

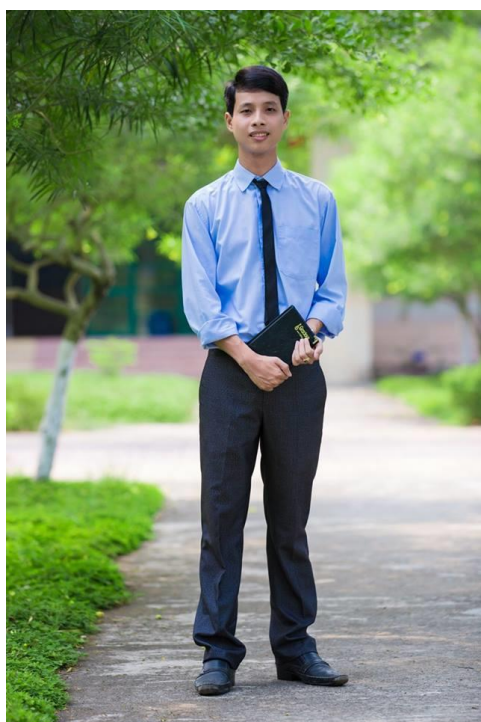
"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"
Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN: TOÁN LỚP 9 TỪ INTERNET

Họ và tên:

Lớp:

Trường:



hokhacvu

Người tổng hợp, sưu tầm : Thầy giáo Hồ Khắc Vũ

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Giáo viên Toán cấp 2 -3 "Hòa Thuận - Tam Kỳ - Quảng Nam"

QUẢNG NAM, THÁNG 03-2018

LỜI NÓI ĐẦU

Sơ lược bản thân, tôi là Hồ Khắc Vũ, Sinh năm 1994, giáo viên sư phạm Toán cấp 2-3 tốt nghiệp đại học Quảng Nam

Với mong muốn tìm tòi, sưu tầm và tập hợp tất cả các đề Toán lớp 9 của kỳ thi Học sinh giỏi các cấp để các anh chị em đồng nghiệp, các bậc phụ huynh và các em học sinh có tài liệu để tham khảo, ôn tập và luyện thi

Với lý do đó, tôi đã sưu tầm được 500 đề thi HSG toán 9 trên mạng để cho vào file PDF này, file này mang giá trị vô giá, với mục đích tới tận tay người học mà không tốn một đồng phí nào. Lý do tôi chọn file PDF chứ không phải file word chỉ đơn giản là để khỏi lỗi font chữ và nếu anh chị em nào có thể chỉnh sửa font chữ được thì tôi sẵn sàng chia sẻ file word vô tư

Tôi mong rằng, với tập tài liệu đồ sộ này, hy vọng sẽ giúp các anh chị em đồng nghiệp ôn tập được tốt hơn và cũng như các em học sinh lớp 9 sẽ luyện nhuần nhuyễn hơn trước khi bước vào kỳ thi

Cuối lời, không có gì hơn tôi xin gửi lời chúc bằng 1 câu thơ tâm đắc mà thầy tôi đã để lại cho tôi

"Thao trường đổ mồ hôi, chiến trường bớt đổ máu"

"Cờ lau trận giả nhận thất bại, Bạch Đằng tranh đấu thắng dội vang"

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề 01

Câu 1: (5,0 điểm)

a) Cho $A = \sqrt{2012} - \sqrt{2011}$; $B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$. So sánh A và B?

b) Tính giá trị biểu thức: $C = \sqrt[3]{15\sqrt{3} + 26} - \sqrt[3]{15\sqrt{3} - 26}$.

c) Cho $2x^3 = 3y^3 = 4z^3$. Chứng minh rằng: $\frac{\sqrt[3]{2x^2 + 3y^2 + 4z^2}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} = 1$

Câu 2: (3,0 điểm) Giải phương trình : $\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2} + \frac{1}{(x^2 + 2x + 3)^2} = \frac{5}{4}$.

Câu 3: (4,0 điểm) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 8(2x + y)^2 - 10(4x^2 - y^2) - 3(2x - y)^2 = 0 \\ 2x + y - \frac{2}{2x - y} = 2 \end{cases}$$

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC. Gọi Q là điểm trên cạnh BC (Q khác B; C). Trên AQ lấy điểm P (P khác A; Q). Hai đường thẳng qua P song song với AC, AB lần lượt cắt AB; AC tại M, N.

a) Chứng minh rằng : $\frac{AM}{AB} + \frac{AN}{AC} + \frac{PQ}{AQ} = 1$

b) Xác định vị trí điểm Q để $\frac{AM \cdot AN \cdot PQ}{AB \cdot AC \cdot AQ} = \frac{1}{27}$

Câu 5: (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C thuộc bán kính OA. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại D. Đường tròn tâm I tiếp xúc với nửa đường tròn (O) và tiếp xúc với các đoạn thẳng CA, CD. Gọi E là tiếp điểm của AC với đường tròn (I). Chứng minh : BD = BE.

Câu 6: (2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 1 - xy$, trong đó x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện : $x^{2013} + y^{2013} = 2x^{1006}y^{1006}$

Đề 02

Bài 1:

1) Cho biểu thức $P = \frac{2m + \sqrt{16m} + 6}{m + 2\sqrt{m} - 3} + \frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} - 1} + \frac{3}{\sqrt{m} + 3} - 2$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên.

2) Cho biểu thức $P = (a + b)(b + c)(c + a) - abc$ với a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $a + b + c$ chia hết cho 4 thì P chia hết cho 4.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2:

a) Chứng minh rằng: với mọi số thực x, y dương, ta luôn có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$

b) Cho phương trình $2x^2 + 3mx - \sqrt{2} = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm $x_1; x_2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{1+x_1^2}{x_1} - \frac{1+x_2^2}{x_2} \right)^2$

Bài 3: Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh

rằng $\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + zx} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$

Bài 4:

1) Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. M là một điểm di động trên cung nhỏ BC của đường tròn đó.

a) Chứng minh $MB + MC = MA$

b) Gọi H, I, K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AB, BC, CA. Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC, MBC. Chứng minh rằng: Khi M di động ta

luôn có đẳng thức $MH + MI + MK = \frac{2\sqrt{3}(S + 2S')}{3R}$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. AD, BE, CF là các đường cao. Lấy M trên đoạn FD, lấy N trên tia DE sao cho $MAN = BAC$. Chứng minh MA là tia phân giác của góc NMF

Đề 03

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2012 – 2013

MÔN THI: TOÁN – LỚP 9 – THCS

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi 29 tháng 3 năm 2013

=====

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (4,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{3a - 2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + \frac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P .

Câu 2. (4,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng d có phương trình $y = kx + 1$ (k là tham số). Tìm k để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $MN = 2\sqrt{10}$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y)(x+z) = 12 \\ (y+x)(y+z) = 15 \\ (z+x)(z+y) = 20 \end{cases}$$
 (Với x, y, z là các số thực dương).

Câu 3. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$.

2. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; $a^3 + b^3 + c^3 = 1$

Chứng minh rằng: $a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1$.

Câu 4. (6,0 điểm) Cho đường tròn (O; R), đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến MN, MP của đường tròn (O) (N, P là hai tiếp điểm).

1. Dựng điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác MNOP là hình vuông.

2. Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua ba điểm M, N, P luôn thuộc đường thẳng cố định khi M di động trên đường thẳng d .

Câu 5. (3,0 điểm)

1. Tìm hai số nguyên dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = [a, b] + 7(a, b)$ (với $[a, b] = \text{BCNN}(a, b)$, $(a, b) = \text{UCLN}(a, b)$).

2. Cho tam giác ABC thay đổi có $AB = 6$, $AC = 2BC$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác ABC.

-----Hết-----

ĐỀ 04

SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013

MÔN THI: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 27/03/2013

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\sqrt{x - \sqrt{50}} - \sqrt{x + \sqrt{50}} \right) \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 50}}$ với $x \geq \sqrt{50}$

b) Cho $x + \sqrt{3} = 2$. Tính giá trị của biểu thức: $B = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2018$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $\frac{4x}{x^2 - 5x + 6} + \frac{3x}{x^2 - 7x + 6} = 6$

b) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 4\sqrt{xy} = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $4a^2 + 3ab - 11b^2$ chia hết cho 5 thì $a^4 - b^4$ chia hết cho 5.

b) Cho phương trình $ax^2 + bx + 1 = 0$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm a, b biết

$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ là nghiệm của phương trình.

Câu 4 (3,0 điểm): Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua B và C (O không nằm trên đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M và N . Gọi I là trung điểm của BC , AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K .

a) Chứng minh 4 điểm O, M, N, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

c) Gọi D là trung điểm HQ , từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E . Chứng minh P là trung điểm ME .

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $A_n = \frac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng: $A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n < 1$.

----- HẾT -----

Đề số 05

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"
Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH
KON TUM NĂM HỌC 2016-2017

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 16/3/2017

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1:

a) Cho $x \geq 0$ và $x \neq 9$. Rút gọn $P = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{2} - 6} + \frac{\sqrt{2x} - 6}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} + 3\sqrt{2} + 6}$

b) Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = x + 2m - 2$ cắt đường thẳng $y = 2x + m - 13$ tại một điểm trên trục hoành. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $y = 2x + m - 13$ ứng với m vừa tìm được (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimet)

Bài 2:

a) Cho $x \geq 2$; $y \geq 0$ thỏa mãn $y^2\sqrt{x-2} + \sqrt{x-2} = 2y$. Chứng minh rằng $x^3 \leq 27$

b) Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ và $CA = 5\text{cm}$. Gọi H, D, P lần lượt là chân đường cao, phân giác, trung tuyến kẻ từ B xuống cạnh AC . Tính diện tích của các tam giác CBD , BDP , HBD

Bài 3: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Lấy điểm D trên cung BC (không chứa điểm A) của đường tròn đó. Gọi H, K, I lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ D xuống các đường thẳng BC, AB, CA

a) Chứng minh rằng K, H, I thẳng hàng

b) Chứng minh rằng $\frac{BC}{DH} = \frac{AC}{DI} + \frac{AB}{DK}$

Bài 4:

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3y + 3x^2 = 5y \\ 1 + 6xy = 7y^3 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $xy^2 + 2xy - 243y + x = 0$

-----Hết-----

Đề số 06

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỒNG THÁP

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2016-2017

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 19/3/2017

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1: a) Tính giá trị của $A = \frac{4\sqrt{3-2\sqrt{2}}+10}{(1+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})+1}$

b) Cho $B = n^4 + n^3 - n^2 - n$. Chứng minh rằng B chia hết cho 6 với mọi số nguyên n

Bài 2: Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{5-2x}{x-1}$

a) Tìm điều kiện của x để P xác định và rút gọn P

b) Tìm x để P = 7

Bài 3:

a) Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

b) Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm GTLN của $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$

Bài 4:

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x}+y} + \frac{5}{\sqrt{x}-y} = 6 \\ \frac{3}{\sqrt{x}+y} - \frac{4}{\sqrt{x}-y} = -3 \end{cases}$$

b) Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60km nữa thì mới được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng thêm vận tốc 10km/h trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến tỉnh B sớm hơn dự định 1 giờ. Tính quãng đường AB

Bài 5: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ C và B của tam giác ABC. D là điểm đối xứng của A qua O, M là trung điểm BC, H là trực tâm tam giác ABC

a) Chứng minh rằng M là trung điểm HD

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Gọi L là giao điểm thứ hai của CE với đường tròn tâm O. Chứng minh rằng H, L đối xứng nhau qua AB

Bài 6: Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 4. Trên hai cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho EC là phân giác của góc BEF. Trên tia AB lấy K sao cho BK = DF

a) Chứng minh rằng CK = CF

b) Chứng minh rằng EF = EK và EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định

c) Tìm vị trí của E, F sao cho diện tích tam giác CEF lớn nhất

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Đề số 07

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NGHỆ AN

NĂM HỌC 2016-2017

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 15/3/2017

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1: (4,0 điểm)

a. Tìm các hệ số b, c của đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$ biết P(x) có giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $x=2$.

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy^2 - xy - y^3 = 0 \\ 2\sqrt{y} - 2(x^2 + 1) - 3\sqrt{x}(y + 1) - y = 0 \end{cases}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

a. Giải phương trình $x + 2 = 3\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 + x}$

b. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức $P = \frac{2a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$.

Câu 3: (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 135^\circ$, BC=5 cm và đường cao AH=1 cm. Tính độ dài các cạnh AB và AC.

Câu 4: (5,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, D là điểm trên cung DC không chứa A. Dựng hình bình hành ADCE. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC, ACE; P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên đường thẳng BC, AB và I là giao điểm của EK với AC.

a) Chứng minh rằng 3 điểm P, I, Q thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng đường thẳng PQ đi qua trung điểm HK.

Câu 5: (4,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a. Tìm tất cả các số nguyên tố khác nhau m, n, p, q thỏa mãn $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{mnpq} = 1$

b. Trên một hàng có ghi 2 số 1 và 5. Ta ghi các số tiếp theo lên bảng theo nguyên tắc. Nếu có 2 số x, y phân biệt trên bảng thì ghi thêm số $z = xy + x + y$. Chứng minh rằng các số được ghi trên bảng (trừ số 1 ra) có dạng $3k+2$ (với k là số tự nhiên).

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Đề số 08

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

THÁI BÌNH

NĂM HỌC 2016-2017

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 16/12/2016

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (3,0 điểm) Cho $2x = \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}+1}$. Tính $P = \sqrt{\frac{x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 12x - 11}{2x^2 - 6x + 2}}$

Câu 2. (3,0 điểm) Cho hai hàm số: $y = (m^2 + 2)x - m^3 - 3m + 1$ và $y = x - 2m + 1$ có đồ thị lần lượt là d_1, d_2 . Gọi $A(x_0, y_0)$ là giao điểm của d_1, d_2 .

a) Tìm tọa độ điểm A

b) Tìm m nguyên để biểu thức $T = \frac{x_0^2 + 3x_0 + 3}{y_0^2 - 3y_0 + 3}$ nhận giá trị nguyên

Câu 3. (4,0 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^2 - 11x + 21 = 3\sqrt{4x - 4}$

2) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x^2y^2 + x^2y - xy - x - 1 = 0 \\ x^2y^2 - x^2y + 6x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác MNP cân tại P. Gọi H là trung điểm của MN, K là hình chiếu vuông góc của H trên PM. Dựng đường thẳng qua P vuông góc với NK và cắt HK tại I. Chứng minh rằng I là trung điểm của HK.

Câu 5. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên tia đối tia AC lấy điểm M sao cho $0 < AM < AC$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM, K là hình chiếu vuông góc của M trên BC, MK cắt AB tại H. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của CH và BM

a) Chứng minh rằng tứ giác AFKE là hình vuông

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Chứng minh rằng AK, EF, OH đồng quy

Câu 6. (2,0 điểm) Tìm số nghiệm nguyên dương (x;y) của phương trình $x^2 - y^2 = 100.110^{2n}$ với n là số nguyên dương cho trước. Chứng minh rằng số nghiệm này không thể là số chính phương

Câu 7. (2,0 điểm) Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $ab+bc+ca=abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức
$$P = \frac{a^4 + b^4}{ab(a^3 + b^3)} + \frac{b^4 + c^4}{bc(b^3 + c^3)} + \frac{c^4 + a^4}{ac(a^3 + b^3)}$$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Đề số 09

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

QUẢNG NGÃI

NĂM HỌC 2016-2017

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 26/02/2017

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1: a) Chứng minh rằng với mọi n nguyên thì $n^5 + 1999n + 2017$ không phải là số chính phương

b) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 5y^2 + 2xy + 4y = 12$

c) Cuối học kỳ, một học sinh có 11 bài kiểm tra đạt các điểm 8, 9, 10. Biết tổng điểm các bài kiểm tra là 100. Hỏi học sinh đó có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8, điểm 9, điểm 10

Bài 2:

a) Giải phương trình $\sqrt[3]{x+5} - \sqrt[3]{x-2} = 1$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$$

Bài 3:

a) Cho $-\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$; $x \neq 0$ và $\sqrt{5+3x} - \sqrt{5-3x} = a$. Tính $P = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{25-9x^2}}}{x}$

b) Cho x, y, z > 0 và x + y + z = 12. Tìm GTNN của $M = \frac{2x+y+z-15}{x} + \frac{x+2y+z-15}{y} + \frac{x+y+2z-15}{z}$

Bài 4:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác và G là trọng tâm tam giác ABC. Tính độ dài đoạn thẳng IG.

2) Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh a. Gọi M, N, P là 3 điểm lần lượt lấy trên cạnh BC, CD và DA sao cho tam giác MNP đều.

a) Chứng minh rằng $CN^2 - AP^2 = 2DP.BM$

b) Xác định vị trí của M, N, P để tam giác MNP có diện tích bé nhất.

Bài 5:

a) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có bán kính R, biết $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ và thỏa mãn hệ thức $R(b+c) = a\sqrt{bc}$. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

b) Trên mặt phẳng cho 6 điểm bất kỳ sao cho khoảng cách giữa 2 điểm tùy ý luôn lớn hơn 1. Chứng minh rằng không thể phủ cả 6 điểm này bằng một hình tròn có bán kính bằng 1.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Đề số 10

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NAM ĐỊNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2014-2015

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 26/03/2015

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1

a) Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(y-1)^2}$ với $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

b) Cho x; y; z thỏa mãn $x+y+z=0$ và $xyz \neq 0$. Chứng minh $\sum \frac{1}{x^2 + y^2 - z^2} = 0$

Bài 2

a) Giải phương trình: $\sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} = 3-x$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y^3 - 4x^2 + 3y^2 + 8x + 4y - 16 = 0 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{y+3} = -1 \end{cases}$

Bài 3

a) Tìm các số tự nhiên n sao cho $3n^3 + 2n^2 + 17n + 6$ chia hết cho $n^2 + 4$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + 5y^2 + 4xy + 6x + 12y + 8 = 0$

Bài 4

Cho 2 đường tròn $(O; r)$ và $(O'; r')$ với $r > r'$ cắt nhau tại A; B. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt (O') tại E. Tiếp tuyến tại A của (O') cắt (O) tại C. N là trung điểm của CE. M là giao của AB với CE.

Trường hợp B nằm giữa A và M

a) Chứng minh $AB^2 = BE \cdot BC$ và $BC \cdot ME = BE \cdot MC$

b) Chứng minh $CAN = EAM$

Bài 5 Cho tứ giác ABCD nội tiếp $(O; R)$ và $(O'; r')$. Chứng minh $R \geq R' \sqrt{2}$

Bài 6 Cho x, y, z thỏa mãn $x+y+z=0$; $x+1>0$; $y+1>0$ và $z+4>0$. Tìm GTLN

của $A = \frac{xy-1}{(x+1)(y+1)} + \frac{z}{z+4}$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 11

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NAM ĐỊNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2011-2012

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 26/03/2011

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1:

1) Cho các số thực a, b, c khác nhau từng đôi một vào thỏa mãn điều kiện: $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$.
Chứng minh rằng: $(a+b+1)(b+c+1)(c+a+1) = -1$

2) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $ab+bc+ca=1$

Chứng minh rằng: $\frac{(b+c)\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{b^2+1}\sqrt{c^2+1}} = 1$

Câu 2:

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{y^2 - 3x} + \sqrt{x^2 + 8y} = 5 \\ x(x-3) + y(y+8) = 13 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 3x^2 - 4x - 2$

Câu 3:

Tìm tất cả các bộ ba số nguyên không âm $(x; y; z)$ thỏa mãn đẳng thức: $2012^x + 2013^y = 2014^z$

Câu 4:

Cho đường tròn (O) , AB là đường kính của (O) . Điểm Q thuộc đoạn thẳng OB (Q khác O ; Q khác B). Đường thẳng đi qua Q , vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D khác nhau (điểm D nằm trong nửa mặt phẳng bờ PS chứa B). Gọi G là giao điểm của các đường thẳng CD và AP . Gọi E là giao điểm của các đường thẳng CD và PS . Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AQ .

1) Chứng minh rằng tam giác PDE đồng dạng với tam giác PSD

2) Chứng minh rằng $EP = EQ = EG$

3) Chứng minh đường thẳng KG vuông góc với đường thẳng CD

Câu 5:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}} \geq 1$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Đề số 12

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

HÀ TĨNH

NĂM HỌC 2011-2012

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 26/03/2012

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1

a) Rút gọn biểu thức $\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

b) Tìm các số nguyên a, b sao cho $\frac{3}{a+b\sqrt{3}} - \frac{2}{a-b\sqrt{3}} = 7 - 20\sqrt{3}$

Bài 2

a) Giải phương trình $x^2 - x + 12\sqrt{1-x} = 36$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+1)(y+1) = 10 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{xy} - 1) = 3 \end{cases}$$

Bài 3

Cho ba số m, n, p thỏa mãn: $m^2 + n^2 = \frac{m^2}{n^2} + \frac{m^2}{n^2} + \frac{m^2}{p^2} = 2$ và $\frac{p^2}{n^2} + \frac{p^2 + n^2}{m} + \frac{n^2}{p^2} = 4$

Tính $Q = m^2 + m^3 + p^4$

Bài 4

Cho tam giác ABC có B nhọn, trên cung nhỏ AC của (ABC) lấy D khác A. K và H là hình chiếu của D trên các đường thẳng BC, AB. I là giao điểm KH và AC.

a) Chứng minh: DI vuông góc với AC và $HK < AC$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) E là trung điểm AB . (HDE) cắt IK tại F . CM IF=FK

Bài 5 Cho hai số thực x, y khác 0 sao cho $(x + y + 1)xy = x^2 + y^2$.

Tìm max của $A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 13

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ TĨNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2013-2014

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 6/03/2014

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1

a) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = x^2 + 1$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^3 + xy^2 = 2y \\ y^3 + x^2y = -2x. \end{cases}$$

Câu 2

a) Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3 = 1$. Tính $P = a^{2012} + b^{2013} + c^{2014}$.

b) Cho $x, y > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^2}$.

Câu 3

Giải sử phương trình $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = 3$ có 3 nghiệm không đồng thời bằng nhau

$(a; b; c); (p; q; r); \left(\frac{a}{p}; \frac{b}{q}; \frac{c}{r}\right)$. Chứng minh $(ap^2; bq^2; cr^2)$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Câu 4

Tam giác ABC có $AB = AC = a$; $\angle ABC = \angle ACB = \alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$. Gọi M là trung điểm của BC. Góc $\angle xMy$ quay quanh điểm M sao cho Mx, My cắt AB, AC tại D, E.

a) Tính tích BD.CE theo a; α .

b) Gọi $d_{(M; DE)} = R$. Chứng minh rằng AB, AC là các tiếp tuyến của $(M; R)$.

c) Tìm vị trí của D; E sao cho S_{ADE} lớn nhất.

Câu 5

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Lấy 2014 điểm phân biệt trên đường tròn bán kính $R=1$ sao cho khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ khác $\sqrt{3}$. Chứng minh có thể chọn ra 672 điểm sao cho bất cứ bộ ba điểm nào cũng là 3 đỉnh của một tam giác có một góc lớn hơn 120° .

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯNG YÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề thi có 01 trang

Đề số 14

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2015-2016

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

Ngày thi: 05/04/2016

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2 điểm).

Cho $x = 1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$. Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{x^3 - 3x^2 - 3x + 2016}$.

Câu 2 (5 điểm).

- a) Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + 1 - m$ ($m \neq 0$). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất.
- b) Tìm các số có 2 chữ số $\overline{ab}$ ($a \neq b$) sao cho số $n = \overline{ab} - \overline{ba}$ là một số chính phương.

Câu 3 (2 điểm).

Giải phương trình: $x^2 + 3x \cdot \sqrt{3x+2} - 12 + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+8}{x}$

Câu 4 (3 điểm).

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 3} + \sqrt{y - x + 1} = 2 \end{cases}$$

Câu 5 (6 điểm).

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O , bán kính R . Lấy điểm M bất kỳ trên cung nhỏ BC (M không trùng với B, C). Đường thẳng qua A và vuông góc với CM tại H cắt tia BM tại K .

- a) Chứng minh H là trung điểm của AK .
- b) Chứng minh điểm K luôn nằm trên một đường tròn cố định khi M thay đổi. Tính bán kính đường tròn đó khi $R = 3\sqrt{3}$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- c) Gọi D là giao điểm của AM với BC . Tìm vị trí điểm M sao cho tích hai bán kính đường tròn ngoại tiếp của hai tam giác MBD , MCD đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6 (2 điểm).

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{3a - ab - ca + 2bc} + \frac{b^3}{3b - bc - ab + 2ca} + \frac{c^3}{3c - ca - bc + 2ab} + 3abc$$

-----Hết-----

Đề số 15

SỞ GD&ĐT VINH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2011-2012

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (3,0 điểm).

1. Cho $f(x) = \frac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = f\left(\frac{1}{2012}\right) + f\left(\frac{2}{2012}\right) + \dots + f\left(\frac{2010}{2012}\right) + f\left(\frac{2011}{2012}\right)$$

2. Cho biểu thức $P = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$

Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

Câu 2 (1,5 điểm).

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $(x+y)^3 = (x-y-6)^2$.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn điều kiện:

$$abc + bcd + cda + dab = a + b + c + d + \sqrt{2012}$$

Chứng minh rằng: $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1) \geq 2012$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho ba đường tròn (O_1) , (O_2) và (O) (kí hiệu (X) chỉ đường tròn có tâm là điểm X). Giả sử (O_1) , (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm I và (O_1) , (O_2) lần lượt tiếp xúc trong với (O) tại M_1, M_2 . Tiếp tuyến của

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

đường tròn (O_1) tại điểm I cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm A, A' . Đường thẳng AM_1 cắt lại đường tròn (O_1) tại điểm N_1 , đường thẳng AM_2 cắt lại đường tròn (O_2) tại điểm N_2 .

1. Chứng minh rằng tứ giác $M_1N_1N_2M_2$ nội tiếp và đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng N_1N_2 .
2. Kẻ đường kính PQ của đường tròn (O) sao cho PQ vuông góc với AI (điểm P nằm trên cung AM_1 không chứa điểm M_2). Chứng minh rằng nếu PM_1, QM_2 không song song thì các đường thẳng AI, PM_1 và QM_2 đồng quy.

Câu 5 (1,0 điểm)

Tất cả các điểm trên mặt phẳng đều được tô màu, mỗi điểm được tô bởi một trong 3 màu xanh, đỏ, tím. Chứng minh rằng khi đó luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có 3 đỉnh thuộc các điểm của mặt phẳng trên mà 3 đỉnh của tam giác đó cùng màu hoặc đôi một khác màu.

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Đề số 16

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2012-2013

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1:

a) Tính Tổng: $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2012^2} + \frac{1}{2013^2}}$

b, Cho các số nguyên x, y thỏa mãn: $4x + 5y = 7$. Tìm GTNN của $P = 5|x| - 3|y|$

Câu 2:

Tìm các số hữu tỉ x, y thỏa mãn $\sqrt{2\sqrt{3}-3} = \sqrt{3x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}}$

Câu 3:

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = \frac{1}{6}$. Chứng minh rằng:

$$3 + \frac{a}{2b} + \frac{2b}{3c} + \frac{3c}{a} \geq a + 2b + 3c + \frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4:

Cho tam giác ABC ($AC > AB$) có các đường cao AA', BB', CC' và trực tâm H. Gọi (O) là đường tròn tâm O, đường kính BC. Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN tới (O). Gọi M' là giao điểm thứ hai của A'N và (O). K là giao của OH và B'C'.

CMR:

a, M đối xứng M' qua BC

b, Ba điểm M, H, N thẳng hàng

c, $\frac{KB'}{KC'} = \left(\frac{HB'}{HC'}\right)^2$

Câu 5:

Cho bảng vuông 3*3 (3 hàng và 3 cột). Người ta điền tất cả các số từ 1 đến 9 vào các ô trong bảng (mỗi số điền 1 ô) sao cho tổng bốn số trên bảng con có kích thước 2*2 đều bằng nhau và bằng số T nào đó. Tìm GTLN có thể của T

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người soạn và biên tập tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 17

Câu 1: Giải hệ phương trình

a)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3 = 4x \\ x^3 + 12x + y^3 = 6x^2 + 9 \end{cases}.$$

b)
$$\begin{cases} x^4 + 3 = 4y \\ y^4 + 3 = 4x \end{cases}$$

Câu 2:

Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 4x - x^2$

Câu 3:

Tìm tất cả các số nguyên dương (x;y) thỏa mãn phương trình

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 2(x - y)(1 - xy) = 4xy + 9$$

Câu 4:

a) Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn điều kiện: $x+y+z=1$

Tìm Min $F = \sum \frac{x^4}{(x^2 + y^2)(x + y)}$

b) Cho a,b,c>0. CMR $\frac{a^2}{b^2c} + \frac{b^2}{c^2a} + \frac{c^2}{a^2b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Câu 5:

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy điểm M bất kì trên AD (M không trùng với A). Gọi N,P theo thứ tự là hình chiếu của M trên AB,AC, H là hình chiếu của N trên đường thẳng PD

a) CMR $AH \perp BH$

b) Đường thẳng qua B song song với AD cắt đường trung trực của AB tại I. CMR H, I, N thẳng hàng

Câu 6:

Có điền được hay không 100 số gồm 10 số -2, 10 số -1, 30 số 0, 40 số 1 và 10 số 2 vào bảng 10×10 (mỗi ô điền một số và gọi số ở hàng i tính từ dưới lên trên và cột j tính từ trái sang phải là a_{ij}) sao cho thỏa mãn 2 điều kiện

a) Tổng các số trên mỗi hàng, mỗi cột đều bằng m

b) Tổng các số a_{ij} trong bảng thỏa mãn (i-j) chia hết cho 2 bằng 5m

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GD&ĐT VINH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 18

Câu 1: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{3x + \sqrt{16x} - 7}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(2 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tìm x để $A = -6$

Câu 2: (1,5 điểm): Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2 \\ 2x + my = 5 \end{cases}$ (m là tham số)

- a) Giải hệ phương trình trên khi $m = 10$
- b) Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x;y) thỏa mãn hệ thức

$$x + y - 2014 = \frac{-2015m^2 + 14m - 8056}{m^2 + 4}$$

Câu 3 (3 điểm):

- a) Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{9a^3 + 3b^2 + c} + \frac{b}{9b^3 + 3c^2 + a} + \frac{c}{9c^3 + 3a^2 + b}$$

- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $x(1+x+x^2) = 4y(y-1)$

Câu 4: (3 điểm): cho đoạn thẳng AC có độ dài bằng a. Trên đoạn AC lấy điểm B sao cho $AC = 4AB$. Tia Cx vuông góc với AC tại C, gọi D là một điểm bất kỳ thuộc tia Cx (D không trùng với C). Từ điểm B kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt hai đường thẳng AD và CD lần lượt tại K, E.

- a) Tính giá trị $DC \cdot CE$ theo a
- b) Xác định vị trí điểm D để tam giác BDE có diện tích nhỏ nhất
- c) Chứng minh rằng khi điểm D thay đổi trên tia Cx thì đường tròn đường kính DE luôn có một dây cung cố định.

Câu 5 (1 điểm): Cho dãy số gồm 2015 số: $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2014}; \frac{1}{2015}$

Người ta biến đổi dãy nói trên bằng cách xóa đi hai số u, v bất kì trong dãy và viết thêm vào dãy một số giá trị bằng $u + v + uv$ vào vị trí u hoặc v. Cứ làm như thế đối với dãy mới thu được và sau 2014 lần biến đổi, dãy cuối cùng chỉ còn lại một số. Chứng minh rằng giá trị của số cuối cùng đó không phụ thuộc vào việc chọn các số u, v để xóa trong mỗi lần thực hiện biến đổi dãy, hãy tìm số cuối cùng đó.

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"
Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 19

SỞ GD&ĐT VINH PHÚC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+4}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} \right)$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị nguyên

Câu 2:

a) Giải phương trình: $(x+1)(x-2)(x+6)(x-3) = 45x^2$

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn: $x(x^2 + x + 1) = 4^y - 1$

Câu 3:

Cho các số nguyên x,y thỏa mãn $3x+2y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$H = x^2 - y^2 + |xy| + |x+y| - 2$$

Câu 4:

Cho hai điểm A,B phân biệt, lấy điểm C bất kỳ thuộc đoạn AB sao cho $0 < AC < \frac{3}{4}AB$; tia Cx

vuông góc với AB tại C. Trên tia Cx lấy hai điểm D,E phân biệt sao cho $\frac{CE}{CB} = \frac{CA}{CD} = \sqrt{3}$. Đường tròn

ngoại tiếp tam giác ADC và đường tròn ngoại tiếp tam giác BEC cắt nhau tại điểm thứ hai H. (H không trùng với C)

a) Chứng minh $ADC = EBC$ và 3 điểm A,H,E thẳng hàng

b) Xác định vị trí của C để $HC \perp AD$

c) Chứng minh rằng khi điểm C thay đổi thì đường thẳng HC luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5:

Cho 3 số thực không âm x,y,z thỏa mãn $x+y+z=2$. Chứng minh rằng:

$$x+2y+z \geq (2-x)(2-y)(2-z)$$

Câu 6:

Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng và không có bốn điểm nào thuộc cùng một đường tròn. Chứng minh rằng tồn tại một đường tròn đi qua ba điểm trong năm điểm đã cho và hai điểm còn lại có đúng một điểm nằm bên trong đường tròn

—Hết—

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐIỆN
BIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Đề số 20

Câu 1. (6.0 điểm) Cho biểu thức: $Q = \frac{x\sqrt{x}-3}{x} - 2\sqrt{x} - 3 - 2 \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

- Rút gọn Q.
- Tính giá trị của Q khi $x = 14 - 6\sqrt{5}$
- Tìm GTNN của Q.

Câu 2. (3.0 điểm)

a) Cho phương trình: $x^2 + 2x + m = 0$ (1), (m là tham số). Xác định m để PT (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $3x_1 + 2x_2 = 1$

b) Giải PT: $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} - \sqrt[3]{(2-x)(7+x)} = 3$

Câu 3. (3.0 điểm)

- Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p-1)(p+1)$ luôn chia hết 24.
- Giải PT nghiệm nguyên: $(x^2 + y)(x + y^2) = (x - y)^3$

Câu 4. (6.0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp (O;R). H là một điểm di động trên đoạn thẳng OA (H khác A). Đường thẳng đi qua H và vuông góc với OA cắt cung nhỏ AB tại M, gọi I là hình chiếu của M trên OB.

- Chứng minh: $HIM = 2AMH$
- Các tiếp tuyến của (O;R) tại A và B cắt tiếp tuyến tại M của (O;R) lần lượt tại D và E, OD, OE cắt AB lần lượt tại F và G. Chứng minh: $OD \cdot GF = OG \cdot DE$.
- Tìm GTLN của chu vi tam giác MAB theo R.

Câu 5. (2.0 điểm)

- Cho các số dương x, y thỏa mãn $x + y = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2+1}{y^2} \cdot \frac{y^2+1}{x^2} \geq \frac{121}{144}$
- Trong một bảng ghi 2014 dấu cộng và 2015 dấu trừ. Mỗi lần ta xóa đi 2 dấu và thay bởi dấu cộng

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

nếu 2 dấu bị xoá cùng loại, thay bởi dấu trừ nếu 2 dấu bị xoá khác loại. Hỏi sau 4028 lần thực hiện như vậy trong bảng còn lại dấu gì?

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÀ RỊA

– VŨNG TÀU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 21

Câu 1: (3,0 điểm)

- a) Chứng minh với mọi số tự nhiên n , ta có $6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$ chia hết cho 17.
b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $2x^2 - 2xy - 5x + y + 19 = 0$

Câu 2: (3,0 điểm) Cho $A = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

- a) Rút gọn A.
b) Tìm GTNN của A.

Câu 3: (3,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\sqrt{2x-3} + 6 = 2x + \sqrt{x}$
b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = xy + x + y \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - y + 1 \end{cases}$

Câu 4: (3,0 điểm)

- a) Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn $x+y+z=6$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 12$. Tính giá trị biểu thức $Q = (x-3)^{2016} + (y-3)^{2016} + (z-3)^{2016}$
b) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $4c + 2b \geq a(b^2 + c^2)$. Tìm GTNN của biểu

thức: $S = \frac{3}{b+c-a} + \frac{4}{a+c-b} + \frac{5}{a+b-c}$

Câu 5: (4,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn, lấy điểm M khác A. Vẽ tiếp tuyến thứ hai MC của (O) (C là tiếp điểm). MB cắt (O) tại D khác B. Gọi H là giao điểm của OM và AC.

- a) Chứng minh $ABH = CAD$

- b) Gọi N là giao điểm của AC và BD. Chứng minh $\frac{1}{MD} + \frac{1}{MB} = \frac{2}{MN}$

Câu 6: (4,0 điểm)

Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Đường tròn (O) thay đổi đi qua hai điểm B, C và có tâm O không nằm trên đường thẳng d. Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN của (O) tại M và N. AO cắt MN tại H; đường thẳng AO cắt (O) tại P và Q (P nằm giữa A và O). Gọi D là trung điểm HQ. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc MD cắt đường thẳng MP tại E.

- a) Chứng minh P là trung điểm ME.
b) Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Đề số 22

Câu 1:

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$

- a) Rút gọn P
- b) Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 2:

- a) Tìm m để phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$|2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4| = 6$$

- b) Giải hệ:
$$\begin{cases} x^3 - 2x^2y + x = y^3 - 2xy^2 + y \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = y^2 - 6x + 11 \end{cases}.$$

Câu 3:

Cho ΔABC nội tiếp (O), ngoại tiếp (I), AI cắt (O) tại M, J là điểm đối xứng với I qua M, N là điểm chính giữa cung ABM, NI, NJ lần lượt cắt (O) tại E, F

- a) Chứng minh MB=MI và $\Delta BIJ, \Delta CIJ$ vuông
- b) Chứng minh I, J, F, E cùng thuộc 1 đường tròn

Câu 4:

Cho $a, b > 0, a + b \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của : $M = \frac{1}{a+b^2} + \frac{1}{b+a^2}$

Câu 5:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm m,n nguyên dương thỏa mãn: $n^2 + n + 1 = (m^2 + m - 3)(m^2 - m + 5)$

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG

NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 23

Bài 1: (4,0 điểm)

- a) Tìm ba số nguyên tố đôi một khác nhau, biết rằng tích của ba số đó bằng năm lần tổng của chúng.
- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 + 2y^2 - 3xy + 2x - 4y + 3 = 0$
- c) Tìm các số a, b, c biết $a = \frac{2b^2}{1+b^2}; b = \frac{2c^2}{1+c^2}; c = \frac{2a^2}{1+a^2}$

Bài 2: (4,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1 \\ \sqrt{x^2-1} + \sqrt{y^2-1} = \sqrt{xy+2} \end{cases}$$

Bài 3: (4,0 điểm)

- a) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Chứng minh rằng $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$
- b) Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng nếu b là số trung bình cộng của a và c thì $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}$

Bài 4: (5,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , bán kính R . Vẽ hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ AD . Nối E với C cắt OA tại M ; nối E với B cắt OD tại N .

- a) Tính $CM \cdot CE + BD^2$ theo R .
- b) Chứng minh rằng tích $\frac{OM}{AM} \cdot \frac{ON}{DN}$ là một hằng số
- c) Tìm vị trí của điểm E để tổng $\frac{OM}{AM} + \frac{ON}{DN}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

Bài 5: (3,0 điểm)

- a) Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là ba số nguyên liên tiếp (cùng đơn vị đo). Tìm độ dài các cạnh của tam giác đó, biết $3\hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho tam giác nhọn ABC có $BAC = 60^\circ$, $BC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. Bên trong tam giác này cho 2017 điểm bất

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH

ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

kì. Chứng minh rằng trong 2017 điểm ấy luôn tìm được 169 điểm mà khoảng cách giữa chúng không lớn hơn 1 cm .

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Đề số 24

Câu 1 : (5 điểm)

a) Tính tổng : $A = \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2015^2} + \frac{1}{2016^2}}$

b) Tìm các giá trị nguyên x,y thỏa mãn đẳng thức : $(y+2)x^2 + 1 = y^3$

Câu 2 : (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ với a,b là tham số . Tìm giá trị của a,b để phương trình có hai

nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases}$$

Câu 3 : (3 điểm)

Cho a,b,c là độ dài ba cạnh của một tam giác . Tìm giá trị nhỏ nhất

của: $A = \frac{4a}{b+c-a} + \frac{9b}{c+a-b} + \frac{16c}{b+a-c}$

Câu 4 : (9 điểm)

1 . Cho đường tròn (O) có đường kính $BC=2R$ và điểm A thay đổi trên đường tròn (O) (A không trùng với B,C). Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt đường tròn tại điểm K ($K \neq A$).

Hạ AH vuông góc với BC

a) Đặt $AH=x$. Tính diện tích S của tam giác AHK theo R và x. Tìm x sao cho S đạt giá trị lớn nhất

b) Tính $\hat{B}$ của ΔABC biết rằng $\frac{AH}{HK} = \sqrt{\frac{3}{5}}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2. Một đường thẳng d thay đổi cắt hai cạnh Ox, Oy của một góc nhọn xOy lần lượt tại hai điểm M, N nhưng luôn thỏa mãn hệ thức $\frac{1}{OM} + \frac{2}{ON} = 1$. Chứng tỏ rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 25

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ

NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1: Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}(x+15)-4}{x-3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} + \frac{3(\sqrt{x}+4)}{4-\sqrt{x}}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức M

b) Tìm x để $M = \frac{9}{2}$

c) Tính giá trị của M biết $x = \frac{\sqrt{\sqrt{10}+3} + \sqrt{\sqrt{10}-3}}{\sqrt{\sqrt{10}+1}} + \sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$

Bài 2: a) Tìm m để đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị $y = x^2$ (P) tại hai điểm phân

biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ sao cho $(x_2 - x_1)^{2014} + (y_2 - y_1)^{2014} = 2$

b) Giải phương trình $\frac{3x+3}{\sqrt{x}} = 3 + \frac{2\sqrt{x^2+7x+1}}{x+1}$

Bài 3: a) Cho đa thức P(x) có các hệ số là các số nguyên và $P(17) = 10; P(24) = 17$. Biết a, b là hai số nguyên phân biệt thỏa mãn $P(a) = a + 3$ và $P(b) = b + 3$. Tính ab

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + x = y^3 + 3y^2 + 4y + 2 \\ \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{y+12-6\sqrt{y+3}} = 1 \end{cases}$

Bài 4: Cho AB là đường kính của đường tròn (O; R). C là một điểm thay đổi trên đường tròn (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là trung điểm AC, OI cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) tại M, MB cắt CH tại K.

a) Chứng minh MC là tiếp tuyến của (O; R).

b) Chứng minh K là trung điểm của CH.

c) Cho BI cắt CO tại D, AD cắt BC tại E. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Chứng minh $\frac{r^2}{AE^2 + BI^2} < \frac{1}{20}$

Bài 5: a) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{3y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}} \leq 1$

c) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; 1), chứng minh trong ba cạnh của tam giác ABC có ít nhất một cạnh có độ dài lớn hơn hoặc bằng $\sqrt{3}$

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 26

Bài 1:

- a) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $abc = 1$ và $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Chứng minh rằng có ít nhất 1 trong ba số a, b, c bằng 1
- b) Cho n nguyên dương. Chứng minh rằng $A = 2^{3n+1} + 2^{3n-1} + 1$ là hợp số

Bài 2:

- a) Giải phương trình $x\sqrt{3-2x} = 3x^2 - 6x + 4$
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ x^2 + 8y^2 = 12 \end{cases}$

Bài 3: Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. Tìm GTLN

của $P = \frac{1}{\sqrt{a^2 - ab + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 - bc + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 - ca + a^2}}$

Bài 4: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H

- a) Chứng minh rằng $\cos^2 BAC + \cos^2 CBA + \cos^2 ACB < 1$
- b) P là điểm thuộc cung nhỏ AC của đường tròn (O). Gọi M, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC và HP. Chứng minh rằng $MI \perp AP$

Bài 5:

- a) Tìm các số nguyên tố p sao cho $\frac{p^2 - p - 2}{2}$ là lập phương của một số tự nhiên
- b) Cho 5 số thực không âm a, b, c, d, e có tổng bằng 1. Xếp 5 số này trên một đường tròn. Chứng minh rằng luôn tồn tại một cách xếp sao cho hai số bất kì cạnh nhau có tích không lớn hơn $\frac{1}{9}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Đề số 27

Bài 1 (5 điểm) :

- Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn: $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh rằng : $(a+b+c+d)$ chia hết cho 3
- Tìm tất cả các số nguyên tố x sao cho $2^x + x^2$ là số nguyên tố

Bài 2 (5 điểm):

- Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + 11x + 19} + \sqrt{2x^2 + 5x + 7} = 3(x + 2)$
- Tìm tất cả các bộ số $(x; y; z)$ thỏa mãn $x + y + z = 3$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 17$

Bài 3 (3 điểm):

- Cho 3 số x, y, z , thỏa mãn : $0 < x; y; z < \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $xy + yz + xz = \frac{3}{4}$. Tìm GTNN của

$$P = \frac{4x}{3-4x^2} + \frac{4y}{3-4y^2} + \frac{4z}{3-4z^2}$$

- cho a, b, c là độ dài 3 cạnh tam giác. Chứng minh : $\sum \frac{a^{2016}}{b+c-a} \geq \sum a^{2015}$

Bài 4 (6 điểm):

Cho tam giác ABC cạnh bằng a. Lấy điểm Q bất kì trên cạnh BC ($Q \neq B, C$). Trên tia đối tia BA lấy điểm P sao cho $CQ \cdot AP = a^2$. Gọi M là giao điểm của AQ và CP.

- CM 4 điểm A, B, M, C thuộc 1 đường tròn
- Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của M lên AB, BC, CA.
 - Xác định vị trí của Q để độ dài IK lớn nhất
 - Chứng minh $MI^2 + MJ^2 + MK^2$ không đổi khi Q thay đổi trên cạnh BC

Bài 5: (1 điểm)

Cho bảng ô vuông kích thước 10.10 gồm 100 ô vuông kích thước 1.1. Điền vào mỗi ô vuông của bảng một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số được điền ở hai ô vuông chung cạnh hoặc chung đỉnh nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong bảng ô vuông đã cho có một số xuất hiện ít nhất 17 lần

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THỪA
THIỆN HUẾ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9
NĂM HỌC 2014-2015
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 28

Bài 1: a) Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 8x^3 + 2015}{x^6 - 8x^3 - 12x^2 + 6x + 2015}$ với $x^2 - 2x - 1 = 0$

b) Cho biểu thức $A = \left(1 - \frac{\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a - 1}\right)$. Tìm các giá trị của a nguyên sao cho

A nguyên

Bài 2:

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + xy = 12 \\ x^2 + y^2 + x + 7y = 20 \end{cases}$$

b) Tìm x,y nguyên thỏa mãn phương trình: $x^4 + 4x^2y + 3y^2 + 6y - 16 = 0$

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 3 - m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

a) giải phương trình (1) với m = 1

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m sao cho: $M = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị đó

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A, vẽ ra phía ngoài các tam giác ABC vuông cân tại B và tam giác ACF vuông cân tại C. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của AB, CD; của AC và BF. Chứng minh:

a) 3 điểm D, A, F thẳng hàng

b) $AM = AN$ và $AM^2 = BM \cdot CN$

c) $S_{ABD} \cdot S_{ACF} = S_{ABC}^2$ (1), Đẳng thức (1) có đúng không khi tam giác ABC là tam giác nhọn?

