chọn (c).

308. Phương trình (P) viết lại: $x^2 = -5y \Rightarrow y \leq 0$.

Vậy M(–5, 5) không thuộc (P).

(c) là câu sai.

309. Tham số tiêu của một parabol là khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn. Như vậy, $p = \frac{|3.2 + 4.1 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$. Vậy chọn (b).

310. $y = x^2 - 4x + 5 \quad \Leftrightarrow \quad y - 1 = (x - 2)^2$.

Dùng phép đổi trục, đặt: $x - 2 = X$, $y - 1 = Y$,

Có parabol $X^2 = Y \Rightarrow \quad p = \frac{1}{2}$; $F\left(0, \frac{1}{4}\right)$, đường chuẩn $Y = -\frac{1}{4}$.

Đưa về hệ Oxy: $F\left(2, \frac{5}{4}\right)$; đường chuẩn $y = \frac{3}{4}$.

Câu sai là (c).

311. $x^2 - 2x - 2y = 0 \Leftrightarrow \quad (x - 1)^2 = 2\left(y + \frac{1}{2}\right)$

Đổi trục: $\begin{cases} x - 1 = X \\ y + \frac{1}{2} = Y \end{cases}$

Trong hệ trục mới, (P) có phương trình $X^2 = 2Y \Rightarrow$ tham số tiêu $p = 1$.

Cũng trong hệ trục mới, tiêu điểm $F\left(0, \frac{1}{2}\right)$ đưa về hệ Oxy: $F(1, 0)$.

Trong hệ mới, đường chuẩn có phương trình:

$$Y + \frac{1}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y + 1 = 0$$

(a), (b), (c) đều đúng. Vậy (d) sai.

312. $x^2 - 6x + 2y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 6x + 9 = -2y + 9$

$$\Leftrightarrow \quad (x - 3)^2 = -2\left(y - \frac{9}{2}\right)$$

Đặt: $x - 3 = X$, $y - \frac{9}{2} = Y$ được $X^2 = -2Y$.

Đây là một parabol có $-2p = -2 \quad \Leftrightarrow \quad p = 1$, đường chuẩn $Y - \frac{1}{2} = 0$.

Đưa về hệ Oxy: $y - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \quad y - 5 = 0$. Vậy chọn (a).

313. S và F đều ở trên đường thẳng $y = 2$.

Khoảng cách $SF = \frac{p}{2} = 4 \quad \Rightarrow \quad p = 8$.

Dùng phép đổi trục: $x = -3 + X$, $y = 2 + Y$.

Trong hệ trục mới, parabol có phương trình: $Y^2 = 16X$

Ở hệ Oxy, (P) có phương trình: $(y - 2)^2 = 16(x + 3)$. Vậy chọn (d).

314. Gọi $M(x, y) \in (P) \Leftrightarrow FM = HM$ trong đó HM là khoảng cách từ M đến đường chuẩn.

$$FM = HM\ ;\quad HM = |y - 2|\ ;\ FM = \sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow\ FM^2 = HM^2 \quad \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = (y-2)^2$$

$$\Leftrightarrow\ (x-2)^2 = -8y.$$

Vậy chọn (c).

315. Xét phép đổi trục $\begin{cases} x = 2 + X \\ y = -1 + Y \end{cases}$.

Ở hệ trục mới, gốc O có tọa độ O(–2, 1). Trong hệ trục này, parabol (P) có phương trình $Y^2 = -2pX$.

Qua O(–2, 1) $\Leftrightarrow\ 1^2 = -2p(-2) \Leftrightarrow\ p = \dfrac{1}{4}$.

Vậy chọn (d).

316. Xét phép đổi trục $\begin{cases} x = 4 + X \\ y = -2 + Y \end{cases}$. Trong hệ trục này gốc O có tọa độ O(–4, 2) và parabol có phương trình dạng $X^2 = 2pY$.

Qua O nên $(-4)^2 = 2p.(2) \Leftrightarrow\ p = 4$.

Vậy chọn (b).

317. Dùng định nghĩa của parabol: (P) là tập hợp những điểm M(x, y) sao cho FM = HM, trong đó HM là khoảng cách từ M đến đường chuẩn. Từ đó có:

$$FM^2 = HM^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x-2)^2 + (y-4)^2 = y^2$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-2)^2 = 8(y-2).$$

Vậy chọn (c).

318. Xét phép đổi trục mà gốc tọa độ mới là S(3, 2): $\begin{cases} x = 3 + X \\ y = 2 + Y \end{cases}$.

Trong hệ tọa độ mới, parabol có tham số tiêu được tính bởi $\dfrac{p}{2} = 3$

$\Leftrightarrow\ p = 6$ và phương trình có dạng $Y^2 = 2.6X$, ở hệ Oxy, phương trình là: $(y-2)^2 = 12(x-3)$.

Vậy chọn (a).

319. Theo định nghĩa của parabol, nếu $M(x, y) \in (P)$ thì $FM = HM$ (HM là khoảng cách từ M đến đường chuẩn).

Từ đó : $FM^2 = HM^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 = \dfrac{(3x - 2y + 5)^2}{3^2 + (-2)^2}$

$\Leftrightarrow \quad 13x^2 + 13y^2 = 9x^2 + 4y^2 + 25 - 12xy + 30x - 20y$

$\Leftrightarrow \quad 4x^2 + 9y^2 + 12xy - 30x + 20y - 25 = 0.$

Vậy chọn (b).

320. Gọi S(1, s) là đỉnh của parabol và xét phép đổi trục $\begin{cases} x = 1 + X \\ y = s + Y \end{cases}$

Trong hệ trục mới, các điểm A, B có tọa độ $A(1, -s - 3)$; $B(4, 3 - s)$ và phương trình (P) có dạng $Y^2 = 2pX$.

$A \in (P) \Leftrightarrow \quad (-s - 3)^2 = 2p \qquad (1)$

$B \in (P) \Leftrightarrow \quad (3 - s)^2 = 8p \qquad (2)$

Từ (1) và (2) $\quad \Rightarrow \quad (3 - s)^2 = 4(s + 3)^2$

$\Leftrightarrow \quad 9 - 6s + s^2 = 4s^2 + 24s + 36$

$\Leftrightarrow \quad 3s^2 + 30s + 27 = 0$

$\Leftrightarrow \quad s = -1$ hay $s = -9$.

- $s = -1$ thì $p = 2$, được parabol $Y^2 = 4X$, ở hệ Oxy: $(y + 1)^2 = 4(x - 1)$.
- $s = -9$ thì $p = 18$, được parabol $Y^2 = 36X$, ở hệ Oxy: $(y + 9)^2 = 36(x - 1)$.

Vậy chọn (b).

321. Thế $y = \dfrac{x^2}{6}$ vào $x - 6.\dfrac{x^2}{6} + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$ hay $x = 2$

$\Rightarrow \quad y = \dfrac{1}{6}$ hay $y = \dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow \quad A\left(-1, \dfrac{1}{6}\right), \ B\left(2, \dfrac{2}{3}\right).$

Vậy chọn (c).

322. Thế $4x = \dfrac{y^2}{2}$ vào phương trình đường thẳng $\dfrac{y^2}{2} - 3y + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \quad y^2 - 6y + 8 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = 2$ hay $y = 4$

$y = 2$ thì $x = \frac{1}{2}$, $y = 4$ thì $x = 2$.

Vậy hai giao điểm là: $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$; $B(2, 4)$. Vậy chọn (a).

323. Thế $x = \frac{y^2}{-4}$ vào phương trình đường tròn (C):

$$\frac{y^4}{16} + y^2 + \frac{5y^2}{-4} + 2y - 4 = 0$$

$\Leftrightarrow$ $y^4 + 16y^2 - 20y^2 + 32y - 64 = 0$

$\Leftrightarrow$ $y^4 - 4y^2 + 32y - 64 = 0$ $\Leftrightarrow$ $y^2(y^2 - 4) + 32(y - 2) = 0$

$\Leftrightarrow$ $(y - 2)(y^3 + 2y^2 + 32) = 0$

$\Leftrightarrow$ $(y - 2)(y + 4)(y^2 - 2y + 8) = 0$

$\Leftrightarrow$ $y = 2$ hay $y = -4$.

$y = 2$ thì $x = -1$; $y = -4$ thì $x = -4$.

(C) cắt (P) tại $A(-1, 2)$ và $B(-4, -4)$. Vậy chọn (c).

324. (a), (b), (d) đều đúng.

(c) là câu sai vì dây cung này bằng 16 đơn vị chiều dài.

Vậy chọn (c).

325. Coi phương trình (dm) như là một tam thức bậc hai của tham số m:

$$m^2 - 2my + 4x = 0$$

Tam thức này có $\Delta' = y^2 - 4x$.

Khi $\Delta' = 0$ $\Leftrightarrow$ $y^2 - 4x = 0$ thì phương trình (dm) luôn có nghiệm kép $y = m$ $\Leftrightarrow$ (dm) luôn tiếp xúc với parabol $y^2 = 4x$.

Vậy chọn (a).

326. (d) có phương trình: $y = k(x - 2)$ $\Leftrightarrow$ $kx - y - 2k = 0$

Thế $x = \frac{y^2}{8}$ vào, được: $k\frac{y^2}{8} - y - 2k = 0$.

Phương trình này luôn có 2 nghiệm y_1, y_2 và $y_1.y_2 = -16$. Khoảng cách từ M_1 đến Ox bằng $|y_1|$. Khoảng cách từ M_2 đến trục Ox bằng $|y_2|$.

$$|y_1.y_2| = 16.$$

Vậy chọn (c).

327. Phương trình (d): $kx - y - 3k = 0$.

Thế $x = \frac{y^2}{12}$ vào phương trình này, được:

$$k\frac{y^2}{12} - y - 3k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad ky^2 - 12y - 36k = 0.$$

Nếu $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ thì: $x_1 = \frac{y_1^2}{12}$, $x_2 = \frac{y_2^2}{12}$; y_1, y_2 là hai nghiệm của phương trình $ky^2 - 12y - 36k = 0$ nên:

$$y_1 + y_2 = \frac{12}{k};\ y_1.y_2 = -36\ ;\ y_2 - y_1 = \frac{12\sqrt{1+k^2}}{k} \quad \text{(qui ước } y_2 > y_1\text{)}.$$

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{12} = \frac{(y_2 + y_1)(y_2 - y_1)}{12} = \frac{12}{k}\cdot\frac{12\sqrt{k^2+1}}{k}\cdot\frac{1}{12} = \frac{12\sqrt{k^2+1}}{k^2}$$

$$\Rightarrow M_1M_2 = \sqrt{\frac{12^2.(k^2+1)}{k^4} + \frac{12^2.(1+k^2)}{k^2}} = \sqrt{\frac{12^2.(1+k^2)}{k^2}\cdot\left(\frac{1}{k^2}+1\right)} = \frac{12(1+k^2)}{k^2}.$$

Vậy chọn (a).