Bài 5: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, M là điểm bất kì trên nửa đường tròn (M khác A, B) Hạ MH vuông góc với AB tại H. Gọi P, Q, I lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAH, MBH, AMB.

a) Chứng minh rằng I là trực tâm của tam giác MPQ

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm quỹ tích điểm I khi M di động trên nửa đường tròn.

$$P = \frac{2}{2x^2 + y^2 + 3} + \frac{2}{2y^2 + z^2 + 3} + \frac{2}{2z^2 + x^2 + 3}$$

Bài 6: Cho x, y, z là các số thực dương và $xyz=1$. Tìm max của:

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Đề số 29

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỒNG

NAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1:

- Giải phương trình : $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 6x + 8) = 3$
- Chứng minh : $x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 12x + 6 > 0$ với mọi x

Câu 2:

Giải phương trình nghiệm nguyên : $3x^2 + 5y^2 = 255$

Câu 3:

- Cho hai số thực. $a, b; a \geq 0, 3a \geq b$ Chứng minh
: $(\sqrt{3a-b} - \sqrt{a})(\sqrt{3a-b} + 3\sqrt{a}) = 2\sqrt{a(a-b)} - b$
- Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 6x + xy - 2 = 0 \\ 2\sqrt{(x+2)(3x-y)} = y + 6 \end{cases}$$

Câu 4:

Trong mặt phẳng, cho 10 đường tròn thỏa :

- với 2 đường tròn bất kì luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt
- không có 3 đường tròn nào cùng đi qua một điểm

Hỏi 10 đường tròn đã chia mặt phẳng thành bao nhiêu phần .

Câu 5:

Cho ABC nhọn. Hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H .Gọi M,N tương ứng là trung điểm của AB và DE . CM cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$ tại P khác C . CN cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ tại Q khác C.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- 1) Chứng minh : MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp CDE
- 2) Chứng minh $\frac{CD}{CE} = \frac{PD}{PE}$
- 3) Xác định đường trung trực của QP.

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LẠNG
SƠN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9
NĂM HỌC 2014-2015
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề số 30

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức A
- Chứng minh rằng A không nhận giá trị nguyên với $x \geq 0; x \neq 1$

Bài 2:

Giải phương trình $x^2 + 6x + 10 = 2\sqrt{2x+5}$

Bài 3:

Cho phương trình $x^2 - 2(a+1)x + 2a = 0(1)$ (với a là tham số)

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi a.
- Tìm a để phương trình (1) có hai nghiệm là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo là $2\sqrt{3}$.

Bài 4:

Cho góc $xOy = 60^\circ$. Đường tròn có tâm K tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N. Trên tia Ox lấy điểm P thỏa mãn $OP = 3OM$. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O. Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN tại E. Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN tại F.

- Chứng minh rằng hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng với nhau.
- Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp.
- Gọi D là trung điểm của PQ. Chứng minh tam giác DEF đều.

Bài 5:

Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $x + y \geq 6$. Tìm GTNN của biểu thức $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Đề số 31

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LÂM
ĐỒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9
NĂM HỌC 2016-2017
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1: a) Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{6 - 2\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}$

b) Cho $x = \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}$; $y = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}$.

Tính giá trị biểu thức $P = x^3 + y^3 - 3(x + y) + 2017$.

Bài 2: a) Chứng minh rằng với mọi $x \in \mathbb{Z}$ thì $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x$ chia hết cho 24

b) Cho $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$. Chứng minh rằng $n^6 + 2n^5 - n^4 + 2n^2$ không phải là số chính phương

Bài 3: a) Giải phương trình $x^2 + 5x + 8 = 3\sqrt{2x^3 + 5x^2 + 7x + 6}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ xy + \frac{1}{xy} = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Bài 4: a) Cho tam giác ABC cân tại A. Trên đoạn AB lấy điểm M (M nằm giữa A và B), trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho CN = BM. Vẽ MN cắt BC tại I. Chứng minh rằng M và N đối xứng với nhau qua I

b) Cho tam giác ABC nhọn, hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H (H thuộc BC, E thuộc AC). Chứng minh rằng $\tan ABC \cdot \tan C = \frac{AD}{DH}$

c) Cho đường tròn (O) đường kính AC, trên đoạn OC lấy điểm B (B khác O và C). Gọi M là trung điểm của AB. Dựng dây DE vuông góc với AB tại M, EB cắt DC tại F. Gọi S là giao điểm của BD và MF, CS lần lượt cắt DA và DE tại L và K. Chứng minh rằng $\frac{DA}{DL} + \frac{DB}{DS} = \frac{DE}{DK}$

d) Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi O là trung điểm của BC, dựng đường tròn (O) tiếp xúc với AB, AC lần lượt tại D và E. M là điểm chuyển động trên cung nhỏ DE, tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh rằng $BC^2 = 4 \cdot BP \cdot CQ$. Từ đó xác định vị trí M để diện tích tam giác APQ đạt GTLN

Bài 5: a) Tìm GTNN của $M = \frac{a\sqrt{a} - 3}{a - 2\sqrt{a} - 3} - \frac{2(\sqrt{a} - 3)}{\sqrt{a} + 1} + \frac{\sqrt{a} + 3}{3 - \sqrt{a}}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$$

GFHGH

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 32

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1: (4 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x-1}}$

- Tìm điều kiện của x để P có nghĩa
- Rút gọn P
- Tìm x để P đạt min

Bài 2: (4 điểm)

- Cho hai số thực a, b khác 0 và thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$. Chứng minh phương trình $(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0$ với ẩn x luôn có nghiệm
- Biết $(\sqrt{x^2 + 2015} + x)(\sqrt{y^2 + 2015} + y) = 2015$. Tính x + y

Bài 3: (4 điểm)

- Tìm các số chính phương có 4 chữ số biết rằng khi tăng mỗi chữ số thêm 1 đơn vị thì ta vẫn thu được một số chính phương
- Tìm số nguyên a để phương trình $x^2 - (3 + 2a)x + 40 - a = 0$ có nghiệm nguyên và tìm các nghiệm nguyên của pt đó ứng với các giá trị a tìm được

Bài 4: (4 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn nội tiếp (O, R). Hai đường cao AI và BE của tam giác cắt nhau tại H

- Chứng minh $EI \perp OC$
- Biết $CH = R$. Tính $\angle ACB$

Bài 5: (2 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH. Gọi M, N là trung điểm AB, AC. Hạ BE, CF vuông góc HN, HM. Chứng minh AH, BE, CF đồng quy

Bài 6: (2 điểm)

Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa $a + b + c = 3$. Chứng minh $a^3 + b^3 + c^3 + ab + ac + bc \geq 6$

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 24/03/2015

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 33

Câu 1 (4 điểm)

- 1) Tìm nghiệm nguyên tố của phương trình: $x^2 - 2y^2 = 1$
- 2) Xét dãy các số nguyên sau: 1; 2; 4; -1; 7; -4; ... Trong đó kể từ số hạng thứ tư trở đi, mỗi số hạng sẽ được tính theo ba số hạng liền trước nó như sau: tổng của số hạng thứ nhất và thứ hai trừ đi số hạng thứ ba.

Hãy tính số hạng thứ 2015 của dãy trên.

Câu 2 (3,0 điểm). Cho các số dương có tổng bằng 3. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 2a + 3} + \frac{b^2 + 6b + 9}{b^2 - 2b + 3} + \frac{c^2 + 6c + 9}{c^2 - 2c + 3} \leq 24$$

Câu 3 (4,0 điểm).

- 1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = y \\ 3x^2 + y^2 = x \end{cases}$$
- 2) Phép toán “*” được định nghĩa như sau: $a*b = ab + 3a - b$
 - a) Kiểm tra tính chất giao hoán và kết hợp của phép toán “*”.
 - b) Tìm giá trị nhỏ nhất của số thực dương m để phương trình sau có hai nghiệm: $(x*x)*m = -m - 2015$

Câu 4 (5,0 điểm).

- 1) Cho tam giác nhọn ABC có trục tâm H bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng R và $BAC = \alpha^\circ$. Tính độ dài BC và AH theo R và α° .
- 2) Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ đường cao AD và đường kính AA'. Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống đường kính AA' và M là trung điểm của BC. Chứng minh: $MD = ME$

Câu 5 (4,0 điểm).

- 1) Mỗi ô của bàn cờ hình chữ nhật có ô được sơn màu đỏ hoặc màu xanh. Chứng minh rằng với mỗi cách sơn màu bàn cờ bất kì, trong bàn cờ luôn tồn tại một hình chữ nhật mà các ô ở góc của nó là các ô cùng màu.
- 2) Hai phụ nữ An, Chi và hai người đàn ông Bình, Danh là các vận động viên. Một người là vận động viên bơi lội, người thứ hai là vận động viên trượt băng, người thứ ba là vận động viên thể dục dụng cụ và người thứ tư là vận động viên cầu lông. Có một ngày họ ngồi xung quanh một cái bàn vuông (mỗi người ngồi một cạnh). Biết rằng:
 - (i) Chi và Danh ngồi cạnh nhau.
 - (ii) Vận động viên thể dục dụng cụ ngồi đối diện Bình.
 - (iii) Vận động viên bơi lội ngồi bên trái An.
 - (iv) Một phụ nữ ngồi bên trái vận động viên trượt băng.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Hãy cho biết mỗi người là vận động viên chơi môn gì ?

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Đề số 34

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 4/03/2016

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1: (2,0 điểm)

a) Rút gọn $P = \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28}{x - 3\sqrt{x} - 4} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 8}{4 - \sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 16$)

b) Không sử dụng máy tính, chứng minh $Q = \sqrt{2014^2 + 2014^2 \cdot 2015^2 + 2015^2}$ là số nguyên

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x-5} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2x-5} = 2\sqrt{2}$

b) Cho phương trình: $x^2 + ax + b = 0$ có hai nghiệm nguyên dương biết a, b là hai số thỏa mãn $5a + b = 22$. Tìm hai nghiệm đó

Câu 3: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O;R) cố định có đường kính AB cố định và CD là một đường kính thay đổi không trùng với AB. Tiếp tuyến của đường tròn (O;R) tại B cắt AC và AD lần lượt tại E, F.

a) Chứng minh: $CA \cdot CE + DA \cdot DF = 4R^2$

b) Chứng minh tứ giác CEFD nội tiếp trong một đường tròn.

c) Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CEFD. Chứng minh điểm I nằm trên một đường thẳng cố định.

Câu 4: (1,5 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2015$. Chứng minh: $\sum \frac{a}{a + \sqrt{2015a + bc}} \leq 1$

Câu 5: (1,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho hình chữ nhật ABCD có độ dài các cạnh là các số nguyên và bình phương độ dài đường chéo chia hết cho diện tích của nó. Chứng minh ABCD là hình vuông.

----- HẾT -----

- *Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....*
- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 35

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH

THUẬN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 4/03/201

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1:

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn A

b) Tìm x để $A + \frac{1}{A} + 2 = 0$

Bài 2:

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $(x-1)(x-2)(x+4)(x+5) = 16$

b)
$$\begin{cases} \frac{14}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 5 \\ \frac{7}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1 \end{cases}.$$

Bài 3:

a) Giải phương trình nghiệm nguyên $2 + x + x^2 = y^2$

b) Cho $\left(x + \sqrt{x^2 + \sqrt{2015}}\right)\left(y + \sqrt{y^2 + \sqrt{2015}}\right) = \sqrt{2015}$. Tính giá trị của $A = x + y$

Bài 4:

Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (O; R) có đường cao AH. Đường tròn (I) đường kính AH cắt AB và AC theo thứ tự tại M và N

a) Chứng minh rằng M, I, N thẳng hàng và MN vuông góc với OA

b) Chứng minh rằng tứ giác BMNC nội tiếp đường tròn tâm K

c) Cho $\angle ABC = 60^\circ$. Tính theo R diện tích tứ giác BMNC

Bài 5:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Gọi C là một điểm di động trên nửa đường tròn đường kính AB, kẻ CH vuông góc với AB tại H.

Xác định vị trí của điểm C để $AH + CH$ lớn nhất

----- HẾT-----

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 36

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH
PHƯỚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 4/03/2015

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1:

- Cho biểu thức $P = \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a}-a-1}\right)$
 - Tìm điều kiện của a để P có nghĩa. Rút gọn P
 - Tìm các giá trị của a để $P > 1$
 - Tìm giá trị của P biết $a = 2015 - 2\sqrt{2014}$
- Tìm GTLN và GTNN của $Q = \frac{x^2+1}{x^2-x+1}$

Bài 2:

- Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m^2 - 1 = 0$ (m là tham số)
 - Tìm m để phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt
 - Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_1^2 + x_2^3 - x_2^2 = -2$
- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 \\ \sqrt{x^2+12} + \frac{5}{2}\sqrt{x+y} = 3x + \sqrt{x^2+5} \end{cases}$$

Bài 3:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính EF. Vẽ tia Ot vuông góc với EF. Tia Ot cắt nửa đường tròn tại I. Lấy điểm A trên tia Ot sao cho $IA = IO$. Vẽ hai tiếp tuyến AP, AQ (P, Q là các tiếp điểm) với nửa đường tròn chúng cắt EF lần lượt tại B và C

- Chứng minh rằng tam giác ABC đều
- Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại S thuộc cung PQ (S không trùng với P, Q, I) cắt AP, AC lần lượt tại H, K. PQ cắt OH, OK lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng M, O, Q, K cùng thuộc 1 đường tròn
- Chứng minh rằng $HK = 2.MN$

Bài 4:

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Các tia phân giác của các góc A, B, C cắt đường tròn (O) theo thứ tự tại D, E, F.

- Chứng minh rằng: $2.AD > AB + AC$
- Chứng minh rằng: $AD + BE + CF$ lớn hơn chu vi tam giác ABC

Bài 5:

- Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y + 3 = 0$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- b. Chứng minh rằng $2n^3 + 3n^2 + n$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n

----- HẾT-----

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 37

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI

DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 4/03/201

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1

a) Tính giá trị biểu thức $A = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ với

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}} + \sqrt{2 - \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - 1$$

b) Cho x, y thỏa mãn :

$$\sqrt{x+2014} + \sqrt{2015-x} - \sqrt{2014-x} = \sqrt{y+2014} + \sqrt{2015-y} - \sqrt{2014-y}$$

Chứng minh $x=y$

Câu 2

a) Giải phương trình $x^3 + (x+1)\sqrt{x+1} + 2\sqrt{2} = (x + \sqrt{x+1} + \sqrt{2})^3$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^2 + xy - 4x + 2y = 2 \\ x(x+1) + y(y+1) = 4 \end{cases}$$

Câu 3

a) Tìm số nguyên tố p sao cho $2p^2 - 1; 2p^2 + 3; 3p^2 + 4$ đều là số nguyên tố

b) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $3x^2 - 18y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 27$

Câu 4

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính BC . Gọi A là điểm thỏa mãn tam giác ABC nhọn. AB, AC cắt đường tròn tại điểm thứ 2 tương ứng là E và D . Trên cung BC không chứa D lấy F (F khác B, C). AF cắt BC tại M , cắt $(O; R)$ tại N (N khác F) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE tại P (P khác A)

a) Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$, tính DE theo R

b) Chứng minh $AN \cdot AF = AP \cdot AM$

c) Gọi I, H thứ tự là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng BD, BC . Các đường thẳng IH và CD cắt nhau ở K . Tìm vị trí của F trên cung BC để $\frac{BC}{FH} + \frac{BD}{FI} + \frac{CD}{FK} \min$.

Câu 5

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho các số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn $xy + yz + zx = xyz$. Tìm Max:

$$M = \frac{1}{4x + 3y + z} + \frac{1}{4y + 3z + x} + \frac{1}{4z + 3x + y}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 38

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM

ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9

NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1:

a) Rút gọn : $Q = \frac{2\sqrt{3-\sqrt{5}+\sqrt{13}-\sqrt{48}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

b) Cho $\frac{1}{a^2-bc} + \frac{1}{b^2-ca} + \frac{1}{c^2-ab} = 0$. Chứng minh $\frac{a}{(a^2-bc)^2} + \frac{b}{(b^2-ca)^2} + \frac{c}{(c^2-ab)^2} = 0$

Câu 2:

a) Giải phương trình $(x-1)^2 + (x-2)\sqrt{x^2+1} = 0$

b) Giải hệ pt :
$$\begin{cases} x^2 + xy - 5x - 3y + 6 = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}.$$

Câu 3:

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Đường thẳng d là tiếp tuyến tại A của (O). M,N lần lượt trên d sao cho A nằm giữa M và N. Nối BM, BN cắt (O) lần lượt tại D, E.

a) Chứng minh tứ giác DMNE nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\frac{IA}{IB} = \frac{AM \cdot AN}{AB^2}$ (với I là giao DE và AB).

c) Chứng minh ĐỀ luôn đi qua một điểm cố định khi M,N thay đổi thỏa mãn $AM \cdot AN$ không đổi và A luôn nằm giữa M và N.

Câu 4:

a) Có tồn tại số tự nhiên chia hết cho 2017 và có tổng các chữ số là 2017 không?

b) Tìm x,y nguyên dương thỏa mãn : $\frac{x^2-y}{8x-y^2} = \frac{y}{x}$

Câu 5 :

a) Cho a,b thuộc R thỏa mãn : $4a^2 - 3ab + 4b^2 \leq 6$. Chứng minh rằng $2a + 4b + 3ab \leq 11$

b) Trên bảng có 2017 số: $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2017}$. Thực hiện trò chơi : xóa hai số u,v bất kì và thay bởi số $u+v+uv$. Sau hữu hạn lần biến đổi, trên bảng còn một số duy nhất. Chứng minh số đó không phụ thuộc vào đại lượng u,v. Số đó là số nào?

----- HẾT -----

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Đề số 39

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH
LONG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1:

- a) Chứng minh rằng $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{8-\sqrt{81-8\sqrt{5}}}}=\sqrt{2}$
- b) Cho x và y khác không thỏa mãn $5y+x=2xy(x^2+y^2)$ và $5y-x=xy(yx^2-x^2)$

Tính $M = x - y$

Bài 2:

- a) Giải phương trình $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3}=\sqrt{8-x}$
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y)=3\left(\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}\right) \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6 \end{cases}.$$

Bài 3:

- a) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $2x^2-2x-1=0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=\frac{x_1^6}{x_2^6}+\frac{x_2^6}{x_1^6}$
- b) Cho x, y, z thỏa mãn $\frac{3x^2}{2}+y^2+z^2+yz=1$. Tìm GTNN và GTLN của $B = x + y + z$

Bài 4:

- a) Cho số tự nhiên n. Chứng minh rằng $25^{n^5-5n^3+4n+1}-25$ chia hết cho 13.
- b) Cho x, y là các số hữu tỉ thỏa mãn $x^3-8xy-16y^3=0$. Chứng minh rằng $\sqrt{1+xy}$ là một số hữu tỉ.

Bài 5:

1) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và At là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A. Từ một điểm P trên tia At vẽ tiếp tuyến PM tới nửa đường tròn (M là tiếp điểm, M khác A). Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt đường thẳng BM tại N.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
Đề số 40

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TUYÊN
QUANG

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

ĐỀ CHÍNH THỨC

- a) Chứng minh năm điểm A, P, O, M, N cùng nằm trên một đường tròn.
b) Khi $AP = x$ ($x > 0$), hãy tính diện tích tứ giác POMN theo R và x.

2) Cho hình vuông ABCD, M và N là hai điểm thuộc cạnh BC và CD sao cho $\angle MAN = 45^\circ$. Các đoạn thẳng AM, AN lần lượt cắt BD tại P, Q. Gọi R là giao điểm của MQ và NP. Chứng minh rằng AR vuông góc với MN

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Bài 1: Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Tìm ĐKXĐ và rút gọn P
b) Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$
c) Với giá trị nào của x thì biểu thức $\frac{1}{P}$ đạt GTNN

Bài 2:

- a) Giải phương trình $3x - 1 + \frac{x-1}{4x} = \sqrt{3x+1}$
b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2^2 y^2 \\ (x+y)(1+xy) = 4^2 y^2 \end{cases}$

Bài 3:

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn (O) (M khác A, khác B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và M cắt nhau ở E. Vẽ MP vuông góc với AB (P thuộc AB). Vẽ MQ vuông góc với AE (Q thuộc AE)

- a) Chứng minh rằng PQ, OE, MA đồng quy
b) Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh rằng $KM = KP$
c) Đặt $AP = x$, tính MP theo R và x. Tìm vị trí của M trên đường tròn (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

Bài 4:

- a) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 2y^2 + 2xy = y + 2$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn
$$\begin{cases} a+b+c=9 \\ a^2+b^2+c^2=27 \end{cases}.$$

Tính giá trị của $P = (a-2)^{2015} + (b-3)^{2016} + (c-4)^{2017}$

Bài 5:

Cho a, b, c > 0 thỏa mãn a + b + c = 9. Chứng minh rằng $\frac{b+c+7}{2+a} + \frac{c+a+6}{3+b} + \frac{a+b+5}{4+c} \geq 6$

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Đề số 41

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP. HỒ
CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1: Cho a, b, c thỏa mãn a - b = 7; b - c = 3. Tính $P = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{a^2 - c^2 - 2ab + 2bc}$

Bài 2:

a) Giải phương trình $(2x-1)\sqrt{x+3} = x^2 + 3$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y-1) + y(x+1) = 6 \\ (x-1)(y+1) = 1 \end{cases}$$

Bài 3: a) Cho x, y > 0 thỏa mãn $\frac{x}{1+x} + \frac{2y}{1+y} = 1$. Tìm GTLN của $P = xy^2$

b) Tìm x, y nguyên thỏa mãn $(x+y)(x+2y) = x+5$

Bài 4:

a) Cho tam giác nhọn ABC có H là trực tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AH. Đường phân giác trong góc A cắt MN tại K. Chứng minh rằng AK vuông góc với HK

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi AH, AD lần lượt là đường cao, đường phân giác trong của tam giác ABC (H, D thuộc BC). Tia AD cắt (O) tại E, tia EH cắt (O) tại F và tia FD cắt (O) tại K. Chứng minh rằng AK là đường kính của đường tròn (O)

Bài 5:

Trong tuần, mỗi ngày Nam chỉ chơi một môn thể thao. Nam chạy ba ngày một tuần nhưng không bao giờ chạy trong hai ngày liên tiếp. Vào thứ Hai, anh ta chơi bóng bàn và hai ngày sau đó anh ta chơi bóng đá. Nam còn đi bơi và chơi cầu lông, nhưng không bao giờ Nam chơi cầu lông sau ngày anh ta chạy hoặc bơi. Hỏi ngày nào trong tuần Nam đi bơi ?

----- HẾT -----

- *Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....*
- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đề số 42

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC
NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1:

a) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$; $a^2 + b^2 \neq c^2$; $b^2 + c^2 \neq a^2$; $c^2 + a^2 \neq b^2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$

Bài 2:

a) Trong hệ trục tọa độ Oxy tìm trên đường thẳng $y = 2x + 1$ những điểm M(x; y) sao cho $y^2 - 5y\sqrt{x} + 6x = 0$

b) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{a}{6} + \frac{b}{5} + \frac{c}{4} = 0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm.

Bài 3:

a) Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{8}{(a+b)^2 + 4abc} + \frac{8}{(b+c)^2 + 4abc} + \frac{8}{(c+a)^2 + 4abc} + a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{8}{a+3} + \frac{8}{b+3} + \frac{8}{c+3}$$

b) Tìm các số nguyên tố a, b, c và số nguyên dương k thỏa mãn phương trình $a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 1$

Bài 4:

Cho đoạn thẳng $AB = 2a$ có trung điểm là O. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn tâm O đường kính AB và nửa đường tròn tâm O' đường kính AO. Điểm M thay đổi trên nửa đường tròn (O') (M khác A và O), tia OM cắt đường tròn (O) tại C. Gọi D là giao điểm thứ hai của CA với đường tròn (O').

a) Chứng minh rằng tam giác ADM cân.

b) Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt tia OD tại E. Chứng minh EA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O').

c) Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp tam giác COH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh rằng ba điểm A, M, N thẳng hàng.

d) Tính độ dài đoạn OM theo a biết ME song song với AB

Bài 5:

a) Cho hình vuông MNPQ và điểm A nằm trong tam giác MNP sao cho $AM^2 = AP^2 + 2AN^2$. Tính góc PAN

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho các đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$; $Q(x) = x^2 + 2016x + 2017$ thỏa mãn $P(x) = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt và $P(Q(x)) = 0$ vô nghiệm. Chứng minh rằng $P(2017) > 1008^6$

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Đề số 43

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC
GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 21/03/2015

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1:

Cho $P = \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{x} - 3\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} - \frac{5y}{x - \sqrt{xy} - 6y}$ với $x \geq 0; y > 0; x \neq 9y$

1) Tính $\frac{x}{y}$ biết $P = \frac{2007 + 2\sqrt{2015}}{2011}$

2) Tìm max P.

Câu 2:

1) Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} + \frac{2x-1}{x+3} - (2x-1)\sqrt{x^2+4} - \sqrt{2} = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 2xy - 2x - y = 0 \\ x^4 - 4(x+y-1)x^2 + y^2 + 2xy = 0 \end{cases}$

Câu 3:

1) Cho phương trình: $ax^2 - (b-a+1)x = m^2 + 1$ (1).

a) Với $a=1$; $b=2$ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm: $x_1; x_2$. Tìm min $x_1^2 + x_2^2$

b) Nếu $2a^2 + b^2 - 2ab - 6a + 2b + 5 = 0$ thì pt (1) có hai nghiệm đối nhau,

2) Tìm 2 chữ số tận cùng của $S = 1^{22} + 2^{22} + 3^{22} + \dots + 2015^{22}$

Câu 4:

1) Cho hình vuông ABCD và M thuộc phân giác ngoài $\angle ABC$ nhưng M không thuộc DA, DC. Đường trung trực của MD cắt BC, AB lần lượt tại E, F. Chứng minh rằng: DEMF là hình vuông.

2) Trên cạnh AB, BC, CA của $\triangle ABC$ đều lấy M, N, P sao cho: $AM = BN = CP$

a) Chứng minh O của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$.

b) Tìm M, N, P để có min $P_{\triangle MNP}$

Câu 5:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $a \leq 1; b \leq 2$ và $a+b+c=6$. Chứng minh rằng:
 $(a+1)(b+1)(c+1) \geq 4abc$

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Đề số 44

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG
NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2014-2015

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 23/03/2015

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1: (4,0 điểm)

- a) Với a, b là các số nguyên .Chứng minh rằng: Nếu $4a^2 + 3ab - 11b^2$ chia hết cho 5 thì $a^4 - b^4$ chia hết cho 5
- b) Tìm các số nguyên tố p để $p^2 + 2^p$ cũng là số nguyên tố
- c) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số tự nhiên và số đo diện tích bằng số đo chu vi

Bài 2: (4,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $\frac{3x}{\sqrt{3x+10}} = \sqrt{3x+1} - 1$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy + x + y = 3 \\ \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{1}{y^2 + 2y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Bài 3: (4 điểm)

- a) Cho ba phương trình (ẩn x): $x^2 - 2ax + bc = 0(1)$; $x^2 - 2bx + ca = 0(2)$, $x^2 - 2cx + ab = 0(3)$
Chứng minh rằng trong ba phương trình đã cho có ít nhất một phương trình có nghiệm

- b) Tìm GTNN của biểu thức $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M (M khác B, C). Gọi H, I, K lần lượt là điểm đối xứng của m qua AB, BC, AC.

- a) Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm vị trí của điểm M để HK lớn nhất

Bài 5: (4 điểm)

1) Cho đường tròn tâm $(O;R)$ và điểm A cố định sao cho $OA=2R$. Một đường thẳng d quay quanh điểm A (không đi qua tâm O) và cắt đường tròn $(O;R)$ tại hai điểm phân biệt M, N (M nằm giữa 2 điểm A,N)

- Tính diện tích tam giác AON theo R khi M là trung điểm AN
- Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MON luôn đi qua 1 điểm cố định (khác điểm O)

2) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Tính số đo các góc B và C của tam giác ABC, biết rằng $MAB = 15^\circ$ và $MAC = 30^\circ$

Đề số 45

Câu 1:

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{x+y} \\ xy = \sqrt{4y-3} \end{cases}$$

b) Cho các số thực không âm x,y thỏa mãn $x+y=2$. Chứng minh rằng: $2 \leq \sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{xy} \leq \sqrt{6}$

Câu 2:

Với n nguyên dương ($n \geq 2$), đặt $P_n = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+n}\right)$

Tìm tất cả các số nguyên dương n ($n \geq 2$) sao cho $\frac{1}{P_n}$ là số nguyên

Câu 3:

Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$

- Chứng minh $A=xy$ chia hết cho 12
- Chứng minh $B=x^3y - xy^3$ chia hết cho 7

Câu 4:

Cho đường tròn (O). Lấy các điểm A, B, C thuộc (O) sao cho tam giác ABC nhọn và $AB > BC > AC$. Đường tròn tâm C, bán kính CB cắt đường thẳng AB và (O) lần lượt tại D và E (D, E khác B)

- Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC.
- Giả sử đường thẳng DE cắt (O) tại F (khác E); các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại G và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại K. Chứng minh $CKG = CBG$

Câu 5:

Bên trong hình chữ nhật kích thước 5×12 cho n điểm bất kỳ.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- a) Với $n=11$, chứng minh trong số các điểm đã cho luôn tồn tại hai điểm mà khoảng cách giữa hai điểm đó không lớn hơn $\sqrt{13}$
- b) Kết luận trên còn đúng không khi $n=10$? Tại sao

----- HẾT -----

- *Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....*
- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 46

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2014-2015

Môn: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (3,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^2 + y^2 - xy = x + y + 2$.

b) Chứng minh rằng với ba số tự nhiên a, b, c trong đó có đúng một số lẻ và hai số chẵn ta luôn có $(a+b+c)^3 - (a+b-c)^3 - (b+c-a)^3 - (a-b+c)^3$ Chia hết cho 96

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có $\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2}\right)^2} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$

b) Tính tổng

$$S = \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^2} + \dots + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2014} + \frac{1}{2016}\right)^2}$$

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Giải phương trình

$$\sqrt{2x^2 - x} = 2x - x^2$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x^2 - 1)y + (y^2 - 1)x = 2(xy - 1) \\ 4x^2 + y^2 + 2x - y - 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 4 (7,0 điểm)

Cho BC là dây cung cố định của đường tròn $(O; R)$, ($BC < 2R$), A là điểm di động trên cung lớn BC, (A không trùng B, C). Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC; EF cắt BC tại P, qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AC tại Q và cắt AB tại R.

a) Chứng minh tứ giác BQCR là tứ giác nội tiếp

b) Gọi M là trung điểm cạnh BC. Chứng minh hai tam giác EPM, và DEM là hai tam giác đồng dạng.

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

Chứng minh rằng $\frac{x}{\sqrt[3]{yz}} + \frac{y}{\sqrt[3]{xz}} + \frac{z}{\sqrt[3]{xy}} \geq xy + yz + xz$

Hết

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THÁI BÌNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2014-2015

Môn: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi có 01 trang)

ĐỀ SỐ 47

Câu 1: (3 điểm)

Tìm các số nguyên x, y thoả mãn $y = \frac{2x+1}{x+2}$

Câu 2: (3 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = ax + b (a \neq 0)$. Tìm a, b biết (d) đi qua điểm M(1;1) và cắt tia Ox, Oy theo thứ tự ở A và B sao cho tam giác OAB cân

Câu 3 (3 điểm)

Cho đa thức $P(x) = x^4 - 5x^2 - 2x + 3$ có các nghiệm là x_1, x_2, x_3, x_4 . đặt $Q(x) = x^2 - 3$.

Tính $T = Q(x_1).Q(x_2).Q(x_3).Q(x_4)$

Câu 4: (3 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{\sqrt{4x^2+1}+2x} + y^2 = 0 \\ 4\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2\sqrt{4x^2+1} + y^2 = 3 \end{cases}$$

Câu 5: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, xác định vị trí của M trên cạnh AB để đường thẳng qua M song song với BC, cắt AC tại N để diện tích tam giác ABC bằng 4 lần diện tích tam giác BMN

Câu 6: (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp (O; đường kính AB). trên cạnh AC lấy E (E khác A và C). đường thẳng BE cắt đường tròn (O) ở D (D khác B), gọi F là giao điểm của AD và BC, M là trung điểm của EF, chứng minh rằng

a) EF vuông góc AB

b) DM và CM là các tiếp tuyến

----- HẾT -----

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 48

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013-2014

Môn Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
Đề thi có 01 trang

Câu I. (3,0 điểm)

Chứng minh rằng $x = \sqrt{3+\sqrt{2}} + \sqrt{3+\sqrt{6}} + \sqrt{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}}$ là một nghiệm của phương trình: $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 14x + 8 = 0$

Câu II. (4.0 điểm)

1) Cho 2 đường thẳng $d_1: y = (m^2 + 1)x - m^2 + 2$, $d_2: y = \frac{-1}{m^2 + 1}x + \frac{3m^2 + 7}{m^2 + 1}$ (m là tham số).

Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì d_1, d_2 luôn cắt nhau tại một điểm M nằm trên một đường tròn cố định.

2) Cho đa thức P(x) với hệ số nguyên thỏa mãn: $P(2012) = P(2013) = P(2014) = 2013$. Chứng minh rằng đa thức P(x)-2014 không có nghiệm nguyên.

Câu III. (3.0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3x(y-1) - 1 = 13\sqrt{y-1} & (1) \\ 3x^2y + y^2 + 14 = 3x^2 + 15y & (2) \end{cases}$$

Câu IV. (2,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $xyz=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{x^2 + 2y^2 + 3} + \frac{1}{y^2 + 2z^2 + 1} + \frac{1}{z^2 + 2x^2 + 3}$$

Câu V. (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có đường phân giác trong góc B là BD cắt trung tuyến AM tại I, đường thẳng CI cắt AB tại N. Chứng minh rằng: $\frac{AB}{AN} + 1 = 2 \frac{AM}{AI}$

Câu VI. (3,0 điểm)

Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ tia Px tiếp xúc với (O) tại A và tia Py tiếp xúc với (O) tại B. Trên tia Px lấy điểm C nằm ngoài đoạn PA, trên tia Py lấy điểm D nằm ngoài đoạn PB.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"
Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
Lớp 9 THCS NĂM HỌC 2013-2014

Môn Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
Đề thi có 01 trang

Trên đoạn CD lấy điểm M sao cho $\frac{MC}{MD} = \frac{AC}{BD}$, đường thẳng qua C song song với Py cắt đường thẳng BM tại N. Chứng minh rằng: $AB.CN=AO.AN$ và $\angle ACO = \angle ANB$

Câu VII. (2,0 điểm)

Cho 1008 số nguyên dương phân biệt không vượt quá 2014. Chứng minh rằng trong các số đó luôn tồn tại 2 số có tổng bằng 2015.

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....

ĐỀ SỐ 49

Câu 1.(5,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{4a+8}{a-2} + \frac{\sqrt{a+2}-2}{\sqrt{a+2}+2} + \frac{\sqrt{a+2}+2}{2-\sqrt{a+2}} \right) : \frac{3\sqrt{a+2}+a+2}{\sqrt{a+2}+2}$

1) Rút gọn biểu thức P

2) Tính giá trị của P khi $a = \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}$

Câu 2.(4,0 điểm)

1) Giải phương trình: $5x^2 + 4x + 7 - 4x\sqrt{x^2 + x + 2} - 4\sqrt{3x+1} = 0$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 3xy - 3(x - y) = 0 \\ x^4 + 9y(x^2 + y) - 5x^2 = 0 \end{cases}$$

Câu 3. (4,0 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ (1) (với m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đồng thời $T = (x_1^2 + 5x_2)^2 + 46m$ nhỏ nhất.

2) Tìm các số nguyên dương x,y thỏa mãn $2x^2 - xy + 7x + 2y - y^2 - 7 = 0$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O), BE, CF là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại I, đường thẳng BC cắt OI tại M.

1) Chứng minh $\frac{AB}{AE} = \frac{BI}{ME}$.

2) Chứng minh tam giác ABI và tam giác AEM đồng dạng.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

3) Gọi N là giao điểm của AM và EF, P là giao điểm của AI và BC. Chứng minh rằng NP vuông góc với BC.

Câu 5.(1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c} + \frac{\sqrt{c^2+b^2}}{a} + \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{b} \geq 2 \left(\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}} + \frac{b}{\sqrt{c^2+a^2}} + \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \right)$$

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 50

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013-2014

Môn Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
Đề thi có 01 trang

Câu 1: (4 điểm)

a. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$ với $x \geq 4$

b. Cho a, b, c, d, e, f là các số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{a}{d} + \frac{b}{e} + \frac{c}{f} = 1$ và $\frac{d}{a} + \frac{e}{b} + \frac{f}{c} = 0$. Tính giá trị biểu

thức $B = \frac{a^2}{d^2} + \frac{b^2}{e^2} + \frac{c^2}{f^2}$.

Câu 2: (4 điểm)

a. Tìm các số tự nhiên n sao cho $n^2 - 14n - 256$ là một số chính phương

b. Cho a là số tự nhiên lớn hơn 5 và không chia hết cho 5. Chứng minh rằng $a^{8n} + 3a^{4n} - 4 \vdots 5 \forall n$

Câu 3: (6 điểm)

a. Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+2014} = 2014$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011-2012

Môn Toán - Bảng A

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề thi có 01 trang

b. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2xy - z^2 = 4 \end{cases}$$

c. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh: $abc + 2(1 + a + b + c + ab + ac + bc) \geq 0$

Câu 4: (3 điểm)

a. Cho hình bình hành ABCD, các điểm M, N lần lượt thuộc AB, BC sao cho AN = CM. Gọi K là giao của AN và CM. Chứng minh KD là phân giác của $\angle AKC$.

b. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Biết $BC = 4 + 4\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2. Tính $\hat{B}, \hat{C}$ của $\triangle ABC$.

Câu 5: (3 điểm)

Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lấy điểm D tùy ý (D khác B, C). Đường tròn (O_1) qua D và tiếp xúc với AB tại B; đường tròn (O_2) qua D và tiếp xúc với AC tại C; hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai E.

a. Chứng minh rằng khi D di động trên cạnh BC thì đường thẳng DE luôn đi qua 1 điểm cố định.

b. Giả sử $\triangle ABC$ cân tại A. Chứng minh rằng tích AD.AC không phụ thuộc vào vị trí điểm D trên cạnh BC.

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 51

Bài 1: (2.0 điểm)

a. Cho $A = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}; B = \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$. Tính $A + B$

b. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^4}{a^4 - (b^2 - c^2)^2} + \frac{b^4}{b^4 - (c^2 - a^2)^2} + \frac{c^4}{c^4 - (a^2 - b^2)^2} = \frac{3}{4}$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2: (2.0 điểm)

a. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}$$

b. Cho x, y là hai số nguyên khác -1 sao cho $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $x^{2012} - 1$ chia hết cho $y+1$

Bài 3: (1.0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình $32x^6 + 16y^6 + 4z^6 = t^6$

Bài 4: (2.0 điểm)

Cho tứ giác lồi $ABCD$ biết $AB = BD$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ADC = 150^\circ$. Chứng minh rằng CA là tia phân giác của góc BCD

Bài 5: (2.0 điểm)

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC , gọi K, P, Q lần lượt là các tiếp điểm của các cạnh BC, AC và AB . Gọi R là trung điểm của đoạn thẳng PK . Chứng minh rằng $\angle PQC = \angle KQR$

Bài 6: (1.0 điểm)

Cho ba số dương a, b, c . Chứng minh rằng
$$\frac{a^4}{b^3(c+2a)} + \frac{b^4}{c^3(a+2b)} + \frac{c^4}{a^3(b+2c)} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 52

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HẢI PHÒNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011-2012

Môn Toán - Bảng B

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề thi có 01 trang

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2.0 điểm)

a. Cho $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$; $B = \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Tính $A+B$.

b. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $a+b+c=0$. Chứng minh:

$$\frac{a^2}{a^2-b^2-c^2} + \frac{b^2}{b^2-c^2-a^2} + \frac{c^2}{c^2-a^2-b^2} = \frac{3}{2}$$

Bài 2: (2.0 điểm)

a. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}$$

b. Cho x, y, z là những số nguyên thỏa mãn điều kiện $x^4 + y^4 + z^4$ chia hết cho 4. CMR: cả x, y, z đều chia hết cho 4.

Bài 3: (1.0 điểm).

Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 4 = y^2$

Bài 4: (2.0 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Tiếp tuyến tại A và C với đường tròn cắt tiếp tuyến vẽ từ điểm B của đường tròn lần lượt tại P và Q. Trong tam giác ABC vẽ đường cao BH (H nằm giữa A và C). Chứng minh: HB là tia phân giác của $\angle PHQ$.

Bài 5: (2.0 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Đường phân giác của các góc BAC & ACB cắt nhau tại I và cắt đường tròn tâm O lần lượt tại E và D. Chứng minh: DE vuông góc với BI.

Bài 6: (1.0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{b(c+2a)} + \frac{b^2}{c(a+2b)} + \frac{c^2}{a(b+2c)} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

.....HẾT.....

ĐỀ SỐ 53

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

Lớp 9 THCS NĂM HỌC 2013-2014

Môn Toán - Bảng A

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề thi có 01 trang

Câu 1

- Chứng minh rằng tồn tại số tự nhiên k sao cho $2013^k - 1$ chia hết cho 10^5
- Tìm mọi số nguyên x sao cho $x^2 + 28$ là số chính phương

Câu 2

- Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1} = 9x - 3$
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{2x+y} = 3 - 2x - y \\ x^2 - 2xy - y^2 = 2 \end{cases}$$

Câu 3:

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Tìm min của $P = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$

Câu 4

Cho đường tròn tâm O bán kính R . Từ điểm M là điểm ngoài đường tròn kẻ hai tia tiếp tuyến $MA; MB$ (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến đi qua M cắt đường tròn tại C, D (C nằm giữa M và D) cung CAD nhỏ hơn cung CBD . Gọi E là giao điểm của AB với OM .

- Chứng minh $DEC = 2DBC$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- b. Từ O kẻ tia Ot vuông góc với CD cắt tia BA ở K. Chứng minh KC và KD là tiếp tuyến của đường tròn O

Câu 5

Cho đường gấp khúc khép kín có độ dài bằng 1. Chứng minh rằng luôn tồn tại một hình tròn có bán

kính $R = \frac{1}{4}$ chứa toàn bộ đường gấp khúc đó

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 54

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013-2014

Môn Toán - Bảng A

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Đề thi có 01 trang

Bài 1: (2,0 điểm).

a) Cho $a = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}$. Chứng minh rằng a là một nghiệm của phương

trình $2013x^2 - 2014x + 1 = 0$

b) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xy + yz + zx = 2014$. Tính giá trị của biểu thức :

$$P = x\sqrt{\frac{(y^2 + 2014)(z^2 + 2014)}{x^2 + 2014}} + y\sqrt{\frac{(z^2 + 2014)(x^2 + 2014)}{y^2 + 2014}} + z\sqrt{\frac{(x^2 + 2014)(y^2 + 2014)}{z^2 + 2014}}$$

Bài 2: (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - 3x = y \\ y^3 - 3y = z \\ z^3 - 3z = 4 - x \end{cases}$$

Bài 3: (1,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 + \left(\frac{ab+1}{a+b}\right)^2 = 2$

Chứng minh rằng $\sqrt{ab+1}$ cũng là một số hữu tỉ.

Bài 4: (1,5 điểm).

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E; các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại F. Phân giác trong của $\angle DFC$ cắt AB tại P, cắt CD tại Q. Chứng minh rằng: a) $\triangle PQE$ cân. b) $EF^2 = FA \cdot FD + EA \cdot EB$

Bài 5: (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn (O); I, J lần lượt là các tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC. Gọi (K) là đường tròn bàng tiếp trong $\angle BAC$ của tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh AB, AC lần lượt tại F, G. Các đường thẳng IJ và BO cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $\angle BHC = 90^\circ$

b) Gọi M là giao điểm của KC và GF; N là giao điểm của IJ và CO. Chứng minh rằng MN song song với AC.

Bài 6: (1,0 điểm).

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn:
$$\begin{cases} xz + yz + 3x + y = 1 \\ 2xz + yz + 5x = 1 \end{cases}$$
 . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy(z+2)$

ĐỀ SỐ 55

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

YÊN BÁI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2011-2012

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 03/03/2011

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1:

Tìm hai số x, y nguyên thỏa mãn $x^2 - xy = 7x - 2y - 15$

Câu 2:

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1} = \frac{2}{3} \\ (x+y)\left(1 + \frac{1}{xy}\right) = 6 \end{cases}$$

Câu 3:

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Trên đáy lớn AB lấy điểm M không trùng với các đỉnh. Qua M kẻ các

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

đường thẳng song song với AC và BD, các đường thẳng này cắt hai cạnh BC, AD lần lượt tại E và F. Đoạn EF cắt AC và BD lần lượt tại I và J. Gọi H là trung điểm của IJ.

a. Chứng minh rằng: $FH = HE$

b. Cho $AB = 2CD$. Chứng minh rằng: $EJ = JI = IF$

Câu 4:

Cho đường tròn O và một dây cung AB ($O \notin AB$). Các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau tại C. Kẻ dây cung CD của đường tròn đường kính OC ($D \neq A, B$). Dây cung CD cắt cung AB của đường tròn (O) tại E (E nằm giữa C và D).

a. Chứng minh: $\angle BED = \angle DAE$

b. Chứng minh: $DE^2 = DA \cdot DB$

Câu 5:

Cho $S = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2012}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2011}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k(2012-k+1)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2012 \cdot 1}}, (k \in \mathbb{N}; 1 \leq k \leq 2012)$

So sánh S và $\frac{4024}{2013}$

Câu 6:

Cho x, y, z là ba số dương thoả mãn $xyz=1$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}$

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 56

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THÁI BÌNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2011-2012

MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi: 16/03/2012

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 1: (3,0 điểm)

Cho tam giác vuông có độ dài các cạnh là những số nguyên và số đo chu vi bằng hai lần số đo diện tích. Tìm độ dài các cạnh của tam giác đó.

Câu 2: (3,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \sqrt{1-x+(1-x)\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x-(1-x)\sqrt{1-x^2}}$ với $x \in [-1;1]$. Tính giá trị biểu thức P với $x = \frac{-1}{2012}$.

Câu 3: (3,0 điểm)

Tìm số thực x, y thỏa mãn: $(x^2 + 1)^2 y^2 + 16x^2 + \sqrt{x^2 - 2x - y^3 + 9} = 8x^3 y + 8xy$

Câu 4: (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và hai điểm A(-1;1). B(3;9) nằm trên (P). Gọi M là điểm thay đổi trên (P) và có hoành độ là m ($-1 < m < 3$). Tìm m để diện tích tam giác ABM lớn nhất.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp (O;R). Gọi I là điểm bất kì trong tam giác ABC (I không nằm trên các cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI cắt lần lượt BC, CA, AB tại M, N và P.

a) Chứng minh: $\frac{AI}{AN} + \frac{BI}{BN} + \frac{CI}{CN} = 2$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AM \cdot BN} + \frac{1}{BN \cdot CP} + \frac{1}{CP \cdot AM} \leq \frac{4}{3(R - OI)^2}$.

Câu 6: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A tù, nội tiếp (O;R). Gọi x, y, z là khoảng cách từ O đến các cạnh BC, CA, AB và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh $y + z - x = R + r$.

Câu 7: (2,0 điểm)

SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

MÔN THI: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 23/03/2012

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

(Đề thi gồm có 01 trang)

Cho x, y thỏa mãn $x, y \in \mathbb{R}$ và $0 \leq x, y \leq \frac{1}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{x}}{1+y} + \frac{\sqrt{y}}{1+x} \leq \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

ĐỀ SỐ 57

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x^2 - 5x + 6 + 3\sqrt{x^2 - 6x + 8}}{3x - 12 + (x - 3)\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

b) Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3$

Tìm x biết: $(x^2 + x + 2)^3 - (x + 1)^3 = x^6 + 1$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^3 - (x-3)^3 = 16$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$8x^2 + 23y^2 + 16x - 44y + 16xy - 1180 = 0.$$

b) Cho n là số nguyên dương và m là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng $n^2 + m$ không là số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và AB là đường kính. Gọi d là đường trung trực của OB . Gọi M và N là hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng d . Trên các tia OM, ON lấy lần lượt các điểm M' và N' sao cho $OM' \cdot OM = ON' \cdot ON = R^2$.

a) Chứng minh rằng bốn điểm M, N, M', N' thuộc một đường tròn.

b) Khi điểm M chuyển động trên d , chứng minh rằng điểm M' thuộc một đường tròn cố định.

c) Tìm vị trí điểm M trên d để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tìm vị trí điểm M trên d nhưng M không nằm trong đường tròn $(O; R)$ để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 điểm).

Trong các hình bình hành ngoại tiếp đường tròn $(O; r)$, hãy tìm hình bình hành có diện tích nhỏ nhất.

.....**HẾT**.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ÍT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

GIANG

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2016 – 2017

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 21/03/2017

(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1:

ĐỀ SỐ 58

1) Cho $A = \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + x^2\sqrt{4-x^2} + 6}{\sqrt{x+3} + 3} : \frac{x^2(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}) + 3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2+5x+6} + 6}$ với $-2 \leq x < 2$

a) Rút gọn A

b) Tìm GTLN của A

2) Cho a, b, c, x, y, z là các số thực thỏa mãn $ax^3 = by^3 = cz^3$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$. Chứng minh

rằng $\sqrt[3]{ax^2 + by^2 + cz^2} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$

Bài 2:

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + x = 2y^2 + xy + 2y \\ x^2 - x + \sqrt{2x-3} + \sqrt{2y+2} = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình
$$\left(x + \frac{5-x}{\sqrt{x+1}}\right)^2 + \frac{16\sqrt{x}(5-x)}{\sqrt{x+1}} - 16 = 0$$

Bài 3:

a) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^3 = y^3 + xy + 3$

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên k, đa thức sau không thể có hai nghiệm nguyên phân biệt $P(x) = x^4 - 21x^3 + (2016+k)x^2 - 2017x + 3k$

Bài 4:

1) Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Điểm C cố định trên đoạn AB ($C \neq A, C \neq B$). Một dây cung PQ thay đổi luôn đi qua điểm C và không trùng với AB. Các đường thẳng BP, BQ cắt tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lần lượt ở H và K. Chứng minh rằng

a) Tích AH. AK không đổi

b) Tứ giác PHKQ nội tiếp một đường tròn có tâm nằm trên một đường thẳng cố định

2) Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH. Trên đoạn BH lấy điểm D ($D \neq B, D \neq H$). Trên tia AD lấy điểm M sao cho $CM = CB$, trên tia CD lấy điểm N sao cho $AN = AB$, biết cả M, N đều nằm ngoài tam giác ABC. Gọi P là chân đường vuông góc hạ từ A trên CN, Q là chân đường vuông góc hạ từ C trên AM. Hai đường thẳng AP, CQ cắt nhau ở K. Chứng minh rằng $KM = KN$

Bài 5:

Cho dãy số thực có thứ tự $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2016}$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_{2016} = 0 \\ |x_1| + |x_2| + \dots + |x_{2016}| = 2017 \end{cases} \quad \text{Chứng}$$

minh rằng $x_{2016} - x_1 \geq \frac{2017}{1008}$

.....**HẾT**.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 59

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG
YÊN

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 22/03/2017

(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1:

Cho $a = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$; $b = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$. Tính $a^7 + b^7$

Bài 2:

a) Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị (d). Lập phương trình đường thẳng (d), biết (d) đi qua điểm A(1; 2) và cắt trục hoành tại điểm B có hoành độ dương, cắt trục tung tại điểm C có tung độ dương thỏa mãn $OB + OC$ nhỏ nhất (O là gốc tọa độ)

b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $3x - 16y - 24 = \sqrt{9x^2 + 16x + 32}$

Bài 3:

a) Giải phương trình $4x^3 + 5x^2 + 1 = \sqrt{3x+1} - 3x$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^2\sqrt{2x-1} + \sqrt{3} = 5y^2 - \sqrt{6x-3} \\ 2y^4(5x^2 - 17x + 6) = 6 - 15x \end{cases}$$

Bài 4:

Cho điểm M thuộc nửa đường tròn (O) đường kính AB (M khác A, M khác B, $MA < MB$). Tia phân giác của góc AMB cắt AB tại C. Qua C vẽ đường vuông góc với AB cắt đường thẳng AM, BM thứ tự ở D, H

a) Chứng minh rằng $CA = CH$

b) Gọi E là hình chiếu vuông góc của H trên tiếp tuyến tại A của (O), F là hình chiếu vuông góc của D trên tiếp tuyến tại B của (O). Chứng minh rằng E, M, F thẳng hàng

c) Gọi S_1, S_2 thứ tự là diện tích tứ giác ACHE và BCDF. Chứng minh rằng $CM^2 < \sqrt{S_1 S_2}$

Bài 5:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho $a, b, c \geq 1$ thỏa mãn $32abc = 18(a + b + c) + 27$. Tìm GTLN của

$$P = \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - 1}}{b} + \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c}$$

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

ĐỀ SỐ 60

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. CẦN THƠ

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013 – 2014
MÔN THI: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (5 điểm)

Cho phân thức $P = \frac{n^3 + 2n^2 - 1}{n^3 + 2n^2 + 2n + 1}$ ($n \in \mathbb{Z}; n \neq -1$)

- Rút gọn P.
- Chứng minh giá trị của phân thức trong câu a) tại n là một phân số tối giản.

Câu 2 (5 điểm)

- Giải phương trình: $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x} = 2x-6$
- Chứng minh $x = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ là nghiệm của phương trình $x^3 - 3x - 18 = 0$. Từ đó tính giá trị của x ở dạng thập phân.

Câu 3 (3 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3x^2 + 4y^2 + 6x + 3y - 4 = 0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắt các cạnh BC, AC, AB tại A_1, B_1, C_1 . Xác định vị trí của điểm M để biểu

thức $\frac{A_1M}{AM} + \frac{B_1M}{BM} + \frac{C_1M}{CM}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC. Hai đường phân giác của các ABD, ACE cắt nhau tại K.

- Chứng minh $KE = KD$
- chứng minh ba điểm M, N, K thẳng hàng.

.....**HẾT**.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

ĐỀ SỐ 61

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÚ
YÊN**

**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013 – 2014
MÔN THI: TOÁN**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (3,0 điểm)

Rút gọn biểu thức : $A = \frac{\sqrt{6+\sqrt{12}} - \sqrt{8} - \sqrt{24}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$

Câu 2. (4,0 điểm)

Giải phương trình : $\frac{2x}{x^2 - 4x + 7} + \frac{3x}{2(x^2 - 5x + 7)} = 1$

Câu 3. (5,0 điểm) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{1+x} + \sqrt{6-y} = m\sqrt{14} \\ \sqrt{6-x} + \sqrt{1+y} = m\sqrt{14} \end{cases}$$

- Chứng minh rằng nếu hệ phương trình có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $(5-x_0; 5-y_0)$ cũng là nghiệm.
- Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($A < 90^\circ$), có BH là đường cao, BD là phân giác của ABH ($H, D \in AC$). Chứng minh rằng: $\frac{BH}{CD} > 1$

Câu 5. (5,0 điểm)

- Cho 3 số dương a, b, c. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho $\triangle ABC$ có AD là phân giác trong của góc A ($D \in BC$). Gọi k_a là khoảng cách từ D đến AB (hoặc AC). Tương tự, gọi BE là phân giác trong của góc B ($E \in AC$) và gọi k_b là khoảng cách từ E đến BA (hoặc BC), gọi CF là phân giác trong của góc C ($F \in AB$) và k_c là khoảng cách từ F đến CA (hoặc CB). Gọi h_a, h_b, h_c tương ứng là 3 chiều cao kẻ từ các đỉnh A; B; C của tam giác đã cho.

Tìm giá trị bé nhất của biểu thức $\frac{k_a}{h_a} + \frac{k_b}{h_b} + \frac{k_c}{h_c}$

----- HẾT -----

- *Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:*
- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012
MÔN THI: TOÁN – BẢNG A

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ SỐ 62

Bài 1. (5,0 điểm)

- a. Cho a và b là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 : 7$. Chứng minh rằng a và b đều chia hết cho 7.
- b. Cho $A = n^{2012} + n^{2011} + 1$. Tìm tất cả các số tự nhiên n để A nhận giá trị là một số nguyên tố.

Bài 2. (4,5 điểm)

a. Giải phương trình: $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$

- b. Cho x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn $xy + yz + zx = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

Bài 3. (4,5 điểm)

- a) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Chứng minh rằng:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$$

- b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + a^2}$$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và một dây BC cố định không đi qua O . Từ một điểm A bất kì trên tia đối của tia BC vẽ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M và N là các tiếp điểm, M nằm trên cung nhỏ BC). Gọi I là trung điểm của dây BC , đường thẳng MI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P .

- a. Chứng minh rằng $NP // BC$.
- b. Gọi giao điểm của đường thẳng MN và đường thẳng OI là K . Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để tam giác ONK có diện tích lớn nhất.

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 63

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ
NỘI

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013 – 2014

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1

a) Cho các số thực khác 0 thỏa mãn $a+b+c=2014$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2014}$ Tính giá trị

$$M = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2014}}$$

b) Tìm số tự nhiên n để $5^{2n^2-6n+2} - 12$ là số nguyên tố

Bài 2

a) Giải phương trình $x^2 - 2x - 2\sqrt{2x+1} - 2 = 0$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4z - 5 + 2xy \\ x^4 + y^4 = 9z - 5 - 4z^2 - 2x^2y^2 \end{cases}$$

Bài 3 :

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c=6$ và $0 \leq a, b, c \leq 4$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac$

Bài 4 :

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O), tâm đường tròn nội tiếp (I), tia AI cắt (O) ở M, kẻ đường kính MN, cắt BC tại P.

a) Chứng minh các tam giác MIB và MIC là tam giác cân.

b) Chứng minh $\sin \frac{\angle BAC}{2} = \frac{IP}{IN}$

c) Giả sử ID và IE vuông góc với AB, AC sao cho D, E nằm lần lượt trên AB, AC. Gọi H, K lần lượt đối xứng với D, E qua I. Chứng minh rằng nếu $AB+AC=3BC$ thì bốn điểm B, C, H, K nằm trên một đường tròn.

Bài 5 :

a) Giải phương trình nghiệm tự nhiên $5^x - 2^y = 1$

b) Cho lục giác đều ABCDEF và điểm P nằm trong lục giác này. Các tia AP, BP, CP, DP, EP, FP cắt các cạnh đa giác ở $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$. Biết rằng cạnh lục giác ABCDEF là 1. Chứng minh lục giác $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$ có ít nhất một cạnh không nhỏ hơn 1

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 64

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐÀ
NẴNG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013**

Môn thi: Toán

*Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)*

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1} + \frac{\sqrt{n+1}+3}{\sqrt{n+1}-3} - \frac{n-\sqrt{n+1}+7}{n-2\sqrt{n+1}-2}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

a/ Rút gọn biểu thức $Q = \frac{P}{n+3\sqrt{n+1}+1}$ với $(n \in \mathbb{N}, n \neq 8)$

b/ Tìm tất cả các giá trị n ($n \in \mathbb{N}, n \neq 8$) sao cho P là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,0 điểm)

a/ Tìm x , biết: $2\sqrt{x+4} - 4\sqrt{2x-6} = x-7$

b/ Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x+6=4\sqrt{y-4} \\ y+10=6\sqrt{z-9} \\ z-16=2\sqrt{x-1} \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

a/ Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm $M(1;4)$. Biết rằng đồ thị của hàm số đã cho cắt trục Ox tại điểm P có hoành độ dương và cắt trục Oy tại điểm Q có tung độ dương. Tìm a và b sao cho $OP + OQ$ nhỏ nhất (với O là gốc tọa độ)

b/ Tìm số tự nhiên có 2 chữ số. Biết rằng nếu lấy tổng của 2 chữ số ấy cộng với 3 lần tích của 2 chữ số ấy thì bằng 17.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC , qua I vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CI , đường thẳng này cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại M và N .

a/ Chứng minh rằng hai tam giác IAM và BAI đồng dạng.

b/ Chứng minh rằng $\frac{AM}{BN} = \left(\frac{AI}{BI}\right)^2$.

Bài 5. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $\angle BAC$ là góc tù. Vẽ các đường cao CD và BE của tam giác ABC (D nằm trên đường thẳng AB , E nằm trên đường thẳng AC). Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc của các điểm B và C trên đường thẳng DE . Biết rằng S_1 là diện tích tam giác ADE , S_2 là diện tích tam giác BEM và S_3 là diện tích tam giác CDN . Tính diện tích tam giác ABC theo S_1, S_2, S_3 .

ĐỀ SỐ 65

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐÀ

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

P

"

ĐỀ CHÍNH THỨC

Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
NĂNG

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2013 – 2014

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1:(2.5đ)

- a) Cho $x > 0; x \neq 1$. Chứng minh rằng: $\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1} < 1$
- b) Cho $A = \left(\frac{2-\sqrt[3]{4x}}{x-\sqrt[3]{2x^2}}\right) : \left(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x}\right) - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ với $x \neq 0; -2$. Tìm x nguyên sao cho A^3 nguyên.

Bài 2:(2đ)

a) Giải phương trình: $\sqrt{-2x^2+3x-1}+2=\sqrt{2x-1}+2\sqrt{1-x}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 4y^2(x-1) \\ y = 4z^2(y-1) \\ z = 4x^2(z-1) \end{cases}$$

Bài 3:(2đ)

Trên cùng mặt phẳng tọa độ, cho 2 hàm số $y=-2x+4$ và $y=mx+n$ có đồ thị là d và Δ

- a) Tìm tất cả giá trị m, n để 2 đồ thị trên cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.
- b) Khi d, Δ và Oy đồng quy, tìm m, n để Δ là phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Oy

Bài 4:(2đ)

Cho ΔABC cân tại A nội tiếp (O) , $BAC < 90^\circ$. K là điểm chính giữa cung AC . Trên cung KC nhỏ lấy D tùy ý (D khác C), vẽ đường kính DD' . BC cắt AD, AD' tại M, N . Gọi P là giao điểm AC và BD .

- a) Tìm hệ thức liên hệ giữa ABC, APB, CMD
- b) Khi D thay đổi, chứng minh $MNDD'$ luôn nội tiếp đường tròn.

Bài 5:(1.5đ)

Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O) , tiếp tuyến tại C cắt AB tại G . Qua A vẽ đường thẳng song song với CG cắt (O) tại điểm thứ hai M . Trên cung nhỏ BM lấy D tùy ý. Gọi E là điểm trên (O) sao cho $CE \parallel AD$, Gọi F là giao điểm CD và BE .

- a) Chứng minh: $GF \parallel AD$
- b) Khi D thay đổi, tìm quỹ tích điểm F .

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 66

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG BÌNH

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1:(2.0 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$

- Rút gọn P.
- Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2:(2.0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 4 = 0$

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 26m$
- Tìm m nguyên để phương trình có hai nghiệm nguyên.

Câu 3:(3,5 điểm)

Cho tam giác ABC đều cố định nội tiếp trong đường tròn (O). Đường thẳng d thay đổi nhưng luôn đi qua A và cắt cung nhỏ AB tại điểm thứ hai là E ($E \neq A$). Đường thẳng d cắt hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại M và N; MC cắt BN tại F. Chứng minh rằng:

- Tam giác CAN đồng dạng với tam giác BMA, tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN.
- Tứ giác BMEF là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định khi d thay đổi nhưng luôn đi qua A.

Câu 4:(1,5 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 6$. Chứng minh rằng:

$$\frac{b+c+5}{1+a} + \frac{c+a+4}{2+b} + \frac{a+b+3}{3+c} \geq 6.$$

Dấu "=" xảy ra khi nào?

Câu 5:(1,0 điểm)

Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4$ là hợp số.

----- HẾT -----

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 67

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu I (2đ):

$$\frac{\sqrt[4]{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1} + \sqrt[3]{(x+12)\sqrt{x}-6x-8}}{\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}}$$

Thực hiện phép tính:

Câu II (4đ):

a) Chứng minh rằng: $21^{39} + 39^{21} : 45$

b) Tìm a, b thuộc N^* sao cho: $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = \frac{2}{7}$

Câu 3 (6đ):

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z} = \frac{1}{2}(x+y+z)$$

a) Giải phương trình:

b) Tìm k để phương trình $x^2 - (2+k)x + 3k = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, sao cho $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 10

c) Cho biểu thức $A = x\sqrt{3+y} + y\sqrt{3+x}$, với $x, y \geq 0; x+y=2012$. Tìm GTNN của A

Câu 4 (5đ):

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp (O; R). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác cắt nhau tại I.

a) Chứng minh tâm I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF

b) Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác AEOF theo R

Câu 5 (3đ):

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác đều ABC. Một tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt các cạnh AB, AC của tam giác theo thứ tự ở P, Q. CMR:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) $PQ^2 + AP.AQ = AP^2 + AQ^2$

b) $\frac{AP}{BP} + \frac{AQ}{CQ} = 1$

----- HẾT -----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 68

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH
THUẬN

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1: (4 điểm)

- Chứng minh rằng nếu $a+b+c+d = 0$ thì $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(ac - bd)(b + d)$
- Tìm một số gồm hai chữ số sao cho tỷ số giữa số đó với tổng hai chữ số của nó là lớn nhất.

Bài 2: (4 điểm)

- Giải phương trình $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$
- Trong một lớp học chỉ có hai loại học sinh là giỏi và khá. Nếu có 1 học sinh giỏi chuyển đi thì $\frac{1}{6}$ số học sinh còn lại là học sinh giỏi. Nếu có 1 học sinh khá chuyển đi thì $\frac{1}{5}$ số học sinh còn lại là học sinh giỏi. Tính số học sinh của lớp.

Bài 3: (4 điểm)

- Cặp số (x, y) là nghiệm phương trình: $x^2 y + 2xy - 4x + y = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của y .
- Cho ba số thực $a, b, c \neq 0$ thỏa $a + b + c \neq 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh rằng trong ba số a, b, c có hai số đối nhau.

Bài 4: (5 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho $(O; R)$ có đường kính AB cố định; một đường kính CD thay đổi không vuông góc và không trùng AB .

Vẽ tiếp tuyến (d) của đường tròn (O) tại B . Các đường thẳng AC, AD lần lượt cắt (d) tại E và F .

- 1) Chứng minh tứ giác $CEFD$ nội tiếp được trong đường tròn.
- 2) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE . Chứng minh rằng I di động trên một đường thẳng cố định.

Bài 5: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có các đường phân giác trong BD và CE cắt nhau tại G . Chứng minh rằng nếu $GD = GE$ thì tam giác ABC cân tại A hoặc góc A bằng 60°

ĐỀ SỐ 69

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC
NINH

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:
$$\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

2. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a + b = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Câu 2. (5,0 điểm)

1. Giải phương trình:
$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{20 - x} = 4$$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x - 4)\sqrt{y - 3} + (y - 1)\sqrt{x + 2} = 7\sqrt{6} \\ 12x\sqrt{y - 4} + 4\sqrt{2}y\sqrt{x - 2} = 5xy \end{cases}$$

Câu 3. (3,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $A = (n - 2010)(n - 2011)(n - 2012)$ là một số chính phương.

Câu 4. (6,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC có $\angle A = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật $MNPQ$ có đỉnh M nằm trên cạnh AB , N nằm trên cạnh AC , P và Q nằm trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC .

1. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.
2. Dựng hình vuông $EFGH$ (E nằm trên cạnh AB , F nằm trên cạnh AC , G và H nằm trên cạnh BC) nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và com-pa. Tính diện tích của hình vuông đó.

Câu 5.(2,0 điểm)

Chứng minh rằng luôn tồn tại số nguyên dương tận cùng là 2012 chia hết cho 2011.

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:.....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm

ĐỀ SỐ 70

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1. (3 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n để hai số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của hai số nguyên dương nào đó.

Bài 2. (4 điểm)

Giả sử a là một nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 1} = 0$. không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{2a - 3}{\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3) + 2a^2}}$

Bài 3. (4 điểm)

a. Giải phương trình: $\sqrt{8x + 1} = x^2 + 3x - 1$

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 4. (7 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua điểm M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Gọi D là điểm di động trên cung lớn AB (D không trùng A, B và điểm chính giữa của cung) và C là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với đường tròn $(O;R)$.

- Giả sử H là giao điểm của các đường thẳng OM với AB . Chứng minh rằng $MH.MO = MC.MD$, từ đó suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác HCD luôn đi qua một điểm cố định.
- Chứng minh rằng nếu AD song song với đường thẳng MB thì đường thẳng AC đi qua trọng tâm G của tam giác MAB .
- Kẻ đường kính BK của đường tròn $(O;R)$, gọi I là giao điểm của các đường thẳng MK và AB . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MBI theo R , khi biết $OM = 2R$.

Bài 5. (2 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $abc + a + b = 3ab$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{ab}{a+b+1}} + \sqrt{\frac{b}{bc+c+1}} + \sqrt{\frac{a}{ca+c+1}} \geq \sqrt{3}$$

ĐỀ SỐ 71

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP.HỒ
CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1: (4 điểm)

Cho phương trình $mx^2 + 2(m-2)x + m-3 = 0$ (x là ẩn số)

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

Bài 2: (4 điểm)

Giải các phương trình:

a) $\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+2} = 0$

b) $\sqrt{x - \sqrt{1-x}} + \sqrt{x} = 2$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3: (4 điểm)

a) Chứng minh rằng: $(a^2 - b^2)(c^2 - d^2) \leq (ac - bd)^2$ với a, b, c, d là các số thực.

b) Cho $a \geq 1, b \geq 1$. Chứng minh rằng: $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$

Bài 4: (2 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x - 2y + 3z$ biết x, y, z không âm và thỏa hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 3z = 8 \\ 3x + y - 3z = 2 \end{cases}$$

Bài 5: (2 điểm)

Chứng minh rằng phương trình $4x^2 + 4x = 8y^3 - 2z^2 + 4$ không có nghiệm nguyên.

Bài 6: (4 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB, bán kính R. Tiếp tuyến tại M bất kì thuộc đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến của đường tròn tại A và B lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh rằng: $AC \cdot BD = R^2$

b) Gọi I và J lần lượt là giao điểm của OC với AM và OD với BM. Chứng minh $IJ \parallel AB$.

c) Xác định vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tứ giác CIJD có bán kính nhỏ nhất.

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 72

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH
LONG

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (2 điểm)

Tìm các số tự nhiên có hai chữ số, biết số đó chia cho tổng các chữ số của nó được thương là 4 và số dư là 3.

Bài 2. (6 điểm)

Giải các phương trình sau:

- $x^3(x^3 + 7) = 8$
- $\sqrt{3x+1} = \sqrt{x+4} + 1$
- $2|x+2| + |x-1| = 5$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3. (3 điểm)

Cho Parabol (P): $y = 2x^2$. Trên (P) lấy điểm A có hoành độ bằng 1, điểm B có hoành độ bằng 2. Tìm m và n để đường thẳng (d): $y = mx + n$ tiếp xúc với parabol (P) và song song với đường thẳng AB.

Bài 4. (3 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$, với m là tham số thực.

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2
- Tìm m để biểu thức $P = 6x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Các cạnh AB, BC, CA lần lượt tiếp xúc với đường tròn (O) tại D, E, F.

- Chứng minh DF//BC và ba điểm A, O, E thẳng hàng, với O là tâm của đường tròn (O).
- Gọi giao điểm thứ hai của BF với đường tròn (O) là M và giao điểm của DM với BC là N. Chứng minh tam giác BFC đồng dạng với tam giác DNB và N là trung điểm của BE.
- Gọi (O') là đường tròn qua ba điểm B, O, C. Chứng minh AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O').

Bài 6. (2 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi $h_a; h_b; h_c$ lần lượt là các đường cao ứng với các cạnh a, b, c. Tính số đo các góc của tam giác ABC biết $h_a + h_b + h_c = 9r$, với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm

ĐỀ SỐ 73

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH
LONG

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1: (3 điểm)

- Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng lập phương của chúng chia hết cho 9.
- Viết các số tự nhiên lẻ liên tiếp từ 1 đến 2013 ta được số $A = 1357911...20112013$. Hỏi số A có bao nhiêu chữ số?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2: (5 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$

b) Giải bất phương trình: $\frac{x-1}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-1}$

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2-y} = 11 \end{cases}$$

Bài 3: (3 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m + 2 = 0$. Tìm m để phương trình:

a) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 88$

b) có đúng một nghiệm dương.

Bài 4: (3 điểm)

Hai thị xã A và B cách nhau 90 km. Một chiếc ô tô khởi hành từ A và một chiếc mô tô khởi hành từ B cùng một lúc và ngược chiều nhau. Sau khi gặp nhau, xe ô tô chạy thêm 30 phút nữa thì đến B, còn xe mô tô chạy thêm 2 giờ nữa thì đến A. Tìm vận tốc của mỗi xe (Giả sử rằng hai xe chuyển động đều)

Bài 5: (4 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của OA. Qua I vẽ dây cung MQ vuông góc với OA (M trên cung AC, Q trên cung AD). Đường thẳng vuông góc với MQ tại M cắt đường tròn (O) tại P.

a) Chứng minh rằng tứ giác PMIO là hình thang vuông và ba điểm P, O, Q thẳng hàng.

b) Gọi S là giao điểm của AP và CQ. Tính số đo $\angle CSP$

c) Gọi H là giao điểm của AP và MQ. Chứng minh rằng $MH \cdot MQ = MP^2$

Bài 6: (2 điểm)

Cho a, b là hai số dương thỏa điều kiện $a + b \leq 1$. Chứng minh rằng: $ab + \frac{1}{ab} \geq \frac{17}{4}$.

Đẳng thức xảy ra khi nào?

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 74

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (4,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2$

1. Rút gọn P.

2. Tìm x để $P > 2\sqrt{x}$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

2. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c = 1$. Chứng minh rằng $\frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \geq 16$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho 100 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100. Xếp một cách tùy ý 100 số trên nối tiếp nhau thành một dãy các chữ số ta được số A. Hỏi A có chia hết cho 2007 không?

Câu 4. (5,0 điểm)

1. Giải phương trình $4x^2 + 10x + 9 = 5\sqrt{2x^2 + 5x + 3}$.

2. Giả sử bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x+1 = y+z \\ xy + z^2 - 7z + 10 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

Tìm tất cả các bộ ba (x, y, z) thỏa mãn hệ (I) sao cho $x^2 + y^2 = 17$.

Câu 5. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A và đường cao AH. Một đường tròn đi qua B và C cắt AB, AC lần lượt ở M và N. Vẽ hình chữ nhật AMDC.

a) Chứng minh rằng $\frac{AM}{CH} = \frac{AN}{AH}$.

b) Chứng minh rằng HN vuông góc với HD.

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm

ĐỀ SỐ 75

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ
NỘI**

**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011 – 2012**

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1 (5 điểm)

- a) Tìm các số thực a, b sao cho đa thức $4x^4 - 11x^3 - 2ax^2 + 5bx - 6$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 3$
b) Cho biểu thức $P = (a^{2013} - 8a^{2012} + 11a^{2011}) + (b^{2013} - 8b^{2012} + 11b^{2011})$. Tính giá trị của P với $a = 4 + \sqrt{5}$ và $b = 4 - \sqrt{5}$

Bài 2 (5 điểm)

- a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 6x^2 - y^2 - xy + 5x + 5y - 6 = 0 \\ 20x^2 - y^2 - 28x + 9 = 0 \end{cases}$$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $6x^2 + 10y^2 + 2xy - x - 28y + 18 = 0$

Bài 3 (2 điểm). Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 3$. Chứng minh:

$$\frac{27a^2}{c(c^2 + 9a^2)} + \frac{b^2}{a(4a^2 + b^2)} + \frac{8c^2}{b(9b^2 + 4c^2)} \geq \frac{3}{2}$$

Bài 4 (7 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) và $AB < AC$. Các đường cao AD, BE, CF gặp nhau tại H . Gọi I là giao điểm hai đường thẳng EF và CB . Đường thẳng AI cắt (O) tại M (M khác A)

- a) Chứng minh năm điểm A, M, F, H, E cùng nằm trên một đường tròn.
b) Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.
c) Chứng minh $BM.AC + AM.BC = AB.MC$

Bài 5 (1 điểm). Cho 2013 điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2013}$ và đường tròn $(O; 1)$ tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng. Chứng minh trên đường tròn $(O; 1)$ đó, ta luôn có thể tìm được một điểm M sao cho $MA_1 + MA_2 + \dots + MA_{2013} \geq 2013$

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ
NỘI

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2016 – 2017

Môn thi: Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ SỐ 76

Câu 1: (5,0 điểm)

1. Chứng minh $n^5 + 5n^3 - 6n$ chia hết cho 30, với mọi số nguyên dương n .
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ sao cho $x^2 + 8y$ và $y^2 + 8x$ là các số chính phương

Câu 2: (5,0 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{2x - \frac{3}{x}} + \sqrt{\frac{6}{x} - 2x} = 1 + \frac{3}{2x}$
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{4x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \\ \sqrt{\frac{5y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \end{cases}$$

Câu 3: (3,0 điểm)

Với các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

1. Chứng minh $x + y + z \leq 2 + xy$
2. Tìm GTLN và GTNN của biểu thức $P = \frac{x}{2+yz} + \frac{y}{2+zx} + \frac{z}{2+xy}$

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($BC > CA > AB$) nội tiếp đường tròn (O) và có trực tâm H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC cắt tia phân giác góc ABC tại điểm thứ hai M. Gọi P là trực tâm tam giác BCM

1. Chứng minh bốn điểm A, B, C, P cùng thuộc một đường tròn
2. Đường thẳng H song song với AO cắt cạnh BC tại E. Gọi F là điểm trên cạnh BC sao cho $CF = BE$. Chứng minh ba điểm A, F, O thẳng hàng
3. Gọi N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM. Chứng minh $PN = PO$

Câu 5: (1,0 điểm)

Trên bàn có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Hai người A và B lần lượt mỗi người lấy một tấm thẻ trên bàn sao cho nếu người A lấy tấm thẻ đánh số n thì đảm bảo người B chọn được tấm thẻ đánh số $2n+2$. Hỏi người A có thể lấy được nhiều nhất bao nhiêu tấm thẻ trên bàn thỏa mãn yêu cầu trên?

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng thi số:
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 77

Câu 1:

Rút gọn các biểu thức sau:

a. $A = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}}.$

b. $B = \frac{(2008^2 - 2014) \cdot (2008^2 + 4016 - 3) \cdot 2009}{2005 \cdot 2007 \cdot 2010 \cdot 2011}$

Câu 2:

Cho hàm số: $y = mx - 3x + m + 1$

a. Xác định điểm cố định của đồ thị hàm số?

b. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số là một đường thẳng cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 1 (đơn vị diện tích).

Câu 3.

a. Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$

Áp dụng giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 5$

b. Cho $Q = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

Câu 4.

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh BC lấy điểm M, trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho BN = BM. Chứng minh: các đường thẳng AM, CN và đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD đồng quy tại một điểm.

Câu 5.

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước).

Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M trên cạnh AB, N trên cạnh AC, P và Q ở trên cạnh

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.

ĐỀ SỐ 78

Bài 1 (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

1. $3x^2 + 4x + 10 = 2\sqrt{14x^2 - 7}$

2. $\sqrt[4]{4-x^2} - \sqrt[4]{x^4-16} + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = 5-y$

3. $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$; (với $x ; y$ nguyên)

Bài 2: (2.5 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương.

2. Căn bậc hai của 64 có thể viết dưới dạng như sau: $\sqrt{64} = 6 + \sqrt{4}$

Hỏi có tồn tại hay không các số có hai chữ số có thể viết căn bậc hai của chúng dưới dạng như trên và là một số nguyên? Hãy chỉ ra toàn bộ các số đó.

Bài 3: (3,25 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MN và MP với đường tròn (O), (P, N là hai tiếp điểm).

1. Chứng minh rằng $MN^2 = MP^2 = MA \cdot MB$

2. Dựng vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác MNOP là hình vuông.

3. Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P luôn chạy trên đường thẳng cố định khi M di động trên đường thẳng d .

Bài 4: (1,5 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Trên mặt phẳng tọa độ xOy lấy điểm P(0; 1), vẽ đường tròn (K) có đường kính OP. Trên trục hoành lấy ba điểm M(a; 0); N(b; 0), Q(c; 0). Nối PM; PN; PQ lần lượt cắt đường tròn (K) tại A; B; C. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC theo a; b; c.

Bài 5: (0,75 điểm) Cho a, b, c > 0.

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{19b^3 - a^3}{ab + 5b^2} + \frac{19c^3 - b^3}{cb + 5c^2} + \frac{19a^3 - c^3}{ac + 5a^2} \leq 3(a + b + c)$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 79

Câu 1.

a. Phân tích Q thành nhân tử: $Q = x + \sqrt{5x} - 2\sqrt{2x} - 2\sqrt{10}$

b. Tính Q khi biết $x = 13 - 4\sqrt{10}$

Câu 2. Cho hàm số: $y = x - 2m - 1$; với m tham số.

a. Xác định m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O .

b. Tính theo m tọa độ các giao điểm A ; B của đồ thị hàm số với các trục Ox ;

Oy . H là hình chiếu của O trên AB . Xác định giá trị của m để $OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b. Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng AB .

Câu 3.

a. Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-2} + x+1 = 5\sqrt{x-2}$

b. Cho $a; b$ là hai số dương thỏa mãn: $a^2 + b^2 = 6$.

Chứng minh: $\sqrt{3(a^2+6)} \geq (a+b)\sqrt{2}$

c. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy - 2008x - 2009y - 2010 = 0$

Câu 4.

Cho đường tròn $(O; R)$. AB và CD là hai đường kính cố định của (O) vuông góc với nhau. M là một điểm thuộc cung nhỏ AC của (O) . K và H lần lượt là hình chiếu của M trên CD và AB .

a. Tính $\sin^2 MBA + \sin^2 MAB + \sin^2 MCD + \sin^2 MDC$

b. Chứng minh: $OK^2 = AH(2R - AH)$

c. Tìm vị trí điểm H để giá trị của: $P = MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD$ lớn nhất.

Hết./.

ĐỀ SỐ 80

Câu 1. Tính giá trị các biểu thức:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c. $\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{4\sqrt{3}+7}$; b. $\frac{2\sqrt{27+7\sqrt{5}}}{\sqrt{10}+7\sqrt{2}}$

Câu 2. Giải phương trình:

c. $\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} = 3$
d. $x^2 - 13x + 50 = 4\sqrt{x-3}$

Câu 3.

d. Cho $A = 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1}$; với $n \in \mathbb{N}$. Chứng minh: A chia hết cho 59.

e. Cho $a; b$ là hai số thực dương thỏa mãn: $a+b \geq 6$ và $B = \frac{8}{3}a + 3b + \frac{18}{a} + \frac{21}{b}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của B

f. Tìm các số nguyên n thỏa mãn: $n^2 + 2014$ là số chính phương.

Câu 4.

Cho tam giác ABC vuông tại A. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Biết độ dài $BN = 2.\sin \alpha$; $CM = 2\cos \alpha$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Tính độ dài đoạn MN.

Câu 5.

Tam giác ABC có đường cao CH, phân giác AD, trung tuyến BM gặp nhau tại điểm O. Kẻ MN vuông góc với HC tại N. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại A, đường thẳng đó cắt BC tại P. Chứng minh:

d. $\frac{NM}{BH} = \frac{AM}{AB}$

e. $AB.\sin PAB = BC.\sin HCB$

ĐỀ SỐ 81

Câu 1. Cho biểu thức: $P = \frac{x}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+2\sqrt{x})}$

d. Rút gọn P.

e. Tính P khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

f. Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. Giải phương trình:

e. $x^2 - 10x + 27 = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-4}$

f. $x^2 - 2x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4 = 0$

Câu 3.

g. Tìm các số nguyên $x; y$ thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$

h. Cho $x > 1; y > 0$, chứng minh: $\frac{1}{(x-1)^3} + \left(\frac{x-1}{y}\right)^3 + \frac{1}{y^3} \geq 3\left(\frac{3-2x}{x-1} + \frac{x}{y}\right)$

i. Tìm số tự nhiên n để: $A = n^{2012} + n^{2002} + 1$ là số nguyên tố.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4.

Cho hình vuông ABCD, có độ dài cạnh bằng a. E là một điểm di chuyển trên CD (E khác C, D). Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

a. Chứng minh: $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$ không đổi

b. Chứng minh: $\cos AKE = \sin EKF \cdot \cos EFK + \sin EFK \cdot \cos EKF$

c. Lấy điểm M là trung điểm đoạn AC. Trình bày cách dựng điểm N trên DM sao cho khoảng cách từ N đến AC bằng tổng khoảng cách từ N đến DC và AD.

Câu 5.

Cho ABCD là hình bình hành. Đường thẳng d đi qua A không cắt hình bình hành, ba điểm H, I, K lần lượt là hình chiếu của B, C, D trên đường thẳng d. Xác định vị trí đường thẳng d để tổng: BH + CI + DK có giá trị lớn nhất.

ĐỀ SỐ 82

Bài 1: (2.5 điểm). Rút gọn các biểu thức sau

a. $A = 3x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

b. $B = \sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{2}$

c. $C = (1 + \tan^2 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha) + (1 + \cot^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$

Bài 2: (2.0 điểm). Giải các phương trình

a. $x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - x = 0$

b. $x^2 - 5x + 36 = 8\sqrt{3x + 4}$

Bài 3: (2.0 điểm)

a. Cho các số nguyên dương a; b; c đôi một nguyên tố cùng nhau, thỏa mãn: $(a + b)c = ab$.

Xét tổng $M = a + b$ có phải là số chính phương không? Vì sao?

b. Cho $x, y > 0$ và $x + y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{20}{x^2 + y^2} + \frac{11}{xy}$$

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD; BE; CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của HC; N là trung điểm của AC. AM cắt HN tại G. Đường thẳng qua M vuông góc với HC và đường thẳng qua N vuông góc với AC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

a. Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.

Từ đó hãy suy ra $S_{AEF} = S_{ABC} \cdot \cos^2 BAC$

b. $BH \cdot KM = BA \cdot KN$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c.
$$\sqrt{\frac{GA^5 + GB^5 + GH^5}{GM^5 + GK^5 + GN^5}} = 4\sqrt{2}$$

Bài 5: (1 điểm) Điểm M cố định thuộc đoạn thẳng AB cho trước. Vẽ về cùng một phía của AB các tia Ax và By vuông góc với AB. Qua M có hai đường thẳng Mt và Mz thay đổi luôn vuông góc với nhau tại M và cắt Ax, By theo thứ tự tại C và D và tạo góc $AMC = \alpha$. Xác định số đo α để tam giác MCD có diện tích nhỏ nhất.

Hết./.

ĐỀ SỐ 83

Bài 1: (2.0 điểm). Rút gọn các biểu thức sau:

$$P = (1 - \sqrt{x}) \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{x + \sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1} - 1 \right)$$

- Rút gọn P .
- Tính giá trị của P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.
- Chứng minh: $P > 1$

Bài 2: (2.0 điểm). Giải các phương trình

a. Cho $0 < x < 90^\circ$. Chứng minh giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \tan^2 x \cdot \cos^2 x + \cotan^2 x \cdot \sin^2 x$$

b. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

Bài 3: (2.0 điểm)

a. Cho các số nguyên dương: $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2013}$ sao cho:

$N = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2013}$ chia hết cho 30.

Chứng minh: $M = a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + \dots + a_{2013}^5$ chia hết cho 30.

b. Cho $x; y$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 - 2x - 4y \leq 0$. Chứng minh: $x + 2y \leq 10$

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a . Trên cạnh AB lấy điểm N, CN cắt đường thẳng DA tại E. Đường thẳng qua C vuông góc CN tại C cắt đường thẳng AB tại F. Diện tích tứ giác ACFE là $3a^2$.

a. Chứng minh: N là trung điểm AB.

b. Tính CF theo a

Bài 5: (1,5 điểm)

Cho đường tròn cố định (O; R) đi qua đoạn thẳng BC cố định. Điểm M di chuyển trên đường tròn (O), M không trùng với B; C. Gọi G là trọng tâm tam giác MBC. Chứng minh rằng điểm G di động trên một đường tròn cố định.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 84

Bài 1: (2.0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

b) Chứng minh $B = a^5 - 5a^3 + 4a$ chia hết cho 120.

c) Tìm số nguyên m để $C = \sqrt{m^2+m+1}$ là số nguyên.

Bài 2: (2.0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+\frac{3}{4}} = x+1$

b) $x^2 - 5x + 8 = 2\sqrt{x-2}$

c) $(4x-1)\sqrt{x^2+1} = 2x^2 - 2x + 2$

Bài 3: (2.5 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x + \sqrt{5-x^2}$

b) Cho $x; y$ là các số thực thỏa mãn $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$. Tính $N = x^2 + y^2$

Bài 4: (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, vẽ đường cao AD và BE . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC .

a) Chứng minh: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$

b) Chứng minh: $DH \cdot DA \leq \frac{BC^2}{4}$

c) Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC .

Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$

Bài 5: (0.5 điểm) Chứng minh rằng trong $2^{n+1} - 1$ số nguyên bất kỳ đều tồn tại $2n$ số có tổng là một số chẵn.

ĐỀ SỐ 85

Câu 1.

a. Rút gọn biểu thức $A = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$

b. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(1; -1); B(2; 1); C(-1; -5)$. Chứng minh 3 điểm $A; B; C$ thẳng hàng.

c. Tìm $x; y$ nguyên biết: $x^2 - 6xy + 10y^2 = 25$

Câu 2. Giải các phương trình và bất phương trình sau đây:

a. $1 - \sqrt{1-4x^2} = 3x$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b. $x + \sqrt{35 + \sqrt{x}} = 7$

c. $\sqrt[3]{25x(2x^2 + 9)} \geq 4x + \frac{3}{x}$

Câu 3.

a. Cho $a > c; b > c; c > 0$. Chứng minh $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b. Cho $x; y; z > 0$ và $x^2 \geq y^2 + z^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 \left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) + \frac{y^2 + z^2}{x^2}$

c. Cho $0 \leq a, b, c \leq 2$ và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = a^2 + b^2 + c^2$

Câu 4.

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính BC cố định. Từ B kẻ đường thẳng d vuông góc với BC. P là một điểm di động trên d. Từ P kẻ tiếp tuyến PA tới đường tròn (O) (A khác B). Gọi K là điểm đối xứng của B qua P. Kẻ $AH \perp BC$ (H thuộc BC)

a. Chứng minh 3 điểm K; A; C thẳng hàng.

b. Chứng minh PC đi qua trung điểm I của AH.

c. Cho $PB = a$. Tính độ dài AH theo a và R.

d. Trên BA lấy điểm E sao cho $BE = AC$. Chứng minh rằng khi P di động trên d thì E nằm trên một đường tròn cố định.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 86

Câu 1. (2.0 điểm)

a. Rút gọn các biểu thức sau: $A = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)\sqrt{2-\sqrt{3}}$;

$$B = \sqrt{2-\sqrt{2\sqrt{5}-2}} - \sqrt{2+\sqrt{2\sqrt{5}-2}}$$

b. Tìm $x; y \in \mathbb{Z}$ biết: $xy^2 + 2xy - 4y + x = 0$

Câu 2. (2.0 điểm) Giải các phương trình sau :

a. $4 - 2x - 2\sqrt{3-2x} = 0$

b. $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + 3 = 2\sqrt{x^2 - x + 1} + 9x$

Câu 3. (2.0 điểm)

a. Tính giá trị của $Q = \frac{x-y}{x+y}$ biết $y \neq 0; x+y \neq 0$ và $x^2 - 2y^2 = xy$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 3y + 1$

c. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$

Câu 4. (3.0 điểm)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AH, đường tròn này cắt AB, AC lần lượt tại D và E. Gọi M; N lần lượt là trung điểm của BH, CH.

a. Chứng minh $MD \parallel NE$.

b. Chứng minh trực tâm tam giác AMN là trung điểm đoạn thẳng OH.

c. Tam giác ABC có thêm điều kiện gì nữa để tam giác AMN có diện tích nhỏ nhất?

Câu 5. (1.0 điểm). Cho một đa giác có chu vi bằng 1. Chứng minh rằng có hình tròn bán kính

$$R = \frac{1}{4} \text{ chứa toàn bộ đa giác đó.}$$

ĐỀ SỐ 87

Bài 1. a. Tính giá trị của biểu thức $A = (2x^2 + y + 1)^{2014}$

Tại $x = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{1 - \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}}}$ và $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} - \frac{3}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}$

b. Tìm các số hữu tỉ x, y, z thỏa mãn $x + \sqrt{5}z = \sqrt{7}y$

Bài 2. a. Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn điều kiện

$$x^{2014} + y^{2014} + z^{2014} = 3$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x^4 + y^4 + z^4$

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + 6y^2 = 2015 - 7xy$

Bài 3. a. Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c \geq 3$

Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 6$

b. Giải phương trình $x^2 - 3\sqrt{x^3 + x} = 4x - 1$

Bài 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm C và D (C và D nằm khác phía đối với AB, CD không đi qua O). Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C và D cắt nhau tại F.

a. Chứng minh 4 điểm F, C, O, D nằm trên một đường tròn

b. Gọi giao điểm của AC và BD là E. Chứng minh EF vuông góc với AB

ĐỀ SỐ 88

Câu 1. (2.0 điểm) a. Rút gọn các biểu thức sau: $A = (5 + \sqrt{21})(\sqrt{14} - \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{21}}$;

$$B = \frac{\left(\frac{1}{14} - \frac{\sqrt{2}}{7} + \frac{3\sqrt{2}}{35}\right) \frac{4}{25}}{\left(\frac{1}{10} + \frac{3\sqrt{2}}{25} - \frac{\sqrt{2}}{5}\right) \frac{5}{7}}$$

b. Chứng minh: $2n^3 + 3n^2 + n$ chia hết cho 6. ($n \in \mathbb{Z}$)

Câu 2. (2.0 điểm) Giải các phương trình sau:

a. $x^2 + 4x + 3 = 2\sqrt{2x + 1}$

b. $\sqrt[3]{x + 3} + \sqrt[3]{5 - x} = 2$

Câu 3. (2.0 điểm)

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = \frac{8x^2 + 6xy}{x^2 + y^2}$

c. Cho $x, y > 0$ và $2x > y$. Chứng minh rằng: $\left(\frac{1}{x} + 2\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{y} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{2y - 1}{y} \leq \frac{81}{8}$

Câu 4. (4.0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. C là điểm cố định nằm trên OA. M là điểm di động trên đường tròn.

a. Chứng minh $CM \leq BC$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M, kẻ tia CN vuông góc với CM ($N \in (O)$). Gọi K là trung điểm của MN. Chứng minh $KO^2 + KC^2$ có giá trị không đổi.

c. Kẻ CH vuông góc với MN ($H \in MN$). Tính độ dài CK nếu biết tam giác MCN có chu vi bằng 72cm và $CK - CH = 7$ cm.

d. Từ M kẻ MI vuông góc với AB. Trên OM lấy điểm P sao cho $OP = MI$. Chứng minh rằng khi M di động trên đường tròn tâm O đường kính AB thì P thuộc một đường cố định?