328. Áp dụng công thức phân đôi:

$$-4.y = 2(x + 4) \quad \Leftrightarrow \quad -2y = x + 4 \quad \Leftrightarrow \quad x + 2y + 4 = 0.$$

Vậy chọn (c).

329. Áp dụng công thức phân đôi:

$$-6.x = 3(y + 6) \quad \Leftrightarrow \quad -2x = y + 6 \quad \Leftrightarrow \quad 2x + y + 6 = 0.$$

Vậy chọn (c).

330. Đường thẳng song song với $x + 3y + 1 = 0$ có dạng $x + 3y + C = 0$.

Tiếp xúc (P) nên $B^2p = 2AC \Leftrightarrow 3^2.4 = 2.1.C \Leftrightarrow C = 18$.

Tiếp tuyến phải tìm: $x + 3y + 18 = 0$.

Vậy chọn (b).

331. (P) có $p = 6$.

Đường thẳng vuông góc với đường thẳng $5x + 3y + 2 = 0$ có dạng

$$3x - 5y + C = 0.$$

Tiếp xúc (P) nên $(-5)^2.6 = 2.3.C \Leftrightarrow C = 25$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm: $3x - 5y + 25 = 0$.

Vậy chọn (c).

332. Đường thẳng song song với (d) có dạng $2x + 3y + C = 0$. Muốn tiếp xúc với (P), dùng điều kiện $A^2p = 2BC$ được: $2^2.3 = 2.3.C \Leftrightarrow C = 2$.

Tiếp tuyến phải tìm là: $2x + 3y + 2 = 0$. Vậy chọn (c).

333. Phương trình (P) viết lại: $x^2 = -\frac{5}{2}y \Rightarrow p = \frac{5}{4}$.

Đường thẳng vuông góc với (d) phương trình có dạng $2x - 5y + C = 0$

Dùng điều kiện tiếp xúc $-A^2p = 2BC$ được:

$$-2^2.\frac{5}{4} = 2.(-5).C \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}.$$

Tiếp tuyến phải tìm là: $2x - 5y + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 4x - 10y + 1 = 0$

Vậy chọn (a).

334. Đổi trục: $\begin{cases} x + 2 = X \\ y = Y \end{cases}$. Trong hệ trục mới, phương trình (P): $X^2 = -6Y$ với $p = 3$. Cũng trong hệ trục mới, đường thẳng phải tìm có dạng

$$2X - 3Y + C = 0$$

Do tiếp xúc (P) nên $-2^2.3 = 2(-3).C \Leftrightarrow C = 2$.

Vậy được $2X - 3Y + 2 = 0$ đưa về hệ Oxy được:

$$2(x + 2) - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 6 = 0$$

Vậy chọn (b).

335. Những đường thẳng có hệ số góc $k = 2$ có dạng $2x - y + C = 0$. Muốn là tiếp tuyến của parabol $x^2 + 4y = 0$ $(p = 2)$ thì:

$$-2^2.2 = 2.(-1).C \Leftrightarrow C = 4.$$

Và $2x - y + 4 = 0$ là tiếp tuyến cần tìm. Vậy chọn (b).

336. Parabol $x^2 = 36y$ có $p = 18$. Đường thẳng xuất phát từ A(9, 2) có phương trình $kx - y + 2 - 9k = 0$.

Muốn là tiếp tuyến của (P) thì:

$$k^2.18 = 2(-1).(2 - 9k) \Leftrightarrow 9k^2 - 9k + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{3} \text{ hay } k = \frac{2}{3}.$$

Với $k = \frac{1}{3}$ có tiếp tuyến $\frac{x}{3} - y + 2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 3 = 0$

Với $k = \frac{2}{3}$ có tiếp tuyến $\frac{2x}{3} - y + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 12 = 0$

Vậy chọn (a).

337. Phương trình (P) có thể viết: $(y + 1)^2 = 2(x - 3)$.

Dùng phép đổi trục $\begin{cases} x - 3 = X \\ y + 1 = Y \end{cases}$. Trong hệ trục mới, phương trình (P) là $Y^2 = 2X$ $(p = 1)$, điểm $M(6, -4)$.

Gọi (d) là đường thẳng qua M và có hệ số góc k:

$$(d): Y = k(X - 6) - 4 \quad \Leftrightarrow \quad kX - Y - (6k + 4) = 0.$$

Để (d) tiếp xúc (P) thì:

$$(-1)^2.1 = 2k(-6k - 4). \text{ (Dùng điều kiện } B^2p = 2AC)$$

$$\Leftrightarrow \quad 12k^2 + 8k + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k = -\frac{1}{6} \text{ hay } k = -\frac{1}{2}.$$

- Với $k = -\frac{1}{6}$ có đường thẳng $-\frac{1}{6}X - Y - (-1 + 4) = 0$

$$\Leftrightarrow \quad X + 6Y + 18 = 0$$

Đưa về hệ Oxy: $x - 3 + 6(y + 1) + 18 = 0 \Leftrightarrow \quad x + 6y + 21 = 0$

- Với $k = -\frac{1}{2}$ có đường thẳng $-\frac{1}{2}X - Y - (-3 + 4) = 0$

$$\Leftrightarrow \quad X + 2Y + 2 = 0$$

Đưa về hệ Oxy: $x - 3 + 2(y + 1) + 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x + 2y + 1 = 0$

Vậy chọn (a).

338. Gọi (d) là đường thẳng $y = k(x - 1) + 2$. Giao điểm $M \neq I$ của (d) và (P) có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y^2 = 4x & (1) \\ y = kx - k + 2 & (2) \end{cases}$

Thế $x = \frac{y^2}{4}$ vào (2) được:

$$ky^2 - 4y + 8 - 4k = 0 \ (k \neq 0) \ \Rightarrow \quad M\left(\frac{\left(\frac{4}{k} - 2\right)^2}{4}, \frac{4}{k} - 2\right).$$

Thế k bởi $-\frac{1}{k}$ được $N\left(\frac{(-4k - 2)^2}{4}, -4k - 2\right)$

Viết lại $M\left(\frac{4}{k^2} - \frac{4}{k} + 1, \frac{4}{k} - 2\right)$;

$N(4k^2 + 4k + 1, -4k - 2)$

Phương trình đường thẳng MN:

$$\frac{x-\frac{4}{k^2}+\frac{4}{k}-1}{4\left(k^2-\frac{1}{k^2}\right)+4\left(k+\frac{1}{k}\right)}=\frac{y-\frac{4}{k}+2}{-4\left(k+\frac{1}{k}\right)} \Leftrightarrow \frac{x-\frac{4}{k^2}+\frac{4}{k}-1}{k-\frac{1}{k}+1}=\frac{y+2-\frac{4}{k}}{-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad (y+2)\left(k-\frac{1}{k}+1\right)+x-4=0 \qquad (*)$$

$\Rightarrow$ điểm A(4, –2) thỏa phương trình (*) $\quad \forall k \neq 0$

$\Rightarrow$ MN luôn qua điểm cố định A(4, –2). Vậy chọn (b).

339. (P): $y^2 = 4x - 2px \quad \Rightarrow \quad p = 2$

- Đường chuẩn của (P): $x = -\frac{p}{2} = -\frac{2}{2} = -1$
- Tiêu điểm F(1, 0)
- Trục đối xứng Ox.

Vậy chọn (b).

340. $y^2 = 16x = 2px \quad \Rightarrow \quad p = 8$

$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$: F(4, 0)

- Khoảng cách từ đỉnh đến đường chuẩn p = 8
- Phương trình đường chuẩn: $x = -\frac{p}{2} = -4$

Vậy chọn (d).

341. (P): $y^2 = -32x = -2px \Rightarrow \quad p = 16$

(Tham số tiêu của mọi parabol là số dương)

(c) sai.

342. (P): viết lại (theo thói quen) $y^2 = x = 2px \Rightarrow \quad 2p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

Đường chuẩn: $x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \quad 4x + 1 = 0$

Tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4}, 0\right)$. (c) sai.

(d) đúng. Câu sai là (c).

343. $x^2 = -8y = -2py \Rightarrow \quad p = 4$

M(4, –2) có đoạn bán kính qua tiêu $FM = \frac{p}{2} - y_M = 2 - (-2) = 4$

(d) là phát biểu sai.

344. $y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$.

Thực hiện phép biến đổi trục: $\begin{cases} x = 1 + X \\ y = Y \end{cases}$

Đưa phương trình parabol thành $X^2 = Y \Rightarrow 2p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

Trong hệ trục mới tiêu điểm $F\left(0, \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$ trong hệ Oxy: $F\left(1, \frac{1}{4}\right)$

Điểm $M(-1, 4) \in (P)$ có $FM = \frac{p}{2} + y_M = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$: (c) sai.

Chú thích: cũng có thể tính trực tiếp FM trong hệ Oxy: $F\left(1, \frac{1}{4}\right)$

$M(-1, 4)$: $FM = \sqrt{(-1-1)^2 + \left(4 - \frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{225}{16}} = \sqrt{\frac{289}{16}} = \frac{17}{4}$.

345. $3x^2 + 18y = 0 \Leftrightarrow \quad x^2 = -6y = -2py \Rightarrow \quad p = 3$. (c) sai.

(a), (b), (d) đều đúng. (Hãy tự kiểm tra).