ĐỀ SỐ 89

Bài 1: a. Tìm các số nguyên dương n sao cho biểu thức $A = 1! + 2! + 3! + \dots + n!$ có giá trị là một số chính phương? ($n!$ gọi là n giai thừa và $n! = 1.2.3\dots n$)

b. Tìm các số nguyên a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} a < b \\ a + 3 = b + c \\ a^2 = b^2 + c^2 + 1 \end{cases}$$

Bài 2: a. Giải phương trình: $x^2 = \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x}$

b. Cho a, b, c thỏa mãn điều kiện:
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1 \end{cases}$$
. Chứng minh rằng:

$$a^{20} + b + c^{2016} = 1$$

Bài 3: a. Cho x, y, a, b thỏa mãn điều kiện
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ a^2 + b^2 = 16 \\ a.x + b.y \geq 12 \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x + b$

b. Cho $0 < a \leq b \leq c$. Chứng minh rằng:
$$\frac{2a^2}{b+c} + \frac{2b^2}{c+a} + \frac{2c^2}{a+b} \leq \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a}$$

Bài 4: Cho tam giác nhọn ABC; các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Qua H kẻ đường thẳng song song với BC cắt DE, DF lần lượt tại I, K. Chứng minh rằng:

a. $HI = HK$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b. $HE.BE = ED.EF$

c. $HE^2.DF + HF^2.DE + HD^2.EF = DE.DF.EF$

ĐỀ SỐ 90

Câu 1:

Rút gọn các biểu thức sau:

a. $A = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}}.$

b. $B = \frac{(2008^2 - 2014) \cdot (2008^2 + 4016 - 3) \cdot 2009}{2005 \cdot 2007 \cdot 2010 \cdot 2011}$

Câu 2:

Cho hàm số: $y = mx - 3x + m + 1$

c. Xác định điểm cố định của đồ thị hàm số?

b. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số là một đường thẳng cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 1 (đơn vị diện tích).

Câu 3:

a. Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$

Áp dụng giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 5$

d. Cho $Q = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

Câu 4:

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh BC lấy điểm M, trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $BN = BM$. Chứng minh: các đường thẳng AM, CN và đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD đồng quy tại một điểm.

Câu 5:

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M trên cạnh AB, N trên cạnh AC, P và Q ở trên cạnh

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.

ĐỀ SỐ 91

Bài 1 (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3x^2 + 4x + 10 = 2\sqrt{14x^2 - 7}$

b) $\sqrt[4]{4-x^2} - \sqrt[4]{x^4-16} + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = 5-y$

c) $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$; (với x, y nguyên)

Bài 2: (2.5 điểm)

a. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương.

b. Căn bậc hai của 64 có thể viết dưới dạng như sau: $\sqrt{64} = 6 + \sqrt{4}$

Hỏi có tồn tại hay không các số có hai chữ số có thể viết căn bậc hai của chúng dưới dạng như trên và là một số nguyên? Hãy chỉ ra toàn bộ các số đó.

Bài 3: (3,25 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B . Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MN và MP với đường tròn (O) , (P, N là hai tiếp điểm).

a. Chứng minh rằng $MN^2 = MP^2 = MA \cdot MB$

b. Dựng vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác $MNOP$ là hình vuông.

c. Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P luôn chạy trên đường thẳng cố định khi M di động trên đường thẳng d .

Bài 4: (1,5 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ xOy lấy điểm $P(0; 1)$, vẽ đường tròn (K) có đường kính OP . Trên trục hoành lấy ba điểm $M(a; 0)$; $N(b; 0)$, $Q(c; 0)$. Nối PM ; PN ; PQ lần lượt cắt đường tròn (K) tại A ; B ; C . Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC theo a ; b ; c .

Bài 5: (0,75 điểm) Cho $a, b, c > 0$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{19b^3 - a^3}{ab + 5b^2} + \frac{19c^3 - b^3}{cb + 5c^2} + \frac{19a^3 - c^3}{ac + 5a^2} \leq 3(a + b + c)$$

ĐỀ SỐ 92

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 1.

- Phân tích Q thành nhân tử: $Q = x + \sqrt{5x} - 2\sqrt{2x} - 2\sqrt{10}$
- Tính Q khi biết $x = 13 - 4\sqrt{10}$

Câu 2. Cho hàm số: $y = x - 2m - 1$; với m tham số.

- Xác định m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O .
- Tính theo m tọa độ các giao điểm A ; B của đồ thị hàm số với các trục Ox ; Oy . H là hình chiếu của O trên AB . Xác định giá trị của m để $OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng AB .

Câu 3.

- Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-2} + x+1 = 5\sqrt{x-2}$
- Cho $a; b$ là hai số dương thỏa mãn: $a^2 + b^2 = 6$.

Chứng minh: $\sqrt{3(a^2+6)} \geq (a+b)\sqrt{2}$

- Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy - 2008x - 2009y - 2010 = 0$

Câu 4.

Cho đường tròn $(O; R)$. AB và CD là hai đường kính cố định của (O) vuông góc với nhau. M là một điểm thuộc cung nhỏ AC của (O) . K và H lần lượt là hình chiếu của M trên CD và AB .

- Tính $\sin^2 MBA + \sin^2 MAB + \sin^2 MCD + \sin^2 MDC$
- Chứng minh: $OK^2 = AH(2R - AH)$
- Tìm vị trí điểm H để giá trị của: $P = MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD$ lớn nhất.

ĐỀ SỐ 93

Bài 1: (2.5 điểm). Rút gọn các biểu thức sau

- $A = 3x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$
- $B = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{2}$
- $C = (1 + \tan^2 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha) + (1 + \cot^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$

Bài 2: (2.0 điểm). Giải các phương trình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$a. \quad x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - x = 0 \qquad b. \quad x^2 - 5x + 36 = 8\sqrt{3x+4}$$

Bài 3: (2.0 điểm)

a. Cho các số nguyên dương a ; b ; c đôi một nguyên tố cùng nhau, thỏa mãn: $(a + b)c = ab$.

Xét tổng $M = a + b$ có phải là số chính phương không? Vì sao?

b. Cho $x, y > 0$ và $x + y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{20}{x^2 + y^2} + \frac{11}{xy}$$

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD; BE; CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của HC; N là trung điểm của AC. AM cắt HN tại G. Đường thẳng qua M vuông góc với HC và đường thẳng qua N vuông góc với AC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

a. Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.

Từ đó hãy suy ra $S_{AEF} = S_{ABC} \cdot \cos^2 BAC$

b. $BH \cdot KM = BA \cdot KN$

$$c. \quad \sqrt{\frac{GA^5 + GB^5 + GH^5}{GM^5 + GK^5 + GN^5}} = 4\sqrt{2}$$

Bài 5: (1 điểm) Điểm M cố định thuộc đoạn thẳng AB cho trước. Vẽ về cùng một phía của AB các tia Ax và By vuông góc với AB. Qua M có hai đường thẳng Mt và Mz thay đổi luôn vuông góc với nhau tại M và cắt Ax, By theo thứ tự tại C và D và tạo góc $AMC = \alpha$. Xác định số đo α để tam giác MCD có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 94

Bài 1: (2.0 điểm). Rút gọn các biểu thức sau:

$$P = (1 - \sqrt{x}) \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{x + \sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1} - 1 \right)$$

a. Rút gọn P .

b. Tính giá trị của P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.

c. Chứng minh: $P > 1$

Bài 2: (2.0 điểm). Giải các phương trình

a. Cho $0 < x < 90^\circ$. Chứng minh giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \tan^2 x \cdot \cos^2 x + \cotan^2 x \cdot \sin^2 x$$

b. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3: (2.0 điểm)

a. Cho các số nguyên dương: $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2013}$ sao cho:

$N = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2013}$ chia hết cho 30.

Chứng minh: $M = a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + \dots + a_{2013}^5$ chia hết cho 30.

b. Cho $x; y$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 - 2x - 4y \leq 0$. Chứng minh: $x + 2y \leq 10$

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a . Trên cạnh AB lấy điểm N, CN cắt đường thẳng DA tại E. Đường thẳng qua C vuông góc CN tại C cắt đường thẳng AB tại F. Diện tích tứ giác ACFE là $3a^2$.

a. Chứng minh: N là trung điểm AB.

b. Tính CF theo a

Bài 5: (1,5 điểm)

Cho đường tròn cố định (O; R) đi qua đoạn thẳng BC cố định. Điểm M di chuyển trên đường tròn (O), M không trùng với B; C. Gọi G là trọng tâm tam giác MBC. Chứng minh rằng điểm G di động trên một đường tròn cố định.

ĐỀ SỐ 95

Bài 1: (2.0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

b) Chứng minh $B = a^5 - 5a^3 + 4a$ chia hết cho 120.

c) Tìm số nguyên m để $C = \sqrt{m^2 + m + 1}$ là số nguyên.

Bài 2: (2.0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+\frac{3}{4}} = x+1$

b) $x^2 - 5x + 8 = 2\sqrt{x-2}$

c) $(4x-1)\sqrt{x^2+1} = 2x^2 - 2x + 2$

Bài 3: (2.5 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x + \sqrt{5-x^2}$

b) Cho $x; y$ là các số thực thỏa mãn $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$. Tính $N = x^2 + y^2$

Bài 4: (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, vẽ đường cao AD và BE. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC.

a) Chứng minh: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$

b) Chứng minh: $DH \cdot DA \leq \frac{BC^2}{4}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC .

$$\text{Chứng minh rằng: } \sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$$

Bài 5: (0.5 điểm) Chứng minh rằng trong $2^{n+1} - 1$ số nguyên bất kỳ đều tồn tại $2n$ số có tổng là một số chẵn.

ĐỀ SỐ 96

Câu 1.

- Rút gọn biểu thức $A = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(1; -1); B(2; 1); C(-1; -5)$. Chứng minh 3 điểm $A; B; C$ thẳng hàng.
- Tìm $x; y$ nguyên biết: $x^2 - 6xy + 10y^2 = 25$

Câu 2. Giải các phương trình và bất phương trình sau đây:

- $1 - \sqrt{1 - 4x^2} = 3x$
- $x + \sqrt{35 + \sqrt{x}} = 7$
- $\sqrt[3]{25x(2x^2 + 9)} \geq 4x + \frac{3}{x}$

Câu 3.

- Cho $a > c; b > c; c > 0$. Chứng minh $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$
- Cho $x; y; z > 0$ và $x^2 \geq y^2 + z^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) + \frac{y^2 + z^2}{x^2}$
- Cho $0 \leq a, b, c \leq 2$ và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = a^2 + b^2 + c^2$

Câu 4.

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính BC cố định. Từ B kẻ đường thẳng d vuông góc với BC . P là một điểm di động trên d . Từ P kẻ tiếp tuyến PA tới đường tròn (O) (A khác B). Gọi K là điểm đối xứng của B qua P . Kẻ $AH \perp BC$ (H thuộc BC)

- Chứng minh 3 điểm $K; A; C$ thẳng hàng.
- Chứng minh PC đi qua trung điểm I của AH .
- Cho $PB = a$. Tính độ dài AH theo a và R .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- d. Trên BA lấy điểm E sao cho $BE = AC$. Chứng minh rằng khi P di động trên d thì E nằm trên một đường tròn cố định.

ĐỀ SỐ 97

Bài 1. a. Tính giá trị của biểu thức $A = (2x^2 + y + 1)^{2014}$

Tại $x = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{1 - \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}}}$ và $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} - \frac{3}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}$

- b. Tìm các số hữu tỉ x, y, z thỏa mãn $x + \sqrt{5}z = \sqrt{7}y$

Bài 2. a. Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn điều kiện

$$x^{2014} + y^{2014} + z^{2014} = 3$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x^4 + y^4 + z^4$

- b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + 6y^2 = 2015 - 7xy$

Bài 3. a. Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c \geq 3$

Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 6$

- b. Giải phương trình $x^2 - 3\sqrt{x^3 + x} = 4x - 1$

Bài 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm C và D (C và D nằm khác phía đối với AB, CD không đi qua O). Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C và D cắt nhau tại F.

- a. Chứng minh 4 điểm F, C, O, D nằm trên một đường tròn
b. Gọi giao điểm của AC và BD là E. Chứng minh EF vuông góc với AB

ĐỀ SỐ 98

Bài 1: a. Tìm các số nguyên dương n sao cho biểu thức $A = 1! + 2! + 3! + \dots + n!$ có giá trị là một số chính phương? (n! gọi là n giai thừa và $n! = 1.2.3\dots n$)

- b. Tìm các số nguyên a, b, c thỏa mãn:
$$\begin{cases} a < b \\ a + 3 = b + c \\ a^2 = b^2 + c^2 + 1 \end{cases}$$

Bài 2: a. Giải phương trình: $x^2 = \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b. Cho a, b, c thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1 \end{cases}$. Chứng minh rằng:

$$a^{20} + b + c^{2016} = 1$$

Bài 3: a. Cho x, y, a, b thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ a^2 + b^2 = 16 \\ a.x + b.y \geq 12 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x + b$

b. Cho $0 < a \leq b \leq c$. Chứng minh rằng: $\frac{2a^2}{b+c} + \frac{2b^2}{c+a} + \frac{2c^2}{a+b} \leq \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a}$

Bài 4: Cho tam giác nhọn ABC; các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Qua H kẻ đường thẳng song song với BC cắt DE, DF lần lượt tại I, K. Chứng minh rằng:

a. $HI = HK$

b. $HE.BE = ED.EF$

c. $HE^2.DF + HF^2.DE + HD^2.EF = DE.DF.EF$

ĐỀ SỐ 99

Câu 1. (2.0 điểm) a. Rút gọn các biểu thức sau: $A = (5 + \sqrt{21})(\sqrt{14} - \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{21}}$;

$$B = \frac{\left(\frac{1}{14} - \frac{\sqrt{2}}{7} + \frac{3\sqrt{2}}{35}\right) \frac{4}{25}}{\left(\frac{1}{10} + \frac{3\sqrt{2}}{25} - \frac{\sqrt{2}}{5}\right) \frac{5}{7}}$$

b. Chứng minh: $2n^3 + 3n^2 + n$ chia hết cho 6. ($n \in \mathbb{Z}$)

Câu 2. (2.0 điểm) Giải các phương trình sau:

a. $x^2 + 4x + 3 = 2\sqrt{2x+1}$

b. $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$

Câu 3. (2.0 điểm)

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = \frac{8x^2 + 6xy}{x^2 + y^2}$

c. Cho $x, y > 0$ và $2x > y$. Chứng minh rằng: $\left(\frac{1}{x} + 2\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{y} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{2y-1}{y} \leq \frac{81}{8}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4. (4.0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. C là điểm cố định nằm trên OA. M là điểm di động trên đường tròn.

a. Chứng minh $CM \leq BC$

b. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M, kẻ tia CN vuông góc với CM ($N \in (O)$). Gọi K là trung điểm của MN. Chứng minh $KO^2 + KC^2$ có giá trị không đổi.

c. Kẻ CH vuông góc với MN ($H \in MN$). Tính độ dài CK nếu biết tam giác MCN có chu vi bằng 72cm và $CK - CH = 7\text{cm}$.

d. Từ M kẻ MI vuông góc với AB. Trên OM lấy điểm P sao cho $OP = MI$. Chứng minh rằng khi M di động trên đường tròn tâm O đường kính AB thì P thuộc một đường cố định?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 100

Bài 1:

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

- Tìm tập xác định và rút gọn biểu thức A
- Tìm giá trị của x để $\sqrt{A} > A$

Bài 2:

Giải các phương trình sau:

- $\sqrt{x+1} = x-1$
- $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$
- $x+y+z+4 = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{y-3} + 6\sqrt{z-5}$

Bài 3:

- Cho 2 số không âm a và b.

Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, dấu "=" xảy ra khi nào?

- Tìm cặp số x, y sao cho: $x\sqrt{y-1} + y\sqrt{x-1} = xy$

- Cho $0 < a, b, c < 2$.

Chứng minh có ít nhất một trong các bất đẳng thức sau đây là sai:

$$a(2-b) > 1; b(2-c) > 1; c(2-a) > 1$$

Bài 4:

Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC. Biết BH=4cm, CH=9cm.

- Tính độ dài đoạn DE.
- Chứng minh: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$
- Chứng minh: $AH^3 = BC \cdot BD \cdot CE$

Bài 5:

Cho n số $a_1; a_2; \dots; a_n$, mỗi số trong chúng bằng 1 hoặc bằng -1 và $a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_na_1 = 0$. Hỏi n có thể bằng 2006 được không? Tại sao?

Phòng Giáo dục huyện Yên Thành

ĐỀ SỐ 101

Câu 1. (4,5 điểm):

- Cho hàm số $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2010}$

$$\text{Tính } f(a) \text{ tại } a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$$

- Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y)$

Câu 2. (4,5 điểm):

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giải phương trình: $x^2 = \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = 4 \end{cases}$$

Câu 3. (3,0 điểm):

Cho $x; y; z$ là các số thực dương thoả mãn: $xyz = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$

Câu 4. (5,5 điểm):

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Từ một điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB. Vẽ các tiếp tuyến CD; CE với đường tròn tâm O (D; E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt đường tròn tâm O' lần lượt tại M và N (M và N khác với điểm A). Đường thẳng DE cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a) $MI \cdot BE = BI \cdot AE$

b) Khi điểm C thay đổi thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. (2,5 điểm):

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến AD. Điểm M di động trên đoạn AD. Gọi N và P lần lượt là hình chiếu của điểm M trên AB và AC. Vẽ $NH \perp PD$ tại H. Xác định vị trí của điểm M để tam giác AHB có diện tích lớn nhất.

--- Hết ---

ĐỀ SỐ 102

Bài 1: (4 điểm)

Cho phương trình $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$

Tìm giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thoả mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$

Bài 2: (4 điểm)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3: (3,5 điểm)

Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức

$$x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$$

Bài 4: (6 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB=2R$ (R là một độ dài cho trước). M, N là hai điểm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng MN bằng $R\sqrt{3}$

1) Tính độ dài đoạn MN theo R .

2) Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I , giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K . Chứng minh rằng 4 điểm M, N, I, K cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó theo R .

3) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔKAB theo R khi M, N thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn giả thiết của bài toán.

Bài 5: (2,5 điểm)

Số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x^2 + (3-x)^2 \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^4 + (3-x)^4 + 6x^2(3-x)^2.$$

ĐỀ SỐ 103

Câu I. (4 điểm). Giải phương trình

1. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2. $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

Câu II. (4 điểm)

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x+2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A .

2. Cho $a > 0; b > 0; c > 0$

Chứng minh bất đẳng thức $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

Câu III. (4,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2. Cho phương trình: $x^2 - (m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

Câu IV (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$; $AB > CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc $ACD = 60^\circ$; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

Câu V. (3,5 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc $AOB = BOC = COA = 90^\circ$

ĐỀ SỐ 104

Bài 1 (2đ):

1. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ Tìm Max A.

2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có:

$$1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)^2 \text{ từ đó tính tổng:}$$

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2005^2} + \frac{1}{2006^2}}$$

Bài 2 (2đ): Phân tích thành nhân tử: $A = (xy + yz + zx)(x + y + z) - xyz$

Bài 3 (2đ):

1. Tìm giá trị của a để phương trình sau chỉ có 1 nghiệm:

$$\frac{x+6a+3}{x+a+1} = \frac{-5a(2a+3)}{(x-a)(x+a+1)}$$

2. Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình: $x^2 + 2kx + 4 = 4$

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \geq 3$$

Bài 4: (2đ) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{m}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3m}{x-1} = 1 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình với $m = 1$
2. Tìm m để hệ đã cho có nghiệm.

Bài 5 (2đ) :

1. Giải phương trình: $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0 \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0 \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0 \end{cases}$$

Bài 6 (2đ): Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$2kx + (k - 1)y = 2 \quad (k \text{ là tham số})$$

1. Tìm k để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = \sqrt{3}x$? Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) và tia Ox.
2. Tìm k để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất?

Bài 7 (2đ): Giả sử x, y là các số dương thỏa mãn đẳng thức: $x + y = \sqrt{10}$

Tìm giá trị của x và y để biểu thức:

$$P = (x^4 + 1)(y^4 + 1) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.}$$

Bài 8 (2đ): Cho ΔABC với $BC = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$; $AB = 7\text{cm}$. Gọi O là giao điểm 3 đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác.

Tính độ dài đoạn OG .

Bài 9 (2đ) Gọi M là một điểm bất kì trên đường thẳng AB . Vẽ về một phía của AB các hình vuông $AMCD$, $BMEF$.

- a. Chứng minh rằng AE vuông góc với BC .
- b. Gọi H là giao điểm của AE và BC . Chứng minh rằng ba điểm D, H, F thẳng hàng.
- c. Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn luôn đi qua một điểm cố định khi M chuyển động trên đoạn thẳng AB cố định.
- d. Tìm tập hợp các trung điểm K của đoạn nối tâm hai hình vuông khi M chuyển động trên đường thẳng AB cố định.

Bài 10 (2đ): Cho $\angle xOy$ khác góc bẹt và một điểm M thuộc miền trong của góc. Dựng đường thẳng qua M và cắt hai cạnh của góc thành một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 105

Bài 1:

(2 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh:

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

Bài 2:

(2 điểm)

Cho $4a^2 + b^2 = 5ab$ ($2a > b > 0$)

Tính số trị biểu thức: $M = \frac{ab}{4b^2 - a^2}$

Bài 3:

(2 điểm)

Chứng minh: nếu a, b là các nghiệm của phương trình: $x^2 + px + 1 = 0$ và c, d là các nghiệm của phương trình: $x^2 + qx + 1 = 0$ thì ta có:

$$(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$$

Bài 4:

(2 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Tuổi anh và em cộng lại bằng 21. Hiện tại tuổi anh gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi của anh, em.

Bài 5:

(2 điểm)

Giải phương trình: $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

Bài 6:

(2 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ vuông góc, cho parabol (P): $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (d): $y = mx - 2m - 1$.

1. Vẽ (P)

2. Tìm m sao cho (d) tiếp xúc với (P)

3. Chứng tỏ (d) luôn đi qua điểm cố định $A \in (P)$

Bài 7:

(2 điểm).

Cho biểu thức $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất mà A có thể đạt được.

Bài 8:

(4 điểm).

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF, $A, E \in (O)$; $B, F \in (O')$

a. Gọi M là giao điểm của AB và EF. Chứng minh:

$$\Delta AOM \sim \Delta BMO'$$

b. Chứng minh: $AE \perp BF$

c. Gọi N là giao điểm của AE và BF. Chứng minh: O, N, O' thẳng hàng.

Bài 9:

(2 điểm).

Dựng hình chữ nhật biết hiệu hai kích thước là d và góc nhọn giữa đường chéo bằng α .

ĐỀ 106

Câu 1(2đ) : Giải PT sau :

$$a, x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b, $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$

Câu 2(2đ): a, Thực hiện phép tính :

$$\sqrt{13-\sqrt{100}} - \sqrt{53+4\sqrt{90}}$$

b, Rút gọn biểu thức :

$$B = \frac{a^2}{a^2-b^2-c^2} + \frac{b^2}{b^2-c^2-a^2} + \frac{c^2}{c^2-a^2-b^2} \quad \text{Với } a+b+c=0$$

Câu 3(3đ) : a, Chứng minh rằng :

$$5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$$

b, Tìm GTNN của $P = x^2 + y^2 + z^2$

$$\text{Biết } x+y+z=2007$$

Câu 4(3đ) : Tìm số HS đạt giải nhất, nhì, ba trong kỳ thi HS giỏi toán K9 năm 2007 .

Biết :

Nếu đưa 1 em từ giải nhì lên giải nhất thì số giải nhì gấp đôi giải nhất .

Nếu giảm số giải nhất xuống giải nhì 3 giải thì số giải nhất bằng $\frac{1}{4}$ số giải nhì

Số em đạt giải ba bằng $\frac{2}{7}$ tổng số giải .

Câu 5 (4đ): Cho $\triangle ABC$: Góc $A = 90^\circ$. Trên AC lấy điểm D . Vẽ $CE \perp BD$.

a, Chứng minh rằng : $\triangle ABD \sim \triangle ECD$.

b, Chứng minh rằng tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp được .

c, Chứng minh rằng $FD \perp BC$ ($F = BA \cap CE$)

d, Góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = 2a$; $AD = a$. Tính AC, đường cao AH của $\triangle ABC$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

Câu 6 (4đ): Cho đường tròn (O,R) và điểm F nằm trong đường tròn (O) . AB và A'B' là 2 dây cung vuông góc với nhau tại F .

a, Chứng minh rằng : $AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2$

b, Chứng minh rằng : $AA'^2 + BB'^2 = A'B^2 + AB'^2 = 4R^2$

c, Gọi I là trung điểm của AA' . Tính $OI^2 + IF^2$

ĐỀ 107

Câu1: Cho hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

a. Vẽ đồ thị hàm số

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị x tương ứng

c. Với giá trị nào của x thì $y \geq 4$

Câu2: Giải các phương trình:

a $\sqrt{9-12x+4x^2} = 4$

b $\sqrt{3x^2-18x+28} + \sqrt{4x^2-24x+45} = -5 - x^2 + 6x$

c $\frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{\sqrt{x+3}} + x-1$

Câu3: Rút gọn biểu thức:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$a \ A = (\sqrt{3}-1)\sqrt{6+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3-\sqrt{2+\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$$

$$b \ B = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005}+2005\sqrt{2006}} + \frac{1}{2007\sqrt{2006}+2006\sqrt{2007}}$$

Câu 4: Cho hình vẽ ABCD với điểm M ở bên trong hình vẽ thỏa mãn $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$

Vẽ tam giác đều ABN ở bên ngoài hình vẽ.

a Tính góc AMN . Chứng minh MD=MN

b Chứng minh tam giác MCD đều

Câu 5: Cho hình chóp SABCD có $SA \perp SB$; $SA \perp SC$; $SB \perp SC$.

Biết $SA=a$; $SB+SC = k$. Đặt $SB=x$

a Tính $V_{\text{hchóp}}$ theo a, k, x

b Tính SA, SC để thể tích hình chóp lớn nhất.

ĐỀ 108

CÂU I :

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3}$$

CÂU II :

Phân tích thành nhân tử :

1) $X^2 - 7X - 18$

2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+3$

3) $1 + a^5 + a^{10}$

CÂU III :

1) Chứng minh : $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$

2) áp dụng : cho $x+4y = 5$. Tìm GTNN của biểu thức : $M = 4x^2 + 4y^2$

CÂU 4 :

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh $DM \cdot AI = MP \cdot IB$

b) Tính tỉ số : $\frac{MP}{MQ}$

CÂU 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

ĐỀ 109

CÂU I :

1) Rút gọn biểu thức :

$$A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

$$2) \text{ Chứng minh : } \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2$$

CÂU II : Chứng minh các bất đẳng thức sau:

$$1) a^2 + b^2 + c^2 > (ab + bc + ca)$$

$$2) \frac{18}{a+b+c} \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \text{ với } a, b, c \text{ dương}$$

CÂU III :

Cho đường tròn (O) đường kính AB. vẽ hai tiếp tuyến Ax và By; gọi M là một điểm tùy ý trên cung AB vẽ tiếp tuyến tại M cắt Ax và By tại C và D.

a) Chứng minh : $AC \cdot BD = R^2$

b) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OCD là bé nhất.

CÂU IV.

Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 2002$$

CÂU V: Tính

$$1) M = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$2) N = 75(4^{1993} + 4^{1992} + \dots + 4^2 + 5) + 25$$

CÂU VI :

Chứng minh : $a=b=c$ khi và chỉ khi $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

ĐỀ 110

CÂU I : Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

CÂU II : Giải phương trình

$$1) (x+4)^4 + (x+10)^4 = 32$$

$$2) x^2 + \sqrt{x+2004} = 2004$$

CÂU III : Giải bất phương trình

$$(x-1)(x-2) > 0$$

CÂU IV :

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài 2 tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M;N;P lần lượt là trung điểm của BC; BD;CE .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Chứng minh : $BE = CD$ và $BE \perp$ với CD

b) Chứng minh tam giác MNP vuông cân

CÂU V :

1) Cho $\frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6}$ và $5a - 3b - 4c = 46$. Xác định a, b, c

2) Cho tỉ lệ thức : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh : $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$

Với điều kiện mẫu thức xác định.

CÂU VI : Tính :

$$S = 42 + 4242 + 424242 + \dots + 424242 \dots 42$$

ĐỀ 111

Bài 1: (4đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P với $x = 14 - 6\sqrt{5}$

c) Tìm GTNN của P .

Bài 2: (4đ). Giải các phương trình.

a) $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$

b) $\sqrt{x+6} - 4\sqrt{x+2} + \sqrt{x+11} - 6\sqrt{x+2} = 1$

Bài 3: (3đ). Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc k đi qua điểm $M(0;1)$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của k , đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi hoành độ của A và B lần lượt là x_1 và x_2 . Chứng minh rằng : $|x_1 - x_2| \geq 2$.

c) Chứng minh rằng : Tam giác OAB là tam giác vuông.

Bài 4: (3đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$

a) Tìm GTNN của biểu thức $M = (x^2 + \frac{1}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$

b) Chứng minh rằng :

$$N = (x + \frac{1}{x})^2 + (y + \frac{1}{y})^2 \geq \frac{25}{2}$$

Bài 5: (2điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Gọi I là giao điểm các đường phân giác, M là trung điểm của BC. Tính góc BIM.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 6: (2đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm $M \in BC$. Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N (khác B). BN cắt CD tại L. Chứng minh rằng : ML vuông góc với AC.

Bài 7 (2điểm). Cho hình lập phương ABCD EFGH. Gọi L và K lần lượt là trung điểm của AD và AB. Khoảng cách từ G đến LK là 10.
Tính thể tích hình lập phương.

ĐỀ 112

Câu 1: (4 điểm).

Giải các phương trình:

1) $x^3 - 3x - 2 = 0$

2) $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38.$

Câu 2: (6 điểm)

1) Tìm các số thực dương a, b, c biết chúng thỏa mãn $abc = 1$ và $a + b + c + ab + bc + ca \leq 6$

2) Cho $x > 0$; $y > 0$ thỏa mãn: $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$$

Câu 3: (3 điểm)

Cho $x + y + z + xy + yz + zx = 6$

CMR: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

Câu 4: (5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax và By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt Ax, By theo thứ tự ở C; D.

a) CMR: Đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.

b) Tìm vị trí của M trên nửa đường tròn (O) để ABDC có chu vi nhỏ nhất.

c) Tìm vị trí của C; D để hình thang ABDC có chu vi 14cm. Biết AB = 4cm.

Câu 5: (2 điểm)

Cho hình vuông ABCD , hãy xác định hình vuông có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông ABCD sao cho hình vuông đó có diện tích nhỏ nhất./.

ĐỀ 113

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

1. Nghiệm nhỏ trong 2 nghiệm của phương trình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{5}\right) = 0 \text{ là}$$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{20}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn của $a\sqrt{b}$ với $b \geq 0$ ta được

- A. $\sqrt{a^2b}$ B. $-\sqrt{a^2b}$ C. $\sqrt{|a|b}$ D. Cả 3 đều sai

3. Giá trị của biểu thức $\sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48}} - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ bằng:

- A. $4\sqrt{3}$ B. 2 C. $7\sqrt{3}$ D. 5

4. Cho hình bình hành ABCD thỏa mãn

- A. Tất cả các góc đều nhọn; B. Góc A nhọn, góc B tù
C. Góc B và góc C đều nhọn; D. $\hat{A} = 90^\circ$, góc B nhọn

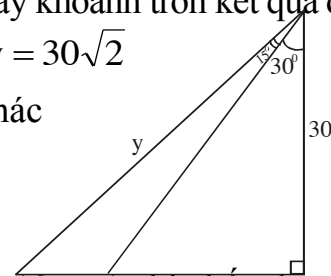
5. Câu nào sau đây đúng

- A. $\cos 87^\circ > \sin 47^\circ$; C. $\cos 14^\circ > \sin 78^\circ$
B. $\sin 47^\circ < \cos 14^\circ$ D. $\sin 47^\circ > \sin 78^\circ$

6. Độ dài x, y trong hình vẽ bên là bao nhiêu. Em hãy khoanh tròn kết quả đúng

- A. $x = 30\sqrt{2}$; $y = 10\sqrt{3}$; B. $x = 10\sqrt{3}$; $y = 30\sqrt{2}$

- C. $x = 10\sqrt{2}$; $y = 30\sqrt{3}$; D. Một đáp số khác



PHẦN II: TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)

Câu 1: (0,5đ) Phân tích đa thức sau ra thừa số

$$a^4 + 8a^3 - 14a^2 - 8a - 15$$

Câu 2: (1,5đ) Chứng minh rằng biểu thức $10n + 18n - 1$ chia hết cho 27 với n là số tự nhiên

Câu 3 (1,0đ) Tìm số trị của $\frac{a+b}{a-b}$ nếu $2a^2 + 2b^2 = 5ab$; Và $b > a > 0$

Câu 4 (1,5đ) Giải phương trình

$$a. \sqrt{4y^2 + x} + \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}; \quad b. x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$$

Câu 5 (0,5đ) Cho $\triangle ABC$ cân ở A đường cao $AH = 10\text{cm}$, đường cao $BK = 12\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$

Câu 6 (1,0đ) Cho $(0; 4\text{cm})$ và $(0; 3\text{cm})$ nằm ngoài nhau. $OO' = 10\text{cm}$, tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và đường tròn (O') tại F. OO' cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm (O) tại C và D (B, C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

Chứng minh rằng: $MN \perp AD$

ĐỀ 114

Câu 1: (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

$$1) \quad \sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$2) \quad \frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$$

Câu 2: (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Câu 3: (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x+y=8$$

Câu 4: (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

Câu 5: (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: $BI \leq 2MI$.

ĐỀ 115

Câu 1: Với $a>0, b>0$; biểu thức $\frac{a-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}} : \frac{\sqrt{a}}{a+2\sqrt{ab}}$ bằng

A: 1

B: $a-4b$

C: $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$

D: $\sqrt{a}+2\sqrt{b}$

Câu 2: Cho bất đẳng thức:

$$(I): 3 + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$(II): 2\sqrt{3} + 4 > 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$$

$$(III): \frac{\sqrt{30}}{2} > \frac{4}{\sqrt{2}}$$

Bất đẳng thức nào đúng

A: Chỉ I

B: Chỉ II

C: Chỉ III

D: Chỉ I và II

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3:

Trong các câu sau; câu nào sai

Phân thức $\frac{x^2 - y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$ bằng phân thức

a/. $\frac{x + y}{(x^2 + xy + y^2)(x^3 + y^3)}$

b/. $\frac{x - y}{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}$

c/. $\frac{1}{x^2 y^2 (x^2 + y^2)^2}$

d/. $\frac{1}{x^4 + x^2 y^2 + y^4}$

Phần II: Bài tập tự luận

Câu 4: Cho phân thức:

$$M = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6}{x^2 + 2x - 8}$$

a/. Tìm tập xác định của M.

b/. Tìm các giá trị của x để M=0

c/. Rút gọn M.

Câu 5:

Giải phương trình :

a/. $\frac{x + \frac{2(3-x)}{5}}{14} - \frac{5x - 4(x-1)}{24} = \frac{7x + 2 + \frac{9-3x}{5}}{12} + \frac{2}{3} \quad (1)$

b/. $\frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5 \quad (2)$

Câu 6: Cho hai đường tròn tâm O và tâm O' cắt nhau tại A và B. Một cát tuyến kẻ qua A và cắt đường tròn (O) ở C và (O') ở D. gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD.

a/. Chứng minh : $MN = \frac{1}{2} CD$

Dặt I đi qua 1 điểm cố định khi cát tuyến CAD thay đổi.

c/. Trong số những cát tuyến kẻ qua A, cát tuyến nào có độ dài lớn nhất.

Câu 7:

Cho hình chóp tứ giác đều S_{ABCD} $AB=a$; $SC=2a$

a/. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp

b/. Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ 116

Câu I: Cho đường thẳng $y = (m-2)x + 2$ (d)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng 1.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- c) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) có giá trị lớn nhất.

Câu II: Giải các phương trình:

a) $2\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6$

b) $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 1$

Câu III:

- a) Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$ với x, y, z là số dương và $x + y + z = 1$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{2} \\ 3x - 2y + z = 12 \end{cases}$$

c) $B = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}}$

1. Tìm điều kiện xác định của B
2. Rút gọn B
3. Tìm x để $B < 2$

Câu IV:

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, với $AC < AB$; AH là đường cao kẻ từ đỉnh A. Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M. Đoạn MO cắt cạnh AB ở E. Đoạn MC cắt đường cao AH tại F. Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D. Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N.

- a) Chứng minh $OM \parallel CD$ và M là trung điểm của BD
- b) Chứng minh $EF \parallel BC$
- c) Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN
- d) Cho $OM = BC = 4\text{cm}$. Tính chu vi tam giác ABC.

Câu V: Cho $(O; 2\text{cm})$ và đường thẳng d đi qua O. Dựng điểm A thuộc miền

ngoài đường tròn sao cho các tiếp tuyến kẻ từ A với đường tròn cắt đường thẳng

d tại B và C tạo thành tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ 117

Câu 1 Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005} + 2005\sqrt{2006}}.$$

Câu 2 Tính giá trị biểu thức

$$B = \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x - (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}}$$

tại $x = \sqrt[3]{2005}$

3. Cho phương trình:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$(m+2)x^2 - (2m-1)x - 3 + m = 0 \quad (1)$$

- a) Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi m
b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và khi đó hãy tìm giá trị của m để nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

4. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

5. Giải phương trình: $\frac{6x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}} = 3+2\sqrt{x-x^2}$

6. Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$

- a) Viết phương trình đường thẳng (D) có hệ số góc m và đi qua điểm A (1 ; 0)
b) Biện luận theo m số giao điểm của (P) và (D)
c) Viết phương trình đường thẳng (D) tiếp xúc với (P) tìm toạ độ tiếp điểm
d) Tìm trên (P) các điểm mà (D) không đi qua với mọi m

7. Cho $a_1, a_2, \dots, a_n$ là các số dương có tích bằng 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt{1 + \frac{1}{a_1}} + \sqrt{1 + \frac{1}{a_2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{a_n}}$

8. Cho điểm M nằm trong $\triangle ABC$. AM cắt BC tại A_1 , BM cắt AC tại B_1 , CM cắt AB tại C_1 . Đường thẳng qua M song song với BC cắt A_1C_1 và A_1B_1 thứ tự tại E và F. So sánh ME và MF.

9. Cho đường tròn (O; R) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Chứng minh M, O, N thẳng hàng

10. Cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng ABC tại A. Lấy điểm M trên đường thẳng d. Kẻ BK vuông góc với AC, kẻ BH vuông góc với MC; HK cắt đường thẳng d tại N.

a) Chứng minh $BN \perp MC$; $BM \perp NC$

b) Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ 118

Câu 1. Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}-\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$

Câu 2: (2đ)

Giải phương trình : $x^2 + 3x + 1 = (x+3) \sqrt{x^2 + 1}$

Câu 3: (2 đ) Giải hệ phương trình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x = 3y \end{cases}$$

Câu 4: (2đ)

Cho PT bậc hai ẩn x :

$$X^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

c/m : PT có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 1$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của PT . c/m

$$|x_1 + x_2 + x_1 x_2| \leq \frac{9}{8}$$

Câu 6: (2đ) : Cho parabol $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = \frac{1}{2}x + 2$

a/ Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ .

b/ Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy. Tìm M trên AB của (P) sao cho S_{MAB} lớn nhất .

Câu 7: (2đ)

a/ c/m : Với $\forall$ số dương a

$$\text{thì} \left(1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a+1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}$$

$$\text{b/ Tính } S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2006^2} + \frac{1}{2007^2}}$$

Câu 8 (4 điểm): Cho đoạn thẳng $AB = 2a$ có trung điểm O . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB , dựng nửa đường tròn (O, AB) và (O', AO) , Trên (O') lấy M ($M \neq A$, $M \neq O$). Tia OM cắt (O) tại C . Gọi D là giao điểm thứ hai của CA với (O').

a/ Chứng minh rằng tam giác AMD cân .

b/ Tiếp tuyến C của (O) cắt tia OD tại E. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng EA đối với (O) và (O').

c/ Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp tam giác COH cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh ba điểm A, M, N thẳng hàng.

d/ Tại vị trí của M sao cho $ME \parallel AB$ hãy tính OM theo a .

Câu 9 (1 điểm): Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên , bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh tam giác đó là tam giác đều

ĐỀ 119

Câu I- (4đ) : Tính giá trị của biểu thức :

$$1, \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$2, \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{14 - 5\sqrt{3}}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu II- (5đ) : Giải các phương trình sau :

1, $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$

2, $\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4} = 3$

3, $x^4-3x^3+4x^2-3x+1=0$

Câu III- (3đ) :

1, Cho a,b,c là các số dương , chứng minh rằng :

$$\left[\frac{1}{a^2} + 1 \right] \left[\frac{1}{b^2} + 2 \right] \left[\frac{1}{c^2} + 8 \right] \geq \frac{32}{abc}$$

2, Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có :

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$$

Câu III – (3đ) : Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số :

a, $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 4x + 9}$

b, $y = \frac{1}{2} |x + 3| - 4$

Câu VI (5đ) : Cho tam giác ABC vuông ở A ,đường cao AH . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC . Biết BH = 4(cm) ; HC = 9(cm)

a, Tính độ dài đoạn DE

b, Chứng minh rằng AD . AB = AE.AC

c, Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E lần lượt cắt BC tại M và N . Chứng minh M là trung điểm BH ; N là trung điểm của CH .

d, Tính diện tích tứ giác DENM

ĐỀ 120

Câu I: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau.

1. $A = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; \quad B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu II: (3,5 điểm) giải các phương trình sau.

1. $|2x+1| + x - 1 = 0$; 2) $3x^2 + 2x = 2\sqrt{x^2+x} + 1 - x$

3. $\sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$

Câu III: (6 điểm).

1. Tìm giá trị của m để hệ phương trình

$$(m+1)x - y = m+1$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$x - (m-1)y = 2$$

Có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho Parabol (P): $y = x^2 - 4x + 3$ và điểm $A(2;1)$. Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua A.

a. Viết phương trình đường thẳng (d).

b. Chứng minh rằng (d) luôn luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt M; N.

c. Xác định giá trị của k để MN có độ dài bé nhất.

Câu IV (4,5 điểm).

Cho đường tròn (O;R). I là điểm nằm trong đường tròn, kẻ hai dây MIN và EIF. Gọi M; N; E; F thứ tự là trung điểm của IM; IN; IE; IF.

1. Chứng minh: $IM \cdot IN = IE \cdot IF$.

2. Chứng minh tứ giác M'E'N'F' nội tiếp đường tròn.

3. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác. M'E'N'F'.

4. Giả sử 2 dây MIN và EIF vuông góc với nhau. Xác định vị trí của MIN và EIF để diện tích tứ giác M'E'N'F' lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó. Biết $OI = \frac{R}{2}$.

Câu V Cho tam giác ΔABC có $\hat{B} = 200^\circ$

$\hat{C} = 110^\circ$ và phân giác BE . Từ C, kẻ đường thẳng vuông góc với BE cắt BE ở M và cắt AB ở K. Trên BE lấy điểm F sao cho $EF = EA$.

Chứng minh rằng :

1) AF vuông góc với EK;

2) $CF = AK$ và F là tâm đường tròn nội tiếp ΔBCK

$$3) \frac{CK}{AF} = \frac{BC}{BA}.$$

Câu VI (1 điểm).

Cho A, B, C là các góc nhọn thỏa mãn $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq 2$

Chứng minh rằng: $(\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C)^2 \leq \frac{1}{8}$.

ĐỀ 121

Câu I: a) Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x - 1$$

b) Giải và biện luận phương trình theo tham số a:

$$\frac{a}{x-a} + \frac{1}{x+1} = \frac{a-x}{x-a} + \frac{a+1}{x+1}$$

Câu II:

1) Cho biết: $ax + by + cz = 0$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Và } a + b + c = \frac{1}{2006}$$

Chứng minh rằng: $\frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{bc(y-z)^2 + ac(x-z)^2 + ab(x-y)^2} = 2006$

2) Cho 3 số a, b, c thỏa mãn điều kiện: $abc = 2006$

Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{2006a}{ab + 2006a + 2006} + \frac{b}{bc + b + 2006} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

Câu III:)

1) Cho x, y là hai số dương thỏa mãn: $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$

2) Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$$

Câu IV: (5,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có $\angle B = \angle D = 90^\circ$. Trên đường chéo AC lấy điểm E sao cho $\angle ABE = \angle DBC$. Gọi I là trung điểm của AC.

Biết: $\angle BAC = \angle BDC$; $\angle CBD = \angle CAD$

a) Chứng minh $\angle CIB = 2 \angle BDC$; b) $\triangle ABE \sim \triangle DBC$

c) $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

Câu V: (2,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có độ dài cạnh đáy là 12 cm, độ dài cạnh bên là 18 cm.

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Câu VI: (2,0 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{a} + 6}{\sqrt{a} + 1}$

Tìm các số nguyên a để M là số nguyên.

ĐỀ 122

Câu 1: (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2) $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

Câu 2: (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Câu 3: (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x+y=8$$

Câu 4: (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

Câu 5: (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: $BI \leq 2MI$.

ĐỀ SỐ 123

Câu 1(2^d). Phân tích đa thức sau ra thừa số .

$$a^4 + 8a^3 + 14a^2 - 8a - 15 .$$

Câu 2(2^d). Chứng minh rằng biểu thức $10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 với n là số tự nhiên .

Câu 3(2^d). Tìm số trị của $\frac{a+b}{a-b}$ Nếu $2a^2 + 2b^2 = 5ab$, và $b > a > 0$.

Câu 4(4^d). Giải phương trình.

a) $\sqrt{4y^2 + x} = \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}$

b) $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5(3^d). Tổng số học sinh giỏi Toán, giỏi Văn của hai trường THCS đi thi học sinh Giỏi lớn hơn 27, số học sinh đi thi văn của trường là thứ nhất là 10, số học sinh đi thi toán của trường thứ hai là 12. Biết rằng số học sinh đi thi của trường thứ nhất lớn hơn 2 lần số học sinh thi Văn của trường thứ hai và số học sinh đi thi của trường thứ hai lớn hơn 9 lần số học sinh thi Toán của trường thứ nhất. Tính số học sinh đi thi của mỗi trường.

Câu 6(3^d). Cho tam giác ABC cân ở A đường cao AH = 10 cm đường cao BK = 12 cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

Câu 7(4^d). Cho (O; 4cm) và (O'; 3cm) nằm ngoài nhau, OO' = 10cm. Tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn tâm O tại E và đường tròn O' tại F, OO' cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm O' tại C và D (B, C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

□ CMR : $MN \perp AD$

ĐỀ SỐ 124

Bài 1 (5đ)

Giải các phương trình sau:

a, $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

b, $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} + 6\sqrt{x-1} = 4$

Bài 2 (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \left(\frac{1 - x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$.

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3: (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$.

Chứng minh : $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

Bài 4: (5đ)

Cho $\triangle AHC$ có 3 góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH, hai trung tuyến AM và BK của $\triangle ABC$ cắt nhau ở I. Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a, Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle MKO$

b, Chứng minh $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 125

Câu I (4 điểm)

Giải phương trình:

$$1. \quad x^3 + 4x^2 - 29x + 24 = 0$$

$$2. \quad \sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$$

Câu II (3 điểm)

1. Tính

$$P = \sqrt{1+1999^2} + \frac{1999^2}{2000^2} + \frac{1999}{2000}$$

2. Tìm x biết

$$x = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}}$$

Trong đó các dấu chấm có nghĩa là lặp đi lặp lại cách viết căn thức có chứa 5 và 13 một cách vô hạn.

Câu III (6 điểm)

1. Chứng minh rằng số tự nhiên

$$A = 1.2.3.....2005.2006. \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} \right) \text{ chia hết cho } 2007$$

2. Giả sử x, y là các số thực dương thỏa mãn : $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x^3 + y^3} + \frac{1}{xy}$$

3. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{c^2 + ab} + \frac{b^2 + c^2}{a^2 + bc} + \frac{c^2 + a^2}{b^2 + ac} \geq \frac{9}{2}$$

Câu IV (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH . Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật;

2. Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$;

3. Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn BC;

4. Chứng minh rằng nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

Câu V (1 điểm)

Cho tam giác ABC với độ dài ba đường cao là 3, 4, 5. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì ?

ĐỀ SỐ 126

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 1 (6 điểm): Giải các phương trình

a. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

c. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

Câu 2 (1 điểm): Cho $abc = 1$. Tính tổng

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

Câu 3 (2 điểm): Cho các số dương a, b, c, d . Biết

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} + \frac{d}{1+d} \leq 1$$

Chứng minh rằng $abcd \leq \frac{1}{81}$

Câu 4 (4 điểm): Tìm a, b, c . Biết

a. $2(\sqrt{a} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-2}) - (a+b+c) = 0$

b. $(a^2+1)(b^2+2)(c^2+8) - 32abc = 0$

Câu 5 (5 điểm): Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$, vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn và tia OZ vuông góc với AB (các tia Ax, By, OZ cùng phía với nửa đường tròn đối với AB). Gọi E là điểm bất kỳ của nửa đường tròn. Qua E vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax, By, OZ theo thứ tự ở C, D, M. Chứng minh rằng khi điểm E thay đổi vị trí trên nửa đường tròn thì:

a. Tích $AC \cdot BD$ không đổi

b. Điểm M chạy trên 1 tia

c. Tứ giác ACDB có diện tích nhỏ nhất khi nó là hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

Câu 6 (2 điểm): Tính diện tích toàn phần của hình chóp đều SABC biết tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng a

ĐỀ SỐ 127

Câu I (5 đ) :

Giải các phương trình

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{2007}{1+x} = \frac{2}{x^2-1}$

b) $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Câu II (4 đ) :

a) Tìm a, b, c biết a, b, c là các số dương và

$$\left(\frac{1}{a^2} + 1\right)\left(\frac{1}{b^2} + 2\right)\left(\frac{1}{c^2} + 8\right) = \frac{32}{abc}$$

Tìm a, b, c biết : $a = \frac{2b^2}{1+b^2} ; b = \frac{2c^2}{1+c^2} ; c = \frac{2a^2}{1+a^2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu III (4 đ) :

b) Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với a, b, c khác 0 và $a + b + c \neq 0$

$$\text{Tính } P = \left(2006 + \frac{a}{b}\right) \left(2006 + \frac{b}{c}\right) \left(2006 + \frac{c}{a}\right)$$

a) Tìm GTNN của $A = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$

Câu IV (3 đ)

Cho hình bình hành ABCD sao cho AC là đường chéo lớn. Từ C vẽ đường CE và CF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB và AD

Chứng minh rằng $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$

Câu V (4 đ) Cho hình chóp SABC có $SA \perp AB$; $SA \perp AC$; $AB \perp BC$; $AB = BC$
 $AC = a\sqrt{2}$; $SA = 2a$.

Chứng minh :

a) $BC \perp mp(SAB)$

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC

c) Thể tích hình chóp

ĐỀ SỐ 128

Bài 1 (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức :

$$A = \frac{(x^2 + x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1} + (x^2 - x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}} : \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}}$$

Bài 2 (2,0 điểm) Tính tổng :

$$S = \frac{3}{1^2 \cdot 3} + \frac{5}{(1^2 + 2^2) \cdot 4} + \frac{7}{(1^2 + 2^2 + 3^2) \cdot 5} + \dots + \frac{2n+1}{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)(n+2)}$$

Bài 3 (2,0 điểm) Cho phương trình :

$$mx^2 - (m^2 + m + 1)x + m + 1 = 0 \quad (1)$$

Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

Bài 4 (2,0 điểm) Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn

$$2x + xy + y = 10$$

$$3y + yz + 2z = 3$$

$$z + zx + 3x = 9$$

Tính giá trị của biểu thức : $M = x^3 + y^2 + z^{2006}$

Bài 5 (2,0 điểm) Giải phương trình :

$$(3x-1)\sqrt{x^2+8} = \frac{3x^2+2x+23}{2}$$

Bài 6 (2,0 điểm)

Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) qua hai điểm A và B thuộc (P) có hoành

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

độ lần lượt là -1 và 3. M thuộc cung AB của (P) có hoành độ là a. Kẻ MH vuông góc với AB, H thuộc AB.

- 1) Lập các phương trình các đường thẳng AB, MH.
- 2) Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AMB lớn nhất.

Bài 7(2,0 điểm)

Cho dãy số : 1, 2, 3, 4, ..., 2005, 2006.

Hãy điền vào trước mỗi số dấu + hoặc - để cho có được một dãy tính có kết quả là số tự nhiên nhỏ nhất.

Bài 8(2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, H là trực tâm của tam giác. Chứng minh rằng :

$$2(AB + BC + CA) > (AH + BH + CH)$$

Bài 9(2,0 điểm)

Cho tam giác ABC, AD là đường cao, D thuộc BC. Dựng DE vuông góc với AB, E thuộc AB, DF vuông góc với AC, F thuộc AC.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác BEFC nội tiếp.
- 2) Dựng bốn đường tròn đi qua trung điểm của hai cạnh kề nhau của tứ giác BEFC và đi qua đỉnh của tứ giác đó. Chứng minh rằng bốn đường tròn này đồng quy.

Bài 10 Một hình chóp cụt đều có đáy là hình vuông, các cạnh đáy bằng a và b. Tính chiều cao của hình chóp cụt đều, biết rằng diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy.

ĐỀ SỐ 129

Câu 1. (4 điểm) Khoanh tròn các chữ cái đứng trước kết quả đúng trong các câu sau:

- 1) Cho đường thẳng (D): $y = 3x + 1$. Các điểm sau có điểm nào thuộc (D).
A. (2; 5); B. (-2; -5); C. (-1; -4) D. (-1; 2).
- 2) Cho đường tròn tâm O bán kính R thì độ dài cung 60° của đường tròn ấy bằng:
A. $\frac{\pi R}{6}$; B. $\frac{\pi R}{4}$; C. $\frac{\pi R}{3}$; D. $\frac{\pi R}{12}$.
- 3) Kết quả rút gọn biểu thức: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{14-5\sqrt{3}}$ bằng:
A. $1 - 3\sqrt{2}$; B. $2\sqrt{3}$; C. $3\sqrt{2}$; D. $2\sqrt{3} + 1$.
- 4) Nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2 + y^2 = 377 \end{cases}$$
 là
A. (x = 4; y = 19); B. (x = 3; y = 20)
C. (x = 5; y = 18); D. (x = 19; y = 4) và (x = 4; y = 19)

Câu 2. (4 điểm): Giải phương trình:

$$\frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 6$$

Câu 3. (3 điểm): Tìm m sao cho Parabol (P) $y = 2x^2$ cắt đường thẳng (d) $y = (3m + 1)x - 3m + 1$ tại 2 điểm phân biệt nằm bên phải trục tung.

Câu 4. (1 điểm): Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$P = \frac{4x - 3x^2}{x^2 + 1}$$

Câu 5: (4 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm M bất kì trên nửa đường tròn đó (M khác A và B). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với đường kính AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến (d_1 ; d_2) tiếp xúc với đường tròn tâm M tại C và D.

- CM: 3 điểm: C, M, D cùng nằm trên tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M.
- AC + BD không đổi. Khi đó tính tích AC.BD theo CD.
- Giả sử: $CD \cap AB = \{ K \}$. CM: $OA^2 = OB^2 = OH.OK$.

Câu 6: (3 điểm)

Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC. Biết:

$ASB = 60^\circ$; $BSC = 90^\circ$; $ASC = 120^\circ$ và: $SA = AB = SC = a$.

ĐỀ SỐ 130

Câu 1 (2. 5 điểm)

Cho biểu thức:

$$P(x) = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2}}{3x^2 - 4x + 1}$$

a) Rút gọn P.

b) Chứng minh: Với $x > 1$ thì $P(x) \cdot P(-x) < 0$

Câu 2 (4. 0 điểm). Giải phương trình:

$$a) \sqrt{x+1} - 2\sqrt{x} + \sqrt{x+4} - 4\sqrt{x} = 1$$

$$b) \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - x - 2} = 3$$

Câu 3 (2. 0 điểm). Hãy biện luận vị trí của các đường thẳng

$$d_1 : 2m^2x + 3(m-1)y - 3 = 0$$

$$d_2 : mx + (m-2)y - 2 = 0$$

Câu 4 (2. 0 điểm). Giải hệ phương trình:

$$(x+y)^2 - 4(x+y) = 45$$

$$(x-y)^2 - 2(x-y) = 3$$

Câu 5 (2. 0 điểm). Tìm nghiệm nguyên của phương trình.

$$x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$$

Câu 6 (2. 5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y}$$

Câu 7 (3. 0 điểm)

Cho tam giác ABC đều, nội tiếp đường tròn (O), M là điểm trên cung nhỏ BC; AM cắt BC tại E.

- Nếu M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, chứng minh : $BC^2 = AE \cdot AM$.
- Trên AM lấy D sao cho MD = BM. Chứng minh: DBM = ACB và MA = MB + MC.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 8 (2. 0 điểm) Cho nửa đường tròn đường kính AB và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên tia Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn, kẻ CH vuông góc với AB.

Chứng minh : MB đi qua trung điểm của CH.

ĐỀ SỐ 131

I. Đề bài :

Câu I. (4điểm)

Tính giá trị các biểu thức :

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{25\sqrt{24}+24\sqrt{25}}$$

$$B = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}})$$

CâuII: (4điểm)

Giải các phương trình sau.

a; $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b; $\sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7+6\sqrt{x-2}} = 6$

CâuIII: (6điểm)

1; Cho 2 số x, y thoả mãn đẳng thức :

$$8x^2 + y^2 + \frac{1}{4x^2} = 4$$

Xác định x, y để tích xy đạt giá trị nhỏ nhất .

2; Tìm 4 số nguyên dương x,y,z,t thoả mãn.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{t^2} = 1$$

3; Chứng minh bất đẳng thức :

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b} \quad \text{với } a > b > 0$$

Câu IV: (5đ)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Trên cung nhỏ BC lấy điểm K . AK cắt BC tại D

a , Chứng minh AO là tia phân giác của góc BAC .

b , Chứng minh $AB^2 = AD.AK$

c , Tìm vị trí điểm K trên cung nhỏ BC sao cho độ dài AK là lớn nhất .

d, Cho góc BAC = 30° . Tính độ dài AB theo R.

Câu V: (1đ)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC, tìm điểm M bên trong tam giác sao cho diện tích các tam giác BAM, ACM, BCM bằng nhau.

(Hết)

ĐỀ SỐ 132

Câu1: (4 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{40\sqrt{2}-57} - \sqrt{40\sqrt{2}+57}$

2. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

3. Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$

Chứng minh: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

Câu2: (4 điểm)

1. Cho $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2+1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3+2} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{25+24}$

Chứng minh rằng $A < 0,4$

2. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz \geq x + y + z + 2$ tìm giá trị lớn nhất của $x + y + z$

Câu3: (4 điểm)

Giải các phương trình:

a. $\sqrt{3x^2-7x+3} - \sqrt{x^2-2} = \sqrt{3x^2-5x-1} - \sqrt{x^2-3x+4}$

b. $2\left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$

c.
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 2 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

d. $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Câu4: (2 điểm)

Cho hàm số $y = (2m-1)x + n-2$

a. Xác định m, n để đường thẳng (1) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - 5y = 1$

b. Giả sử m, n thay đổi sao cho $m+n = 1$

Chứng tỏ rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB = AC$, góc $A < 60^\circ$) Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa B người ta vẽ tia Ax sao cho Góc $xAC =$ góc ACB . Gọi c' là điểm đối xứng với C qua Ax.

Nối BC' cắt Ax tại D. Các đường thẳng CD, CC' cắt AB lần lượt tại I và K.

a. Chứng minh AC là phân giác ngoài ở đỉnh A của tam giác ABC'

b. Chứng minh ACDC' Là Hình thoi.

c. Chứng minh $AK \cdot AB = BK \cdot AI$

d. Xét một đường thẳng bất kì qua A và không cắt BC. Hãy tìm trên d một điểm M sao cho chu vi tam giác MBC đạt giá trị nhỏ nhất.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh rằng độ lớn của góc BMC không phụ thuộc vào vị trí của đường thẳng d.

Câu 6: (2 điểm)

Cho hình tứ giác đều S_{ABCD} có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$ cm chiều cao 4 cm.

a. Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

b. Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ SỐ 133

Câu I: (3đ)

1, Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$x^3 + 6x^2 - 13x - 42$$

2, Xác định số hữu tỉ k để đa thức.

$$A = \frac{x^3 + y^3 + z^3 + kxyz}{x + y + z} \text{ chia hết cho đa thức.}$$

Câu II: (4đ)

Giải các phương trình.

1, $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 1}} - \sqrt{2x - \sqrt{4x - 1}} = \sqrt{6}$

2, $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$

Câu III: (2đ)

1, Cho hàm số $y = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a, Vẽ đồ thị của hàm số.

b, Tìm giá trị nhỏ nhất của y.

2, Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên. $3x^2 - 4y^2 = 3$

Câu IV: (4đ)

1, (2đ)

Cho 3 số không âm x, y, z thỏa mãn đẳng thức.

$$x + y + z = 1$$

Chứng minh rằng: $x + 2y + z \geq 4(1 - x)(1 - y)(1 - z)$

2, (2đ)

Cho biểu thức.

$$Q = \frac{3x^2 - 6x + 11}{x^2 - 2x + 2}$$

a, Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.

b, Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức Q.

Câu V: (6đ)

Cho tam giác ABC vuông góc ở A, lấy trên cạnh AC một điểm D. Dựng CE vuông góc với BD.

1, Chứng tỏ các tam giác ABD và BCD đồng dạng.

2, Chứng tỏ tứ giác ABCE là một tứ giác nội tiếp.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

3, Chứng minh $FD \perp BC$ (F là giao điểm của BA và CE)

4, Cho $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = 2a$; $AD = a$

Tính AC, đường cao AH của ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

ĐỀ SỐ 134

Bài 1: Xét biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{1992}-\sqrt{1993}}$$

a) Rút gọn P

b) Giá trị của P là số hữu tỷ hay số vô tỷ ? Tại sao?

Bài 2: Rút gọn:

$$\left[\frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \right] \frac{\frac{2}{y} + \frac{2}{z}}{\frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz}} + (x+y+z)^2$$

Bài 3: Giải phương trình

$$\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}$$

Bài 4: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$$

Bài 5: Giải phương trình

$$\sqrt{4-\sqrt{4+x}} = x$$

Bài 6: Cho $y = -\frac{1}{2}x^2$ (p)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

b) Lập phương trình đường thẳng (D) qua (-2;2) và tiếp xúc với (p)

Bài 7: Câu 1: Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n:9$ và $n+1:25$

Câu 2: Tìm nghiệm nguyên của phương trình $3x^2 + 5y^2 = 12$

Bài 8: (Bài toán cổ Việt Nam)

Hai cây tre bị gãy cách gốc theo thứ tự 2 thước và 3 thước. Ngọn cây nọ chạm gốc cây kia. Tính từ chỗ thân 2 cây chạm nhau đến mặt đất.

Bài 9: Tam giác ABC có các góc nhọn, trực tâm H. Vẽ hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $ABH = ADH$

Bài 10: Cho hình chữ nhật ABCD và điểm E thuộc cạnh DC. Dựng hình chữ nhật có một cạnh là DE và có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ABCD.

ĐỀ SỐ 135

Câu 1(2đ)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Cho } x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^3 + 3x - 14$

Câu 2(2đ) :

$$\text{Cho phân thức : } B = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6}{x^4 + 2x - 8}$$

1. Tìm các giá trị của x để B = 0.

2. Rút gọn B.

Câu 3(2đ) : Cho phương trình : $x^2 + px + 1 = 0$ có hai nghiệm là a và b
phương trình : $x^2 + qx + 2 = 0$ có hai nghiệm là b và c

Chứng minh hệ thức : $(b-a)(b-c) = pq - 6$

Câu 4(2đ) : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m & (1) \\ x + my = 4 & (2) \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

1. Giải và biện luận hệ theo m.

2. Với giá trị nào của số nguyên m hệ có nghiệm (x,y) với x, y là các số nguyên dương.

Câu 5(2đ) : Giải phương trình : $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}} = 1$

Câu 6(2đ) : Trong mặt phẳng tọa độ xOy cho tam giác ABC có các đường cao có phương trình là : $y = -x + 3$ và $y = 3x + 1$. Đỉnh A có tọa độ là (2;4). Hãy lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Câu 7(2đ) : Với $a > 0$; $b > 0$ cho trước và $x, y > 0$ thay đổi sao cho :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1. \quad \text{Tìm } x, y \text{ để } x + y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 8(2đ) : Cho tam giác vuông ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) có đường cao AH. Gọi trung điểm của BH là P. Trung điểm của AH là Q.

Chứng minh : $AP \perp CQ$.

Câu 9(3đ) : Cho đường tròn (O) đường kính AB. Một điểm M thay đổi trên đường tròn (M khác A, B). Dựng đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến AC, BD đến đường tròn tâm M.

a) Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O).

b) Chứng minh tổng AC+BD không đổi. Từ đó tính giá trị lớn nhất của AC.BD

c) Lấy điểm N có định trên (O) . Gọi I là trung điểm của MN, P là hình chiếu của I trên MB. Tính quỹ tích của P.

Câu 10(1đ) : Hình chóp tam giác đều S.ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm đường cao SH của hình chóp.

$$\text{Chứng minh rằng : } \widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = 90^\circ.$$

ĐỀ SỐ 136

Bài 1 (5đ)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Giải các phương trình sau:

a, $\sqrt{x^2-1} - x^2 + 1 = 0$

b, $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}} = 4$

Bài 2 (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$.

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3: (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$.

Chứng minh: $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

Bài 4: (5đ)

Cho $\triangle AHC$ có 3 góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH, hai trung tuyến AM và BK của $\triangle ABC$ cắt nhau ở I. Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a, Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle MKO$

b, Chứng minh $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ĐỀ SỐ 137

Câu I: (6 điểm):

Câu 1 (2 điểm) : Giải phương trình

$$\sqrt{x+15+8\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+15-8\sqrt{x-1}} = 7$$

Câu 2 (2 điểm) : Giải phương trình

$$(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$$

Câu 3 (2 điểm) : Giải phương trình

$$\frac{ax-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{a(x^2+1)}{x^2+1}$$

Câu II (4 điểm)

Câu 1 (2 điểm) : Cho $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \neq 0$ và $abc \neq 0$

Rút gọn biểu thức sau: $X = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(ax + by + cz)^2}$

Câu 2 (2 điểm) : Tính $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2004} + \sqrt{2005}}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu III (4 điểm)

Câu 1 (2 điểm) : Cho $x > 0$; $y > 0$ và $x + y = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$M = \left(x + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{x}\right)^2$$

Câu 2 (2 điểm) : Cho $0 \leq x, y, z \leq 1$ CMR

$$\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{xz+1} + \frac{z}{xy+1} \leq 2$$

Câu IV : Cho tứ giác ABCD có $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$. Gọi M là một điểm trên đường chéo AC sao cho $\hat{ABM} = \hat{DBC}$ và I là trung điểm AC.

Câu 1: CM : $\text{góc CIB} = 2 \text{ góc BDC}$

Câu 2 : $\triangle ABM = \triangle DBC$

Câu 3: $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

Câu V : Cho hình chóp S.ABC có các mặt bên và mặt đáy là các tam giác đều cạnh 8cm

a/ Tính diện tích toàn phần của hình chóp

b/ Tính thể tích của hình chóp.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 138

Bài 1: - Cho $M = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x-x^2+1}{3x}$.

- Rút gọn biểu thức M.
- Tính giá trị của biểu thức M khi $x = 5977$, $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.
- Với giá trị nào của x thì M có giá trị nguyên.

Bài 2: Tìm giá trị của M để:

- $m^2 - 2m + 5$ có giá trị nhỏ nhất
- $\frac{2m^2+5}{2m^2+1}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 3: Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

Bài 4: Cho $B = \frac{\sqrt{a+6}}{\sqrt{a+1}}$

- Tìm các số nguyên a để B là số nguyên.
- Chứng minh rằng với $a = \frac{4}{9}$ thì B là số nguyên.
- Tìm các số hữu tỷ a để B là số nguyên.

Bài 5: Cho tam giác ABC từ điểm D bất kỳ trên cạnh BC ta dựng đường thẳng d song song với trung tuyến AM. Đường thẳng d cắt AB ở E cắt AC ở F.

- Chứng minh $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$.
- Chứng minh $DE + DF = 2AM$

ĐỀ SỐ 139

Bài 1: - Cho $M = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x-x^2+1}{3x}$.

- Rút gọn biểu thức M.
- Tính giá trị của biểu thức M khi $x = 5977$, $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.
- Với giá trị nào của x thì M có giá trị nguyên.

Bài 2: Tìm giá trị của M để:

- $m^2 - 2m + 5$ có giá trị nhỏ nhất
- $\frac{2m^2+5}{2m^2+1}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 3: Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

Bài 4: Cho $B = \frac{\sqrt{a+6}}{\sqrt{a+1}}$

- Tìm các số nguyên a để B là số nguyên.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b, Chứng minh rằng với $a = \frac{4}{9}$ thì B là số nguyên.

c, Tìm các số hữu tỷ a để B là số nguyên.

Bài 5: Cho tam giác ABC từ điểm D bất kỳ trên cạnh BC ta dựng đường thẳng d song song với trung tuyến AM. Đường thẳng d cắt AB ở E cắt AC ở F.

a, Chứng minh $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$.

b, Chứng minh $DE + DF = 2AM$

ĐỀ SỐ 140

Câu 1 (3 điểm) Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} - \sqrt{1-x^2}$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .

b) Rút gọn biểu thức A .

c) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 2 (1 điểm) Giải phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$

Câu 3 (3 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ cho điểm A (-2 , 2) và đường thẳng (D) : $y = -2(x+1)$.

a) Điểm A có thuộc (D) hay không ?

b) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) đi qua A .

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (D) .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD cố định , có độ dài cạnh là a . E là điểm di chuyển trên đoạn CD (E khác D) , đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F , đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

1) Chứng minh tam giác ABF = tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân .

2) Gọi I là trung điểm của FK , Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A , C, F , K .

3) Tính số đo góc AIF , suy ra 4 điểm A , B , F , I cùng nằm trên một đường tròn .

ĐỀ SỐ 141

Câu 1 (3 điểm) Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} - \sqrt{1-x^2}$

d) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .

e) Rút gọn biểu thức A .

f) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 2 (1 điểm) Giải phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$

Câu 3 (3 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ cho điểm A (-2 , 2) và đường thẳng (D) : $y = -2(x+1)$.

d) Điểm A có thuộc (D) hay không ?

e) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) đi qua A .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

f) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (D).

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD cố định, có độ dài cạnh là a. E là điểm di chuyển trên đoạn CD (E khác D), đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

- Chứng minh tam giác ABF = tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân.
- Gọi I là trung điểm của FK, Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A, C, F, K.
- Tính số đo góc AIF, suy ra 4 điểm A, B, F, I cùng nằm trên một đường tròn.

ĐỀ SỐ 142

Câu 1 (3 điểm)

- Giải bất phương trình : $|x+2| < |x-4|$
- Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x thỏa mãn.

$$\frac{2x+1}{3} > \frac{3x-1}{2} + 1$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$

- Giải phương trình khi $m = 1$.
- Tìm các giá trị của m để hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m+1)x - m + 3$ (1)

- Tìm m biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A (-2 ; 3).
- Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m.

Câu 4 (3 điểm)

Cho góc vuông xOy, trên Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho OA = OB. M là một điểm bất kỳ trên AB.

Dựng đường tròn tâm O₁ đi qua M và tiếp xúc với Ox tại A, đường tròn tâm O₂ đi qua M và tiếp xúc với Oy tại B, (O₁) cắt (O₂) tại điểm thứ hai N.

- Chứng minh tứ giác OANB là tứ giác nội tiếp và ON là phân giác của góc ANB.
- Chứng minh M nằm trên một cung tròn cố định khi M thay đổi.
- Xác định vị trí của M để khoảng cách O₁O₂ là ngắn nhất.

ĐỀ SỐ 143

Câu 1 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

- Rút gọn biểu thức.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tính giá trị của $\sqrt{A}$ khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2 (2 điểm)

Giải phương trình : $\frac{2x-2}{x^2-36} - \frac{x-2}{x^2-6x} = \frac{x-1}{x^2+6x}$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = -\frac{1}{2}x^2$

a) Tìm x biết $f(x) = -8$; $-\frac{1}{8}$; 0 ; 2 .

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B nằm trên đồ thị có hoành độ lần lượt là -2 và 1 .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD , trên cạnh BC lấy 1 điểm M . Đường tròn đường kính AM cắt đường tròn đường kính BC tại N và cắt cạnh AD tại E .

1) Chứng minh E, N, C thẳng hàng .

2) Gọi F là giao điểm của BN và DC . Chứng minh $\triangle BCF = \triangle CDE$

3) Chứng minh rằng MF vuông góc với AC .

ĐỀ SỐ 144

Câu 1 (3 điểm)

Cho hệ phương trình : $\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m .

c) Tìm m để $x - y = 2$.

Câu 2 (3 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - x = y^2 - y \end{cases}$

2) Cho phương trình bậc hai : $ax^2 + bx + c = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2x_1 + 3x_2$ và $3x_1 + 2x_2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm chuyển động trên đường tròn . Từ B hạ đường thẳng vuông góc với AM cắt CM ở D .

Chứng minh tam giác BMD cân

Câu 4 (2 điểm)

1) Tính : $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

2) Giải bất phương trình :

$$(x-1)(2x+3) > 2x(x+3).$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 145

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 7 \\ \frac{5}{x-1} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} : \frac{1}{x^2-\sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức A .
- Coi A là hàm số của biến x vẽ đồ thị hàm số A .

Câu 3 (2 điểm)

Tìm điều kiện của tham số m để hai phương trình sau có nghiệm chung .
 $x^2 + (3m + 2)x - 4 = 0$ và $x^2 + (2m + 3)x + 2 = 0$.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm A,B . Từ một điểm M trên d vẽ hai tiếp tuyến ME , MF (E , F là tiếp điểm) .

- Chứng minh $\angle EMO = \angle OFE$ và đường tròn đi qua 3 điểm M, E, F đi qua 2 điểm cố định khi m thay đổi trên d .
- Xác định vị trí của M trên d để tứ giác OEMF là hình vuông .

ĐỀ SỐ 146

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x - 1 = 0$

- Chứng minh $x_1x_2 < 0$.
- Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tìm giá trị lớn nhất , nhỏ nhất của biểu thức :
 $S = x_1 + x_2$.

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $3x^2 + 7x + 4 = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 không giải phương trình lập phương trình bậc hai mà có hai nghiệm là : $\frac{x_1}{x_2-1}$ và $\frac{x_2}{x_1-1}$.

Câu 3 (3 điểm)

- Cho $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất , nhỏ nhất của $x + y$.
- Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

3) Giải phương trình : $x^4 - 10x^3 - 2(m - 11)x^2 + 2(5m + 6)x + 2m = 0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Đường phân giác trong của góc A , B cắt đường tròn tâm O tại D và E , gọi giao điểm hai đường phân giác là I , đường thẳng DE cắt CA, CB lần lượt tại M , N .

1) Chứng minh tam giác AIE và tam giác BID là tam giác cân .

2) Chứng minh tứ giác AEMI là tứ giác nội tiếp và MI // BC .

Tứ giác CMIN là hình gì ?

ĐỀ SỐ 147

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $B = \left(\frac{2}{1-\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x} \right)$

a) Rút gọn biểu thức B.

b) Tìm giá trị của x để biểu thức B = 5.

Bài 2: (5 điểm) a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2 + 3x = \frac{8}{y^3} \\ x^3 - 2 = \frac{6}{y} \end{cases}$$

b) Giải phương trình nghiệm nguyên:

$$x^3 - y^3 - 2y^2 - 3y - 1 = 0$$

Bài 3: (2 điểm) a) Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}$

Bài 4: (3 điểm)

a) Giải bất phương trình: $2x + 1 \leq \sqrt{8x + 9}$

b) Cho a, b, c là các số thuộc $[-1; 2]$ thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 6$.

Chứng minh rằng: $a + b + c \geq 0$

Bài 5. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$.

Chứng minh rằng : $\frac{a}{b^2+1} + \frac{b}{c^2+1} + \frac{c}{a^2+1} \geq \frac{3}{2}$

Bài 6: (5 điểm)

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

ĐỀ SỐ 148

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}} - \frac{6}{3\sqrt{x} - 6} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \left(\sqrt{x} - 2 + \frac{10 - x}{\sqrt{x} + 2} \right)$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm x sao cho $A < 2$.

Bài 2: (5 điểm) a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ xy + \frac{1}{xy} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $(x + 1)^4 = 2(x^4 + 1)$

Bài 3: (4 điểm)

1. Số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x^2 + (3 - x)^2 \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^4 + (3 - x)^4 + 6x^2(3 - x)^2.$$

2. (2đ) Cho các số dương a, b, c biết $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \leq 1$

Chứng minh rằng: $abc \leq \frac{1}{8}$

Bài 4: (5 điểm)

Cho tam giác MNP có ba góc nhọn và các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P trên NP, MP, MN. Trên các đoạn thẳng AC, AB lần lượt lấy D, E sao cho DE song song với NP. Trên tia AB lấy điểm K sao cho $DMK = NMP$. Chứng minh rằng:

a. $MD = ME$

2) Tứ giác MDEK nội tiếp. Từ đó suy ra điểm M là tâm của đường tròn bàng tiếp góc DAK của tam giác DAK.

Bài 5: (2 điểm)

Trên đường tròn (O) lấy hai điểm cố định A và C phân biệt. Tìm vị trí của các điểm B và D thuộc đường tròn đó để chu vi tứ giác ABCD có giá trị lớn nhất.

ĐỀ SỐ 149

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$

- a. Rút gọn biểu thức.
- b. Tính giá trị của $\sqrt{A}$ khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Bài 2: (5 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+1)(y+2) = 2 & (1) \\ (y+2)(z+3) = 6 & (2) \\ (z+3)(x+1) = 3 & (3) \end{cases}$$

Bài 3: (4 điểm)

a) Cho $xyz = 1$ và $x + y + z = 3$.

Tìm GTNN của $B_8 = x^{16} + y^{16} + z^{16}$

b) Cho a, b, c thỏa mãn: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$

Tính giá trị biểu thức: $P = \left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right)\left(1 + \frac{a}{c}\right)$

Bài 4: (5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $DA \cdot DE = DB \cdot DC$.

3) Chứng minh $\angle CFD = \angle OCB$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 5: (2 điểm)

Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là: $BC = a, CA = b, AB = c$ và chu vi tam giác là $2P$. Chứng minh rằng: $\frac{P}{P-a} + \frac{P}{P-b} + \frac{P}{P-c} \geq 9$

ĐỀ SỐ 150

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (3,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 19 \\ x + y + xy = -7 \end{cases}$$

b) Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $xy > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 3: (5,0 điểm). Giải các phương trình.

a) $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$

b) $\sqrt{x+6} - 4\sqrt{x+2} + \sqrt{x+11} - 6\sqrt{x+2} = 1$

Bài 4: (6,0 điểm).

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O. Tia phân giác trong góc A cắt (O) tại D. Một đường tròn (L) thay đổi nhưng luôn đi qua A, D cắt AB, AC tại điểm thứ hai lần lượt tại M, N.

a) CMR: $BM = CN$

b) Tìm quỹ tích trung điểm K của MN

c) Tìm vị trí của (L) sao cho MN ngắn nhất.

Bài 5: (2,0 điểm). Cho tứ giác ABCD, gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Kí hiệu $S_1 = S_{\Delta AIB}$; $S_2 = S_{\Delta CID}$; $S = S_{ABCD}$

a. Chứng Minh: $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} \leq \sqrt{S}$

b. Khi tứ giác ABCD là hình thang thì hệ thức trên xảy ra như thế nào?

ĐỀ SỐ 151

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{3+\sqrt{x}} - \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-9}{x-9} \right)$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P nguyên.

Bài 2: (3,0 điểm). Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x + y = 1$. Chứng minh: $8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} \geq 5$

Bài 4: (3 điểm) a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Bài 4: (6,0 điểm).

1) Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi (P), (Q) theo thứ tự là đường tròn nội tiếp hai tam giác AHB và AHC. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác BC) của (P) và (Q) cắt AB, AH, AC theo thứ tự M, K, N. Chứng minh rằng.

a. $\Delta HPQ \sim \Delta ABC$

b. $KP \parallel AB$, $KQ \parallel AC$.

c. Tứ giác BMNC nội tiếp được

2) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của ΔABC . Gọi m, n, k là độ dài các đường phân giác trong của ba góc của ΔABC . Chứng minh rằng: $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{k} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Bài 5: (2,0 điểm).

Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

ĐỀ SỐ 152

Câu 1 (2 điểm)

Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau :

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$A = \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{2}}; \quad C = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - (m+2)x + m^2 - 1 = 0$ (1)

- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình .Tìm m thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2$.
- Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm khác nhau .

Câu 3 (2 điểm)

Cho $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}; b = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

Lập một phương trình bậc hai có các hệ số bằng số và có các nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}+1}; x_2 = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+1}$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B . Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O_1) , (O_2) lần lượt tại C,D , gọi I , J là trung điểm của AC và AD .

- Chứng minh tứ giác O_1IO_2 là hình thang vuông .
- Gọi M là giao điểm của CO_1 và DO_2 . Chứng minh O_1, O_2, M, B nằm trên một đường tròn
- E là trung điểm của IJ , đường thẳng CD quay quanh A . Tìm tập hợp điểm E.
- Xác định vị trí của dây CD để dây CD có độ dài lớn nhất .

ĐỀ SỐ 153

Câu 1 (3 điểm)

- Vẽ đồ thị của hàm số : $y = \frac{x^2}{2}$
- Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (2; -2) và (1 ; -4)
- Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

a) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

b) Tính giá trị của biểu thức

$$S = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \quad \text{với} \quad xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = a$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , góc B và góc C nhọn . Các đường tròn đường kính AB , AC cắt nhau tại D . Một đường thẳng qua A cắt đường tròn đường kính AB , AC lần lượt tại E và F .

- Chứng minh B , C , D thẳng hàng .
- Chứng minh B , C , E , F nằm trên một đường tròn .
- Xác định vị trí của đường thẳng qua A để EF có độ dài lớn nhất .

Câu 4 (1 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho $F(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{1+x}$

- Tìm các giá trị của x để $F(x)$ xác định .
- Tìm x để $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất .

ĐỀ SỐ 154

Câu 1 (3 điểm)

- Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$
- Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $(2 ; -2)$ và $(1 ; -4)$
- Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

- Giải phương trình :
$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$
- Giải phương trình :
$$\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD , đường phân giác của góc BAD cắt DC và BC theo thứ tự tại M và N . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNC .

- Chứng minh các tam giác DAM , ABN , MCN , là các tam giác cân .
- Chứng minh B , C , D , O nằm trên một đường tròn .

Câu 4 (1 điểm)

Cho $x + y = 3$ và $y \geq 2$. Chứng minh $x^2 + y^2 \geq 5$

ĐỀ SỐ 12

Câu 1 (3 điểm)

- Giải phương trình : $\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8$
- Xác định a để tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $x^2 + ax + a - 2 = 0$ là bé nhất .

Câu 2 (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A (3 ; 0) và đường thẳng $x - 2y = -2$.

- Vẽ đồ thị của đường thẳng . Gọi giao điểm của đường thẳng với trục tung và trục hoành là B và E .
- Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $x - 2y = -2$.
- Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng đó . Chứng minh rằng EO . EA = EB . EC và tính diện tích của tứ giác OACB .

Câu 3 (2 điểm)

Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình :

$$x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0 \quad (1)$$

- Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép , hai nghiệm phân biệt .
- Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Kẻ đường cao AH , gọi trung điểm của AB , BC theo thứ tự là M , N và E , F theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của của B , C trên đường kính AD .

- Chứng minh rằng MN vuông góc với HE .
- Chứng minh N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF .

ĐỀ SỐ 155

Câu 1 (2 điểm)

So sánh hai số : $a = \frac{9}{\sqrt{11} - \sqrt{2}}; b = \frac{6}{3 - \sqrt{3}}$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x + y = 3a - 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Gọi nghiệm của hệ là (x , y) , tìm giá trị của a để $x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

Câu 4 (3 điểm)

1) Cho tứ giác lồi ABCD các cặp cạnh đối AB , CD cắt nhau tại P và BC , AD cắt nhau tại Q . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABQ , BCP , DCQ , ADP cắt nhau tại một điểm .

3) Cho tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp . Chứng minh

$$\frac{AB.AD + CB.CD}{BA.BC + DC.DA} = \frac{AC}{BD}$$

Câu 4 (1 điểm)

Cho hai số dương x , y có tổng bằng 1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của :

$$S = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{3}{4xy}$$

ĐỀ SỐ 156

Câu 1 (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức : $P = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

Câu 2 (3 điểm)

1) Giải và biện luận phương trình :

$$(m^2 + m + 1)x^2 - 3m = (m + 2)x + 3$$

2) Cho phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Hãy lập phương trình

bậc hai có hai nghiệm là : $\frac{x_1}{1 - x_2}; \frac{x_2}{1 - x_1}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3 (2 điểm)

Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức : $P = \frac{2x-3}{x+2}$ là nguyên .

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và cát tuyến CAB (C ở ngoài đường tròn) . Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính MN cắt AB tại I , CM cắt đường tròn tại E , EN cắt đường thẳng AB tại F .

- 1) Chứng minh tứ giác $MEFI$ là tứ giác nội tiếp .
- 2) Chứng minh góc CAE bằng góc MEB .
- 3) Chứng minh : $CE \cdot CM = CF \cdot CI = CA \cdot CB$

ĐỀ SỐ 157

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 2y^2 = 3 \\ y^2 + 4xy + 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -x - 1$

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ .
- b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x - 1$ và cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4 .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 4x + q = 0$

- a) Với giá trị nào của q thì phương trình có nghiệm .
- b) Tìm q để tổng bình phương các nghiệm của phương trình là 16 .

Câu 3 (2 điểm)

- 1) Tìm số nguyên nhỏ nhất x thỏa mãn phương trình :

$$|x-3| + |x+1| = 4$$

- 2) Giải phương trình :

$$3\sqrt{x^2-1} - x^2 - 1 = 0$$

Câu 4 (2 điểm)

Cho tam giác vuông ABC (góc $A = 90^\circ$) có $AC < AB$, AH là đường cao kẻ từ đỉnh A . Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M . Đoạn MO cắt cạnh AB ở E , MC cắt đường cao AH tại F . Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D . Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N .

- a) Chứng minh $OM \parallel CD$ và M là trung điểm của đoạn thẳng BD .
- b) Chứng minh $EF \parallel BC$.
- c) Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 158

Câu 1 : (2 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số $y = 3x + m$ (*)

- 1) Tính giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua : a) $A(-1 ; 3)$; b) $B(-2 ; 5)$
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -3 .
- 3) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -5 .

Câu 2 : (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tính giá trị của A khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$
- c) Với giá trị nào của x thì A đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 : (2 điểm)

Cho phương trình bậc hai : $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$ và gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Không giải phương trình, tính giá trị của các biểu thức sau :

- | | |
|--|------------------------------|
| a) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ | b) $x_1^2 + x_2^2$ |
| c) $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$ | d) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ |

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A và một điểm D nằm giữa A và B. Đờng tròn đờng kính BD cắt BC tại E. Các đờng thẳng CD, AE lần lượt cắt đờng tròn tại các điểm thứ hai F, G. Chứng minh :

- a) Tam giác ABC đờng dạng với tam giác EBD.
- b) Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp đợc trong một đờng tròn.
- c) AC song song với FG.
- d) Các đờng thẳng AC, DE và BF đờng quy.

ĐỀ SỐ 159

Câu 1 (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$

- a) Với những giá trị nào của a thì A xác định.
- b) Rút gọn biểu thức A .
- c) Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá trị nguyên.

Câu 2 (2 điểm)

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đờng AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

Câu 3 (2 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$$

b) Giải phương trình :
$$\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x-5}{2x^2+10x} = \frac{x+25}{2x^2-50}$$

Câu 4 (4 điểm)

Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC = 10 cm ; CB = 40 cm . Vẽ về cùng một nửa mặt phẳng bờ là AB các nửa đường tròn đồng kính theo thứ tự là AB , AC , CB có tâm lần lượt là O , I , K . Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) ở E . Gọi M , N theo thứ tự là giao điểm của EA , EB với các nửa đường tròn (I) , (K) . Chứng minh :

- EC = MN .
- MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn (I) và (K) .
- Tính độ dài MN .
- Tính diện tích hình được giới hạn bởi ba nửa đường tròn .

ĐỀ SỐ 160

Câu 1 (2 điểm)

Cho biểu thức :
$$A = \frac{1+\sqrt{1-a}}{1-a+\sqrt{1-a}} + \frac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}$$

- Rút gọn biểu thức A .
- Chứng minh rằng biểu thức A luôn dương với mọi a .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 - 4x_2 = 11$.
- Tìm đẳng thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .
- Với giá trị nào của m thì x_1 và x_2 cùng dương .

Câu 3 (2 điểm)

Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ .

Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung AC (không chứa B) kẻ MH vuông góc với AC ; MK vuông góc với BC .

- Chứng minh tứ giác MHKC là tứ giác nội tiếp .
- Chứng minh $\angle AMB = \angle HMK$
- Chứng minh $\triangle AMB$ đồng dạng với $\triangle HMK$.

Câu 5 (1 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Tìm nghiệm dương của hệ : } \begin{cases} xy(x+y) = 6 \\ yz(y+z) = 12 \\ zx(z+x) = 30 \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 161

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $4x + 3 = 0$

b) $2x - x^2 = 0$

2) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5 + y = 4x \end{cases}$

Câu 2 (2 điểm)

1) Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$ ($a > 0$; $a \neq 4$)

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $a = 9$.

2) Cho phương trình : $x^2 - (m+4)x + 3m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 2 . Tìm nghiệm còn lại .

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1 ; x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$

Câu 3 (1 điểm)

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km . Một ô tô đi từ A đến B , nghỉ 90 phút ở B , rồi lại từ B về A . Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ . Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h . Tính vận tốc lúc đi của ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD . Hai đường chéo AC , BD cắt nhau tại E . Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F . Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N

Chứng minh :

a) CEFD là tứ giác nội tiếp .

b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM .

c) BE . DN = EN . BD

Câu 5 (1 điểm)

Tìm m để giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{2x+m}{x^2+1}$ bằng 2 .

ĐỀ SỐ 162

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $5(x - 1) = 2$

b) $x^2 - 6 = 0$

2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3x - 4$ với hai trục tọa độ .

Câu 2 (2 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1) Giả sử đường thẳng (d) có phương trình : $y = ax + b$.

Xác định a , b để (d) đi qua hai điểm A (1 ; 3) và B (- 3 ; - 1)

2) Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 4 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để : $|x_1| + |x_2| = 5$

3) Rút gọn biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} (x \geq 0; x \neq 0)$

Câu 3 (1 điểm)

Một hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 . Nếu giảm chiều rộng đi 3 m , tăng chiều dài thêm 5m thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích ban đầu . Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu .

Câu 4 (3 điểm)

Cho điểm A ở ngoài đường tròn tâm O . Kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với đường tròn (B , C là tiếp điểm) . M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($M \neq B$; $M \neq C$) . Gọi D , E , F tương ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB , AC , BC ; H là giao điểm của MB và DF ; K là giao điểm của MC và EF .

1) Chứng minh :

a) MECF là tứ giác nội tiếp .

b) MF vuông góc với HK .

2) Tìm vị trí của M trên cung nhỏ BC để tích MD . ME lớn nhất .

Câu 5 (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho điểm A (-3 ; 0) và Parabol (P) có phương trình $y = x^2$. Hãy tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) để cho độ dài đoạn thẳng AM nhỏ nhất .

ĐỀ SỐ 163

CÂU 1 : (3 ĐIỂM) Giải Các Phương Trình

a) $3x^2 - 48 = 0$.

b) $x^2 - 10x + 21 = 0$.

c) $\frac{8}{x-5} + 3 = \frac{20}{x-5}$

Câu 2 : (2 điểm)

a) Tìm các giá trị của a , b biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm

A(2 ; - 1) và B ($\frac{1}{2}$; 2)

b) Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = mx + 3$; $y = 3x - 7$ và đồ thị của hàm số xác định ở câu (a) đồng quy .

Câu 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} mx - ny = 5 \\ 2x + y = n \end{cases}$$

a) Giải hệ khi $m = n = 1$.

b) Tìm m, n để hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho tam giác vuông ABC ($C = 90^\circ$) nội tiếp trong đường tròn tâm O . Trên cung nhỏ AC ta lấy một điểm M bất kỳ (M khác A và C). Vẽ đường tròn tâm A bán kính AC , đường tròn này cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C). Đoạn thẳng BM cắt đường tròn tâm A ở điểm N .

a) Chứng minh MB là tia phân giác của góc CMD .

b) Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A nói trên.

c) So sánh góc CNM với góc MDN .

d) Cho biết $MC = a, MD = b$. Hãy tính đoạn thẳng MN theo a và b .

ĐỀ SỐ 164

Câu 1 : (3 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{3x^2}{2}$ (P)

a) Tính giá trị của hàm số tại $x = 0 ; -1 ; -\frac{1}{3} ; -2$.

b) Biết $f(x) = \frac{9}{2}; -8; \frac{2}{3}; \frac{1}{2}$ tìm x .

c) Xác định m để đường thẳng (D) : $y = x + m - 1$ tiếp xúc với (P).

Câu 2 : (3 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

a) Giải hệ khi $m = 1$.

b) Giải và biện luận hệ phương trình.

Câu 3 : (1 điểm)

Lập phương trình bậc hai biết hai nghiệm của phương trình là :

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho $ABCD$ là một tứ giác nội tiếp. P là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Chứng minh hình chiếu vuông góc của P lên 4 cạnh của tứ giác là 4 đỉnh của một tứ giác có đường tròn nội tiếp.
- M là một điểm trong tứ giác sao cho ABMD là hình bình hành. Chứng minh rằng nếu góc CBM = góc CDM thì góc ACD = góc BCM.
- Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB.CD + AD.BC)$$

ĐỀ SỐ 165

Câu 1 (2 điểm) .

Giải phương trình

- $1 - x - \sqrt{3 - x} = 0$
- $x^2 - 2|x| - 3 = 0$

Câu 2 (2 điểm) .

Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D) : $y = px + q$.

Xác định p và q để đường thẳng (D) đi qua điểm A (- 1 ; 0) và tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm.

Câu 3 : (3 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$

và đường thẳng (D) : $y = mx - 2m - 1$

- Vẽ (P).
- Tìm m sao cho (D) tiếp xúc với (P).
- Chứng tỏ (D) luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4 (3 điểm) .

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90°) nội tiếp đường tròn tâm O , kẻ đường kính AD .

- Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật .
- Gọi M , N thứ tự là hình chiếu vuông góc của B , C trên AD , AH là đường cao của tam giác (H trên cạnh BC) . Chứng minh HM vuông góc với AC .
- Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN .
- Gọi bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC là R và r . Chứng minh $R + r \geq \sqrt{AB.AC}$

ĐỀ SỐ 166

Câu 1 (3 điểm) .

Giải các phương trình sau .

- $x^2 + x - 20 = 0$.
- $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) $\sqrt{31-x} = x-1$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số $y = (m-2)x + m + 3$.

- Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến .
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3 .
- Tìm m để đồ thị các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m-2)x + m + 3$ đồng quy .

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 7x + 10 = 0$. Không giải phương trình tính .

- $x_1^2 + x_2^2$
- $x_1^2 - x_2^2$
- $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Câu 4 (4 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I .

- Chứng minh rằng OI vuông góc với BC .
- Chứng minh $BI^2 = AI \cdot DI$.
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC .

Chứng minh góc BAH = góc CAO .

- Chứng minh góc HAO = $\left| \angle B \right| - \left| \angle C \right|$

ĐỀ SỐ 167

Câu 1 (3 điểm) . Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là đường cong Parabol (P) .

- Chứng minh rằng điểm A($-\sqrt{2}; 2$) nằm trên đường cong (P) .
- Tìm m để đồ thị (d) của hàm số $y = (m-1)x + m$ ($m \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$) cắt đường cong (P) tại một điểm .
- Chứng minh rằng với mọi m khác 1 đồ thị (d) của hàm số $y = (m-1)x + m$ luôn đi qua một điểm cố định .