346. Viết lại $y = (x - 3)^2 + 1$ và đổi trục: $\begin{cases} x = 3 + X \\ y = 1 + Y \end{cases}$

Trong hệ trục mới (P) có phương trình $X^2 = Y \Rightarrow 2p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

Tọa độ F: Hệ mới $F\left(0, \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$ Hệ Oxy: $F\left(3, \frac{5}{4}\right)$

Đường chuẩn: Hệ mới $Y = -\frac{1}{4}$

Hệ Oxy: $y - 1 = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4} \Leftrightarrow y - \frac{3}{4} = 0$: (b) sai

Trên hệ trục mới M(–2, 4); $FM = Y + \frac{p}{2} = 4 + \frac{1}{4} = 4{,}25$

(Có thể tính trực tiếp FM trong hệ cũ Oxy với $F\left(3, \frac{5}{4}\right)$ và M(1, 5))

347. $y = -x^2 - 2x + 3 = -(x + 1)^2 + 4 \Leftrightarrow \quad (x + 1)^2 = -(y - 4)$

Đổi trục: $\begin{cases} x = -1 + X \\ y = 4 + Y \end{cases}$

Phương trình (P) trong hệ trục mới: $X^2 = -Y = -2pY \Rightarrow \quad p = \frac{1}{2}$

Tọa độ tiêu điểm trong hệ trục mới: $F\left(0, -\frac{1}{4}\right)$

$\Rightarrow$ trong hệ Oxy: $F\left(-1, \frac{15}{4}\right)$

Điểm M(1, 0) trong hệ mới là M(2, –4)

$$FM = \frac{p}{2} - Y_M = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$$

Đường chuẩn trong hệ mới: $Y - \frac{1}{4} = 0$

Trong hệ Oxy: $y - 4 - \frac{1}{4} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y - \frac{17}{4} = 0$

Chỉ có (d) sai.

348. Thế $2x = y + 2$ vào phương trình parabol: $y^2 = 2x$ được phương trình tung độ giao điểm:

$$y^2 = y + 2 \Leftrightarrow \quad y^2 - y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -1 \text{ hoặc } y = 2 \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2} \text{ hoặc } x = 2.$$

$\Rightarrow A\left(\frac{1}{2}, -1\right)$, B(2, 2)

$$AB = \sqrt{\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

Chiều cao kẻ từ O của tam giác OAB = $d(O, (d)) = \frac{|2.0 - 0 - 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}.\frac{3\sqrt{5}}{2}.\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2} = 1{,}5.$$

Vậy chọn (b).

349. (P): $y^2 = 16x \Rightarrow \quad p = 8 \quad \Rightarrow \quad F(4, 0)$

Phương trình của đường thẳng (d): $y = k(x - 4) \quad (k \neq 0)$

Thế $x = \frac{y^2}{16}$ vào phương trình (d):

$$y = k.\frac{y^2}{16} - 4k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{k}{16}y^2 - y - 4k = 0$$

Phương trình này luôn có hai nghiệm $y_{M_1} \neq y_{M_2}$ và $y_{M_1}.y_{M_2} = -64$

Khoảng cách từ M_1 đến trục Ox bằng $|y_{M_1}|$

Khoảng cách từ M_2 đến trục Ox bằng $|y_{M_2}|$

$$|y_{M_1}|.|y_{M_2}| = |y_{M_1}.y_{M_2}| = |-64| = 64$$

Vậy chọn (d).

350. (P): $y^2 = 12x \Rightarrow p = 6$

Đường thẳng (Δ) vuông góc với (d) có dạng $3x - 5y + C = 0$

Để (Δ) tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow (-5)^2.6 = 2.3C \Leftrightarrow 25.6 = 6C \Leftrightarrow C = 25$

Phương trình (Δ): $3x - 5y + 25 = 0$

Vậy chọn (d).

Chủ đề 10 | VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

351. $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AM} = -\vec{c} + \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} = \frac{\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}}{2}$. Vậy chọn (c).

352. G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$.

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \vec{b} + \overrightarrow{BG}$$

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = \vec{c} + \overrightarrow{CG}$$

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} = \vec{d} + \overrightarrow{DG}$$

Cộng từng vế có: $3\overrightarrow{AG} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{0} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AG} = \frac{\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}}{3}$. Vậy chọn (b).

353. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$. Vậy chọn (c).

354. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI}$ (O là tâm của hình lập phương)

$$= \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}}{2} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}}{2} + \overrightarrow{AD}.$$ Vậy chọn (a).

355.
$$\begin{array}{rl} & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AQ} \\ + & \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CQ} \\ \hline & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\left(\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{CQ}\right) = 2\left(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PQ}\right) \end{array}$$

$$= 2\left(2\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}\right) = 4\overrightarrow{PQ}.$$ Vậy chọn (a).

356. $\overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{OC'}$ (O là tâm của hình hộp)

$\overrightarrow{CA'} = 2\overrightarrow{CO}$

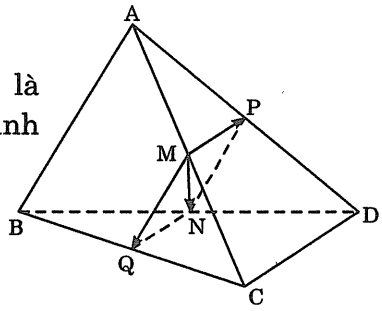
$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} = 2\left(\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OC'}\right) = 2\overrightarrow{CC'}$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = 2\overrightarrow{CC'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ (a) là câu đúng.

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AO} \\ \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{OC}\end{array}\right\} \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}\right) = 2\overrightarrow{AC}$ (b) đúng.

Vậy (c) là câu sai.

357. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$ (hệ thức trung điểm)



- Lấy thêm P: trung điểm AD và Q là trung điểm BC. MPNQ là hình bình hành:

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MN}.$$

Nhưng $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{MQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MN} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{MN}.$

$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NM}$ (hệ thức trung điểm) $\Rightarrow$ (c) sai.

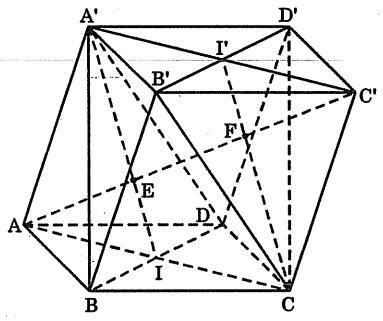
- $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{MN}$ chỉ có (c) sai.

358. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) - 3\overrightarrow{MC}$

$= 3(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}) + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

Vậy chọn (b).

359. Xem hình vẽ bên:



I, I' là các giao điểm của hai đường chéo trong hai đáy.

AC' cắt các trung tuyến A'I (của tam giác A'BD) và trung tuyến CI' (của tam giác CB'D') tại E và F.

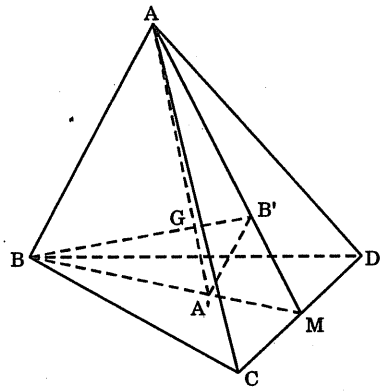
$\frac{EI}{A'E} = \frac{I'F}{FC} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ E, F là các trọng tâm của hai tam giác A'BD và CB'D': (a), (b) đúng.

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$: (c) sai

(d) đúng vì $AE = EF = FC' = \frac{1}{3}AC' \Rightarrow \overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC'}$

Chỉ có (c) sai.

360. Xem hình bên:



Gọi B' là trọng tâm hai tam giác ACD

Hai trọng tuyến AA', BB' cắt nhau tại G là trọng tâm của tứ diện.

$\Delta GA'B' \backsim \Delta GAB$

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'M}{BM} = \frac{1}{3} \Rightarrow GA' = \frac{1}{3}GA$

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG}$ (c) sai.

- $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'D}$

$= 3\overrightarrow{GA'} + \underbrace{\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{A'D}}$

$= 3\overrightarrow{GA'} + \vec{0} = 3\overrightarrow{GA'}$

- $3\overrightarrow{GA'} = -\overrightarrow{GA} \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

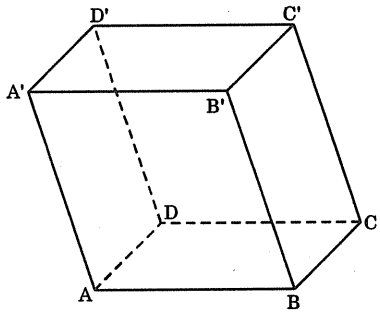
- $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

$$= 4\overrightarrow{MG} + \underbrace{\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}}_{\vec{0}}$$

$$= 4\overrightarrow{MG} + \vec{0} = 4\overrightarrow{MG}$$

Chỉ có (c) sai.

361. Tham khảo hình vẽ bên:



- $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$
- $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}$
- $\overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{C'A'} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{C'A}$
- $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$

(d) là hệ thức sai.

Chủ đề 11 | PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

362. $\left(\vec{a}.\vec{b}\right) = -3 - 4 - 1 = -8$; $\left(\vec{a}.\vec{b}\right).\vec{c} = (-8, 8, -24)$: (a) đúng.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{n} = (0, 2, -4)$; $\vec{n}.\vec{c} = 0.1 + (-1).2 + 3(-4) = -14$: (b) đúng.

$\left[\vec{b}, \vec{c}\right] = (-7, -10, -1)$; $\vec{a}.\left[\vec{b}, \vec{c}\right] = (-1).(-7) + 2(-10) + 1(-1) = -14$: (c) sai

Vậy chọn (c).

363. $\vec{a}^2.\left(\vec{b}.\vec{c}\right) = (4 + 4 + 1)(-2 + 3 - 8) = 9.(-7) = -63$ (a) đúng.

$\left(\vec{a}.\vec{b}\right).\vec{c}^2 = (4 - 2 - 2).(1^2 + 9 + 4^2) = 0$ (b) đúng.

$\vec{a}^2.\left[\vec{b}, \vec{c}\right] = (4 + 4 + 1).(10, -6, 7) = (90, -54, 63)$ (c) đúng.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c}^2 = (3, 6, 6).(1^2 + 3^2 + 4^2) = (78, 156, 156)$ (d) sai.

Vậy chọn (d).

364. $\vec{a}^2.\vec{b} = (1^2 + 2^2 + 1^2).(2, 1, 2) = (12, 6, 12)$

$\vec{b}^2.\vec{c} = (2^2 + 1^2 + 2^2).(3, 2, -1) = (27, 18, -9)$

$\vec{c}^2.\vec{a} = (3^2 + 2^2 + (-1)^2).(1, 2, 1) = (14, 28, 14)$

$\Rightarrow \vec{a}^2.\vec{b} + \vec{b}^2.\vec{c} + \vec{c}^2.\vec{a} = (53, 52, 17).$

Vậy chọn (c).

365. $\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (-3, -2, 1)$; $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = -3.4 + (-2)2 + 1.3 \neq 0$ (a) đúng.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (10, 0, -10)$; $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = 10.1 + 0.2 + (-10).1 = 0$ (b) đúng.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (1, 3, -2)$; $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = 1.4 + 3.0 + (-2).2 = 0$ (c) đúng.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (3, 1, -4)$; $\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = 3.1 + 1.(-2) + (-4).1 \neq 0$ (d) sai.