Câu 2 (2 điểm)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 1$
- Giải biện luận hệ phương trình theo tham số m .
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$.

Câu 3 (3 điểm)

Giải phương trình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\sqrt{x+3}-4\sqrt{x-1}+\sqrt{x+8}-6\sqrt{x-1}=5$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Giả sử góc BAM = Góc BCA.

- Chứng minh rằng tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBA .
- Chứng minh : $BC^2 = 2 AB^2$. So sánh BC và đường chéo hình vuông cạnh là AB .
- Chứng tỏ BA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC .
- Đường thẳng qua C và song song với MA , cắt đường thẳng AB ở D . Chứng tỏ đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với BC .

ĐỀ SỐ 168

Câu 1 (3 điểm)

- Giải phương trình : $\sqrt{x+1}=3-\sqrt{x-2}$
- Cho Parabol (P) có phương trình $y = ax^2$. Xác định a để (P) đi qua điểm A(-1; -2) . Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường trung trực của đoạn OA .

Câu 2 (2 điểm)

- Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3}{x-1} = 1 \end{cases}$$

- Xác định giá trị của m sao cho đồ thị hàm số (H) : $y = \frac{1}{x}$ và đường thẳng (D) : $y = -x + m$ tiếp xúc nhau .

Câu 3 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 3 = 0$ (1).

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Xác định giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu .
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3 . Tìm nghiệm kia .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB . Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC .

Chứng minh :

- Tứ giác CBMD nội tiếp .
- Khi điểm D di động trên đường tròn thì $\angle BMD + \angle BCD$ không đổi .
- $DB \cdot DC = DN \cdot AC$

ĐỀ SỐ 169

Câu 1 (3 điểm)

Giải các phương trình :

- $x^4 - 6x^2 - 16 = 0$.
- $x^2 - 2|x| - 3 = 0$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{8}{9} = 0$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Xác định giá trị của m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

c) Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất, lớn nhất.

Câu 3 (4 điểm) .

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD, còn M là trung điểm của cạnh CD. Nối MI kéo dài cắt cạnh AB ở N. Từ B kẻ đường thẳng song song với MN, đường thẳng đó cắt các đường thẳng AC ở E. Qua E kẻ đường thẳng song song với CD, đường thẳng này cắt đường thẳng BD ở F.

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp.

b) Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BF và $AI \cdot IE = IB^2$.

c) Chứng minh $\frac{NA}{NB} = \frac{IA^2}{IB^2}$

ĐỀ SỐ 170

Câu 1 (2 điểm)

Phân tích thành nhân tử.

a) $x^2 - 2y^2 + xy + 3y - 3x$.

b) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình.

$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm đồng thời thỏa mãn điều kiện ; $x + y - \frac{7(m-1)}{m^2+3} = 1$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hai đường thẳng $y = 2x + m - 1$ và $y = x + 2m$.

a) Tìm giao điểm của hai đường thẳng nói trên.

b) Tìm tập hợp các giao điểm đó.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O. A là một điểm ở ngoài đường tròn, từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN với đường tròn, cát tuyến từ A cắt đường tròn tại B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của BC.

1) Chứng minh rằng 5 điểm A, M, I, O, N nằm trên một đường tròn.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- 2) Một đường thẳng qua B song song với AM cắt MN và MC lần lượt tại E và F . Chứng minh tứ giác BENI là tứ giác nội tiếp và E là trung điểm của EF .

ĐỀ SỐ 171

Câu 1 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2(m + n)x + 4mn = 0$.

- Giải phương trình khi $m = 1$; $n = 3$.
- Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m, n .
- Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của phương trình . Tính $x_1^2 + x_2^2$ theo m, n .

Câu 2 (2 điểm)

Giải các phương trình .

- $x^3 - 16x = 0$
- $\sqrt{x} = x - 2$
- $\frac{1}{3-x} + \frac{14}{x^2-9} = 1$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m - 3)x^2$.

- Khi $x < 0$ tìm các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến .
- Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(1, -1)$. Vẽ đồ thị với m vừa tìm được .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC và đường kính BON . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , Đường thẳng BH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M .

- Chứng minh tứ giác AMCN là hình thoi .
- Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh H , I , N thẳng hàng .
- Chứng minh rằng $BH = 2OI$ và tam giác CHM cân .

ĐỀ SỐ 172

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 + 2x - 4 = 0$. gọi x_1, x_2 , là nghiệm của phương trình .

Tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1x_2}{x_1x_2^2 + x_1^2x_2}$

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $a = 1$
- Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) . Tìm các giá trị của a để $x + y = 2$

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 1 = 0$.

- Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- b) Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của phương trình . Tìm m sao cho : $(2x_1 - x_2)(2x_2 - x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất ấy .
- c) Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình thoi ABCD có góc $A = 60^\circ$. M là một điểm trên cạnh BC , đường thẳng AM cắt cạnh DC kéo dài tại N .

- a) Chứng minh : $AD^2 = BM \cdot DN$.
- b) Đường thẳng DM cắt BN tại E . Chứng minh tứ giác BECD nội tiếp .
- c) Khi hình thoi ABCD cố định . Chứng minh điểm E nằm trên một cung tròn cố định khi m chạy trên BC .

ĐỀ SỐ 173

Bài 1. Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=14 \end{cases} \quad \text{.Hãy tính giá trị biểu thức } P=1+a^4+b^4+c^4.$$

Bài 2. a) Giải phương trình $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=\sqrt{2x-8}$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9}{2} \\ xy+\frac{1}{xy}=\frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 3. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $n^2 + 9n - 2$ chia hết cho $n + 11$.

Bài 4. Cho vòng tròn (C) và điểm I nằm trong vòng tròn. Dựng qua I hai dây cung bất kỳ MIN, EIF. Gọi M', N', E', F' là các trung điểm của IM, IN, IE, IF.

- a) Chứng minh rằng : tứ giác M'E'N'F' là tứ giác nội tiếp.
- b) Giả sử I thay đổi, các dây cung MIN, EIF thay đổi. Chứng minh rằng vòng tròn ngoại tiếp tứ giác M'E'N'F' có bán kính không đổi.
- c) Giả sử I cố định, các dây cung MIN, EIF thay đổi nhưng luôn vuông góc với nhau. Tìm vị trí của các dây cung MIN, EIF sao cho tứ giác M'E'N'F' có diện tích lớn nhất.

Bài 5. Các số dương x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện: $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức : $P = \left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

ĐỀ SỐ 174

Bài 1. a) Giải phương trình $(1+x)^4 = 2(1+x^4)$.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ y^2 + yz + z^2 = 28 \\ z^2 + xz + x^2 = 7 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2. a) Phân tích đa thức $x^5 - 5x - 4$ thành tích của một đa thức bậc hai và một đa thức bậc ba với hệ số nguyên.

b) Áp dụng kết quả trên để rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{4-3\sqrt{5}}+2\sqrt{5}-\sqrt[4]{125}}$.

Bài 3. Cho ΔABC đều. Chứng minh rằng với mọi điểm M ta luôn có $MA \leq MB + MC$.

Bài 4. Cho $\angle xOy$ cố định. Hai điểm A, B khác O lần lượt chạy trên Ox và Oy tương ứng sao cho $OA \cdot OB = 3 \cdot OA - 2 \cdot OB$. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. Cho hai số nguyên dương m, n thỏa mãn $m > n$ và m không chia hết cho n. Biết rằng số dư khi chia m cho n bằng số dư khi chia $m + n$ cho $m - n$. Hãy tính tỷ số $\frac{m}{n}$.

ĐỀ SỐ 175

Bài 1. Cho $x > 0$ hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x + \frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x + \frac{1}{x})^3 + x^3 + \frac{1}{x^3}}$.

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$$

Bài 3. Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương ta có : $n^3 + 5n : 6$.

Bài 4. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng : $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$.

Bài 5. Cho hình vuông ABCD cạnh bằng a. Gọi M, N, P, Q là các điểm bất kỳ lần lượt nằm trên các cạnh AB, BC, CD, DA.

a) Chứng minh rằng $2a^2 \leq MN^2 + NP^2 + PQ^2 + QM^2 \leq 4a^2$.

b) Giả sử M là một điểm cố định trên cạnh AB. Hãy xác định vị trí các điểm N, P, Q lần lượt trên các cạnh BC, CD, DA sao cho MNPQ là một hình vuông.

ĐỀ SỐ 176

Bài 1. a) Tính $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1999.2000}$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2. a) Giải phương trình $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^3+x^2+x+1} = 1 + \sqrt{x^4-1}$

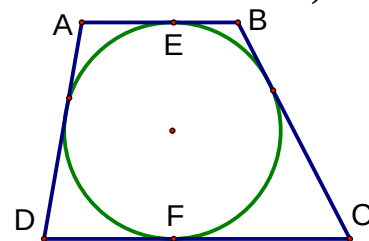
b) Tìm tất cả các giá trị của a để phương trình

$$2x^2 - (4a + \frac{11}{2})x + 4a^2 + 7 = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm nguyên.}$$

Bài 3. Cho đường tròn tâm O nội tiếp trong hình thang ABCD (AB // CD), tiếp xúc với cạnh AB tại E và với cạnh CD tại F như hình

Chứng minh rằng $\frac{BE}{AE} = \frac{DF}{CF}$.

b) Cho AB = a, CB = b (a < b), BE = 2AE. Tính diện tích hình thang ABCD.



Bài 4. Cho x, y là hai số thực bất kì khác không.

Chứng minh rằng $(\frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^8} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}) \geq 3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

ĐỀ SỐ 177

Bài 1. a) Giải phương trình $\sqrt{x^2+8} + \sqrt{2-x^2} = 4$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$

Bài 2. Các số a, b thỏa mãn điều kiện : $\begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 19 \\ b^3 - 3ba^2 = 98 \end{cases}$

Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Bài 3. Cho các số a, b, c $\in [0,1]$. Chứng minh rằng {Mở}

Bài 4. Cho đường tròn (O) bán kính R và hai điểm A, B cố định trên (O) sao cho $AB < 2R$. Giả sử M là điểm thay đổi trên cung lớn AB của đường tròn.

a) Kẻ từ B đường tròn vuông góc với AM, đường thẳng này cắt AM tại I và (O) tại N. Gọi J là trung điểm của MN. Chứng minh rằng khi M thay đổi trên đường tròn thì mỗi điểm I, J đều nằm trên một đường tròn cố định.

b) Xác định vị trí của M để chu vi ΔAMB là lớn nhất.

Bài 5. a) Tìm các số nguyên dương n sao cho mỗi số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của một số nguyên dương.

b) Cho các số x, y, z thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy + yz + zx + \frac{1}{2}(x^2(y-z)^2 + y^2(z-x)^2 + z^2(x-y)^2)$.

ĐỀ SỐ 178

Bài 1. a) Giải phương trình $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ 8y^3 + x^2 = 12 \end{cases}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2. Tìm max và min của biểu thức : $A = x^2y(4 - x - y)$ khi x và y thay đổi thỏa mãn điều kiện : $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6$.

Bài 3. Cho hình thoi ABCD. Gọi R, r lần lượt là các bán kính các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABD, ABC và a là độ dài cạnh hình thoi. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{4}{a^2}.$$

Bài 4. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c đôi một khác nhau sao cho biểu thức

$$A = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}$$
 nhận giá trị nguyên dương.

ĐỀ SỐ 179

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt[3]{2\sqrt{3}-4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{44+16\sqrt{6}}$.

b) Phân tích biểu thức $P = (x - y)^5 + (y - z)^5 + (z - x)^5$ thành nhân tử.

Bài 2. a) Cho các số a, b, c, x, y, z thỏa mãn các điều kiện
$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ x+y+z=0 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0 \end{cases}$$
 hãy tính giá trị

của biểu thức $A = xa^2 + yb^2 + zc^2$.

b) Cho 4 số a, b, c, d mỗi số đều không âm và nhỏ hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng

$$0 \leq a + b + c + d - ab - bc - cd - da \leq 2. \text{ Khi nào đẳng thức xảy ra dấu bằng.}$$

Bài 3. Cho trước a, d là các số nguyên dương. Xét các số có dạng :

$$a, a + d, a + 2d, \dots, a + nd, \dots$$

Chứng minh rằng trong các số đó có ít nhất một số mà 4 chữ số đầu tiên của nó là 1991.

Bài 4. Trong một cuộc hội thảo khoa học có 100 người tham gia. Giả sử mỗi người đều quen biết với ít nhất 67 người. Chứng minh rằng có thể tìm được một nhóm 4 người mà bất kì 2 người trong nhóm đó đều quen biết nhau.

Bài 5. Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm M nằm trong hình vuông sao cho $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$. Chứng minh rằng $\triangle MCD$ đều.

Bài 6. Hãy xây dựng một tập hợp gồm 8 điểm có tính chất : Đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm bất kì luôn đi qua ít nhất hai điểm của tập hợp đó.

ĐỀ SỐ 180

Bài 1. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{-2x^2 + x + 36}{2x + 3}$ nguyên.

Bài 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + ab + b^2 - 3a - 3b + 3$.

Bài 3. a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương m thì biểu thức $m^2 + m + 1$ không phải là số chính phương.

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương m thì $m(m + 1)$ không thể bằng tích của 4 số nguyên liên tiếp.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 4. Cho ΔABC vuông cân tại A. CM là trung tuyến. Từ A vẽ đường vuông góc với MC cắt BC tại H. Tính tỉ số $\frac{BH}{HC}$.

Bài 5. Có 6 thành phố, trong đó cứ 3 thành phố bất kì thì có ít nhất 2 thành phố liên lạc được với nhau. Chứng minh rằng trong 6 thành phố nói trên tồn tại 3 thành phố liên lạc được với nhau.

ĐỀ SỐ 181

Bài 1. a) Giải phương trình $|x+1|+|x-1|=1+|x^2-1|$

b) Tìm nghiệm nguyên của hệ
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + x - y = 8 \\ 2y^2 - x^2 - xy + 2y - 2x = 7 \end{cases}$$

Bài 2. Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^{2004} + b^{2004}$.

Bài 3. Cho ΔABC có $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $CA=5\text{cm}$. Đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh B chia tam giác thành 4 phần. Hãy tính diện tích mỗi phần.

Bài 4. Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn, có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại H (H không trùng với tâm của đường tròn). Gọi M và N lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống các đường thẳng AB và BC; P và Q lần lượt là các giao điểm của các đường thẳng MH và NH với các đường thẳng CD và DA. Chứng minh rằng đường thẳng PQ song song với đường thẳng AC và bốn điểm M, N, P, Q nằm trên cùng một đường tròn.

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} \right) + \frac{1}{4} (x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2 y^2)^2$$

ĐỀ SỐ 182

Bài 1. giải phương trình $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-1} = 2$

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2) = 15 \\ (x-y)(x^2-y^2) = 3 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$ với x, y là các số thực lớn hơn 1.

Bài 4. Cho hình vuông ABCD và điểm M nằm trong hình vuông.

a) Tìm tất cả các vị trí của M sao cho $\angle MAB = \angle MBC = \angle MCD = \angle MDA$.

b) Xét điểm M nằm trên đường chéo AC. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AB và O là trung điểm của đoạn AM. Chứng minh rằng tỉ số $\frac{OB}{CN}$ có giá trị không đổi khi M di chuyển trên đường chéo AC.

c) Với giả thiết M nằm trên đường chéo AC, xét các đường tròn (S) và (S') có các đường kính tương ứng AM và CN. Hai tiếp tuyến chung của (S) và (S') tiếp xúc với (S') tại P và Q. Chứng minh rằng đường thẳng PQ tiếp xúc với (S).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5. Với số thực a , ta định nghĩa phần nguyên của số a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và kí hiệu là $[a]$. Dãy số $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ được xác định bởi công thức $x_n = \left[\frac{n+1}{\sqrt{2}} \right] - \left[\frac{n}{\sqrt{2}} \right]$. Hỏi trong 200 số $\{x_1, x_2, \dots, x_{199}\}$ có bao nhiêu số khác 0?

ĐỀ SỐ 183

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{2-\sqrt{x}} + \frac{3+\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right)$

a) Rút gọn P

b) Cho $\frac{x-3}{4x^2} = -11$. Hãy tính giá trị của P.

Bài 2. Cho phương trình $mx^2 - 2x - 4m - 1 = 0$ (1)

a) Tìm m để phương trình (1) nhận $x = \sqrt{5}$ là nghiệm, hãy tìm nghiệm còn lại.

b) Với $m \neq 0$

Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các nghiệm x_1, x_2 trên trục số.

Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng AB không đổi (**Không chắc lắm**)

Bài 3. Cho đường tròn (O;R) đường kính AB và một điểm M di động trên đường tròn (M khác A, B) Gọi CD lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AM và BM.

a) Chứng minh rằng $CD = R\sqrt{2}$ và đường thẳng CD luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

b) Gọi P là hình chiếu vuông góc của điểm D lên đường thẳng AM. đường thẳng OD cắt dây BM tại Q và cắt đường tròn (O) tại giao điểm thứ hai S. Tứ giác APQS là hình gì? Tại sao?

c) đường thẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng MC cắt đường thẳng OC tại H. Gọi E là trung điểm của AM. Chứng minh rằng $HC = 2OE$.

d) Giả sử bán kính đường tròn nội tiếp ΔMAB bằng 1. Gọi MK là đường cao hạ từ M đến AB. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{MK + 2MA} + \frac{1}{MA + 2MB} + \frac{1}{MB + 2MK} < \frac{1}{3}$$

ĐỀ SỐ 184

Bài 1. Cho phương trình $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$.

Bài 2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.

Bài 4. đường tròn (O) nội tiếp ΔABC tiếp xúc với BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F. Đường tròn tâm (O') bàng tiếp trong góc $\angle BAC$ của ΔABC tiếp xúc với BC và phần kéo dài của AB, AC tương ứng tại P, M, N.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Chứng minh rằng : $BP = CD$.

b) Trên đường thẳng MN lấy các điểm I và K sao cho $CK \parallel AB$, $BI \parallel AC$. Chứng minh rằng : tứ giác BICE và BKCF là hình bình hành.

c) Gọi (S) là đường tròn đi qua I, K, P. Chứng minh rằng (S) tiếp xúc với BC, BI, CK.

Bài 5. Số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện : $x^2 + (3-x)^2 \geq 5$

Tìm min của $P = x^4 + (3-x)^4 + 6x^2(3-x)^2$.

ĐỀ SỐ 185

Bài 1. Giải phương trình $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 110}) = 3$.

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3 + 3yx^2 = 5 \\ y^3 + 6xy^2 = 7 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức : $2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$.

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. M, N là hai điểm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng MN bằng $R\sqrt{3}$

a) Tính độ dài MN theo R.

b) Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I. Giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, I, K cùng nằm trên một đường tròn, Tính bán kính của đường tròn đó theo R.

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔKAB theo R khi M, N thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn giả thiết của bài toán.

Bài 5. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện : $x + y + z + xy + yz + zx = 6$.

Chứng minh rằng : $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$.

ĐỀ SỐ 186

Bài 1. a) Giải phương trình : $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + \sqrt{x - 2}$.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $x + xy + y = 9$

Bài 2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x + 3y \end{cases} \quad \{\text{M}\}$$

Bài 3. Cho mười số nguyên dương 1, 2, ..., 10. Sắp xếp 10 số đó một cách tùy ý vào một hàng. Cộng mỗi số với số thứ tự của nó trong hàng ta được 10 tổng. Chứng minh rằng trong 10 tổng đó tồn tại ít nhất hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \frac{4a}{b+c-a} + \frac{3b \text{ or } 5b}{a+c-b} + \frac{16c}{a+b-c}$ Trong đó a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Bài 5. Đường tròn (C) tâm I nội tiếp ΔABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại A', B', C' .

a) Gọi các giao điểm của đường tròn (C) với các đoạn IA, IB, IC lần lượt tại M, N, P. Chứng minh rằng các đường thẳng $A'M, B'N, C'P$ đồng quy.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Kéo dài đoạn AI cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại D (khác A). Chứng minh rằng $\frac{IB \cdot IC}{ID} = r$ trong đó r là bán kính đường tròn (C).

ĐỀ SỐ 187

Bài 1. a) Giải phương trình : $\sqrt{8+\sqrt{x}} + \sqrt{5-\sqrt{x}} = 5$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} (x+1)(y+1) = 8 \\ x(x+1) + y(y+1) + xy = 17 \end{cases}$

Bài 2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng phương trình $x^2 + (a + b + c)x + ab + bc + ca = 0$ vô nghiệm.

Bài 3. Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 + 2002$ là một số chính phương.

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}$ Trong đó x, y, z là các số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$.

Bài 5. Cho hình vuông ABCD. M là điểm thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và N là điểm thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho $\angle MAN = \angle MAB + \angle NAD$.

a) BD cắt AN, AM tương ứng tại p và Q. Chứng minh rằng 5 điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi M và N thay đổi.

c) Ký hiệu diện tích của ΔAPQ là S và diện tích tứ giác PQMN là S'. Chứng minh rằng tỷ số $\frac{S}{S'}$ không đổi khi M, N thay đổi.

ĐỀ SỐ 188

Bài 1. Tìm các giá trị nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức: $(y + 2)x^2 + 1 = y^2$.

Bài 2. a) Giải phương trình : $\sqrt{x(3x+1)} - \sqrt{x(x-1)} = 2\sqrt{x^2}$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

Bài 3. Cho nửa vòng tròn đường kính $AB=2a$. Trên đoạn AB lấy điểm M. Trong nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa vòng tròn, ta kẻ 2 tia Mx và My sao cho $\angle AMx = \angle BMy = 30^\circ$. Tia Mx cắt nửa vòng tròn ở E, tia My cắt nửa vòng tròn ở F. Kẻ EE', FF' vuông góc với AB.

a) Cho $AM = a/2$, tính diện tích hình thang vuông $EE'F'F$ theo a .

b) Khi M di động trên AB. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn tiếp xúc với một vòng tròn cố định.

Bài 4. Giả sử x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn :

$$\begin{cases} x(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}) + y(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}) + z(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) = -2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1 \end{cases} \text{ .Hãy tính giá trị của } P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5. Với x, y, z là các số thực dương, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

ĐỀ SỐ 189

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left[1 - \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} \right] : \left[\frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{3 + \sqrt{x}} - \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6} \right]$$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của x để P = 1

Bài 2: (5,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\frac{x^2}{(\sqrt{x+1}+1)^2} = x - 4$

b) Tìm nghiệm nguyên của hệ:
$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ xy + yz + zx = 8 \end{cases}$$

Bài 3: (2,0 điểm).

Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $xy + yz + zx = 1$

Tính: $T = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$

Bài 4: (3,0 điểm). Cho hai dãy số cùng chiều: $a_1 \leq a_2 \leq a_3; b_1 \leq b_2 \leq b_3$

Chứng minh rằng: $(a_1 + a_2 + a_3)(b_1 + b_2 + b_3) \leq 3(a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)$

Áp dụng chứng minh rằng: với $0 \leq a \leq b \leq c$ thì $\frac{a^{2005} + b^{2005} + c^{2005}}{a^{2006} + b^{2006} + c^{2006}} \leq \frac{3}{a+b+c}$

Bài 5: (6,0 điểm).

1. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B. Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc với (O_1) và (O_2) tại C và D. Qua A kẻ đường thẳng song song với CD lần lượt cắt (O_1) và (O_2) tại M và N. Các đường thẳng BC và BD lần lượt cắt đường thẳng MN tại P và Q. Các đường thẳng CM và DN cắt nhau tại E. Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng AE vuông góc với đường thẳng CD

b) Tam giác EPQ là tam giác cân.

2. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD, AB > CD$). Hãy xác định điểm E thuộc cạnh bên BC sao cho đoạn thẳng AE chia hình thang thành hai hình có diện tích bằng nhau

ĐỀ SỐ 190

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{8\sqrt{x}+8}{x+2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}+3}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Tìm x để P có nghĩa và chứng minh rằng $P \leq 1$.

b) Tìm x thỏa mãn: $(\sqrt{x} + 1)P = 1$

Bài 2: (5,0 điểm).

a) Giải phương trình: $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2y - 2x + 3y^2 = 0 \\ x^2 + y^2x + 2y = 0 \end{cases}$$

Bài 3: (3,0 điểm). Cho $x, y, z \in R$ thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{3}{4} + (x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10})$.

Bài 4: (6,0 điểm).

1. Cho $\triangle ABC$ với $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ ($c < a$, $c < b$). Gọi M và N lần lượt là tiếp điểm của cạnh AC và cạnh BC với đường tròn tâm O nội tiếp $\triangle ABC$. Đoạn thẳng MN cắt tia AO tại P và cắt tia BO tại Q. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC.

a) Chứng minh rằng: $\frac{MP}{a} = \frac{NQ}{b} = \frac{PQ}{c}$.

b) Chứng minh rằng: Q, E, F thẳng hàng.

2. Cho tứ giác ABCD. Lấy điểm M tùy ý trên cạnh AB xác định điểm N trên cạnh DC sao cho MN chia tứ giác ABCD thành hai phần có diện tích bằng nhau

Bài 5: (2,0 điểm).

Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c = 1$. Chứng minh $b+c \geq 16abc$.

ĐỀ SỐ 191

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{3+\sqrt{x}} - \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-9}{x-9} \right)$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P nguyên.

Bài 2: (3,0 điểm). Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x+y = 1$. Chứng minh: $8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} \geq 5$

Bài 4: (3 điểm) a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Bài 4: (6,0 điểm).

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1) Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi (P), (Q) theo thứ tự là đường tròn nội tiếp hai tam giác AHB và AHC. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác BC) của (P) và (Q) cắt AB, AH, AC theo tự M, K, N. Chứng minh rằng.

- $\Delta HPQ \sim \Delta ABC$
- $KP \parallel AB, KQ \parallel AC$.
- Tứ giác BMNC nội tiếp được

2) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của ΔABC . Gọi m, n, k là độ dài các đường phân giác trong của ba góc của ΔABC . Chứng minh rằng: $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{k} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Bài 5: (2,0 điểm).

Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

ĐỀ SỐ 192

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (3,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 19 \\ x + y + xy = -7 \end{cases}$$

b) Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $xy > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 3: (5,0 điểm). Giải các phương trình.

- $\frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+8x+15} + \frac{1}{x^2+12x+35} + \frac{1}{x^2+16x+63} = \frac{1}{5}$
- $\sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+11-6\sqrt{x+2}} = 1$

Bài 4: (6,0 điểm).

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O. Tia phân giác trong góc A cắt (O) tại D. Một đường tròn (L) thay đổi nhưng luôn đi qua A, D cắt AB, AC tại điểm thứ hai lần lượt tại M, N.

- CMR: $BM = CN$
- Tìm quỹ tích trung điểm K của MN
- Tìm vị trí của (L) sao cho MN ngắn nhất.

Bài 5: (2,0 điểm). Cho tứ giác ABCD, gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Kí hiệu $S_1 = S_{\Delta AIB}; S_2 = S_{\Delta CID}; S = S_{ABCD}$

- Chứng Minh: $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} \leq \sqrt{S}$
- Khi tứ giác ABCD là hình thang thì hệ thức trên xảy ra như thế nào?

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 193

Bài 1: (5,0 điểm).

Cho phương trình : $\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{x}}} + \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{x}}} = \sqrt{2}$.

a) Tìm điều kiện của x để phương trình có nghĩa .

b) Giải phương trình .

Bài 2: (3,0 điểm). a) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^5 + y^5 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$$

Bài 3: (5,0 điểm).

a) Cho $x, y > 0$ và $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$

b) Cho các số dương a,b,c thay đổi và thỏa mãn : $a+b+c=4$.

$$\text{CMR: } \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} > 4.$$

Bài 4: (6,0 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O); H là trực tâm tam giác; M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a) Tìm vị trí của M để tứ giác BHCM là hình bình hành.

b) Gọi E, F lần lượt là 2 điểm đối xứng của M qua AB và AC. Chứng minh rằng E,H,F thẳng hàng.

Bài 5: (2,0 điểm). Cho tam giác ABC các đường cao: AA_1, BB_1, CC_1 đồng qui tại H.

Chứng minh rằng: $\frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} \geq 6$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 194

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a+1}\right)$

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tính giá trị biểu thức A khi $a = 2011 - 2\sqrt{2010}$.

Bài 2: (4,0 điểm). a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x + 3y \end{cases}$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x} = x^2 - 10x + 27$

Bài 3: (4,0 điểm).

a) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz = 1$.

Tìm GTNN của biểu thức: $E = \frac{1}{x^3(y+z)} + \frac{1}{y^3(z+x)} + \frac{1}{z^3(x+y)}$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Giải phương trình nghiệm nguyên: $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} = 3$

Bài 4: (6,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD. Điểm M thuộc cạnh AB (M khác A và B). Tia CM cắt tia DA tại N. Vẽ tia Cx vuông góc với CM và cắt tia AB tại E. Gọi H là trung điểm của đoạn NE.

1/ Chứng minh tứ giác BCEH nội tiếp được trong đường tròn.

2/ Tìm vị trí của điểm M để diện tích tứ giác NACE gấp ba diện tích hình vuông ABCD.

3/ Chứng minh rằng khi M di chuyển trên cạnh AB thì tỉ số bán kính các đường tròn nội tiếp tam giác NAC và tam giác HBC không đổi.

Bài 5: (2,0 điểm).

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC, các tiếp điểm tại D, E, F. Chứng minh rằng tích các khoảng cách hạ từ một điểm M bất kỳ trên đường tròn xuống các cạnh của tam giác ABC bằng tích các khoảng cách từ M đến các cạnh của tam giác DEF.

ĐỀ SỐ 195

Bài 1: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$

a) Rút gọn P;

b) Tìm giá trị của a để $P < 0$

Bài 2: (2,0 điểm). a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 4 \\ x^2 + y^2 = 128 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} - \sqrt{3x} = x-1$.

Bài 3: (2,0 điểm). a) Cho a, b, c > 0 chứng minh rằng: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq \frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{a+b} + 1$

b) Cho a, b, c dương và $a + b = c = 1$. Chứng minh

$$\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \leq \sqrt{6}$$

Bài 4: (2,0 điểm).

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi I là điểm trên cung nhỏ AB

(I không trùng với A và B). Gọi M, N, P theo thứ tự là hình chiếu của I trên các đường thẳng BC, CA và AB.

1. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.

2. Xác định vị trí của I để đoạn MN có độ dài lớn nhất.

3. Gọi E, F, G theo thứ tự là tiếp điểm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC với cạnh BC, CA và AB. Kẻ EQ vuông góc với GF. Chứng minh rằng QE là phân giác của góc BQC.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: (2,0 điểm). Trong đường tròn O cho 2 dây cung AB và CD cắt nhau tại M gọi N là trung điểm của BD, đường thẳng MN cắt AC tại K. Chứng minh: $\frac{AK}{KC} = \frac{AM^2}{CM^2}$

ĐỀ SỐ 196

Bài 1: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$

a. Rút gọn P

b. Tìm các giá trị của x để $P = \frac{6}{5}$

Bài 2: (2,0 điểm). a) Cho x, y, z > 0 thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{\sqrt{2x^2+y^2}}{xy} + \frac{\sqrt{2y^2+z^2}}{yz} + \frac{\sqrt{2z^2+x^2}}{zx}$

b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$x^3y + xy^3 - 3x - 3y = 17$$

Bài 3: (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $(x+1)(x+2)(x+4)(x+8) = 28x^2$

b) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ bx + cy = a \\ cx + ay = b \end{cases} \quad (a, b, c \text{ là tham số})$$

Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để hệ phương trình trên có nghiệm là: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Bài 4: (2,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) tâm O. M là điểm chính giữa cung BC không chứa điểm A. Gọi M' là điểm đối xứng với M qua O. Các đường phân giác trong góc B và góc C của tam giác ABC cắt đường thẳng AM' lần lượt tại E và F.

1/ Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp được trong đường tròn.

2/ Biết đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm I bán kính r.

Chứng minh: $IB \cdot IC = 2r \cdot IM$.

Bài 5: (2,0 điểm). Cho hình bình hành ABCD, từ B kẻ đường thẳng cắt cạnh CD tại M; từ D kẻ đường thẳng cắt cạnh BC tại N sao cho BM = DN. Gọi giao điểm của DN và BM là I. Chứng minh: Tia IA là tia phân giác của góc BID.

ĐỀ SỐ 197

Bài 1: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a - 1} \right)$

a) Rút gọn P

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm giá trị của a để $P < 1$

c) Tìm giá trị của P nếu $a = 19 - 8\sqrt{3}$

Bài 2: (2,0 điểm). a) Giải phương trình: $2006x^4 + x^4 \cdot \sqrt{x^2 + 2006} + x^2 = 2005 \cdot 2006$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} y^2 = (x+8)(x^2+2) \\ 16x - 8y + 16 = 5x^2 + 4xy - y^2 \end{cases}$$

Bài 3: (2,0 điểm). Tìm a, b, c biết a, b, c là các số dương và

$$\left(\frac{1}{a^2} + 1\right)\left(\frac{1}{b^2} + 2\right)\left(\frac{1}{c^2} + 8\right) = \frac{32}{abc}$$

Bài 4: (2,0 điểm).

a) Cho a, b, c $\in [0; 1]$. Chứng minh rằng :

$$\frac{a}{b+c+1} + \frac{b}{a+c+1} + \frac{c}{a+b+1} + (1-a)(1-b)(1-c) \leq 1$$

b) Cho 3 số x, y, z thỏa mãn $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Chứng minh rằng : $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

Bài 5: (2,0 điểm).

Cho tam giác ABC có đường cao AH. Gọi I, K là các điểm nằm ngoài tam giác ABC sao cho các tam giác ABI và ACK vuông tại I và K hơn nữa $\widehat{IAB} = \widehat{KAC}$, M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng :

a) MI = MK

b) Bốn điểm I, H, M, K thuộc cùng đường tròn

ĐỀ SỐ 198

Bài 1: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} + \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} - 1\right) : \left(1 + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} - \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1}\right)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x = \frac{1}{2}(3 + 2\sqrt{2})$

Bài 2: (2,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $x = 2005 - 2006(2005 - 2006x^2)^2$

Bài 3: (2,0 điểm).

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với a, b, c khác 0 và $a + b + c \neq 0$

$$\text{Tính } P = \left(2008 + \frac{a}{b}\right) \left(2008 + \frac{b}{c}\right) \left(2008 + \frac{c}{a}\right)$$

Bài 4: (2,0 điểm). Cho ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. vẽ đường tròn tâm O qua B và C. Qua A vẽ tiếp tuyến AE, AF với đường tròn (O); Gọi I là trung điểm BC, N là trung điểm EF.

a. Chứng minh rằng các điểm E, F luôn nằm trên một đường tròn cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

b. Đường thẳng FI cắt đường tròn (O) tại K. Chứng minh rằng: EK song song với AB.

c. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI chạy trên một đường thẳng cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

Bài 5: (2,0 điểm). Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, các tiếp điểm của (O) và các cạnh BC, CA, AB lần lượt là D, E, F. Kẻ $BB_1 \perp AO$, $AA_1 \perp BO$. Chứng minh rằng 4 điểm D, E, A, B thẳng hàng.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 199

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$

- a) Rút gọn P
- b) Tìm x để $P \leq 0$

Bài 2: (4,0 điểm).

- a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^5 + y^5 = 11 \end{cases}$$

- b) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+3} - \sqrt[3]{6-x} = 1$

Bài 3: (4,0 điểm). a) Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c = 1$. Chứng minh $b+c \geq 16abc$.

b) Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $xy > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $M = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 4: (6,0 điểm). 1. Cho hình vuông ABCD cạnh là a. Trên đường chéo AC lấy điểm E và F sao cho

$\angle EBF = 45^\circ$. Đường thẳng BE, BF cắt AD và CD lần lượt tại M và N. MF và NE cắt nhau tại H, BH cắt MN tại I.

- a. Chứng minh $AB = BI$.

- b. Tìm vị trí của M và N sao cho diện tích tam giác MDN lớn nhất.

2. Cho tứ giác ABCD. Lấy điểm M tùy ý trên cạnh AB xác định điểm N trên cạnh DC sao cho MN chia tứ giác ABCD thành hai phần có diện tích bằng nhau

Bài 5: (2,0 điểm). Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{7}$

ĐỀ SỐ 200

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{2a+1}{\sqrt{a^3}} - \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} \right) \left(\frac{1 + \sqrt{a^3}}{1 + \sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$

- a) Rút gọn P
- b) Xét dấu của biểu thức $P \cdot \sqrt{1-a}$

Bài 2: (5,0 điểm).

- a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{1 + 2005^2} + \frac{2005^2}{2006^2} + \frac{2005}{2006}$

- b) Tìm nghiệm nguyên của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3 \end{cases}$$

Bài 3: (4,0 điểm).

- a) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn

$$x \geq y \geq z \text{ và } 3z - 3x^2 = z^2 = 16 - 4y^2$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $zy + yz + zx$

- b) Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c và chu vi $2p = a + b + c$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Chứng minh rằng : } \frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

Bài 4. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi I là điểm trên cung nhỏ AB (I không trùng với A và B). Gọi M, N, P theo thứ tự là hình chiếu của I trên các đường thẳng BC, CA và AB.

a) Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.

b) Xác định vị trí của I để đoạn MN có độ dài lớn nhất.

c) Gọi E, F, G theo thứ tự là tiếp điểm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC với cạnh BC, CA và AB. Kẻ EQ vuông góc với GF. Chứng minh rằng QE là phân giác của góc BQC.

Bài 5: (2,0 điểm).

Ở miền trong hình vuông ABCD lấy điểm M sao cho $\angle MBA = \angle MAB = 15^\circ$

Chứng minh rằng : Tam giác MCD đều

ĐỀ SỐ 201

Bài 1: (4,0 điểm).

Cho biểu thức: $P = \frac{3(x + \sqrt{x} - 3)}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - 1 \right)$

a/ Rút gọn P

b/ Tìm các giá trị x nguyên để P nguyên ;

c/ Tìm các giá trị của x để $P = \sqrt{x}$

Bài 2: (5,0 điểm). a) Giải hệ phương trình: $$\begin{cases} (a+b)^4 = 6a^2b^2 - 215 \\ ab(a^2 + b^2) = -78 \end{cases}$$

b) Giải phương trình:
$$\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$$

Bài 3: (4,0 điểm).

a. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = \frac{5}{3}$

Chứng minh rằng
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{z} \left(1 + \frac{1}{xy} \right)$$

b. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác biết: $(a+b)(b+c)(c+a) = 8abc$

Chứng minh rằng tam giác đã cho là tam giác đều

Bài 4: (2,0 điểm). a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình sau: $7x^2 + 13y^2 = 1820$.

b) Cho x, y, z > 0, x + y + z = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $C = (xyz)(x+y)(y+z)(z+x)$

Bài 5: (5,0 điểm). Cho đoạn thẳng AB có trung điểm là O. Trên nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (O). Từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H lên AC và CB.

a) Chứng minh rằng: OC vuông góc với MN;

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Qua A kẻ đường thẳng d vuông góc với AB. Tiếp tuyến với (O) tại điểm C cắt đường thẳng d ở K. Chứng minh rằng: BK; CH; MN đồng quy.

ĐỀ SỐ 202

Bài 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức : $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị của x thỏa mãn : $P\sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$

Bài 2: (5,0 điểm). a) Giải hệ:
$$\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185 \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65 \end{cases}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}.$$

b) Giải phương trình:

Bài 3: (4,0 điểm). a) Cho a, b, c, d > 0. Chứng minh rằng :

$$1 < \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+d} + \frac{c}{c+d+a} + \frac{d}{d+a+b} < 2$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{4a}{b+c-a} + \frac{9b}{a+c-b} + \frac{16c}{a+b-c}$. Với a, b, c

là độ dài 3 cạnh của tam giác

Bài 4: (5,0 điểm). Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn. ở bên ngoài tam giác vẽ hai nửa đường tròn có đường kính là AB và AC. Một đường thẳng d quay quanh A cắt hai nửa đường tròn lần lượt tại M và N (khác A)

a) Chứng minh đường trung trực của MN đi qua một điểm cố định

b) Giả sử $\triangle ABC$ cân tại A. Xác định vị trí của đường thẳng d để diện tích tứ giác BCNM lớn nhất

Bài 5: (2,0 điểm). Cho tam giác ABC cân ở A, đường cao AH bằng 10cm, đường cao BK bằng 12cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

ĐỀ SỐ 203

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức : $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

a) Tìm giá trị của x để P xác định

b) Rút gọn P

c) Tìm x sao cho $P > 1$

Bài 2: (5 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Giải phương trình: $x \cdot \frac{3-x}{x+1} \left(x + \frac{3-x}{x+1} \right) = 2$

Bài 3: (3 điểm)

Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức

$$x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$$

Bài 4: (2 điểm)

Cho 4 số x, y, z, t . Thỏa mãn $(x+y)(z+t)+xy+88 = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 + 9y^2 + 6z^2 + 24t^2$

Bài 5: (6 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A ở ngoài đường tròn. Từ một điểm M di động trên đường thẳng $d \perp OA$ tại A , vẽ các tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Dây BC cắt OM và OA lần lượt tại H và K .

a) Chứng minh rằng $OA.OK$ không đổi, từ đó suy ra BC luôn đi qua một điểm cố định.

b) Chứng minh rằng H di động trên một đường tròn cố định.

c) Cho biết $OA = 2R$, hãy xác định vị trí của điểm M để diện tích tứ giác $MBOC$ nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 204

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4} \right) \left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x} \right)$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 16\sqrt{2} & (1) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 8 & (2) \\ x + y + z = 2\sqrt{2} & (3) \end{cases}$$

b) Giải phương trình $\sqrt[3]{x^2+26} + 3\sqrt{x} + \sqrt{x+3} = 8$ (1)

Bài 3: (4 điểm)

a) Tìm mọi cặp số nguyên dương (x; y) sao cho $\frac{x^4+2}{x^2y+1}$ là số nguyên dương.

b) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz \geq x + y + z + 2$ tìm giá trị lớn nhất của $x + y + z$

Bài 4: (2 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a^5+b^5+ab} + \frac{bc}{b^5+c^5+bc} + \frac{ca}{c^5+a^5+ca} \leq 1$$

Bài 5: (5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MN và MP với đường tròn (O) (M, N là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng $MN^2 = MP^2 = MA \cdot MB$

b) Dựng vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác MNOP là hình vuông.

c) Chứng minh rằng tâm của đường tròn nội tiếp và tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP lần lượt chạy trên hai đường cố định khi M di động trên đường thẳng d.

ĐỀ SỐ 205

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ Tìm Max A.

Bài 2: (5 điểm) a) Giải hệ phương trình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ x + z = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

b) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 2006$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2006}$

Chứng minh rằng ít nhất một trong ba số x, y, z bằng 2006.

Áp dụng giải phương trình sau: $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{2x-2}$.

Bài 3: (2 điểm) Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn: $x + y + z = 2$

Tìm GTNN của $P = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

Bài 4: (4 điểm) a) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$x^2y^2 - x^2 - 8y^2 = 2xy \quad (1)$$

b) Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình

$$(m-4)x + (m-3)y = 1$$

(m là tham số). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Bài 5: (5 điểm)

Cho đường tròn (O;R) đường kính AB cố định. H là điểm thuộc đoạn OB sao cho

HB = 2HO. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Gọi E là điểm di động trên cung nhỏ CB sao cho E không trùng với C và B. Nối A với E cắt CD tại I.

a/ Chứng minh rằng $AD^2 = AI \cdot AE$

b/ Tính $AI \cdot AE - HA \cdot HB$ theo R

c/ Xác định vị trí điểm E để khoảng cách từ H đến tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDIE ngắn nhất.

ĐỀ SỐ 206

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng: $0 < A < 2$.

Bài 2: (5 điểm) a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0 \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0 \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $x^3 - 3x^2 + 9x - 9 = 0$

Bài 3: (2 điểm) Giả sử x, y là các số dương thỏa mãn đẳng thức: $x + y = \sqrt{10}$

Tìm giá trị của x và y để biểu thức: $P = (x^4 + 1)(y^4 + 1)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.

Bài 4: (4 điểm) a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^3 + y^3 + 6xy = 21$.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^3 + b^3 + c^3$$

Bài 5: (6 điểm)

1. Cho đường tròn tâm O , đường kính $BC = 2R$. Từ điểm P trên tia tiếp tuyến của đường tròn tại B , vẽ tiếp tuyến thứ hai PA (A là tiếp điểm) với đường tròn. Gọi H là hình chiếu của A lên BC , E là giao điểm của PC và AH .

a) Chứng minh E là trung điểm của AH .

b) Tính AH theo R và khoảng cách $d = PO$.

2. Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\angle A = \angle D = 90^\circ$) và $DC = 2AB$. Gọi H là hình chiếu của D trên đường chéo AC và M là trung điểm của đoạn HC . Chứng minh rằng $BM \perp MD$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 207

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

a) Rút gọn A

b) CM: $A \geq 0$

Bài 2: (5 điểm) a) Tìm x, y, z thỏa mãn hệ sau:

$$\begin{cases} x^3 - 3x - 2 = 2 - y \\ y^3 - 3y - 2 = 4 - 2z \\ z^3 - 3z - 2 = 6 - 3x \end{cases}$$

b) Giải phương trình sau: $3(x+5)(x+6)(x+7) = 8x$

Bài 3: (2 điểm) Cho các số dương a; b; c thỏa mãn $a + b + c \leq 3$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2+b^2+c^2} + \frac{2009}{ab+bc+ca} \geq 670$

Bài 4: (3 điểm)

a) Giả sử a, b, c là những số thực thỏa mãn a, b, c $\neq 0$ và

$$a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

Chứng minh rằng: $\frac{a^6+b^6+c^6}{a^3+b^3+c^3} = abc$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} \text{ với } x > 0; y > 0; z > 0 \text{ và } \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 1$$

Bài 5: (6 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Điểm M thuộc cung nhỏ BC. gọi I, K, H theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M trên AB; AC; BC. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB; HK.

a) Chứng minh $MQ \perp PQ$.

b) Chứng minh: $\frac{AB}{MI} + \frac{AC}{MK} = \frac{BC}{MH}$

c) Cho tam giác ABC đều. Xác định vị trí của điểm M trên cung BC để $MA + MB + MC$ đạt giá trị lớn nhất

ĐỀ SỐ 208

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $M = \left(\sqrt{a+1} - \frac{1}{\sqrt{a+1}} \right) \left(\frac{a^2 + 3\sqrt{a+1} - 2a}{a} + 2 - a \right)$

a. Tìm điều kiện để cho biểu thức M có nghĩa.

b. Chứng minh rằng biểu thức M không phụ thuộc vào a.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2: (5 điểm) a) Giải phương trình : $\frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 - 4x + 5} - \frac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 6x + 5} = -\frac{1}{4}$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 3: (4 điểm)

Ba số x, y, z thỏa mãn hệ thức : $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 6$. Xét biểu thức : $P = x + y^2 + z^3$.

a. Chứng minh rằng: $P \geq x + 2y + 3z - 3$?

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của P ?

Bài 4: (5 điểm) Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và tia tiếp tuyến Bx của nửa đường. Trên tia Bx lấy 2 điểm C, D (C: nằm giữa B và D). Các tia AC và AD lần lượt cắt đường tròn tại E và F; hai dây AE và BF cắt nhau tại M. Hai tia AF và BE cắt nhau tại N. Chứng minh rằng:

a) $MN \parallel Bx$.

b) Tứ giác CDFE nội tiếp được.

Bài 5: (2 điểm)

Cho tam giác có số đo các cạnh lần lượt là 6; 8 và 10. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp đến tâm đường tròn nội tiếp của tam giác.

ĐỀ SỐ 209

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$.

a) Tìm điều kiện xác định của M và rút gọn biểu thức M .

b) Tìm giá trị của M với $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Bài 2: (5 điểm) a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x + y + 1}{x + 2y} + \frac{x + 2y}{x + y + 1} = 2 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

b) Tìm $(x; y)$ thỏa mãn $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$

Bài 3: (2 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\left(1 + \frac{1}{a}\right)^4 + \left(1 + \frac{1}{b}\right)^4 + \left(1 + \frac{1}{c}\right)^4 \geq 3\left(1 + \frac{3}{2 + abc}\right)^4.$$

Bài 4: (4 điểm) a) Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn: $x + y + z \leq 3$

Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + 3(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})$.

b) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2y^2 - x^2 - 8y^2 = 2xy$ (1)

Bài 5: (5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng (d) không đi qua tâm O cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm phân biệt A, B. Điểm M chuyển động trên (d) và nằm ngoài đường

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

tròn $(O; R)$, qua M kẻ hai tiếp tuyến MN và MP tới đường tròn $(O; R)$ (N, P là hai tiếp điểm).

- Chứng minh rằng tứ giác $MNOP$ nội tiếp được trong một đường tròn, xác định tâm đường tròn đó.
- Chứng minh $MA.MB = MN^2$.
- Xác định vị trí điểm M sao cho tam giác MNP đều.
- Xác định quỹ tích tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP .

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 210

Câu 1 (3,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n để hai số $n+26$ và $n-11$ đều là lập phương của hai số nguyên dương nào đó.

Câu 2 (4,0 điểm)

Giả sử a là một nghiệm của phương trình: $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{2a - 3}{\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3)} + 2a^2}$$

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Giải phương trình

$$\sqrt{8x+1} = x^2 + 3x - 1$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

Câu 4 (7,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua điểm M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Gọi D là điểm di động trên cung lớn AB (D không trùng với A, B và điểm chính giữa của cung) và C là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với đường tròn $(O; R)$.

a) Giả sử H là giao điểm của các đường thẳng OM với AB . Chứng minh rằng $MH.MO = MC.MD$, từ đó suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác HCD luôn đi qua một điểm cố định.

b) Chứng minh rằng nếu dây AD song song với đường thẳng MB thì đường thẳng AC đi qua trọng tâm G của tam giác MAB .

c) Kẻ đường kính BK của đường tròn $(O; R)$, gọi I là giao điểm của các đường thẳng MK và AB . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MBI theo R , khi biết $OM = 2R$.

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $abc + a + b = 3ab$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{ab}{a+b+1}} + \sqrt{\frac{b}{bc+c+1}} + \sqrt{\frac{a}{ca+c+1}} \geq \sqrt{3}.$$

ĐỀ 211

Câu 1. (1,5 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Đơn giản biểu thức:

$$A = \sqrt[3]{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}}$$

Câu 2. (3 điểm)

Chứng minh rằng:

$$\sqrt[3]{5\sqrt{\frac{32}{5}}} - \sqrt[5]{\frac{27}{5}} = \sqrt[5]{\frac{1}{25}} + \sqrt[5]{\frac{3}{25}} - \sqrt[5]{\frac{9}{25}}$$

Câu 3. (3 điểm)

Giải hệ ph-ơng trình:

$$\begin{cases} |xy - 4| = 8 - y^2 \\ xy = 2 + x^2 \end{cases}$$

Câu 4. (2,5 điểm)

Cho x và y là các số thực thoả mãn:

$$(x^2 + y^2)^3 + 4x^2 + y^2 + 6x + 1 = 0$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x^2 + y^2$

Câu 5. (2 điểm)

Cho các số thực a, b, c thoả mãn:

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{1+c^2} = 2$$

Chứng minh rằng $(ab + bc + ca)^2 + 6a^2b^2c^2 \leq 3$

Câu 6. (8 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh là a. Trên các cạnh AD và CD lần l-ợt lấy các điểm M và N sao cho

$\widehat{MBN} = 45^\circ$, BM và BN cắt AC theo thứ tự tại E và F.

- Chứng tỏ 4 điểm M, E, F, N cùng nằm trên một đ-ờng tròn.
- MF và NE cắt nhau tại H, BH cắt MN tại I. Tính BI theo a.
- Tìm vị trí của M và N sao cho diện tích tam giác MDN lớn nhất.

ĐỀ 212

Câu 1 (3,5 điểm): Cho biểu thức: $A = \left(\sqrt{a} + \frac{b - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) : \left(\frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \right)$

- Rút gọn A.
- Tính giá trị của A biết: $a = 6 - 2\sqrt{5}$ và $b = 5$

Câu 2 (3,5 điểm):

Cho đ-ờng thẳng (d) có ph-ơng trình : $2(1-m)x + (2-m)y + 2 = 0$ (m là tham số)

- Tìm m để đ-ờng thẳng (d) đi qua điểm A(2;1).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- b) Chứng minh rằng các đ-ờng thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi giá trị của m.
- c) Tìm m để đ-ờng thẳng (d) cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất.

Câu 3 (2,0 điểm): Tìm nghiệm nguyên d-ơng của ph-ơng trình:

$$5x + 7y = 112$$

Câu 4 (3,0 điểm): Cho $a > 0$; $b > 0$ và $a + b = 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$

Câu 5 (2,5 điểm): Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có diện tích là S, $CD = \frac{3}{2}AB$. Gọi

E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE. Tính diện tích tứ giác EMFN theo S.

Câu 6 (4,5 điểm): Cho nửa đ-ờng tròn (O) đ-ờng kính BC = 2R và A là một điểm trên nửa đ-ờng tròn đó. Vẽ AH vuông góc với BC. Gọi I và K lần l-ợt là các điểm đối xứng của H qua AB và AC.

- a) Chứng minh ba điểm: I, A, K thẳng hàng.
- b) Chứng minh IK là tiếp tuyến của nửa đ-ờng tròn (O).
- c) Xác định vị trí của điểm H trên BC để diện tích tứ giác BIKC đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu 7 (1,0 điểm): Cho hai đa thức $P(x) = 1 + x + x^9 + x^{25} + x^{49} + x^{81}$ và $Q(x) = x^3 - x$

Tìm đa thức d- của phép chia P(x) cho Q(x).

ĐỀ 213

Câu1: Hãy phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a: $x^4z^2 + x^3z^2y^2 - x^3z^3 - x^2y^2z^3$

b: $x^2 - 7x + 6$

c: $x(x^7 + x + 1) + 1 - x^2$

Câu2: Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$$

a: Rút gọn biểu thức A

b: Tính giá trị của A khi : $|x-6| = \frac{1}{2}$

Câu3:

a: Chứng minh rằng nếu x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác thì ta luôn có:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2x^2z^2 - (x^4 + y^4 + z^4) > 0$$

b: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức :

$$B = \frac{x^4 + 1}{(x^2 + 1)^2}$$

Câu 4: Cho hình thang ABCD có đáy lớn AB. Qua C kẻ CI song song với AD Q qua D kẻ DK song song với CB (K, J ∈ AB). CI cắt DB ở M, DK cắt AC ở N.

a: Chứng minh : MN // DC

b: Gọi S là diện tích của tam giác ADB . Chứng minh :

$$4S \leq DN \cdot AB + AN \cdot DB + BN \cdot AD.$$

Câu 5: Cho tam giác ABC (AB > AC) có góc A = α. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho BD = AC. Lấy điểm E là trung điểm của BC. Tính góc FEB

Câu 6: Chứng minh rằng số : $(p^4 - 1)$

Trong đó p là số nguyên tố lớn hơn 5, luôn chia hết cho 240

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ 214

Bài 1: (2.0 điểm)

Cho x và y là các số hữu tỉ thỏa mãn đẳng thức: $(x + y)^3 = xy(3x + 3y + 2)$

Chứng minh rằng: $\sqrt{1 - xy}$ là một số hữu tỉ.

Bài 2: (2,0 điểm)

Cho 100 số tự nhiên $a_1, a_2, \dots, a_{100}$ thỏa mãn: $\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{100}}} = 19$

Chứng minh rằng: Trong 100 số tự nhiên đó, tồn tại 2 số bằng nhau.

Bài 3: (2.0 điểm)

Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn. Kẻ các đường cao AD, BE của tam giác ABC. Trên đoạn AD lấy điểm P sao cho $\angle BPC = 90^\circ$; trên đoạn BE lấy điểm Q sao cho $\angle AQC = 90^\circ$.

Chứng minh rằng: Tam giác CPQ là tam giác cân.

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho n là số tự nhiên và d là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng: $n^2 + d$ không là số chính phương.

Bài 5: (2,5 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức : $P = 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}$

ĐỀ 215

Câu 1: (2,0 điểm)

Thực hiện tính:

$$\frac{\sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{(x + 12)\sqrt{x} - 6x - 8}}{\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \sqrt{\sqrt{2} + 1} \cdot \sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}}}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Chứng minh: $21^{39} + 39^{21} : 45$

b) Tìm a, b thuộc $\mathbb{N}^*$ sao cho:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = \frac{2}{7}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3: (6,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z} = \frac{1}{2}(x+y+z)$
- b) Tìm k để phương trình: $x^2 - (2+k)x + 3k = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 10.
- c) Cho biểu thức: $A = x\sqrt{3+y} + y\sqrt{3+x}$, với $x \geq 0, y \geq 0; x+y = 2012$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Câu 4: (5,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp (O;R). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại I.

- a) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.
- b) Giả sử góc $BAC = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác AEOF theo R.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác đều ABC. Một tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt các cạnh AB và AC của tam giác ABC theo thứ tự ở P và Q.

Chứng minh rằng:

- a) $PQ^2 + AP \cdot AQ = AP^2 + AQ^2$
- b) $\frac{AP}{BP} + \frac{AQ}{CQ} = 1$

ĐỀ 216

Câu 1. Giải phương trình

- g. $x^2 - 10x + 27 = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-4}$
- h. $\sqrt{2011-x^2} - \sqrt{2006-x^2} = 2$
- i. $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 4x - x^2$

Câu 2.

- j. Cho $B = \underbrace{11\dots11}_{n} \underbrace{22\dots22}_{n+1} 5$; B là một số gồm n chữ số 1, n + 1 chữ số 2 và một chữ số 5. Chứng minh B là số chính phương.
- k. Cho p là số nguyên tố; $p \geq 5$. Chứng minh rằng nếu $2p+1$ là số nguyên tố thì: $2p^2+1$ là hợp số.
- l. Chứng minh không tồn tại cặp giá trị nguyên (x; y) thỏa mãn: $x^2 - 2 - 2y^2 = 2011$
- m. Cho $x, y, z > 0$ và $x+y+z \geq 1$, chứng minh: $\frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{z^2} + \frac{z^3}{x^2} \geq 1$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3.

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước), Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M trên cạnh AB, N trên cạnh AC, P và Q ở trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC.

1. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.
2. Dựng hình vuông EFGH nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và compa. Tính diện tích của hình vuông đó.

Câu 4

1. Tìm số tự nhiên n để $A = n^2 + n + 28$ là một số chính phương.
2. Chứng minh rằng các số tự nhiên dạng $\overline{abcdabcd}$ ($a \neq 0$) đồng thời chia hết cho 73 và 137.

Câu 5

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = \sqrt{2008 - 3x} + \sqrt{2009 + 3x}.$$

Cho biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{2\sqrt{x} + 1} + \frac{7\sqrt{x}}{4x - 1} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} + 1} \right).$

1. Tìm điều kiện để C có nghĩa và rút gọn C.
2. Tìm giá trị của x sao cho $C = \frac{8}{3}$.
3. Tìm giá trị của x sao cho $C < 2$.

ĐỀ 217

Bài I (2 điểm):

Cho biểu thức $M = 1 - \left[\frac{2x - 1 + \sqrt{x}}{1 - x} + \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{1 + x\sqrt{x}} \right] : \left[\frac{(x - \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{2\sqrt{x} - 1} \right]$

- a) Rút gọn biểu thức M.
- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2010 - M$ khi $x \geq 4$
- c) Tìm các số nguyên x để giá trị của M cũng là số nguyên.

Bài II (2 điểm):

- 1) Chứng minh rằng nếu a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2011$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2011$ thì một trong 3 số a, b, c phải có một số bằng 2011.
- 2) Cho phương trình $x^3 - m(x + 2) + 8 = 0$
 - a) Tìm m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Khi phương trình có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 . Chứng minh rằng

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3x_1x_2x_3.$$

Bài III (2,5 điểm):

1) Giải phương trình: $x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^5 + y^5 = 11 \end{cases}$$

3) Cho các hàm số $y = x^2$; $y = -x + 2$

a) Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đồ thị những hàm số đã cho và tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB, biết rằng A có hoành độ dương.

b) Xác định tọa độ của điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = x^2$ sao cho tam giác AMB cân tại M.

Bài IV (2,5 điểm):

Cho đường tròn (O;R) và một điểm A ở ngoài đường tròn. Từ một điểm M di động trên đường thẳng $d \perp OA$ tại A, vẽ các tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Dây BC cắt OM và OA lần lượt tại H và K.

a) Chứng minh rằng $OA \cdot OK = R^2$.

b) Chứng minh rằng H di động trên một đường tròn cố định.

c) Cho biết $OA = 2R$, hãy xác định vị trí của điểm M để diện tích tứ giác MBOC nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Bài V (1 điểm):

Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $b^2 + c^2 \leq a^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
$$P = \frac{1}{a^2}(b^2 + c^2) + a^2\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)$$

.....**Hết**.....
ĐỀ 218

Bài 1.

Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) A = \frac{1}{1 + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{13}} \dots + \frac{1}{\sqrt{2001} + \sqrt{2005}} + \frac{1}{\sqrt{2005} + \sqrt{2009}}$$

$$b) B = x^3 - 3x + 2000 \text{ với } x = \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}$$

Bài 2.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy xét ba đ-ờng thẳng có ph-ơng trình :

$$(d_1) : x - 5y + k = 0 ; (d_2) : (2k - 3)x + k(y - 1) = 0 ; (d_3) : (k + 1)x - y + 1 = 0$$

Tìm các giá trị của tham số k để ba đ-ờng thẳng đó đồng quy.

Bài 3.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Giải hệ phương trình : } \begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

Bài 4.

Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AC và BD vuông góc với nhau. Điểm M thay đổi trên cung nhỏ BC (M khác B và C) và điểm N thay đổi trên cung nhỏ CD sao cho góc $MAN = \text{góc } MAB + \text{góc } NAD$. Dây AM cắt dây BC tại E , dây AN cắt dây CD tại F .

- 1) Chứng minh rằng ta luôn có :
 - Góc $AEB = \text{góc } AEF$.
 - Đường thẳng EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.
- 2) Đặt góc $MAB = \alpha$, tính diện tích tam giác AEF theo R và α .

Bài 5.

Chứng minh rằng: $21 \cdot \left(a + \frac{1}{b}\right) + 3 \cdot \left(b + \frac{1}{a}\right) \geq 80$ với $\forall a \geq 3, \forall b \geq 3$.

Dấu bằng xảy ra khi nào ?

ĐỀ 219

Câu 1 (3 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n để $A = n^2 + n + 28$ là một số chính phương.
2. Chứng minh rằng các số tự nhiên dạng $\overline{abcdabcd}$ ($a \neq 0$) đồng thời chia hết cho 73 và 137.

Câu 2 (2 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \sqrt{2008 - 3x} + \sqrt{2009 + 3x}$.

Câu 3 (3 điểm)

Cho biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1} - \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{7\sqrt{x}}{4x-1} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+1} \right)$.

1. Tìm điều kiện để C có nghĩa và rút gọn C .
2. Tìm giá trị của x sao cho $C = \frac{8}{3}$.
3. Tìm giá trị của x sao cho $C < 2$.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường thẳng $(d_1): y = -2mx + 2m$ (tham số $m \neq 0$).

1. Viết phương trình các đường thẳng (d_2) đối xứng với (d_1) qua trục Ox , (d_3) đối xứng với (d_1) qua trục Oy và (d_4) đối xứng với (d_1) qua gốc tọa độ O .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2. Tứ giác xác định bởi 4 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) và (d_4) là hình gì? Tại sao? Xác định giá trị của m để tứ giác này là hình vuông.

Câu 5 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 5 - m = 0$ với m là tham số.

1. Xác định giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt.
2. Xác định giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{30}$.

Câu 6 (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C và D là một điểm tùy ý trên cạnh AC (D khác A và khác C). Gọi (O_1) , (O_2) lần lượt là các đường tròn có tâm O_1 , O_2 , qua D và tiếp xúc với AB tại A, B. Gọi E là giao điểm của (O_1) và (O_2) (E khác D).

1. Chứng minh đường thẳng DE luôn qua một điểm cố định khi D di chuyển trên cạnh AC.
2. Chứng minh các góc BAC và DEC bằng nhau.
3. Cho góc ABC bằng 60° . Xác định tỉ số $\frac{CD}{CA}$ để đoạn thẳng O_1O_2 là ngắn nhất.

ĐỀ 220

Câu 1: (3 điểm)

Chứng minh rằng với mọi x, y nguyên thì

$$A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4 \text{ là số chính phương}$$

Câu 2: (3 điểm)

Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^3 - y^3 - 2y^2 - 3y - 1 = 0$

Câu 3: (2 điểm)

Giải phương trình. $\sqrt{x+6} - 4\sqrt{x+2} + \sqrt{x+11} - 6\sqrt{x+2} = 1$

Câu 4: (2 điểm)

Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $xy + yz + zx = 1$

$$\text{Tính: } T = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$$

Câu 5: (4 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

$$\text{thức: } P = \sqrt{\frac{ab}{c+ab}} + \sqrt{\frac{bc}{a+bc}} + \sqrt{\frac{ca}{b+ca}}.$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 6: (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Từ một điểm I nằm trong tam giác ta kẻ $IM \perp BC$, $IN \perp AC$, $IK \perp AB$. Đặt $AK = x$; $BM = y$; $CN = z$.

Tìm vị trí của I sao cho tổng $x^2 + y^2 + z^2$ nhỏ nhất.

Câu 7: (3 điểm)

Cho tứ giác ABCD, gọi I là giao điểm của hai đường chéo.

Kí hiệu $S_1 = S_{\triangle AIB}$; $S_2 = S_{\triangle CID}$; $S = S_{ABCD}$

a. Chứng Minh: $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} \leq \sqrt{S}$

b. Khi tứ giác ABCD là hình thang thì hệ thức trên xảy ra như thế nào?

ĐỀ 221

Bài 1 (4đ). Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a) $4x^2 - 49 - 12xy + 9y^2$

b) $x^2 + 7x + 10$

Bài 2 (4đ) Cho

$$A = \frac{1}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x - 4}{x - 5}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nguyên.

Bài 3 (4đ). Giải phương trình

a) $|2x + 1| = 3x - 2$

b) $x^2 - 2 = (2x + 3)(x + 5) + 23$

Bài 4 (6đ). Tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AD, BE, CF gặp nhau tại H. Đường thẳng vuông góc với AB tại B và đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt nhau tại G.

a) Chứng minh rằng GH đi qua trung điểm M của BC.

b) $\triangle ABC \sim \triangle AEF$

c) $\widehat{BDF} = \widehat{CDE}$

d) H cách đều các cạnh của tam giác DEF

Bài 5 (1đ). Cho ba số thực x, y và z sao cho $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$$

Bài 6 (1đ). Giải bất phương trình $\frac{2007}{-x} < 2008$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ 222

Bài 1: a) Giải phương trình: $x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10 = 0$.

b) Tìm x, y thỏa mãn: $x - 2\sqrt{x-1} = -y + 4\sqrt{y-4}$.

Bài 2. Rút gọn $A = \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{2-\sqrt{3}}+2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{2+\sqrt{3}}-2\sqrt{2}}$.

Bài 3. Tìm GTNN (nếu có) của các biểu thức sau:

$$P = \sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{4x^2 - 20x + 25}.$$

$$Q = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x + 2008.$$

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên đường kính AB lấy hai điểm I và J đối xứng nhau qua O. M là một điểm (khác A và B) trên (O); các đường thẳng MO, MI, MJ thứ tự cắt (O) tại E, F, G; FG cắt AB tại C. Đường thẳng đi qua F song song AB cắt MO, MJ lần lượt tại D và K. Gọi H là trung điểm của FG.

a) Chứng minh tứ giác DHEF nội tiếp được.

b) Chứng minh CE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

ĐỀ 223

1. Cho $(x + \sqrt{x^2 + 3})(y + \sqrt{y^2 + 3}) = 3$. Tính giá trị biểu thức $A = x + y$ (1,0 điểm)

2. Cho $x > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức (1,0 điểm)

$$B = \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 - \left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right) - 2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + x^3 + \frac{1}{x^3}}$$

3. Giải phương trình: $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$ (1,0 điểm)

4. Trong (Oxy) cho đường thẳng $(d_1): y = 3 - m(x - 2)$;
 $(d_2): y + 3 - m(x + 2) = 0$ (2,0 điểm)

a. Tìm điểm cố định A của (d_1) , B của (d_2) . Viết phương trình đường thẳng AB (1,0 điểm)

b. Tìm quỹ tích giao điểm M của (d_1) và (d_2) (0,5 điểm)

c. Xác định m để điểm M trùng điểm A (0,5 điểm)

1. Cho đường thẳng (d) , trên đường thẳng vuông góc với (d) tại H (H nằm trên (d)), lấy điểm A, trên (d) lấy điểm T (T khác H) (2,0 điểm)

a. Dựng tâm O của đường tròn (O) đi qua A và tiếp xúc (d) tại T (1,0 điểm)

b. Đường thẳng qua T vuông góc với AT cắt AH tại B, cắt (O) tại C, Cho $AH = h$, $HT = x$. Tính bán kính đường tròn (O) theo h và x (0,5 điểm)

c. Tiếp tuyến đường tròn (O) tại A cắt (d) tại E, AC cắt (d) tại D. Xác định x để T là trung điểm ED (0,5 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ 224

1. Phân tích đa thức thành nhân tử
 $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$ (1,0 điểm)
2. Tìm a, b, c để tam thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ chia hết cho $x + 2$, còn khi chia cho $x^2 - 1$ thì dư là $x + 5$ (1,0 điểm)
3. Chứng minh đẳng thức
$$\frac{x^3(y^2 - z^2) + y^3(z^2 - x^2) + z^3(x^2 - y^2)}{x^3(y - z) + y^3(z - x) + z^3(x - y)} = \frac{yz + zx + xy}{x + y + z}$$
 (1,0 điểm)
4. Cho biểu thức : $A = \frac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$. Tìm x để A lớn nhất (1,0 điểm)
5. Giải phương trình:
$$\frac{x}{2000} + \frac{x+1}{2001} + \frac{x+2}{2002} + \frac{x+3}{2003} + \frac{x+4}{2004} + \frac{x+5}{2005} + \frac{x+6}{2006} + \frac{x+7}{2007} + \frac{x+8}{2008} = 9$$
 (1,5 điểm)
6. Cho hình thang ABCD đáy nhỏ BC. Từ trung điểm I của CD, kẻ đường thẳng $d \parallel AB$, $AH \perp d$, $BE \perp d$. Chứng minh $S_{ABEH} = S_{ABCD}$ (1,5 điểm)

ĐỀ 225

Câu 1: (1,5 điểm). So sánh các số thực sau (Không dùng máy tính gần đúng).

$$\sqrt{3\sqrt{2}} \quad \text{và} \quad \sqrt{2\sqrt{3}}$$

Câu 2: (3 điểm). Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

Câu 3: (1,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Câu 4: (2 điểm). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y = 1 \\ 3x^2 - 2y = 2 \end{cases}$$

Câu 5: (4 điểm). Lớp 9A có 56 bạn, trong đó có 32 bạn nam. Cô giáo chủ nhiệm dự kiến chia lớp thành các tổ học tập:

- Mỗi tổ gồm có các bạn nam, các bạn nữ.
- Số các bạn bạn nam, các bạn nữ được chia đều vào các tổ.
- Số người trong mỗi tổ không quá 15 người nhưng cũng không ít hơn chín người.

Em hãy tính xem cô giáo có thể sắp xếp như thế nào và có tất cả mấy tổ ?

Câu 6: (5 điểm). Cho đường tròn tâm (O; R) đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trong đoạn AB lấy điểm M khác O. Đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

điểm thứ hai N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến với đường tròn (O) tại N ở điểm P. Chứng minh rằng:

- Các điểm O, M, N, P cùng nằm trên một đường tròn.
- Tứ giác CMPO là hình bình hành.
- $CM.CN = 2R^2$
- Khi M di chuyển trên đoạn AB thì P di chuyển ở đâu ?

âu 7: (3 điểm). Cho đường tròn (O, R), đường kính AB. C là điểm trên đường tròn (O, R). Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = CB$. Khi C chuyển động trên đường tròn (O, R) thì D chuyển động trên đường nào?

ĐỀ 226

Câu I (3.0 điểm):

- Tính giá trị của biểu thức : $N = \left(1 + \frac{7 + \sqrt{7}}{\sqrt{7} + 1}\right) \left(1 - \frac{7 - \sqrt{7}}{\sqrt{7} - 1}\right)$
- Tìm x thỏa mãn đẳng thức: $\frac{\sqrt{4x+3}}{\sqrt{x+1}} = 3$
- Giải phương trình: $\frac{x^2 + 10x + 12}{x^3 - 4x} = 0$

Câu II (2.5 điểm):

- So sánh (không dùng bảng số, máy tính)

$$A = \sqrt{2005} + \sqrt{2007} \text{ và } B = 2\sqrt{2006}$$

- Tính giá trị nhỏ nhất của

$$A = 2x^2 - 2xy + 5y^2 + 5$$

Câu III (2.5 điểm): Cho ba điểm thẳng hàng A, D, B theo thứ tự ấy. Biết $AD = 2a$, $BD = a$ (a là độ dài cho trước). Vẽ ba đường thẳng song song Ax, Dy, Bz. Lấy một điểm I bất kỳ khác D trên Dy, ta có đường thẳng AI cắt Bz tại B' và đường thẳng BI cắt Ax tại A' và A'B' cắt AB tại P.

- Tính tỉ số $\frac{BB'}{AA'}$
- Chứng minh: P là điểm cố định không phụ thuộc vào vị trí của I trên tia Dy
- Xác định vị trí I sao cho $A'B' = 4a$

Câu IV (2.0 điểm): Một số có ba chữ số mà tổng của chúng bằng 7. Chứng minh rằng số đó chia hết cho 7 khi và chỉ khi số hàng chục và hàng đơn vị của nó giống nhau.

Câu VI (1.5 điểm): Cho hình vuông ABCD, các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, CA.

Xác định vị trí các điểm M, N, P, Q để tứ giác MNPQ có diện tích bé nhất.

ĐỀ 227

Bài 1: (4 điểm)

$$\text{Cho } A = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}} \cdot \left[\sqrt{(1+x)^3} + \sqrt{(1-x)^3} \right]}{2 - \sqrt{1 - x^2}}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1. Rút gọn A

2. Tìm x biết $A \geq \frac{1}{2}$

Bài 2: (4 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3xy = 4(x + y) \\ 5yz = 6(y + z) \\ 7zx = 8(z + x) \end{cases}$$
2. Giải phương trình: $x^4 + 9 = 5x(3 - x^2)$

Bài 3: (4 điểm)

1. Cho $a, b > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
2. Chia 10 số: 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; 12; 14 làm thành hai nhóm rồi lấy tích các số trong mỗi nhóm. Gọi M là tổng của hai tích số đó. Tìm giá trị nhỏ nhất của M và chỉ ra ít nhất 4 cách chia sao cho M nhỏ nhất.

Bài 4: (5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi Ax, By là các tiếp tuyến tại A và B của (O). Tiếp tuyến tại điểm M tùy ý của (O) cắt Ax và By lần lượt tại C và D.

1. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$.
2. Cho $AB = 8\text{cm}$. Tìm vị trí của C để chu vi tứ giác ABDC bằng 28cm, khi đó tính phần diện tích của tứ giác nằm ngoài (O).

Bài 5: (3 điểm)

Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là số nguyên và hai lần số đo diện tích bằng ba lần số đo chu vi.

ĐỀ 228

Câu 1: Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{a\sqrt{a}-3}{a-2\sqrt{a}-3} - \frac{2(\sqrt{a}-3)}{\sqrt{a}+1} + \frac{\sqrt{a}+3}{3-\sqrt{a}} \right) : \frac{a+8}{a-1}$

Câu 2: Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $2^8 + 2^{11} + 2^n$ là số chính phương

Câu 3: Cho $z \geq y \geq x > 0$. Chứng minh rằng:

$$y\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{y}(x+z) \leq (x+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)$$

Câu 4: a) Giải phương trình $2\sqrt{x-1} = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1}$

b) Cho ba số x, y, z thỏa mãn
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tính tổng $x + y + z$

Câu 5: Cho đường thẳng $y = (m-1)x + 2$

Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó là lớn nhất?

Câu 6: Cho $(O;R)$ và một đường thẳng d cố định không cắt (O) . Hạ OH vuông góc với d ($H \in d$). M là điểm thay đổi trên d , từ M kẻ MQ và MP là tiếp tuyến của (O) , (P, Q là tiếp điểm). Dây cung PQ cắt OH tại I , cắt OM tại K .

a) Chứng minh 5 điểm O, Q, H, M, P cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tích $IO.OH$ không đổi.

c) Giả sử góc $PMQ = 60^\circ$. Tính tỉ số diện tích hai tam giác MPQ và OPQ .

ĐỀ 229

Bài 1: (5 điểm)

1) Cho số $a > 0$ và $x \in \left(0, \frac{a}{\sqrt{2}}\right)$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = \frac{a}{\sqrt{2}} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x \right) x^4$

2) Cho biểu thức: $M = x^2 + y^2 + 2z^2 + t^2$

Với x, y, z, t là các số nguyên không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của M và các giá trị tương ứng của x, y, z và t , biết rằng:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + t^2 = 21 \\ x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 101 \end{cases}$$

✧ Bài 2: (5 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2010 - y} = \sqrt{2010} \\ \sqrt{2010 - x} + \sqrt{y} = \sqrt{2010} \end{cases}$$

2) Cho a, b, c là các tham số thỏa điều kiện $abc < 0$. Giải bất phương trình:

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} > 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

✧ Bài 3: (2 điểm)

Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác thỏa: $a + b + c = 2$. Chứng minh:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2.$$

✧ Bài 4: (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 1. Lấy D bất kỳ trên BC. Gọi R_1, R_2 là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABD và ADC. Tìm vị trí của D để tích $R_1.R_2$ lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

✧ Bài 5: (4 điểm)

Cho hình vuông ABCD có cạnh là a. Các điểm M và N trên đường chéo AC sao cho $AC = 3AN = 4AM$. Hai đường thẳng DM và DN cắt cạnh AB tại P và Q. Chứng minh:

- a) Tam giác AMP và tam giác ANQ đồng dạng.
- b) BC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN.

ĐỀ 230

Câu 1:

a/ Giải phương trình: $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

b/ Giả sử a, b, c là các số hữu tỉ thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 2012$.

Chứng minh rằng $A = \sqrt{(2012+a^2)(2012+b^2)(2012+c^2)}$ có giá trị là số hữu tỉ.

Câu 2:

a/ Cho a, b là các số tự nhiên. Chứng minh rằng $5a^2 + 15ab - b^2$ chia hết cho 49 khi và chỉ khi $3a + b$ chia hết cho 7.

b/ Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $4y^2 = 2 + \sqrt{199 - 2x - x^2}$

Câu 3:

a/ Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$

b/ Cho sáu số dương a, b, c, x, y, z thỏa mãn $ax + by + cz = xyz$.

Chứng minh rằng $x + y + z > \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$

Câu 4: Cho hai đường tròn đồng tâm O có bán kính là R và r ($R > r$). Gọi M, A là hai điểm trên đường tròn (O; r) với M cố định và A di động. Qua M vẽ dây BC của đường tròn (O; R) vuông góc với AM. Gọi H là hình chiếu của O trên BC. Chứng minh rằng :

a/ $AM = 2OH$

b/ Tổng $MA^2 + MB^2 + MC^2$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm A.

c/ Trọng tâm G của tam giác ABC cố định.

Câu 5:

a/ Cho tứ giác ABCD có độ dài đường chéo $AC = 8\text{cm}$, $BD = 6\text{cm}$. Chứng minh rằng luôn tồn tại một cạnh của tứ giác có độ dài không nhỏ hơn 5cm.

b/ Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: $a - b$ là số nguyên tố và $3c^2 = c(a + b) + ab$. Chứng minh rằng $8c + 1$ là số chính phương.

ĐỀ 231

Bài 1 (4 điểm): Rút gọn các biểu thức sau:

$$1/ A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$2/ B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

Bài 2 (4 điểm):

1/ Cho $a > c$; $b > c$; $c > 0$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$$

2/ Cho 3 số d-ơng x, y, z có tổng bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x+yz} + \sqrt{y+zx} + \sqrt{z+xy} \geq 1 + \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}.$$

Bài 3 (4 điểm):

1/ Giải ph-ơng trình: $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$

2/ Giải hệ ph-ơng trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ xy + yz - zx = -1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14 \end{cases}$$

Bài 4 (4 điểm):

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Gọi chân đ-ờng vuông góc hạ từ điểm M nằm trong tam giác đến các cạnh BC, CA, AB lần l-ợt là D, E, F. Xác định vị trí của M để:

1/ $\frac{1}{MD} + \frac{1}{ME} + \frac{1}{MF}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

2/ $\frac{1}{MD+ME} + \frac{1}{ME+MF} + \frac{1}{MF+MD}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

Bài 5 (4 điểm):

1/ Chứng minh rằng $2^{2p} + 2^{2q}$ không thể là số chính ph-ơng, với mọi p, q là các số nguyên không âm.

2/ Có hay không 2009 điểm trên mặt phẳng mà bất kỳ 3 điểm nào trong chúng đều tạo thành 1 tam giác có góc tù.

ĐỀ 232

Câu 1. Cho biểu thức: $P = \frac{x}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+2\sqrt{x})}$

j. Rút gọn P .

k. Tính P khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

l. Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. Giải phương trình:

g. $x^2 - 10x + 27 = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-4}$

h. $x^2 - 2x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4 = 0$

Câu 3.

n. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

o. Cho $x > 1$; $y > 0$, chứng minh: $\frac{1}{(x-1)^3} + \left(\frac{x-1}{y}\right)^3 + \frac{1}{y^3} \geq 3\left(\frac{3-2x}{x-1} + \frac{x}{y}\right)$

p. Tìm số tự nhiên n để: $A = n^{2012} + n^{2002} + 1$ là số nguyên tố.

Câu 4.

Cho hình vuông ABCD, có độ dài cạnh bằng a. E là một điểm di chuyển trên CD (E khác C, D). Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

c. Chứng minh: $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$ không đổi

d. Chứng minh: $\cos \angle AKE = \sin \angle EKF \cdot \cos \angle EFK + \sin \angle EFK \cdot \cos \angle EKF$

c. Lấy điểm M là trung điểm đoạn AC. Trình bày cách dựng điểm N trên DM sao cho khoảng cách từ N đến AC bằng tổng khoảng cách từ N đến DC và AD.

Câu 5.

Cho ABCD là hình bình hành. Đường thẳng d đi qua A không cắt hình bình hành, ba điểm H, I, K lần lượt là hình chiếu của B, C, D trên đường thẳng d. Xác định vị trí đường thẳng d để tổng: $BH + CI + DK$ có giá trị lớn nhất.

ĐỀ 233

Bài 1.

Rút gọn biểu thức $M = \frac{x+3+2\sqrt{x^2-9}}{-2x+6+\sqrt{x^2-9}}$ với $x \in \mathbb{R}, x < -3$.

Bài 2.

Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x-1} = 1$

Bài 3.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét đường thẳng (d_m) xác định bởi phương trình: $(m-1)x + (m+1)y = \sqrt{2(m^2+1)}$ với m là tham số. Tính khoảng cách từ điểm gốc tọa độ O đến đường thẳng (d_m) .

Bài 4.

Cho đường tròn $(O; R)$, dây BC cố định ($BC < 2R$). Điểm A di chuyển trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao BD và CE của tam giác ABC, chúng cắt nhau tại H.

1. Chứng minh: $CH \cdot CE + BH \cdot BD = BC^2$.

2. Chứng minh rằng đường thẳng qua A và vuông góc với DE luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5.

Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn đồng thời các điều kiện :

$$x + y + z > 11 \text{ và } 8x + 9y + 10z = 100$$

Bài 6.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2$ với $x \in \mathbb{R}$.

ĐỀ 234

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 1: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$

a, Rút gọn biểu thức P.

b, Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{2}{P} + \sqrt{x}$.

Bài 2: (2,5 điểm)

a, Cho biểu thức $A = \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Chứng minh rằng A là số chính phương.

b, Giải phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2014} + \sqrt{z-2015} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

Bài 3: (2,5 điểm)

a, Chứng minh rằng tích của 8 số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho 128.

b, Với số tự nhiên n tùy ý cho trước, chứng minh rằng số $m = n(n+1)...(n+7)+7!$ không thể biểu diễn được dưới dạng tổng của hai số chính phương (với k nguyên dương, kí hiệu $k!$ là tích $1.2.3...k$).

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm P nằm bên trong đường tròn ($P \neq O$) Gọi Q là một điểm tùy ý trên đường tròn (O). Chứng minh rằng khi điểm Q chuyển động trên đường tròn (O) thì giao điểm M các đường thẳng kẻ qua O vuông góc với PQ và tiếp tuyến kẻ từ Q của đường tròn (O) chạy trên một đường thẳng cố định.

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^3}{b(2c+a)} + \frac{b^3}{c(2a+b)} + \frac{c^3}{a(2b+c)}$

ĐỀ 235

Câu 1 (2,5 điểm).

c) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x^2 - 5x + 6 + 3\sqrt{x^2 - 6x + 8}}{3x - 12 + (x-3)\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

d) Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - (a+b+c)^3$

Tìm x biết: $(x^2 + x + 2)^3 - (x+1)^3 = x^6 + 1$

Câu 2 (2,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$$

d) Giải phương trình:
$$\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^3 - (x-3)^3 = 16$$

Câu 3 (2,0 điểm).

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$8x^2 + 23y^2 + 16x - 44y + 16xy - 1180 = 0.$$

b) Cho n là số nguyên dương và m là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng $n^2 + m$ không là số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ và AB là đường kính. Gọi d là đường trung trực của OB . Gọi M và N là hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng d . Trên các tia OM , ON lấy lần lượt các điểm M' và N' sao cho $OM'.OM = ON'.ON = R^2$.

b) Chứng minh rằng bốn điểm M, N, M', N' thuộc một đường tròn.

b) Khi điểm M chuyển động trên d , chứng minh rằng điểm M' thuộc một đường tròn cố định.

c) Tìm vị trí điểm M trên d để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tìm vị trí điểm M trên d nhưng M không nằm trong đường tròn $(O;R)$ để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 điểm).

Trong các hình bình hành ngoại tiếp đường tròn $(O; r)$, hãy tìm hình bình hành có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ 236

Câu 1. (3,0 điểm)

Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.

Câu 2. (4,0 điểm)

Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B . Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB . Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.

Câu 3. (5,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R) . Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F ($D \in AC$; $K \in AB$). Chứng minh:

a) $DK \parallel EF$

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADK$ không đổi khi A di động trên cung lớn BC của (O, R) .

Câu 4. (3,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho ΔABC ngoại tiếp đường tròn (O, R) . Đường tròn tâm O' đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E .

Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O, R) .

Câu 5. (5,0 điểm)

a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ có giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh rằng $a + b \leq 2$

ĐỀ 237

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$.

Với m là tham số, tìm m để phương trình có đúng một nghiệm dương.

Câu 2 : (2 điểm)

Cho a, b, c là các số dương, chứng minh rằng:

$$T = \frac{a}{3a+b+c} + \frac{b}{3b+a+c} + \frac{c}{3c+b+a} \leq \frac{3}{5}$$

Câu 3 : (2 điểm)

Giải phương trình : $x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} = 3$

Câu 4 : (1 điểm)

Viết các số tự nhiên từ 1 đến 10 thành một hàng ngang theo thứ tự tùy ý, tiếp đó cộng mỗi số đã viết với số thứ tự chỉ vị trí mà nó đứng. Chứng minh rằng ít nhất cũng có hai tổng mà chữ số tận cùng của tổng đó là như nhau.

Câu 5 : (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường tròn (O) đường kính AB cắt đường tròn (O') đường kính AC tại D , M là điểm chính giữa cung nhỏ DC , AM cắt đường tròn (O) tại N , cắt BC tại E .

a. Chứng minh O, N, O' thẳng hàng.

b. Gọi I là trung điểm MN , chứng minh góc OIO' vuông.

ĐỀ 238

Câu 1: (4 điểm)

a/ Chứng minh rằng: $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \sqrt{2}$.

b/ Giải hệ phương trình gồm hai phương trình sau:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1 \quad (1) \text{ và } \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{y^2 - 1} = \sqrt{xy + 2} \quad (2).$$

Câu 2: (6 điểm)

a/ Tìm nghiệm tự nhiên $(x; y)$ của phương trình: $(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b/ Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của số nguyên dương.

c/ Cho biểu thức $A = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 3002$. Tìm giá trị x và y để A đạt min.

Câu 3: (2 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} |x+3| + |y-2| = 5 \\ (x+3)(y-2) = -6 \end{cases}$$

Câu 4: (4 điểm) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với hai đường cao AD và CE cắt nhau tại trực tâm H . Kẻ đường kính BM của (O) . Gọi I là giao điểm của BM và DE , K là giao điểm của AC và HM .

a/ Chứng minh rằng: Các tứ giác $AEDC$ và $CMID$ là các tứ giác nội tiếp.

b/ Chứng minh rằng: $OK \perp AC$.

Câu 5: (4 điểm) Cho ΔABC nội tiếp (O) và một điểm M bất kỳ trên đường thẳng BC ($M \neq B$ và C). Vẽ đường tròn đi qua M và tiếp xúc với AB tại B ; vẽ đường tròn đi qua M và tiếp xúc với AC tại C , hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai là P .

Chứng minh rằng: $P \in (O)$ và đường thẳng PM luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên BC .

ĐỀ SỐ 239

Bài 1 : (4,0 điểm)

- a) Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^3 + y^3$.
b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Bài 2 : (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3xy = 2(x+y) \\ 5yz = 6(y+z) \\ 4zx = 3(z+x) \end{cases}$$

b) Giải phương trình : $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Bài 3: (5,0 điểm)

- a) Cho a và b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$ là số nguyên; gọi d là ước chung của a và b . Chứng minh : $d \leq \sqrt{a+b}$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên x và y nào thỏa mãn hệ thức:
 $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.

Bài 4 : (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

Bài 5 : (5,0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn $(O; R)$ vẽ dây $AB = R$. Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn $(O'; r)$ tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB;

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

ĐỀ SỐ 240

Câu1:

1, Giải phương trình nghiệm nguyên

$$8x^2 - 3xy - 5y = 25$$

2, Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho $A = n \cdot 4^n + 3^n : 7$

Câu 2:

1, Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$

2, Cho các số thực dương a, b, c, x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c}$

Chứng minh rằng $\frac{a^2 - bc}{x} = \frac{b^2 - ca}{y} = \frac{c^2 - ab}{z}$

Câu3:

1, Cho phương trình: $x^2 - 6x - m = 0$ (Với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^2 - x_2^2 = 12$

2, Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$$

Câu 4:

1, Cho đường tròn (O) đường kính $BD = 2R$, dây cung AC của đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt BD tại H. Gọi P, Q, R, S lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AD, CD, CB.

a, CMR: $HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ không đổi.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b, CMR : PQRS là tứ giác nội tiếp.

2, Cho hình vuông ABCD và MNPQ có bốn đỉnh M,N,P,Q lần lượt thuộc các cạnh AB,BC,CD,DA của hình vuông. CMR: $S_{ABCD} \leq AC \frac{MN + NP + PQ + QM}{4}$

Câu 5: Cho a,b,c là các số thực dương. CMR:

$$\frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b} \leq \frac{a+b+c}{6}$$

ĐỀ SỐ 241

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Cho các số nguyên $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Đặt $S = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$ và $P = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

b) Cho $A = n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$ (với $n \in \mathbb{N}, n > 1$). Chứng minh A không phải là số chính phương.

Câu 2 (4,5 điểm).

a) Giải phương trình: $10\sqrt{x^3 + 1} = 3x^2 + 6$

$$\text{b) Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3 \\ y + \frac{1}{z} = 3 \\ z + \frac{1}{x} = 3 \end{cases}$$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

b) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ thỏa mãn $x^{2011} + y^{2011} + z^{2011} = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = x^2 + y^2 + z^2$

Câu 4 (4,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác. Gọi M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A. (M không trùng với B và C). Gọi N và P lần lượt là điểm đối xứng của M qua các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh ba điểm N, H, P thẳng hàng.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Khi $\angle BOC = 120^\circ$, xác định vị trí của điểm M để $\frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

ĐỀ SỐ 242

Câu 1: (6 điểm) Chứng minh bất đẳng thức.

$$\underbrace{\sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}}_{n \text{ dấu căn}} < 3$$

n dấu căn

Câu 2: (4 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = (m^2 - \sqrt{3}m - \sqrt{2}m + \sqrt{6})x + 7$.

Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến?

Câu 3: (4 điểm) Giải phương trình:

$$x + \sqrt{x-1} = 7$$

Câu 4: (6 điểm) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có đường cao bằng 4cm, đường chéo $BD = 5$ cm, hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

Tính diện tích hình thang ABCD.

ĐỀ SỐ 243

Câu 1 (3,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = x^4 - 10x^2 + 2013$, biết rằng $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

b) Cho a, b, c là các số dương và thỏa mãn đẳng thức $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$.

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{\sqrt{ab}}{c} - \frac{\sqrt{bc}}{a} - \frac{\sqrt{ca}}{b} = 3$$

c) Giả sử các số a, b, c, d thỏa mãn $a + b = c + d$ và $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$.

$$\text{Chứng minh rằng: } a^{2013} + b^{2013} = c^{2013} + d^{2013}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu x, y, z là các số nguyên dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$ thì $xy : 12$.

b) Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn phương trình $2^x + 1 = 3^y$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) $\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} \geq 1.$

b) $\frac{a(b+2c)}{\sqrt{3b^2+6c^2}} + \frac{b(c+2a)}{\sqrt{3c^2+6a^2}} + \frac{c(a+2b)}{\sqrt{3a^2+6b^2}} \leq a+b+c.$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, $R > 0$ và dây cung AB không đi qua O . Hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ nằm về hai phía của đường thẳng AB sao cho cả hai đường tròn tiếp xúc với đường thẳng AB lần lượt tại C, D và tiếp xúc trong với đường tròn $(O; R)$ lần lượt tại E, F . Đường thẳng CE cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai là M và đường thẳng DF cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai là N .

a) Chứng minh rằng đường thẳng O_1C song song với đường thẳng OM .

b) Chứng minh rằng $\angle MBN = 90^\circ$.

c) Tính độ dài đoạn thẳng MB , biết rằng $R = 4, AB = 4\sqrt{3}$.

ĐỀ SỐ 244

Bài 1: (4,5 điểm): Cho biểu thức $A = \left(\frac{4x^2}{x^2-4} + \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{2-x} \right) : \frac{x-3}{x-2}$

1. Rút gọn A .

2. Tìm giá trị của A khi $|x-3| = 1$

Bài 2 (4 điểm):

1. Giải phương trình $|x-2| + |3x-1| = 9$

2. Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a^2 + 2bc - 1)(b^2 + 2ca - 1)(c^2 + 2ab - 1)$

Bài 3 (4 điểm):

a, Một ca nô xuôi một khúc sông dài 52km rồi ngược dòng trở lại 40km mất tổng cộng 4 giờ. Biết vận tốc của dòng nước là 3km/h. Tìm vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

b, Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = ax + b$. Tìm a, b biết (d) đi qua $M(-1; 3)$ và (d) cắt Ox tại điểm N thỏa mãn $ON = 2$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 4 (6 điểm): Cho đường tròn tâm O và hai điểm B, C thuộc đường tròn, các tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau ở A. Một M là một điểm thuộc cung nhỏ BC. Tiếp tuyến với đường tròn tại M cắt AB, AC theo thứ tự ở D, E. Gọi giao điểm của OD, OE với BC theo thứ tự là I và K. Chứng Minh rằng

- a) $BD.OE = OD.BI$
- b) Tứ giác DIKE nội tiếp
- c) OM, DK, EI đồng quy

Bài 5 (2 điểm): Cho dãy số sau:

$$\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{2}{1}; \frac{1}{3}; \frac{2}{2}; \frac{3}{1}; \frac{2}{3}; \frac{3}{2}; \frac{4}{1}; \frac{2}{4}; \frac{3}{3}; \frac{4}{2}; \frac{5}{1}; \frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \dots$$

Tìm số hạng thứ 2013 trong dãy số trên

ĐỀ SỐ 245

Câu 1: (3 điểm).