Vậy chọn (d).

366. $\overrightarrow{AB} = (-4, 6, -3)$; $\overrightarrow{AC} = (2, 3, -6)$

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-27, -30, -24)$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(-27)^2 + (-30)^2 + (-24)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{3^2(9^2 + 10^2 + 8^2)} = \frac{1}{2}\sqrt{3^2.7^2.5} = \frac{21\sqrt{5}}{2}$$

Vậy chọn (b).

367. $\overrightarrow{AB} = (-6, 4, 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3, 5, -2)$; $\overrightarrow{BC} = (9, 1, -4)$

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-18, -6, -42)$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(-18)^2 + (-6)^2 + (-42)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{6^2(3^2 + 1^2 + 7^2)} = 3\sqrt{59}$$

$h_a = \dfrac{2S}{BC} = \dfrac{6\sqrt{59}}{\sqrt{98}} = \dfrac{3\sqrt{118}}{7}$. Vậy chọn (c).

368. $\overrightarrow{AB} = (4, 2, 4)$; $\overrightarrow{AC} = (3, -5, 3)$; $\overrightarrow{AD} = (2, 2, -2)$

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (26, 0, -26)$.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{2}\left|26.2 + 0.2 + (-2)(-26)\right| = \frac{52}{3}$$

Vậy chọn (b).

369. $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (2, -2, -3)\\ \overrightarrow{AC} = (4, 0, 6)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-12, -24, 8)$

$\overrightarrow{AD} = (-7, -7, 7)$ $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 84 + 168 + 56 = 308$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = \frac{308}{6} = \frac{154}{3}$$

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BC} = (2, 2, 9)\\ \overrightarrow{BD} = (-9, -5, 10)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (65, -101, 8)$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{65^2 + (-101)^2 + 8^2} = \frac{1}{2}\sqrt{14390}$$

$$h_A = \frac{3V}{S_{BCD}} = \frac{154}{\frac{1}{2}\sqrt{14390}} = \frac{308}{\sqrt{14390}}$$ Vậy chọn (c).

370. $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BC} = (4, -4, 4)\\ \overrightarrow{BD} = (5, -3, 2)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (4, 12, 8)$

$\overrightarrow{BA} = (3, 1, 7) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{BA} = 12 + 12 + 56 = 80$

$$V_{BACD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{BA}\right| = \frac{80}{6} = \frac{40}{3}$$

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC} = (1, -5, -3)\\ \overrightarrow{AD} = (2, -4, -5)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right] = (13, -1, 6)$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{13^2 + (-1)^2 + 6^2} = \frac{1}{2}\sqrt{206}$$

$$h_B = \frac{3V_{BACD}}{S_{ACD}} = \frac{3.\frac{40}{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{206}} = \frac{80}{\sqrt{206}}.$$ Vậy chọn (b).

371. I(x, y, z) là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thì:

$$\begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \\ AI = DI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ AI^2 = DI^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 \\ (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 \\ (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 1 \\ x + y + \sqrt{2}(z+1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$ I(1, 2, –1). Vậy chọn (c).

372. I(x, y, z) là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thì:

$$\begin{cases} AI = BI \\ BI = CI \\ BI = DI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ BI^2 = CI^2 \\ BI^2 = DI^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-6)^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 \\ (x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = x^2 + (y+7)^2 + (z-3)^2 \\ (x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 4z = 13 \\ x + 2y - z = -8 \\ 5x + 2y - z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \\ z = \frac{9}{2} \end{cases}$$ $I\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$. Vậy chọn (a).

373. • $\vec{a} = (1, 2, 3)$; $\vec{b} = (3, -1, 2)$; $\vec{c} = (2, 3, -1)$

$[\vec{a}, \vec{b}] = (7, 7, -7)$

$[\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = 14 + 21 + 7 \neq 0$ (a) đúng

• $\vec{a} = (4, -1, 2)$; $\vec{b} = (2, -1, 4)$; $\vec{c} = (3, -1, 3)$

$[\vec{a}, \vec{b}] = (-2, -12, -2)$

$[\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = -6 + 12 - 6 = 0$ (b) đúng.

- $\vec{a} = (3, -2, -1)$; $\vec{b} = (1, -3, -2)$; $\vec{c} = (2, 1, 4)$

$[\vec{b}, \vec{c}] = (-10, -8, -7)$

$[\vec{b}, \vec{c}].\vec{a} = -30 + 16 - 7 \neq 0$ (c): sai

- $\vec{a} = (-2, 3, 2)$; $\vec{b} = (1, 1, 1)$; $\vec{c} = (1, 2, -1)$

$[\vec{a}, \vec{c}] = (-7, 0, -7)$

$\vec{b}[\vec{a}, \vec{c}] = -7 - 7 \neq 0$ (d) đúng.

Chỉ có (c) sai.

374. $\vec{a} = (-1, 2, -1) \Rightarrow 2\vec{a} = (-2, 4, -2)$

$\vec{b} = (2, -1, 1) \Rightarrow -3\vec{b} = (-6, 3, -3)$

$\vec{c} = (-3, 4, 5) \Rightarrow 5\vec{c} = (-15, 20, 25)$

$\Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (-23, 27, 20)$

Vậy chọn (d).

375. $\vec{a} = (1, -1, 2)$; $\vec{b} = (3, 2, -1)$; $\vec{c} = (-2, 3, 1)$

Giả sử $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$

$m\vec{a} = (m, -m, 2m)$

$n\vec{b} = (3n, 2n, -n)$

$p\vec{c} = (-2p, 3p, p)$

$\Rightarrow m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = (m + 3n - 2p; -m + 2n + 3p; 2m - n + p)$

$\vec{d} = (-19, 4, 15)$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 3n - 2p = -19 & (1) \\ -m + 2n + 3p = 4 & (2) \\ 2m - n + p = 15 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính m, n theo p được $m = \dfrac{13p - 50}{5}$; $n = \dfrac{-p - 15}{5}$

Thế vào (3): $2\left(\frac{13-50}{5}\right)-\left(\frac{-p-15}{5}\right)+p=15$

$\Leftrightarrow \quad 26p - 100 + p + 15 + 5p = 75$

$\Leftrightarrow \quad 32p = 160 \Leftrightarrow \quad p = 5$, từ đó $m = 3$, $n = -4$

Do đó $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$. Vậy chọn (d).

376. A(2, –1, 6); B(–3, –1, –4); C(5, –1, 0)

$\overrightarrow{AB} = (-5, 0, -10)$; $\overrightarrow{AC} = (3, 0, -6)$; $\overrightarrow{BC} = (8, 0, 4)$

Thấy ngay $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} = 3.8 + 0.0 + (-6).4 = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow$ ABC là tam giác vuông tại C. Vậy chọn (c).

377. A(1, 2, 1); B(5, 3, 4); C(8, –3, 2)

$\overrightarrow{AB} = (4, 1, 3)$; $\overrightarrow{AC} = (7, -5, 1)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (16, 17, -27)$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{16^2 + 17^2 + (-27)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{1274} = \frac{7}{2}\sqrt{26}$$

Vậy chọn (b).

378. A(2, –1, 6); B(–3, –1, –4); C(5, –1, 0)

$\overrightarrow{AB} = (-5, 0, -10)$; $\overrightarrow{AC} = (3, 0, -6)$; $\overrightarrow{BC} = (8, 0, 4)$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0, -60, 0)$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2}\sqrt{0^2 + (-60)^2 + 0^2} = 30$$

$AB = 5\sqrt{5}$; $AC = 3\sqrt{5}$; $BC = 4\sqrt{5}$

$$p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{2} = 6\sqrt{5}$$

$r = \frac{S}{p} = \frac{30}{6\sqrt{5}} = \sqrt{5}$. Vậy chọn (c).

379. A(4, 0, 1); B(2, –1, 3); C(–10, 5, 3)

$AB = \sqrt{4+1+4} = 3$; $\quad AC = \sqrt{196+25+4} = 15$

Điểm D, chân của phân giác trong góc A trên cạnh BC chia cạnh này theo tỉ số $k = \frac{-AB}{AC} = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$

$$\Rightarrow\ x_D = \frac{2+\frac{1}{5}(-10)}{1+\frac{1}{5}} = 0;\quad y_D = \frac{-1+\frac{1}{5}.5}{1+\frac{1}{5}} = 0;\ z_D = \frac{3+\frac{1}{5}.3}{1+\frac{1}{5}} = 3$$

D(0, 0, 3) $\Rightarrow$ $AD = \sqrt{16+0+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. Vậy chọn (a).

380. A(1, 0, 1); B(2, 1, 2); D(1, –1, 1); C'(4, 5, –5)

Gọi C(x, y, z) ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB} = (1, 1, 1)$; $\overrightarrow{DC} = (x-1, y+1, z-1)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y+1=1 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow \quad C(2, 0, 2)$$

$\overrightarrow{CD} = (-1, -1, -1)$; $\overrightarrow{CB} = (0, 1, 0)$; $\overrightarrow{CC'} = (2, 5, -7)$

$[\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}] = (1, 0, -1)$

$V_{hộp} = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}].\overrightarrow{CC'}| = |2+0+7| = 9$. Vậy chọn (c).

381. A(4, 0, 0); B(x_0, y_0, 0)

$OB = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x_0^2+y_0^2} = 8$

$\overrightarrow{OA} = (4, 0, 0)$; $\overrightarrow{OB} = (x_0, y_0, 0)$

$\widehat{AOB} = 60^o \Rightarrow \cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{4x_0}{4\sqrt{x_0^2+y_0^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4x_0}{4.8} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_0 = 4$$

Do $x_0^2+y_0^2 = 64 \Rightarrow 16 + y_0^2 = 64 \Rightarrow y_0^2 = 48 \Rightarrow y_0 = 4\sqrt{3}$ (do $y_0 > 0$)

$\Rightarrow$ B(4, $4\sqrt{3}$, 0)

$\overrightarrow{OA} = (4, 0, 0)$; $\overrightarrow{OB} = (4, 4\sqrt{3}, 0)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (0, 0, 16\sqrt{3})$

$\overrightarrow{OC} = (0, 0, c)$

$V_{OABC} = \frac{1}{6}|[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}].\overrightarrow{OC}| = \frac{1}{6}.|16\sqrt{3}.c| = 16 \Rightarrow \quad c = 2\sqrt{3}$ (do $c > 0$)

Vậy chọn (b).

382. Vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (-1, -4, -7)$ có thể thay thế bởi $\vec{n'} = (1, 4, 7)$. Phương trình (α) có dạng $x + 4y + 7z + D = 0$.

$B \in (\alpha) \Leftrightarrow 3 + 16 - 35 + D = 0 \Leftrightarrow D = 16$

(α): $x + 4y + 7z + 16 = 0$ Vậy chọn (c).

383. $\overrightarrow{AB} = (1, -1, -3)$; $\overrightarrow{AC} = (-1, 1, 0)$; $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (3, 3, 0)$: chọn $\vec{n} = (1, 1, 0)$ làm vectơ pháp tuyến: phương trình (ABC) có dạng $x + y + C = 0$.

Qua A $\Leftrightarrow 3 - 1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -2$.

Phương trình (ABC): $x + y - 2 = 0$. Vậy chọn (a).

384. $\overrightarrow{AB} = (1, 2, -1)$; $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{a}\right] = \vec{n} = (-9, 1, -7)$. Chọn $\vec{n'} = (9, -1, 7)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng phải tìm có dạng $9x - y + 7z + D = 0$.

Qua A nên $9.2 - (-1) + 7.3 + D = 0 \Leftrightarrow D = -40$

Phương trình cần tìm: $9x - y + 7z - 40 = 0$ Vậy chọn (b).

385. $\overrightarrow{AB} = (-1, 2, -2)$: vectơ chỉ phương của trục Ox: $\vec{i} = (1, 0, 0)$.

$\left[\overrightarrow{AB}, \vec{i}\right] = (0, -2, -2)$: chọn $\vec{n} = (0, 1, 1)$ làm vectơ pháp tuyến thì phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $y + z + D = 0$, qua A nên

$$-1 + 1 + D = 0: D = 0.$$

Vậy chọn (c).

386. $\overrightarrow{AC} = (-2, 6, -4)$; $\overrightarrow{BD} = (6, 3, 2)$; $\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}\right] = (24, -20, -42)$. Có thể chọn $\vec{n} = (12, -10, -21)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng. Phương trình mặt phẳng này có dạng $12x - 10y - 21z + D = 0$. Điểm A thuộc mặt phẳng nên: $12.3 - 10(-2) - 21.1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -35$.

Phương trình cần tìm: $12x - 10y - 21z - 35 = 0$. Vậy chọn (c).

387. $\overrightarrow{BC} = (-1, 4, -2)$. Chọn $\vec{n} = (1, -4, 2)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng chứa A và vuông góc với BC có dạng: $x - 4y + 2z + D = 0$, chứa A nên $4 - 4.3 + 2.2 + D = 0 \Leftrightarrow D = 4$

Vậy: $x - 4y + 2z + 4 = 0$. Vậy chọn (c).

388. Gọi I là trung điểm của AB: I(2, –1, 5).

$\overrightarrow{AB} = (2, 6, 2)$. Chọn $\vec{n} = (1, 3, 1)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB có dạng $x + 3y + z + D = 0$

I thuộc mặt phẳng này: $2 + 3(-1) + 5 + D = 0 \Leftrightarrow D = 4$.

Phương trình cần tìm: $x + 3y + z - 4 = 0$. Vậy chọn (d).

389. $\vec{a} = (1, 2, -1)$; $\vec{b} = (2, -1, 1)$ là hai vectơ pháp tuyến của 2 mặt phẳng cho trước. Chọn $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (1, -3, -5)$ làm vectơ pháp tuyến, ta có mặt phẳng dạng $x - 3y - 5z + D = 0$.

Qua M nên $3 - 3.0 - 5.(-1) + D = 0 \Leftrightarrow D = -8$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm: $x - 3y - 5z - 8 = 0$

Vậy chọn (a).

390. $\overrightarrow{AB} = (-4, 2, -2)$; vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $3x + 2y - z + 5 = 0$: $\vec{n} = (3, 2, -1)$; $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}\right] = \vec{a} = (2, -10, -14)$: chọn $\vec{b} = (1, -5, -7)$ làm vectơ pháp tuyến, có mặt phẳng $x - 5y - 7z + D = 0$.

A thuộc mặt phẳng này:

$$2 - 5.(-1) - 7.1 + D = 0 \Leftrightarrow D = 0$$

Vậy $x - 5y - 7z = 0$ là mặt phẳng cần tìm. Vậy chọn (c).

391. (α) thuộc chùm mặt phẳng $2x - y + 3z + 4 + m(x + 3y - 2z + 7) = 0$ nên có dạng $(m + 2)x + (3m - 1)y - (2m - 3)z + 7m + 4 = 0$ (*)

$M \in (\alpha) \Leftrightarrow (m + 2).(-1) + (3m - 1).2 - (2m - 3).4 + 7m + 4 = 0$

$\Leftrightarrow -m - 2 + 6m - 2 - 8m + 12 + 7m + 4 = 0$

$\Leftrightarrow 4m + 12 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Thế vào (*): $-x - 10y + 9z - 17 = 0$

Hay $x + 10y - 9z + 17 = 0$. Vậy chọn (a).

392. Đưa phương trình (α) về dạng tổng quát. Phương trình tham số của (α) cho biết $A(-1, 2, 1) \in (\alpha)$ và cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2, -1, 3)$; $\vec{b} = (-3, 1, -2)$.

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (-1, -5, -1)$. Chọn $\vec{n} = (1, 5, 1)$ làm vectơ pháp tuyến cho (α) thì phương trình tổng quát của (α) có dạng $x + 5y + z + D = 0$

$A \in (\alpha) \Leftrightarrow -1 + 5.2 + 1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -10.$

Phương trình (α): $x + 5y + z - 10 = 0$

Xét chùm mặt phẳng: $m(x + 5y + z - 10) + (2x + y - z + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow (m + 2)x + (5m + 1)y + (m - 1)z - 10m + 1 = 0(*)$$

Điểm $M \in (P) \Leftrightarrow (m + 2).3 + (5m + 1).(-2) + m - 1 - 10m + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

Thế vào (*): $\left(\frac{1}{4} + 2\right)x + \left(\frac{5}{4} + 1\right)y + \left(\frac{1}{4} - 1\right)z - \frac{10}{4} + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 9x + 9y - 3z - 6 = 0 \Leftrightarrow 3x + 3y - z - 2 = 0$$

Vậy chọn (a).

393. (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (1, 5, -2)$

(β) có vectơ pháp tuyến $\vec{b} = (2, -1, 1)$

$$\cos\varphi = \frac{|1.2 + 5(-1) + (-2).1|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2}.\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{30}.\sqrt{6}} = \frac{5}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

Vậy chọn (b).

394. Tọa độ giao điểm của ba mặt phẳng là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - z - 6 = 0 & (1) \\ 2x - y + 3z + 13 = 0 & (2) \\ 3x - 2y + 3z + 16 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1), (2) tính x, y theo z được: $x = -z - 4$; $y = z + 5$. Thế vào phương trình (3) được $z = -3$, từ đó có $x = -1$, $y = 2$.

Vậy $A(-1, 2, -3)$. Vậy chọn (d).

395. Tọa độ của A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 & (1) \\ 3x - y - z + 2 = 0 & (2) \\ 4x - 2y + z - 3 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1), (2) tính x, y theo z được: $x = \frac{2z - 1}{5}$; $y = \frac{z + 7}{5}$. Thế vào (3) tính được $z = 3$, từ đó được $x = 1$, $y = 2$.

$A(1, 2, 3)$.

Vậy chọn (c).

396. Tọa độ của A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z - 2 = 0 & (1) \\ 2x + 3y - 2z + 3 = 0 & (2) \\ 2x - y + 4z + 8 = 0 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính x, y theo z được: $x = 16z - 12$; $y = -10z + 7$.

Thế vào (3) tính ra $z = \frac{1}{2}$, từ đó có $x = -4$; $y = 2$.

$$A\left(-4, 2, \frac{1}{2}\right).$$ Vậy chọn (c).

397. Mặt phẳng (P) thuộc chùm mặt phẳng (α), (β) nên phương trình có dạng $(m + 3)x - 2y + (1 - 2m)z - 3 = 0$ vì vuông góc với (γ) nên:

$$(m + 3).1 - 2(-2) + 1 - 2m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m = 8$$

Phương trình (P) là: $11x - 2y - 15z - 3 = 0$.

Vậy chọn (b).

398. $\left.\begin{array}{l} \vec{a} = (3, 1, -1) \\ \vec{b} = (1, -2, 1) \end{array}\right\} \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = (-1, -4, -7)$ cùng phương với vectơ $\vec{n} = (1, 4, 7)$

Chọn $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến của (α) thì phương trình tổng quát của (α) có dạng: $x + 4y + 7z + D = 0$

Điểm $M(3, 4, -5) \in (\alpha) \Leftrightarrow 3 + 16 - 35 + D = 0 \Leftrightarrow D = 16$

Phương trình (α): $x + 4y + 7z + 16 = 0$

Vậy chọn (b).

399. $A(1, -4, 5)$; $B(-2, 3, -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3, 7, -9)$; $\vec{a} = (2, -3, -1)$

$\overrightarrow{AB}$ và $\vec{a}$ sẽ là cặp vectơ chỉ phương của (β)

$[\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (-34, -21, -5)$

Chọn $\vec{n} = (34, 21, 5)$ làm vectơ pháp tuyến của (β)

Phương trình mặt phẳng (β) có dạng $34x + 21y + 5z + D = 0$

Điểm $A \in (\beta) \Leftrightarrow 34 - 84 + 25 + D = 0 \Leftrightarrow D = 25$

Phương trình (β): $34x + 21y + 5z + 25 = 0$

Vậy chọn (c).

400. C(–1, 4, –2); D(2, –5, 1)

$\Rightarrow \overrightarrow{CD} = (3, -9, 3)$ cùng phương với vectơ $\vec{a} = (1, -3, 1)$

Trục Oz có vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0, 0, 1)$

$[\vec{a}, \vec{k}] = (-3, -1, 0)$ cùng phương với vectơ $\vec{n} = (3, 1, 0)$

Chọn $\vec{n} = (3, 1, 0)$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng chứa CD và song song với trục Oz.

Phương trình mặt phẳng này có dạng $3x + y + D = 0$

Mặt phẳng qua C $\Leftrightarrow$ $-3 + 4 + D = 0$ $\Leftrightarrow$ $D = -1$

Phương trình mặt phẳng cần tìm: $3x + y - 1 = 0$. Vậy chọn (b).

401. A(2, 1, –1); B(0, –1, 3); C(1, 2, 1)

$\overrightarrow{AC} = (-1, 1, 2)$ cùng phương với $\vec{n} = (1, -1, -2)$

Chọn $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng: $x - y - 2z + D = 0$

Mặt phẳng qua B $\Leftrightarrow 0 - (-1) - 2.3 + D = 0 \Leftrightarrow D = 5$

Phương trình mặt phẳng chứa B và vuông góc với AC:

$x - y - 2z + 5 = 0$

Vậy chọn (d).

402. A(5, 1, 3); B(1, 6, 2); C(5, 0, 4); D(4, 0, 6)

$\overrightarrow{BC} = (4, -6, 2)$; $\overrightarrow{AD} = (-1, -1, 3)$

$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}] = (-16, -14, -10)$ cùng phương với $\vec{n} = (8, 7, 5)$

Chọn $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (P) chứa BC và song song với AD. Phương trình (P) có dạng: $8x + 7y + 5z + D = 0$

Điểm B $\in$ (P) $\Leftrightarrow$ $8 + 42 + 10 + D = 0$ $\Leftrightarrow$ $D = -60$

Phương trình (P): $8x + 7y + 5z - 60 = 0$. Vậy chọn (b).

403. A(–2, 3, –1); B(1, –2, –3); (β): $3x - 2y + z + 9 = 0$

$\overrightarrow{AB} = (3, -5, -2)$; (β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3, -2, 1)$

$[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (-9, -9, 9)$ cùng phương với vectơ $\vec{p} = (1, 1, -1)$

Chọn $\vec{p}$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (α). Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $x + y - z + D = 0$

$A \in (\alpha) \Leftrightarrow -2 + 3 + 1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -2$

Mặt phẳng (α): $x + y - z - 2 = 0$.

Vậy chọn (a).

404. M(1, –4, –3)

(β): $5x + y - 2z + 8 = 0$

(β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5, 1, -2)$

Trục Ox có vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1, 0, 0)$

$[\vec{n}, \vec{i}] = (0, -2, -1)$ cùng phương với $\vec{q} = (0, 2, 1)$

Ta chọn $\vec{q}$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (α)

Phương trình (α) có dạng $2y + z + D = 0$

$M \in (\alpha) \Leftrightarrow -8 - 3 + D = 0 \Leftrightarrow D = 11$

Phương trình (α): $2y + z + 11 = 0$

Vậy chọn (b).

405. M(–3, 2, –1)

(α): $x + 3y - 5z + 3 = 0$; (β): $2x - y - 2z - 5 = 0$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (1, 3, -5)$

(β) có vectơ pháp tuyến $\vec{b} = (2, -1, -2)$

$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{n} = (1, -8, -7)$

Chọn $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến cho mặt phẳng (P)

Phương trình (P) có dạng: $x - 8y - 7z + D = 0$

$M \in (P) \Leftrightarrow -3 - 16 + 7 + D = 0 \Leftrightarrow D = 12$

Phương trình (P): $x - 8y - 7z + 12 = 0$

Vậy chọn (c).

406. (α): $3x + 2y + 5z + 6 = 0$; (β): $4x + 3y - 2z - 3 = 0$

Tính x, y theo z từ hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5z - 6 \\ 4x + 3y = 2z + 3 \end{cases} \text{ được } \begin{cases} x = -19z - 24 \\ y = 26z + 34 \end{cases}$$

- Với z = –1 được x = –5, y = 8. Đó là điểm $M_3(-5, 8, -1)$
- Với z = –2 được x = 14, y = –18. Đó là điểm $M_2(14, -18, -2)$

$\Rightarrow M_2, M_3$ là hai điểm thuộc giao tuyến của (α) và (β)

Vậy chọn (b).

407. (P): x – 5y + 2z – 4 = 0; (Q): 2x + y – z + 9 = 0

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{a} = (1, -5, 2)$

(Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{b} = (2, 1, -1)$

$$\cos\varphi = \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|1.2 - 5.1 - 1.2|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2 + 2^2}.\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{30}.\sqrt{6}} = \frac{5}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

Vậy chọn (d).

408. (α): 2x + y – z – 1 = 0

(β): 3x – y – z + 2 = 0

(γ): 4x – 2y + z – 3 = 0

Điểm chung M(x, y, z) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 & (1) \\ 3x - y - z = -2 & (2) \\ 4x - 2y + z = 3 & (3) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2), tính x, y theo z được

$$\begin{cases} 2x + y = z + 1 \\ 3x - y = z - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2z - 1}{5} \\ y = \dfrac{z + 7}{5} \end{cases}$$

Thế x, y theo x vào (3):

$$4\left(\frac{2z-1}{5}\right) - 2\left(\frac{z+7}{5}\right) + z = 3 \Leftrightarrow 8z - 4 - 2z - 14 + 5z = 15$$

$11z = 33 \Leftrightarrow z = 3 \Rightarrow x = 1; y = 2 \Rightarrow M(1, 2, 3)$

Vậy chọn (c).

409. Từ phương trình của (d_1), tính x, y theo z được $\begin{cases} x = 4z + 17 \\ y = 3z + 10 \end{cases}$. Thế vào phương trình của (d_2), được $z = -4$, từ đó có $x = 1$, $y = -2$.

A(1, –2, –4). Vậy chọn (a).

410. Viết phương trình (d_2) thành dạng tham số:

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 + 2t \quad (t \in R) \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

Thế x, y, z theo t vào phương trình (d_2) được $t = 0$.

$\Rightarrow$ (d_1) cắt (d_2) tại B(1, –1, 2). Vậy chọn (c).

411. Hệ phương trình $\begin{cases} 2t - 3 = 5 + t' \\ 3t - 2 = -1 - 4t' \\ 4t + 6 = 20 + t' \end{cases}$ có nghiệm $t = 3$, $t' = -2$.

Từ đó có C(3, 7, 18).

Vậy chọn (b).

412. (Δ) có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (-1, -7, -5)$ nên trong (d) thì vectơ chỉ phương là (–5, 2, 1) không cùng phương với $\vec{a}$.

Vậy (d) là câu sai.

413. Chuyển (d_1) về dạng tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = -4 - 2t \end{cases}$ để biết $A(0, 0, -4) \in (d_1)$ và vectơ chỉ phương của (d_1): $\vec{a} = (1, -1, -2)$.

Chuyển (d_2) về dạng tham số: $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ để biết $B(-5, 2, 0) \in (d_2)$ và vectơ chỉ phương của (d_2): $\vec{b} = (3, -1, 1)$.

Khoảng cách (d_1) và (d_2) = $\dfrac{\left|[\vec{a}, \vec{b}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{a}, \vec{b}]\right|} = \dfrac{9}{\sqrt{62}}$.

Vậy chọn (b).

414. Chuyển phương trình (d_1) và (d_2) về dạng tham số:

(d_1): $\begin{cases} x = -6 + 3t \\ y = t \\ z = 11 - 2t \end{cases}$ $\Rightarrow (d_1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3, 1, -2)$

và qua $A(-6, 0, 11)$.

(d_2): $\begin{cases} x = \dfrac{15}{4} - 3t' \\ y = 3 - t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$ $\Rightarrow (d_2)$ có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-3, -1, 2)$

và qua $B\left(\dfrac{15}{4}, 3, -1\right)$

$\vec{a} \nearrow\swarrow \vec{b}$ và hệ phương trình $\begin{cases} -6 + 3t = \dfrac{15}{4} - 3t' \\ t = 3 - t' \\ 11 - 2t = -1 + 2t' \end{cases}$ vô nghiệm.

$\Rightarrow$ $(d_1) // (d_2)$. Vậy chọn (c).

415. Phương trình (d) cho $A(2, -1, 1) \in (d)$ và vectơ chỉ phương của (d): $\vec{a} = (2, 1, 0)$.

Phương trình (Δ) cho vectơ chỉ phương của (Δ) là $\vec{b} = (0, 1, -1)$

Gọi $M(x, y, z)$ là điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) thì:

$$\overrightarrow{AM} = (x - 2, y + 1, z - 1) ; \qquad [\vec{a}, \vec{b}] = (-1, 2, 2).$$

$$[\vec{a}, \vec{b}].\overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -(x - 2) + 2(y + 1) + 2(z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y - 2z - 2 = 0$$

Vậy chọn (d).

416. Đưa phương trình (Δ) về dạng tham số: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = t \end{cases}$

Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với (Δ).

Phương trình (α) có dạng $-y + z + D = 0$, qua A nên $D = -2$.

Phương trình (α): $y - z + 2 = 0$.

Thế x, y, z từ phương trình (Δ) vào phương trình (α) được $t = 1$

$\Rightarrow$ $(\Delta) \cap (\alpha) = I(1, 3, 1)$.

I là trung điểm của AA' nên: $x_{A'} + 2 = 2$; $y_{A'} - 1 = 6$; $z_{A'} + 1 = 2$

$\Rightarrow$ A'(0, 7, 1). Vậy chọn (b).

417. Phương trình (d) cho biết A(2, 1, 0) $\in$ (d) và (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1, -1, 2)$.

Chuyển (Δ) về dạng tham số: $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$ để có B(2, 3, 0) $\in$ (Δ) và vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-2, 0, 1)$.

Gọi I là trung điểm AB thì I(2, 2, 0). M(x, y, z) bất kỳ $\in$ (P).

$[\vec{a}, \vec{b}].\overrightarrow{IM} = 0 \Leftrightarrow x + 5y + 2z - 12 = 0$ là phương trình mặt phẳng (P).

Vậy chọn (c).

418. Phương trình (d_1) cho A(7, 3, 9) $\in$ (d_1) và vectơ chỉ phương của (d_1): $\vec{a} = (1, 2, -1)$.

Phương trình (d_2) cho B(3, 1, 1) $\in$ (d_2) và vectơ chỉ phương của (d_2): $\vec{b} = (-7, 2, 3)$.

$[\vec{a}, \vec{b}] = (8, 4, 16)$; $\overrightarrow{AB} = (-4, -2, -8)$.

$[\vec{a}, \vec{b}].\overrightarrow{AB} = -32 - 8 - 128 \neq 0 \Leftrightarrow$ (d_1) và (d_2) chéo nhau.

Vậy chọn (d).

419. Phương trình (d) cho B(0, 0, –3) $\in$ (d) và vectơ chỉ phương của (d): $\vec{a} = (2, 4, 1)$.

$\overrightarrow{AB} = (-3, -2, -4)$; $[\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (14, -5, -8)$.

Gọi M(x, y, z) $\in$ (α). $\overrightarrow{BM} = (x, y, z + 3)$.

$[\overrightarrow{AB}, \vec{a}].\overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow$ $14x - 5y - 8z - 24 = 0$ là phương trình của (α)

Vậy chọn (d).

420. Chuyển (d) về dạng tham số: (d): $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} + 3t \\ y = -5 + 4t \\ z = 2t \end{cases}$

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là vectơ chỉ phương của (d) có dạng:

$3x + 4y + 2z + D = 0$, cho qua P tính được $D = 7$.

(α): $3x + 4y + 2z + 7 = 0$. Thế x, y, z theo t từ phương trình của (d) vào phương trình (α) được $t = \frac{1}{2}$

⇒ Giao điểm I của (d) và (α) là I(1, –3, 1).

I là trung điểm của PP' nên $x_{P'} - 3 = 2$; $y_{P'} + 1 = -6$; $z_{P'} - 1 = 2$

⇒ P' (5, –7, 3). Vậy chọn (c).

421. Chuyển (d_2) về phương trình tham số: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$

Phương trình (d_1) cho biết $A(1, 2, 3) \in (d_1)$ và vectơ chỉ phương của (d_1) là $\vec{a} = (1, 2, 3)$.

Phương trình (d_2) cho biết $B(2, -1, 0) \in (d_2)$ và vectơ chỉ phương của (d_2) là $\vec{b} = (-1, 1, 1)$.

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2) là $d = \dfrac{\left|\left[\vec{a}, \vec{b}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right|} = \dfrac{2}{\sqrt{26}}$.

Vậy chọn (b).

422. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2, -1, 3)$.

Xét mặt phẳng (α): $2x - y + 3z + D = 0$.

$I \in (\alpha)$ nên $D = -14$.

(α): $2x - y + 3z - 14 = 0$. Thế x, y, z theo t vào phương trình (α) được $t = 1$ ⇒ (d) cắt (α) tại M(3, 1, 3).

M là trung điểm của IK nên:

$x_K + 2 = 6$; $y_K - 1 = 2$; $z_K + 3 = 6$ ⇒ K(4, 3, 3).

Vậy chọn (d).

423. Đường thẳng AB có phương trình tham số $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

($\overrightarrow{BA}$ = (1, 1, 2) là vectơ chỉ phương)

Gọi (α) là mặt phẳng chứa C và vuông góc với AB. Phương trình (α) có dạng: x + y + 2z + D = 0.

C ∈ (α) cho D = –5.

Phương trình (α): x + y + 2z – 5 = 0.

Thế x, y, z theo t từ phương trình tham số của AB được $t = -\frac{1}{3}$ ⇒ H có tọa độ: $H\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$.

Vậy chọn (d).

424. Chuyển phương trình (d) về dạng tham số: $\begin{cases} x = -4t + 6 \\ y = -t - 2 \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

⇒ (d) có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}$ = (4, 1, –2).

Phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với (d) có dạng:

$$4x + y - 2z + D = 0.$$

I ∈ (α) tính ra D = –3.

Phương trình (α):4x + y – 2z – 3 = 0.

Thế x, y, z từ phương trình tham số của (d) vào phương trình (α) được t = 1 ⇒ Giao điểm của (α) và (d) là H(2, –3, 1).

H chính là hình chiếu của I lên (d).

Vậy chọn (a).

425. Phương trình tham số của đường thẳng (d) qua A và vuông góc với (P):

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases}.$$

Thế x, y, z theo t vào phương trình của (P) được $t = -\frac{1}{14}$.

Thế $t = -\frac{1}{14}$ vào phương trình (d) được giao điểm I của (d) và (P): $I\left(\frac{26}{14}, \frac{39}{14}, \frac{69}{14}\right)$.

I là trung điểm của AA' nên:

$$x_{A'} + 2 = \frac{26}{7}, \quad y_{A'} + 3 = \frac{39}{7}, \quad z_{A'} + 5 = \frac{69}{7}$$

$\Rightarrow \quad A'\left(\frac{12}{7}, \frac{18}{7}, \frac{34}{7}\right)$. Vậy chọn (a).

426. Có thể thành lập ngay phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) theo công thức phương trình theo đoạn chắn:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Giả thiết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\frac{1}{2}}{a} + \frac{\frac{1}{2}}{b} + \frac{\frac{1}{2}}{c} = 1$

$\Leftrightarrow$ điểm $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \in (ABC)\ \forall a, b, c.$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) luôn qua điểm cố định $I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Vậy chọn (c).

427. $\overrightarrow{CA} = (-5, 2, 1)$; $\overrightarrow{CB} = (1, -2, 5)$; $\overrightarrow{AB} = (6, -4, 4)$.

Khoảng cách cần tìm bằng: $\dfrac{\left|[\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \dfrac{2\sqrt{36 + 169 + 16}}{2\sqrt{9 + 4 + 4}} = \sqrt{\dfrac{221}{17}} = \sqrt{13}$.

Vậy chọn (a).

428. Vectơ chỉ phương của (d_1): $\vec{a} = (-7, 2, 3)$. Vectơ chỉ phương của (d_2): $\vec{b} = (1, 2, -1)$.

$$[\vec{a}, \vec{b}] = (-8, -4, -16) \nearrow\swarrow \quad \vec{n} = (2, 1, 4).$$

Phương trình của mặt phẳng chứa (d_2) và có phương của (d_1) có dạng:

$$2x + y + 4z + D = 0.$$

Điểm A(7, 3, 9) thuộc mặt phẳng này $\Rightarrow D = -53$.

Giao tuyến của mặt phẳng này với mặt phẳng (α) là hình chiếu của (d_2) theo phương của (d_1) lên (α): $\begin{cases} 2x + y + 4z - 53 = 0 \\ x + y + z + 3 = 0 \end{cases}$

Vậy chọn (c).

429. (d_1) có dạng tham số: $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 7 + 6t \end{cases}$

(d_2) có dạng tham số: $\begin{cases} x = 3 + 14t' \\ y = -2 - 5t' \\ z = 1 + 2t' \end{cases}$

Hệ phương trình: $\begin{cases} 5 + 2t = 3 + 14t' \\ 1 + 3t = -2 - 5t' \\ 7 + 6t = 1 + 2t' \end{cases}$ có nghiệm $t = -1$, $t' = 0$

$\Rightarrow$ (d_1) cắt (d_2) tại $A(3, -2, 1)$.

Vậy chọn (b).

430. Dễ thấy $(d_1) // (d_2)$.

$A(1, 2, 0) \in (d_1)$; $B(2, 2, 0) \in (d_2)$.

$\vec{a} = (1, 2, -2)$ là vectơ chỉ phương của (d_1) ; $\overrightarrow{AB} = (1, 0, 0)$

$[\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (0, 2, 2) \nearrow\swarrow \vec{n} = (0, 1, 1)$.

Phương trình mặt phẳng chứa (d_1) và (d_2) có dạng $y + z + D = 0$, cho qua A được $D = -2$.

Vậy: $y + z - 2 = 0$.

Vậy chọn (c).

431. $A(5, 1, 5)$; $B(3, -3, 1)$; $\overrightarrow{AB} = (-2, -4, -4)$; $\vec{a} = (2, -1, -1)$.

$[\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (0, -10, 10) \nearrow\swarrow \vec{n} = (0, 1, -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $y - z + D = 0$.

$A \in (P) \Leftrightarrow D = 4 \Rightarrow$ Phương trình (P): $y - z + 4 = 0$.

Vậy chọn (a).

432. (d_1): $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$; (d_2): $\begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$

Chuyển (d_1) về dạng tham số: $\begin{cases} x = -t - 2 \\ y = t + 2 \\ z = 2t \end{cases}$

Để biết điểm $M(-2, 2, 0) \in (d_1)$ và vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1, 1, 2)$

Chuyển (d_2) về dạng tham số: $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$

Để biết điểm $N(-5, 2, 0) \in (d_1)$ và vectơ chỉ phương $\vec{b} = (3, -1, 1)$

$[\vec{a}, \vec{b}] = (3, 7, -2)$

$\overrightarrow{MN} = (-3, 0, 0)$

Khoảng cách giữa (d_1) và (d_2):

$$\frac{|[\vec{a}, \vec{b}].\overrightarrow{MN}|}{|[\vec{a}, \vec{b}]|} = \frac{|-9|}{\sqrt{3^2 + 7^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{\sqrt{62}}$$

Vậy chọn (c).

433. $A(2, -1, 5)$; (d): $\begin{cases} 3x - 2y + z + 7 = 0 \\ 5x - 4y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$

Chuyển phương trình của (d) về dạng tham số:

Cho $z = t$: $\begin{cases} 3x - 2y = -t - 7 \\ 5x - 4y = -3t - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -13 + t \\ y = -16 + 2t \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = -13 + t \\ y = -16 + 2t \\ z = t \end{cases}$

$\Rightarrow$ điểm $M(-13, -16, 0) \in (d)$ và $\vec{a} = (1, 2, 1)$ là vectơ chỉ phương của (d).

$\overrightarrow{MA} = (15, 15, 5) \quad \Rightarrow \quad [\overrightarrow{MA}, \vec{a}] = (5, -10, 15)$

$$\frac{|[\overrightarrow{MA}, \vec{a}]|}{|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{5^2 + (-10)^2 + 15^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{14}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{21}}{3}$$

Vậy chọn (b).

434. (d): $\begin{cases} x = 3 - 4b \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$; (d'): $\begin{cases} x = -6t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 + 2t' \end{cases}$

$\Rightarrow$ (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-4, 1, 1)$

Và điểm $M(3 - 4t, -2 + t, -1 + t) \in (d)$.

(d') có vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-6, 1, 2)$ và điểm $N(-6t', 1 + t', 2 + 2t') \in (d')$

$\overrightarrow{MN} = (-6t' + 4t - 3, t' - t + 3, 2t' - t + 3)$

$\overrightarrow{MN} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{a} = 0 \Leftrightarrow 3t' - 2t + 2 = 0$ (1)

$\overrightarrow{MN} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow 41t' - 27t + 27 = 0$ (2)

Hệ phương trình (1) và (2) cho $t = 1$, $t' = 0$

$\Rightarrow M(-1, -1, 0)$; $N(0, 1, 2)$

Phương trình MN là phương trình đường vuông góc chung của (d) và (d'):

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$$

Vậy chọn (c).

Chủ đề 14 | MẶT CẦU

435. Gọi I(x, y, z) là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD. Tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ BI^2 = CI^2 \\ CI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = (x-6)^2 + y^2 + (z-1)^2 \\ (x-6)^2 + y^2 + (z-1)^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = x^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 12y + 6z = -12 \\ -14x + 4y - 2z = -32 \\ 2x + 4y + 2z = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = -2 \\ 7x - 2y + z = 16 \\ x + 2y + z = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow I(3, 2, -1).$$

Vậy chọn (b).

436. Phương trình mặt cầu (S) được viết lại:

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=1$$

$\Rightarrow \quad I\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ và $R = 1$.

Vậy chọn (b).

437. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 5$

Tâm mặt cầu là I(2, –3, –3).

Xem đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng thiết diện

$$x - 2y + 2z + 1 = 0:$$

$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$, thế x, y, z vào phương trình mặt phẳng thiết diện

$$2 + t - 2(-3 - 2t) + 2(-3 + 2t) + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = -\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow$ Tọa độ tâm H của (C) là $H\left(\frac{5}{3},-\frac{7}{3},-\frac{11}{3}\right)$.

Vậy chọn (a).

438. Cùng đề trên nên có bán kính mặt cầu chứa (C) là $R = \sqrt{5}$.

Khoảng cách từ I đến thiết diện là: $h = \dfrac{|2 - 2(-3) + 2(-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$.

$\Rightarrow$ Bán kính của (C) là: $r = \sqrt{R^2 - h^2} = 2$.

Vậy chọn (c).

439. Viết lại phương trình của mặt cầu (S) chứa (C):

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 81,$$

để biết tâm I(1, 2, 3) và bán kính R = 9.

$\Rightarrow$ Bán kính của (C) là $r = \sqrt{81-4} = \sqrt{77}$ (do khoảng cách từ I đến mặt phẳng chứa (C) là $h = \dfrac{|2.1 - 2.2 + 3 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$).

Vậy chọn (c).

440. Viết lại phương trình mặt cầu (S) chứa (C):

$$(x-6)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$$

để biết tâm I(6, –2, 3) và R = 5.

Phương trình của đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng chứa (C): $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Thế vào phương trình mặt phẳng thiết diện:

$$2(6 + 2t) + 2(-2 + 2t) + 3 + t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{4}{3}.$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}, \frac{5}{3}\right).$$

Vậy chọn (b).

441. Cùng đề với 440 nên mặt cầu (S) chứa (C) có I(6, –2, 3), R = 5.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng thiết diện là:

$$h = \frac{|2.6 + 2(-2) + 3 + 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 4$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{25 - 16} = 3.$$

Vậy chọn (d).

442. Mặt cầu (S) chứa đường tròn (C) có tâm I(0, 0, 0) và bán kính R = 2.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng thiết diện là:

$$h = \frac{|0 + 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2}.$$

Đường thẳng qua tâm của (S) và vuông góc với mặt phẳng thiết diện có phương trình tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Thế vào phương trình mặt phẳng thiết diện được t = 1 ⇒ tâm H(1, 0, 1).

Vậy chọn (b).

443. Viết lại phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$ để biết tâm I(1, 0, 2) và bán kính R = 3.

$\overrightarrow{AB} = (-1, 1, 4)$; $\overrightarrow{AC} = (-4, 1, 1)$

$\Rightarrow$ $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3, -15, 3) \nearrow\swarrow \vec{n} = (1, 5, -1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $x + 5y - z + D = 0$ cho qua A được $D = -8$.

Vậy $x + 5y - z - 8 = 0$ là phương trình mặt phẳng (ABC).

Đường thẳng qua tâm I và vuông góc với (ABC) có phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Thế vào phương trình (ABC) được $t = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $H\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$.

Vậy chọn (a).

444. Cùng đề với câu 443, khoảng cách h từ I đến (ABC):

$$h = \frac{|1 + 5.0 - 2 - 8|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-1)^2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{9 - 3} = \sqrt{6}.$$

Vậy chọn (c).

445. $\overrightarrow{AB} = (-5, 0, 5)$; $\overrightarrow{AC} = (0, -5, 5)$;

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (25, 25, 25) \nearrow\swarrow \vec{n} = (1, 1, 1)$

Phương trình (ABC) có dạng $x + y + z + D = 0$ cho qua A, tính được $D = -1$.

Vậy phương trình (ABC): $x + y + z - 1 = 0$.

Đường tròn qua ba điểm A, B, C là giao tuyến của (ABC) và mặt cầu:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$$

Vậy chọn (c).

446. Viết lại phương trình (S): $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$

$\Rightarrow$ (S) có tâm I(3, 1, –2). $\overrightarrow{IM} = (1, 2, 2)$.

Phương trình tiếp diện của (S) tại M có dạng: $x + 2y + 2z + D = 0$.

M thuộc tiếp diện, tính được D = –10.

Phương trình tiếp diện tại M là: $x + 2y + 2z - 10 = 0$.

Vậy chọn (b).

447. Viết lại phương trình của (S) để biết tâm và bán kính:

$(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 9 \Rightarrow I(-1, -2, 2), \quad R = 3.$

Các mặt phẳng song song với (α) có phương trình: $2x - y + 2z + D = 0$.

Để là tiếp diện của (S) thì: $\dfrac{|2(-1) - 1(-2) + 2.2 + D|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3$

$\Leftrightarrow \quad |D + 4| = 9 \Leftrightarrow \quad D = 5$ hay $D = -13$.

Hai tiếp diện của (S) song song với (α) là:

$2x - y + 2z - 13 = 0$ và $2x - y + 2z + 5 = 0$

Vậy chọn (c).

448. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 5 \Rightarrow \quad I(2, -3, -3).$

Tâm của mặt cầu phải thuộc đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng thiết diện chứa (C). Đường thẳng này có phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

Thế x, y, z theo t vào phương trình $x + y + z + 3 = 0$ được $t = 1$.

$\Rightarrow$ Tâm I' của mặt cầu phải tìm có tọa độ I'(3, –5, –1).

Khoảng cách từ I' đến mặt phẳng $x - 2y + 2z + 1 = 0$ là:

$$h = \frac{|3 - 2(-5) + 2(-1) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 4$$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $x - 2y + 2z + 1 = 0$ là:

$$d = \frac{|2 - 2(-3) + 2(-3) + 1|}{\sqrt{1 + (-2)^2 + 2^2}} = 1.$$

(C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5 - 1} = 2$.

$\Rightarrow$ Bán kính của mặt cầu phải tìm là: $R = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{20}$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu phải tìm là: $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 + (z + 1)^2 = 20$.

Vậy chọn (b).

449. Mặt cầu: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ có tâm I(3, –2, 1)

Nếu H(x, y, z) là tâm của (C) thì H thuộc mặt phẳng $2x - 2y - z + 9 = 0$

(α) và $\overrightarrow{IH}$ cùng phương với vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2, -2, -1)$ của (α)

$\overrightarrow{IH} = (x-3, y+2, z-1)$

$\overrightarrow{IH}$ cùng phương với $\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 2t \\ y+2 = -2t \\ z-1 = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2-2t \\ z = 1-t \end{cases}$

Thế vào phương trình (α): $2(3+2t) - 2(-2-t) - (1-t) + 9 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 6 + 4t + 4 + 4t - 1 + t + 9 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 9t = -18 \quad \Leftrightarrow \quad t = -2$

Với t = –2: H(–1, 2, 3).

Vậy chọn (d).

450. Đưa $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 86 = 0$ về dạng thu gọn:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$$

$\Rightarrow$ Mặt cầu chứa (C) có tâm I(3, –2, 1), bán kính R = 10

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $2x - 2y - z - 27 = 0$

$$h = \frac{|2.3 - 2(-2) - 1.1 - 27|}{\sqrt{4+4+1}} = 6$$

$\Rightarrow$ (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

Vậy chọn (c).

Mục lục

Trang

Lời mở đầu 3

Phần 1. ĐỀ TOÁN

Chủ đề 1: Vectơ
Từ bài 1 đến bài 23 5

Chủ đề 2: Hệ thức lượng trong tam giác
Từ bài 24 đến bài 59 9

Chủ đề 3: Hình học không gian
Từ bài 60 đến bài 104 15

Chủ đề 4: Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng
Từ bài 105 đến 122 24

Chủ đề 5: Đường thẳng
Từ bài 123 đến bài 172 26

Chủ đề 6: Đường tròn
Từ bài 173 đến bài 207 34

Chủ đề 7: Elip
Từ bài 208 đến bài 256 41

Chủ đề 8: Hyperbol
Từ bài 257 đến bài 306 50

Chủ đề 9: Parabol
Từ bài 307 đến bài 350 59

Chủ đề 10: Vectơ trong không gian
Từ bài 351 đến bài 361 66

Chủ đề 11: Phương pháp tọa độ trong không gian
Từ bài 362 đến 381 68

Chủ đề 12: Mặt phẳng
Từ bài 382 đến bài 408 71

Chủ đề 13: Đường thẳng
Từ bài 409 đến bài 434 75

Chủ đề 14: Mặt cầu
Từ bài 435 đến bài 450 80

Phần 2. BÀI GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Chủ đề 1: Vectơ
Từ bài 1 đến bài 23 83

Chủ đề 2: Hệ thức lượng trong tam giác
Từ bài 24 đến bài 59 88

Chủ đề 3: Hình học không gian
Từ bài 60 đến bài 104 97

Chủ đề 4: Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng
Từ bài 105 đến 122 114

Chủ đề 5: Đường thẳng
Từ bài 123 đến bài 172 119

Chủ đề 6: Đường tròn
Từ bài 173 đến bài 207 132

Chủ đề 7: Elip
Từ bài 208 đến bài 256 142

Chủ đề 8: Hyperbol
Từ bài 257 đến bài 306 154

Chủ đề 9: Parabol
Từ bài 307 đến bài 350 169

Chủ đề 10: Vectơ trong không gian
Từ bài 351 đến bài 361 181

Chủ đề 11: Phương pháp tọa độ trong không gian
Từ bài 362 đến 381 183

Chủ đề 12: Mặt phẳng
Từ bài 382 đến bài 408 190

Chủ đề 13: Đường thẳng
Từ bài 409 đến bài 434 197

Chủ đề 14: Mặt cầu
Từ bài 435 đến bài 450 205