- 1. Giải phương trình: $x^3 + 2\sqrt{81 - 7x^3} = 18$
- 2. Chứng minh rằng tồn tại một số chia hết cho 2009 và có tổng các chữ số của nó bằng 2010.

Câu 2: (3 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m^2 - 1 = 0$ (1) (m là tham số)

- 1. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt.
- 2. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$$x_1^3 + x_2^3 - x_1^2 - x_2^2 = -2$$

Câu 3: (4 điểm).

- 1. Tìm x, y để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất: $P = 3x^2 + 11y^2 - 2xy - 2x + 6y - 1$.
- 2. Cho đa thức P(x) bậc 5 có các hệ số nguyên. Biết rằng P(x) nhận giá trị 2003 với 4 giá trị nguyên khác nhau của x. Chứng minh rằng: Với mọi $x \in \mathbb{Z}$ thì P(x) không thể có trị số bằng 2010.

Câu 4: (6 điểm).

Cho tam giác ABC, điểm M ở trong tam giác, các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắt các cạnh BC, CA, AB tại P, Q, R. Kí hiệu S_{ABC} là diện tích tam giác ABC.

- 1. Chứng minh rằng: $MA.BC + MB.AC + MC.AB \geq 4 S_{ABC}$
- 2. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác PQR lớn nhất.

Câu 5: (4 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn hệ thức $a + b + c = 6abc$. Chứng minh rằng:

$$\frac{bc}{a^3(c+2b)} + \frac{ca}{b^3(a+2c)} + \frac{ab}{c^3(b+2a)} \geq 2$$

2. Cho ba số thực $\alpha, \beta, \gamma > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{\alpha x}{y+z} + \frac{\beta y}{z+x} + \frac{\gamma z}{x+y}. \text{ Với mọi } x, y, z > 0.$$

ĐỀ SỐ 246

Bài 1: (4,0 điểm)

- 1) Cho biểu thức $A = \left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-x}$. Tìm điều kiện của x để $A > 0$.

2) Cho
$$x = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1} - \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$$

Tính giá trị của biểu thức: $B = (x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1)^{2011}$

Bài 2: (4,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$.

2) Cho x, y, z là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0. \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức: $C = x^{10} + y^3 + z^{2011}$.

Bài 3: (4,0 điểm)

- 1) Tìm các cặp số (a, b) thỏa mãn hệ thức: $\sqrt{a+b-2011} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{2011}$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho: $n^2 - 14n + 38$ là một số chính phương.

Bài 4: (5,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là một điểm nằm trên cung nhỏ AD . Nối CE cắt OA tại M và nối BE cắt OD tại N .

- 1) Chứng minh: $AM \cdot ED = \sqrt{2} OM \cdot EA$

- 2) Chứng minh tích $\frac{OM}{AM} \cdot \frac{ON}{DN}$ là một hằng số. Từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của

tổng $\frac{OM}{AM} + \frac{ON}{DN}$, khi đó cho biết vị trí của điểm E ?

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: (3,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{ab + c^2} + \frac{b^2 + c^2}{bc + a^2} + \frac{c^2 + a^2}{ca + b^2} \geq \frac{9}{2}.$$

ĐỀ SỐ 247

Câu 1: (4 điểm)

a) Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

b) Cho biểu thức :

$$P = \frac{x + 5 - 5\sqrt{x-1}}{x-1-3\sqrt{x-1}} \quad \text{với } x > 1 \text{ và } x \neq 10$$

Rút gọn P và chứng minh rằng $P < 3$.

Câu 2: (5 điểm)

a) Chứng minh rằng các đường thẳng $y = 2x + 4$; $y = 3x + 5$ và $y = -2x$ cùng đi qua 1 điểm. (2 điểm)

b) Giải phương trình (1 điểm): $\frac{x-294}{1700} + \frac{x-296}{1698} + \frac{x-298}{1696} + \frac{x-300}{1694} = 4$

c) Tìm cặp số (x, y) thỏa mãn phương trình: $x^2 + y^2 + 6x - 3y - 2xy + 7 = 0$ sao cho y đạt giá trị lớn nhất. (2 điểm)

Câu 3: (5 điểm) Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn tâm O, kẻ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC tới đường tròn sao cho góc BAC bé hơn 90° . Tia phân giác của góc BAC cắt dây BC tại D và cắt đường tròn tại điểm thứ hai E. Các tiếp tuyến của đường tròn tại C và E cắt nhau tại điểm N. Các đường thẳng AB và CE cắt nhau tại Q, AE và CN cắt nhau tại P.

a) Chứng minh $SA = SD$ (2 điểm)

b) Chứng minh EN song song BC và hai tam giác QCB, PCE đồng dạng. (2 điểm)

c) Chứng minh hệ thức (1 điểm): $\frac{1}{CN} = \frac{1}{CD} + \frac{1}{CP}$

Câu 4: (3 điểm) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) và $AB = a$; $CD = b$. Gọi giao điểm hai đường chéo của hình thang này là O. Đường thẳng đi qua O và song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại E ; F.

a) Chứng minh $OE = OF$ (2 điểm)

b) Chứng minh $EF^2 \leq ab$ (1 điểm)

Câu 5: (3 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases} \quad (2 \text{ điểm})$$

- b) Cho tam giác có số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại và độ dài các cạnh a, b, c của tam giác đó thỏa mãn: $\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$. Chứng minh rằng tam giác này là tam giác đều. (1 điểm)

ĐỀ SỐ 248

Câu 1. (3,0 điểm)

- a. Chia 18 vật có khối lượng 2016^2 ; 2015^2 ; 2014^2 ; ...; 1999^2 gam thành ba nhóm có khối lượng bằng nhau. (không được chia nhỏ các vật đó).
- b. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $3^x + 171 = y^2$

Câu 2. (6,0 điểm)

- a. Giải phương trình: $x^2 + 6x + 1 = (2x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 3}$
- b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x^2 + 1 = y^2 - 4x \\ x^2 + xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho a, b, c > 0 thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng: $\frac{a+1}{b^2+1} + \frac{b+1}{c^2+1} + \frac{c+1}{a^2+1} \geq 3$

Câu 4. (6,0 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn tâm (O; R). Vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm), cát tuyến MPQ không đi qua O (P nằm giữa M, Q). Gọi H là giao điểm của OM và AB.

- a. Chứng minh: $HPO = HQO$

- b. Tìm điểm E thuộc cung lớn AB sao cho tổng $\frac{1}{EA} + \frac{1}{EB}$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (2,0 điểm)

Tìm hình vuông có kích thước nhỏ nhất để trong hình vuông đó có thể sắp xếp được 5 hình tròn có bán kính bằng 1 sao cho không có hai hình tròn bất kì nào trong chúng có điểm trong chung.

Thầy giáo: HỒ KHẮC VŨ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 249

Bài 1: (1,5đ)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

a/ Rút gọn A.

b/ C/m: $0 < A < \frac{8}{3}$ Với mọi $x \geq 0; x \neq 1$

Bài 2:(1đ)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{yz}+2\sqrt{z}+2}$ Biết $xyz=4$
Tính $\sqrt{P}$

Bài 3: (2đ)

Giải các Phương trình:

$$a/ \sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-5} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$$

$$b/ \sqrt{x^2-4x+4} - 2 + x = 0$$

Bài 4: (1,5đ)

Cho đường thẳng : $(m+2)x - my = -1$ (d)

a/Tìm điểm cố định mà (d) luôn đi qua.

b/ Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng

(d) lớn nhất

Bài 5: (4đ)

Cho ΔABC có các cạnh $AB = c$; $AC = b$; $BC = a$. Có các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I sao cho $BD \cdot CE = 2BI \cdot CI$.

a/ Tính AD; BE

b/ Vẽ đường cao AH. Chứng minh $AH = \frac{bc}{a}$

c/Cho độ dài ba đường phân giác ứng với ba góc: $\hat{A}$; $\hat{B}$; $\hat{C}$ lần lượt là x; y; z.

Chứng minh: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

ĐỀ SỐ 250

Câu 1: (2,0 điểm) Rút gọn $A = \sqrt{127-48\sqrt{7}} - \sqrt{127+48\sqrt{7}}$.

Câu 2:(2,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = (3m^2 - 7m + 5)x - 2011$ (*). Chứng minh hàm số (*) luôn đồng biến trên R với mọi m.

Câu 3:(2,0 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B.

Trên đường thẳng AB lấy điểm M sao cho A nằm giữa M và B. Từ M kẻ cát tuyến MCD với đường tròn (O) và tiếp tuyến MT với đường tròn (O') (T là tiếp điểm)

Chứng minh $MC \cdot MD = MT^2$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4: (2,0 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $3x + y - 1 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = 3x^2 + y^2$.

Câu 5: (1,5 điểm) Chứng minh tổng $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2011}$ chia hết cho 15.

Câu 6: (1,5 điểm) Phân tích đa thức $x^3 - x^2 - 14x + 24$ thành nhân tử.

Câu 7: (1,5 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2xy - z^2 = 4 \end{cases}$$

Câu 8: (1,5 điểm) Chứng minh $D = n(n+1)(n+2)(n+3)$ không phải là số chính phương

với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 9: (1,5 điểm) Cho hai số dương a và b . Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

Câu 10: (1,5 điểm) Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình: $2x^2 - xy - y^2 - 8 = 0$

Câu 11: (1,5 điểm) Cho hình thang vuông ABCD ($A = D = 90^\circ$), có $DC = 2AB$. Kẻ DH vuông góc với AC ($H \in AC$), gọi N là trung điểm của CH.

Chứng minh BN vuông góc với DN.

Câu 12: (1,5 điểm). Cho tam giác MNP cân tại M ($M < 90^\circ$). Gọi D là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác MNP. Biết $DM = 2\sqrt{5}$ cm, $DN = 3$ cm.

Tính độ dài đoạn MN.

ĐỀ SỐ 251

Câu 1 (3,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^2 + y^2 - xy = x + y + 2$.

b) Chứng minh rằng với ba số tự nhiên a, b, c trong đó có đúng một số lẻ và hai số chẵn ta luôn có $(a+b+c)^3 - (a+b-c)^3 - (b+c-a)^3 - (a-b+c)^3$ Chia hết cho 96

Câu 2 (4,0 điểm)

c) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có

$$\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2}\right)^2} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

d) Tính

tổng

$$S = \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^2} + \dots + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2014} + \frac{1}{2016}\right)^2}$$

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Giải phương trình

$$\sqrt{2x^2 - x} = 2x - x^2$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x^2 - 1)y + (y^2 - 1)x = 2(xy - 1) \\ 4x^2 + y^2 + 2x - y - 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 4 (7,0 điểm)

Cho BC là dây cung cố định của đường tròn (O; R), ($BC < 2R$), A là điểm di động trên cung lớn BC, (A không trùng B, C). Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC; EF cắt BC tại P, qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AC tại Q và cắt AB tại R.

d) Chứng minh tứ giác BQCR là tứ giác nội tiếp

e) Gọi M là trung điểm cạnh BC. Chứng minh hai tam giác EPM, và DEM là hai tam giác đồng dạng.

f) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

Chứng minh rằng $\frac{x}{\sqrt[3]{yz}} + \frac{y}{\sqrt[3]{xz}} + \frac{z}{\sqrt[3]{xy}} \geq xy + yz + xz$

ĐỀ SỐ 252

Bài 1. (1,5 điểm)

Thực hiện tính:

$$\frac{\sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - 4}}}{\sqrt{x^2 - 4} + x + 2} \text{ với } x = 2\sqrt{6} + 3$$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho hàm số: $y = (3k - 1)x - 2k$ (1)

a) Tìm k và vẽ đồ thị (d) của hàm số (1) biết (d) đi qua điểm A (2; 2).

b) Tìm giao điểm C và B của đường thẳng (d) với trục hoành và trục tung.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Tính diện tích tam giác OBC và độ dài đường cao OH của tam giác BOC.

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng với hai số thực bất kì a, b ta luôn có: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

b) Cho ba số thực a, b, c không âm sao cho $a+b+c=1$.

Chứng minh: $b+c \geq 16abc$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

c) Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ có giá trị bé nhất ? Cho biết giá trị bé nhất đó.

Bài 4: (1,5 điểm)

Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 ng-ời thì còn thừa một ng-ời. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô ? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 ng-ời.

Bài 5 (3,0 điểm)

1) Cho hình thoi ABCD cạnh a , gọi R và r lần l-ợt là các bán kính các đ-ờng tròn ngoại tiếp các tam giác ABD và ABC.

a) Chứng minh: $\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{4}{a^2}$

b) Chứng minh: $S_{ABCD} = \frac{8R^3 r^3}{(R^2 + r^2)^2}$; (Kí hiệu S_{ABCD} là diện tích tứ giác ABCD)

2) Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle BAC = 108^\circ$. Chứng minh: $\frac{BC}{AC}$ là số vô tỉ.

ĐỀ SỐ 253

Câu 1 (3,0 điểm).

a. Rút gọn biểu thức $A = \left(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{7-3\sqrt{5}}\right) \left(\sqrt{21+6\sqrt{6}} + \sqrt{21-6\sqrt{6}}\right)$

b. Tính giá trị biểu thức $B = x^5 - 10x^3 - 15x^2 + 2x + 1$, biết rằng $x = 2 - \sqrt{3}$

Câu 2 (4,0 điểm).

a. Giải phương trình $(x-2)(x-1)(x+3)(x+6) = 12x^2$

b. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2) = 20 \\ (x+y)(x^2-y^2) = 32 \end{cases}$$

Câu 3 (4,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Chứng minh rằng phương trình $x^2 - 2^y = 2013$ không có nghiệm nguyên.
- Cho s, t, x, y, z là các số nguyên và tổng $s + t + x + y + z$ chia hết cho 5. Chứng minh rằng tổng $s^5 + t^5 + x^5 + y^5 + z^5$ chia hết cho 5.

Câu 4 (7,0 điểm).

1. Cho tam giác ABC. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $AB = 3AM$, $AC = 3AN$. Biết diện tích tứ giác MNCB bằng 48 cm^2 .

- Tính diện tích tam giác AMN.
- Gọi O là giao điểm của BN và CM. Tính diện tích tam giác BMO.

2. Cho tam giác nhọn ABC, có trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp là O. Đường trung trực của đoạn thẳng AH cắt AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

- Tam giác AOC đồng dạng với tam giác ADH.
- Điểm A là tâm đường tròn bàng tiếp của tam giác DOE.

Câu 5 (2,0 điểm).

Cho ba số thực dương a, b, c .

Chứng minh rằng
$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 254

Bài 1: (5,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$. Với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P = \frac{2}{7}$.

c) So sánh: P^2 và $2P$.

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn: $2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$

b) Cho a, b, c là các số nguyên khác 0 thỏa mãn điều kiện:

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 3.

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Giải phương trình sau: $\sqrt{4x^2 + 20x + 25} + \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 10x - 20$

b) Cho x, y là 2 số thực thoả mãn: $x^2 + 2y^2 + 2xy + 7x + 7y + 10 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = x + y + 1$.

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a . N là điểm tùy ý thuộc cạnh AB. Gọi E là giao điểm của CN và DA. Vẽ tia Cx vuông góc với CE và cắt AB tại F. Lấy M là trung điểm của EF.

a) Chứng minh: CM vuông góc với EF.

b) Chứng minh: $NB \cdot DE = a^2$ và B, D, M thẳng hàng.

c) Tìm vị trí của N trên AB sao cho diện tích của tứ giác AEFC gấp 3 lần diện tích của hình vuông ABCD

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}}$$

ĐỀ SỐ 255

Bài 1: (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}}}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$

2. Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - x - 6} + x^2 - x - 18 = 0$

Bài 2: (3,0 điểm)

Cho phương trình $(m+1)x^3 + (3m-1)x^2 - x - 4m + 1 = 0$ (1) (m là tham số).

1. Biến đổi phương trình (1) về dạng phương trình tích.

2. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt, trong đó có 2 nghiệm âm.

Bài 3: (4,0 điểm)

1. Chứng minh rằng với hai số thực bất kỳ a, b ta luôn có: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

2. Cho ba số thực a, b, c không âm sao cho $a+b+c=1$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh: $b + c \geq 16abc$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

3. Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ có giá trị bé nhất ? Cho biết giá trị bé nhất đó.

Bài 4: (6,0 điểm)

- Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA và AB lần lượt tại D, E và F. Đặt $x = DB$, $y = DC$, $z = AE$.
 - Tìm hệ thức giữa x , y và z .
 - Chứng minh rằng: $AB \cdot AC = 2DB \cdot DC$.
- Cho tam giác ABC cân tại A, $BC = a$. Hai điểm M và N lần lượt trên AC và AB sao cho: $AM = 2MC$, $AN = 2NB$ và hai đoạn BM và CN vuông góc với nhau. Tính diện tích tam giác ABC theo a .

Bài 5: (3,0 điểm)

- Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 người thì còn thừa một người. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô ? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 người.
- Một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước 1×5 . Hãy cắt tấm bìa thành các mảnh để ráp lại thành một hình vuông. Giải thích.

ĐỀ SỐ 256

Câu 1: (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau.

a. $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$

b. $\frac{2\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$

c. $1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cot x} - \frac{\cos^2 x}{1 + \tan x}$

Câu 2: (3,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

- Rút gọn biểu thức A
- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 33 - 8\sqrt{2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c. Chứng minh $A < \frac{1}{3}$

Câu 3: (1,5 điểm) Giải phương trình:

$$\frac{16}{\sqrt{x-6}} + \frac{4}{\sqrt{y-2}} + \frac{256}{\sqrt{z-1750}} + \sqrt{x-6} + \sqrt{y-2} + \sqrt{z-1750} = 44$$

Câu 4: (3,0 điểm)

a. Cho hai số a và b thỏa mãn $a \geq 1; b \geq 1$. Chứng minh $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}$

b. Cho 2 số dương x; y thỏa mãn $xy=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $D = x^2 + 3x + y^2 + 3y + \frac{9}{x^2 + y^2 + 1}$

Câu 5: (5,0 điểm) Cho hình thang vuông ABCD ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$); Tia phân giác của góc C đi qua trung điểm I của cạnh AD.

a. Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn (I; IA)

b. Cho $AD=2a$. Tính AB.CD theo a.

c. Gọi H là tiếp điểm của BC với đường tròn (I; IA); K là giao điểm của AC và BD. Chứng minh KH song song với DC.

Câu 6: (2,0 điểm) Cho $\triangle ABC$; P là điểm nằm trong tam giác sao cho $\widehat{PBA} = \widehat{PCA}$. Vẽ PM và PN lần lượt vuông góc với AB và AC. Gọi D là trung điểm của BC. Chứng minh $DM=DN$.

Câu 7: (3,5 điểm)

a. Cho đường thẳng $y=(m-2)x+2$ (d). Chứng minh (d) luôn đi qua điểm cố định và tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng 1.

b. Chứng minh rằng n^5-5n^3+4n chia hết cho 120 với mọi số nguyên n.

ĐỀ SỐ 257

Bài 1: (2,5 điểm). Rút gọn các biểu thức sau

d. $A = 3x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

e. $B = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{2}$

Bài 2: (2,0 điểm). Giải các phương trình

a. $x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - x = 0$

b. $x^2 - 5x + 36 = 8\sqrt{3x+4}$

c. Tính $C = (1 + \tan^2 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha) + (1 + \cot^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$

Bài 3: (2,0 điểm)

a. Cho các số nguyên dương a; b; c đôi một nguyên tố cùng nhau, thỏa mãn: $(a+b)c = ab$.

Xét tổng $M = a + b$ có phải là số chính phương không? Vì sao?

b. Cho $x, y > 0$ và $x + y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{20}{x^2 + y^2} + \frac{11}{xy}$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ ĐUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD; BE; CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của HC; N là trung điểm của AC. AM cắt HN tại G. Đường thẳng qua M vuông góc với HC và đường thẳng qua N vuông góc với AC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

d. Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.

Từ đó hãy suy ra $S_{AEF} = S_{ABC} \cdot \cos^2 \angle BAC$

e. $BH \cdot KM = BA \cdot KN$

f.
$$\sqrt{\frac{GA^5 + GB^5 + GH^5}{GM^5 + GK^5 + GN^5}} = 4\sqrt{2}$$

Bài 5: (1 điểm) Điểm M cố định thuộc đoạn thẳng AB cho trước. Vẽ về cùng một phía của AB các tia Ax và By vuông góc với AB. Qua M có hai đường thẳng Mt và Mz thay đổi luôn vuông góc với nhau tại M và cắt Ax, By theo thứ tự tại C và D và tạo góc $\angle AMC = \alpha$. Xác định số đo α để tam giác MCD có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 258

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

với $x = \sqrt{2 + \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}}} + \sqrt{2 - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} - 1$

b) Cho x, y thỏa mãn:

$$\sqrt{x + 2014} + \sqrt{2015 - x} - \sqrt{2014 - x} = \sqrt{y + 2014} + \sqrt{2015 - y} - \sqrt{2014 - y}$$

Chứng minh: $x = y$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $x^3 + (x+1)\sqrt{x+1} + 2\sqrt{2} = (x + \sqrt{x+1} + \sqrt{2})^3$

b) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 3x^2 + xy - 4x + 2y = 2 \\ x(x+1) + y(y+1) = 4 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Tìm số nguyên tố p sao cho các số $2p^2 - 1$; $2p^2 + 3$; $3p^2 + 4$ đều là số nguyên tố.

b) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $3x^2 - 18y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 27$.

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho đường tròn (O;R) đường kính BC. Gọi A là điểm thỏa mãn tam giác ABC nhọn. AB, AC cắt đường tròn trên tại điểm thứ hai tương ứng là E và D. Trên cung BC không chứa D lấy F ($F \neq B, C$). AF cắt BC tại M, cắt đường tròn (O;R) tại N ($N \neq F$) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE tại P ($P \neq A$).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giả sử $BAC = 60^\circ$, tính DE theo R .

b) Chứng minh $AN.AF = AP.AM$

c) Gọi I, H thứ tự là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng BD, BC .

Các đường thẳng IH và CD cắt nhau ở K . Tìm vị trí của F trên cung BC để biểu thức

$\frac{BC}{FH} + \frac{BD}{FI} + \frac{CD}{FK}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho các số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn: $xy + yz + zx = xyz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{4x+3y+z} + \frac{1}{x+4y+3z} + \frac{1}{3x+y+4z}$.

ĐỀ SỐ 259

Câu 1 (2.0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ với $0 < x \neq 1$.

a. Rút gọn biểu thức P .

b. Tìm x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2 (3.0 điểm)

a. Cho phương trình: $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ (tham số m). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4| = 6$.

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - 2x^2y + x = y^3 - 2xy^2 + y \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = y^2 - 6x + 11 \end{cases}$

Câu 3 (2.5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và ngoại tiếp đường tròn (I) , AI cắt (O) tại M (khác A), J là điểm đối xứng với I qua M . Gọi N là điểm chính giữa của cung ABM , NI và NJ lần lượt cắt (O) tại E và F .

a. Chứng minh $MI = MB$. Từ đó suy ra BIJ và CIJ là các tam giác vuông.

b. Chứng minh I, J, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 4 (1.5 điểm)

Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$M = \frac{1}{a+b^2} + \frac{1}{b+a^2}$$

Câu 5 (1.0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương m và n thỏa mãn điều kiện:

$$n^2 + n + 1 = (m^2 + m - 3)(m^2 - m + 5)$$

ĐỀ SỐ 260

Câu 1: (2 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a. $A = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}}.$

b. $B = \frac{(2008^2 - 2014) \cdot (2008^2 + 4016 - 3) \cdot 2009}{2005 \cdot 2007 \cdot 2010 \cdot 2011}$

Câu 2: (6 điểm)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử

$$n^3 - 7n + 6$$

b) Cho $C = \frac{n^5}{120} + \frac{n^4}{12} + \frac{7n^3}{24} + \frac{5n^2}{12} + \frac{n}{5}$

Chứng minh rằng C luôn là số tự nhiên với mọi số tự nhiên n.

c) Chứng minh rằng:

$$\frac{1+2013\sqrt{2012}-2012\sqrt{2013}}{\sqrt{2012}+\sqrt{2013}+\sqrt{2012 \times 2013}} = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$$

Câu 3: (4 điểm)

Tìm GTLN và GTNN của:

$$D = \sqrt{x-2012} + \sqrt{2013-x}$$

Câu 4: (4 điểm)

Cho hình thang ABCD, đáy AB, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

a/ Chứng minh rằng: $S_{OAD} = S_{OBC}.$

b/ $S_{OAB} \cdot S_{OCD} = (S_{OBC})^2$

Câu 4: (4 điểm)

Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Gọi O là giao điểm 2 đường chéo AC và BD.

a) Chứng minh rằng: $DC - AB < AD + BC$

b) Cho $S_{AOB} = a^2$ và $S_{DOC} = b^2$. Tính S_{ABCD} ?

c) Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}.$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 261

Bài 1: (3 điểm) Tìm giá trị của biểu thức sau:

$$M = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2005\sqrt{2004}+2004\sqrt{2005}}$$

Bài 2: (4 điểm) Cho biểu thức:

$$A = \frac{x^2y + x^2(x^2 - y) + 1}{2x^4 + x^4y^2 + y^2 + 2}$$

a- Chứng minh rằng biểu thức A luôn luôn dương.

b- Với giá trị nào của x,y biểu thức A có giá trị lớn nhất ? tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 3: (4 điểm) Tìm nghiệm dương của phương trình sau:

$$X^3y + y^3x - 3x^2 + 3y^2 \quad (1)$$

Bài 4: (4 điểm) Tìm nghiệm nguyên của hệ sau:

$$\begin{cases} 2y^2 - x^2 - xy + 2y - 2x = 7 \\ x^3 + y^3 + x - y = 8 \end{cases} \quad (I)$$

Bài 5: (5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH vẽ đường tròn tâm O đường kính AH. Đường tròn này cắt cạnh AB, AC lần lượt tại D và E.

a. Chứng minh tứ giác AHDE là hình chữ nhật và 3 điểm D, O, E thẳng hàng.

b. Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O kẻ từ D và E cắt cạnh BC tương ứng tại M và N. Chứng minh M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn HB và HC.

c. Cho AB = 8 cm, AC = 9 cm. Tính diện tích tứ giác MDEN.

ĐỀ SỐ 262

Câu 1 (3,0 điểm).

1. Cho $f(x) = \frac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = f\left(\frac{1}{2012}\right) + f\left(\frac{2}{2012}\right) + \dots + f\left(\frac{2010}{2012}\right) + f\left(\frac{2011}{2012}\right)$$

2. Cho biểu thức $P = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$

Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

Câu 2 (1,5 điểm).

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn $(x+y)^3 = (x-y-6)^2$.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn điều kiện:

$$abc + bcd + cda + dab = a + b + c + d + \sqrt{2012}$$

Chứng minh rằng: $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1) \geq 2012$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho ba đường tròn (O_1) , (O_2) và (O) (kí hiệu (X) chỉ đường tròn có tâm là điểm X). Giả sử (O_1) , (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm I và (O_1) , (O_2) lần lượt tiếp xúc trong với (O) tại M_1, M_2 . Tiếp tuyến của đường tròn (O_1) tại điểm I cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm A, A' . Đường thẳng AM_1 cắt lại đường tròn (O_1) tại điểm N_1 , đường thẳng AM_2 cắt lại đường tròn (O_2) tại điểm N_2 .

1. Chứng minh rằng tứ giác $M_1N_1N_2M_2$ nội tiếp và đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng N_1N_2 .
2. Kẻ đường kính PQ của đường tròn (O) sao cho PQ vuông góc với AI (điểm P nằm trên cung AM_1 không chứa điểm M_2). Chứng minh rằng nếu PM_1, QM_2 không song song thì các đường thẳng AI, PM_1 và QM_2 đồng quy.

Câu 5 (1,0 điểm)

Tất cả các điểm trên mặt phẳng đều được tô màu, trong đó mỗi một điểm được tô bởi một trong 3 màu xanh, đỏ, tím. Chứng minh rằng khi đó luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có 3 đỉnh thuộc các điểm của mặt phẳng trên mà 3 đỉnh của tam giác đó cùng màu hoặc đôi một khác màu.

ĐỀ SỐ 263

Câu 1:(2.5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$ với $4 < x \leq 8$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên.

Câu 2:(2.5 điểm) Số đo hai cạnh góc vuông của một tam giác là nghiệm của phương trình bậc hai $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m = 0$. Xác định m để số đo đường cao ứng với cạnh huyền của tam giác đã cho là $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 3:(3.0 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B . Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc (O) và (O') tại C và D . Qua A kẻ đường thẳng song song CD cắt (O) và (O') lần lượt tại M và N . Các đường thẳng BC, BD lần lượt cắt MN tại P và Q . Các đường thẳng CM, DN cắt nhau tại E . Chứng minh rằng:

- a) Các đường thẳng AE và CD vuông góc nhau.
- b) Tam giác EPQ cân.

Câu 4:(1.0 điểm) Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Chứng minh:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq 3$$

Câu 5: (1,0 điểm) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn : $a^5 + b^5 = 4(c^5 + d^5)$
Chứng minh rằng : $a + b + c + d$ chia hết cho 5.

ĐỀ SỐ 264

Câu 1 (3,0 điểm).

a. Rút gọn biểu thức $A = \left(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{7-3\sqrt{5}} \right) \left(\sqrt{21+6\sqrt{6}} + \sqrt{21-6\sqrt{6}} \right)$

b. Tính giá trị biểu thức $B = x^5 - 10x^3 - 15x^2 + 2x + 1$, biết rằng $x = 2 - \sqrt{3}$

Câu 2 (4,0 điểm).

a. Giải phương trình $(x-2)(x-1)(x+3)(x+6) = 12x^2$

b. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2) = 20 \\ (x+y)(x^2-y^2) = 32 \end{cases}$$

Câu 3 (4,0 điểm).

a. Chứng minh rằng phương trình $x^2 - 2^y = 2013$ không có nghiệm nguyên.

b. Cho s, t, x, y, z là các số nguyên và tổng $s + t + x + y + z$ chia hết cho 5.

Chứng minh rằng tổng $s^5 + t^5 + x^5 + y^5 + z^5$ chia hết cho 5.

Câu 4 (7,0 điểm).

1. Cho tam giác ABC. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $AB = 3AM$, $AC = 3AN$. Biết diện tích tứ giác MNCB bằng 48 cm^2 .

a. Tính diện tích tam giác AMN.

b. Gọi O là giao điểm của BN và CM. Tính diện tích tam giác BMO.

2. Cho tam giác nhọn ABC, có trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp là O. Đường trung trực của đoạn thẳng AH cắt AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

a. Tam giác AOC đồng dạng với tam giác ADH.

b. Điểm A là tâm đường tròn bàng tiếp của tam giác DOE.

Câu 5 (2,0 điểm).

Cho ba số thực dương a, b, c .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh rằng $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab+bc+ca$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

===== Hết =====

ĐỀ SỐ 265

Bài 1 (2,00đ) Tìm các giá trị nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$(y + 2). x^2 + 1 = y^2$$

Bài 2: (4,00 đ)

1. Cho số x ($x \in R; x > 0$) thỏa mãn điều kiện: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

Tính giá trị các biểu thức: $A = x^3 + \frac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \frac{1}{x^5}$

2. Chứng minh rằng $6^{2n} + 19^n - 2^{n+1} : 17$

Bài 3 (5,00 đ)

1. Thu gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

2. Giải phương trình : $x^2 + x + 12\sqrt{x+1} = 36$

Bài 4 (4,00đ) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$) , đường cao AH . Trên tia HC lấy HD = HA . Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E .

1/ Chứng minh AE = AB.

2/ Gọi M là trung điểm của BE . Tính góc AHM.

Bài 5(5.00 đ) Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AD, trục tâm H. Kẻ đường tròn tâm O đường kính AH cắt AC tại E.

1/ Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn(O).

2/ Tiếp tuyến tại A của đường tròn(O) cắt DE tại F. Tính diện tích tứ giác AOEF biết AH = 6cm, HD = 2cm.

ĐỀ SỐ 266

Câu 1: (5,0 điểm)

d) Cho $A = \sqrt{2012} - \sqrt{2011}$; $B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$. So sánh A và B?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

e) Tính giá trị biểu thức: $C = \sqrt[3]{15\sqrt{3} + 26} - \sqrt[3]{15\sqrt{3} - 26}$.

f) Cho $2x^3 = 3y^3 = 4z^3$. Chứng minh rằng: $\frac{\sqrt[3]{2x^2 + 3y^2 + 4z^2}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} = 1$

Câu 2: (3,0 điểm) Giải phương trình : $\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2} + \frac{1}{(x^2 + 2x + 3)^2} = \frac{5}{4}$.

Câu 3: (4,0 điểm) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 8(2x + y)^2 - 10(4x^2 - y^2) - 3(2x - y)^2 = 0 \\ 2x + y - \frac{2}{2x - y} = 2 \end{cases}$$
.

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC. Gọi Q là điểm trên cạnh BC (Q khác B; C). Trên AQ lấy điểm P (P khác A; Q). Hai đường thẳng qua P song song với AC, AB lần lượt cắt AB; AC tại M, N.

c) Chứng minh rằng : $\frac{AM}{AB} + \frac{AN}{AC} + \frac{PQ}{AQ} = 1$

d) Xác định vị trí điểm Q để $\frac{AM \cdot AN \cdot PQ}{AB \cdot AC \cdot AQ} = \frac{1}{27}$

Câu 5: (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C thuộc bán kính OA. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại D. Đường tròn tâm I tiếp xúc với nửa đường tròn (O) và tiếp xúc với các đoạn thẳng CA, CD. Gọi E là tiếp điểm của AC với đường tròn (I). Chứng minh : BD = BE.

Câu 6: (2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 1 - xy$, trong đó x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện : $x^{2013} + y^{2013} = 2x^{1006}y^{1006}$

ĐỀ SỐ 267

Câu 1 (2,0 điểm)

Thực hiện phép tính :

$$\frac{\sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{(x + 12)\sqrt{x} - 6x - 8}}{\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \sqrt{\sqrt{2} + 1} \cdot \sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}}}$$

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Chứng minh rằng: $21^{39} + 39^{21} : 45$

b) Tìm a, b thuộc N^* sao cho :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = \frac{2}{7}$$

Câu 3 (6,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x - 2} + \sqrt{y - 1} + \sqrt{z} = \frac{1}{2}(x + y + z)$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm k để phương trình: $x^2 - (2 + k)x + 3k = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , sao cho x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 10.

c) Cho biểu thức: $A = x\sqrt{3+y} + y\sqrt{3+x}$, với $x \geq 0, y \geq 0$; $x+y = 2012$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của A .

Câu 4 (5,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại I .

a) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF .

b) Giả sử $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác $AEOF$ theo R .

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác đều ABC . Một tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt các cạnh AB và AC của tam giác ABC theo thứ tự ở P và Q .

Chứng minh rằng:

a) $PQ^2 + AP \cdot AQ = AP^2 + AQ^2$

b) $\frac{AP}{BP} + \frac{AQ}{CQ} = 1$

ĐỀ SỐ 268

Bài 1: (3 điểm) Cho hai số dương a, b và c khác 0 thỏa điều kiện: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$

Chứng minh rằng: $\sqrt{a+b} = \sqrt{a+c} + \sqrt{b+c}$

Bài 2: (5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6) = 3x^2$

b) $2\sqrt{2+x-x^2} = 1 + \frac{1}{x}$

Bài 3: (3 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy - \frac{x}{y} = 9,6 \\ xy - \frac{y}{x} = 7,5 \end{cases}$$

Bài 4: (3 điểm) Cho số thực x thỏa mãn điều kiện: $0 < x < \frac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$A = \frac{2-x}{1-2x} + \frac{1+2x}{3x}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: (4 điểm) Từ một điểm M bên ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O), (A, B là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của MB; C là giao điểm của AE và đường tròn (O) (C khác A) và H là giao điểm của AB và MO.

a) Chứng minh: HCEB là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi D là giao điểm của MC và đường tròn (O) (D khác C). Chứng minh: ABD là tam giác cân.

c) Gọi J là giao điểm của BO và đường tròn (O) (J khác B); K là giao điểm của AD và MJ. Tính tỉ số $\frac{KA}{KD}$

Bài 6: (2 điểm) Tìm tất cả các số tự nhiên n biết n có hai chữ số và n chia hết cho tích các chữ số của nó.

ĐỀ SỐ 269

Câu 1. (3,0 điểm)

Cho tam giác vuông có độ dài các cạnh là những số nguyên và số đo chu vi bằng hai lần số đo diện tích. Tìm độ dài các cạnh của tam giác đó.

Câu 2. (3,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$P = \sqrt{1-x+(1-x)\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x-(1-x)\sqrt{1-x^2}} \text{ với } x \in [-1;1]$$

Tính giá trị của biểu thức P với $x = \frac{-1}{2012}$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Tìm các số thực x, y thỏa mãn:

$$(x^2 + 1)^2 y^2 + 16x^2 + \sqrt{x^2 - 2x - y^3 + 9} = 8x^3 y + 8xy$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và hai điểm A(-1;1), B(3;9) nằm trên (P). Gọi M là điểm thay đổi trên (P) và có hoành độ là m ($-1 < m < 3$). Tìm m để tam giác ABM có diện tích lớn nhất.

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi I là điểm bất kỳ nằm trong tam giác ABC (I không nằm trên cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI lần lượt cắt BC, CA, AB tại M, N, P.

a) Chứng minh: $\frac{AI}{AM} + \frac{BI}{BN} + \frac{CI}{CP} = 2$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AM \cdot BN} + \frac{1}{BN \cdot CP} + \frac{1}{CP \cdot AM} \leq \frac{4}{3(R - OI)^2}$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 6. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A tù, nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ tâm O đến các cạnh BC, CA, AB và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng: $y + z - x = R + r$.

Câu 7. (2,0 điểm)

Cho x; y thỏa mãn $\begin{cases} x; y \in \mathbb{R} \\ 0 \leq x; y \leq \frac{1}{2} \end{cases}$. Chứng minh rằng: $\frac{\sqrt{x}}{1+y} + \frac{\sqrt{y}}{1+x} \leq \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

ĐỀ SỐ 270

Câu 1 (4 điểm)

a) Cho $\left(x + \sqrt{2011+x^2}\right)\left(y + \sqrt{2011+y^2}\right) = 2011$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = x^{2011} + y^{2011}.$$

b) Tính tổng

$$S = \frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{8+\sqrt{15}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{240+\sqrt{14399}}{\sqrt{119}+\sqrt{121}}.$$

(mỗi số hạng trong tổng trên có dạng $\frac{4n+\sqrt{4n^2-1}}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}}$, với $n \in \mathbb{N}$ và $1 \leq n \leq 60$).

Câu 2 (3 điểm)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = y \\ y^3 + 3y^2 + 2y - 5 = z \\ z^3 + 3z^2 + 2z - 3 = x \end{cases}$$

Câu 3 (4 điểm)

a) Tìm số nguyên dương n để $B = n^4 + n^3 + n^2 + n + 1$ là số chính phương.

b) So sánh M và N biết $M = \left(2010^{2010} + 2011^{2010}\right)^{2011}$, $N = \left(2010^{2011} + 2011^{2011}\right)^{2010}$.

Câu 4 (2 điểm)

Cho a, b, c là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$A = \frac{4a}{a+b+2c} + \frac{b+3c}{2a+b+c} - \frac{8c}{a+b+3c}.$$

Câu 5 (7 điểm)

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Qua B kẻ tiếp tuyến d của đường tròn (O). MN là một đường kính thay đổi của đường tròn (M không trùng với A, B). Các đường thẳng AM và AN cắt đường thẳng d lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh $AM.AC = AN.AD$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của tích $AC.AD$.

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNC thuộc một đường thẳng cố định.

d) Gọi I là giao điểm của CO và BM. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E, cắt đường thẳng d tại F. Chứng minh ba điểm C, E, N thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 271

Câu 1(3điểm): a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}}$ với $a > 0$

b) Tính giá trị của tổng:

$$B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$$

Câu 2(4điểm): Cho ba số x, y, z từng đôi một khác nhau và $\frac{x}{y-z} + \frac{y}{z-x} + \frac{z}{x-y} = 0$.

$$\text{Chứng minh: } \frac{x}{(y-z)^2} + \frac{y}{(z-x)^2} + \frac{z}{(x-y)^2} = 0$$

Câu 3 (4điểm): Biết $ax+by+cz=0$, rút gọn phân thức:

$$\frac{ax^2+by^2+cz^2}{bc(y-z)^2+ac(x-z)^2+ab(x-y)^2}$$

Câu 4 (4điểm): Chứng minh bất đẳng thức:

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$$

Câu 5(5điểm): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O).

a) Tia phân giác của góc BAC cắt BC tại I, cắt đường tròn (O) tại M. Chứng minh rằng $MC^2 = MI.MA$

b) Kẻ đường kính MN. Các tia phân giác của góc B và góc C cắt AN tại P và Q. Chứng minh rằng bốn điểm P, C, B, Q cùng thuộc một đường tròn.

ĐỀ SỐ 272

Bài 1: (4,0 điểm)

$$\text{Cho biểu thức: } A = \frac{x\sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} + 4}{2x\sqrt{x} - 14x + 28\sqrt{x} - 16}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1. Tìm x để A có nghĩa, từ đó rút gọn biểu thức A .
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (4,0 điểm)

Cho ph-ơng trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$ (m là tham số).

3. Với giá trị nào của m thì ph-ơng trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{18}{7}$.
4. Với giá trị nào của m thì ph-ơng trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 8$

Bài 3: (3,0 điểm)

4. Cho bốn số thực bất kì a, b, c, d . Chứng minh:

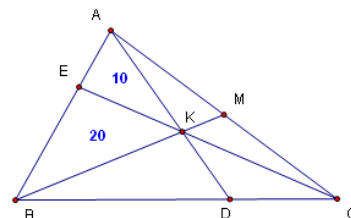
$$|ab + cd| \leq \sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

5. Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P = 3\sin \alpha + \sqrt{3}\cos \alpha$ có giá trị lớn nhất ? Cho biết giá trị lớn nhất đó.

Bài 4: (6,0 điểm)

3. Cho đ-ờng tròn (O) và dây BC cố định không qua tâm O, điểm A di chuyển trên cung lớn BC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Gọi M là trung điểm của CD. Hỏi M di chuyển trên đ-ờng nào ? Nêu cách dựng đ-ờng này và giới hạn của nó.
4. Trong hình bên, cho biết M là trung điểm của AC và các đ-ờng thẳng AD, BM và CE đồng qui tại K. Hai tam giác AKE và BKE có diện tích là 10 và 20. Tính diện tích tam giác ABC.



Bài 5: (3,0 điểm)

5. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính ph-ơng.
6. Tính số các ô nhỏ nhất phải quét sơn trên một bảng 5×5 để cho bất kì vùng 3×3 nào đó trên bảng này cũng chứa ít nhất 4 ô đã quét sơn.

ĐỀ SỐ 273

Câu 1: (3điểm) Tính

- a) $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2$
- b) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

Câu 2: (4điểm)

- a) Cho a, b, c, d, e là các số thực

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b+c+d+e)$

b) Cho $a+b=1$, chứng minh rằng: $a^3 + b^3 + ab \geq \frac{1}{2}$

Câu 3: (4 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + xy + y = 1 \\ y + yz + z = 4 \\ z + zx + x = 9 \end{cases}$$

Câu 4: (4 điểm)

Cho hệ toạ độ Oxy và ba điểm A(2;5); B(-1;-1); C(4;9)

a) Viết phương trình đường thẳng BC

b) Chứng minh đường thẳng BC và hai đường thẳng $y=3$; $2y+x-7=0$ là ba đường thẳng đồng quy.

c) Chứng minh ba điểm A,B,C thẳng hàng.

Câu 5: (5 điểm)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ một tiếp tuyến chung ngoài tiếp xúc với đường tròn (O) và (O') lần lượt tại C và D. Đường thẳng CD cắt đường thẳng AB tại E, trong đó A nằm giữa B và E. Qua B vẽ một cát tuyến song song với CD cắt đường tròn (O) và (O') lần lượt tại M và N. Hai đường thẳng MC và ND cắt nhau tại F. Chứng minh rằng:

a) $\triangle CMB$ và $\triangle DBN$ là những tam giác cân.

b) Tứ giác ACFD nội tiếp.

c) Diện tích tứ giác BCFD bằng tổng diện tích của tam giác CMB và DBN.

ĐỀ SỐ 274

Bài 1: a) Tính giá trị biểu thức: $M = (x-y)^3 + 3(x-y)(xy+1)$, biết

$$x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} - \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}, y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$$

b) Giải phương trình:

$$\frac{2x}{x^2-x+1} - \frac{x}{x^2+x+1} = \frac{5}{3}$$

Bài 2: a) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3 = 4x & (1) \\ x^3 + 12x + y^3 = 6x^2 + 9 & (2) \end{cases}$$

b) Tìm các số tự nhiên a, b, c phân biệt sao cho biểu thức sau nhận giá trị nguyên

$$P = \frac{(ab-1)(bc-1)(ca-1)}{abc}$$

Bài 3: Tam giác ABC có chu vi bằng 1, các cạnh a, b, c thỏa mãn đẳng thức:

$$\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = \frac{3}{2}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh tam giác ABC đều.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy M bất

kỳ trên đoạn thẳng AD (M không trùng với A). Gọi N, P theo thứ tự là hình chiếu

vuông góc của M xuống các cạnh AB, AC và H là hình chiếu vuông góc của

N xuống đường thẳng PD.

a) Chứng minh AH vuông góc với BH

b) Đường thẳng qua B song song với AD cắt đường trung trực của AB tại I.

Chứng minh ba điểm H, N, I thẳng hàng.

Bài 5: Các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F = \frac{x^4}{(x^2 + y^2)(x + y)} + \frac{y^4}{(y^2 + z^2)(y + z)} + \frac{z^4}{(z^2 + x^2)(z + x)}$$

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 275

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1} + \frac{\sqrt{n+1}+3}{\sqrt{n+1}-3} - \frac{n-\sqrt{n+1}+7}{n-2\sqrt{n+1}-2}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

a/ Rút gọn biểu thức $Q = \frac{P}{n+3\sqrt{n+1}+1}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

b/ Tìm tất cả các giá trị $n (n \in \mathbb{N}, n \neq 8)$ sao cho P là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,0 điểm)

a/ Tìm x, biết: $2\sqrt{x+4} - 4\sqrt{2x-6} = x - 7$

b/ Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 6 = 4\sqrt{y-4} \\ y + 10 = 6\sqrt{z-9} \\ z - 16 = 2\sqrt{x-1} \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

a/ Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm M(1;4). Biết rằng đồ thị của hàm số đã cho cắt trục Ox tại điểm P có hoành độ dương và cắt trục Oy tại điểm Q có tung độ dương. Tìm a và b sao cho $OP + OQ$ nhỏ nhất (với O là gốc tọa độ)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b/ Tìm số tự nhiên có 2 chữ số. Biết rằng nếu lấy tổng của 2 chữ số ấy cộng với 3 lần tích của 2 chữ số ấy thì bằng 17.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, qua I vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CI, đường thẳng này cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại M và N.

a/ Chứng minh rằng hai tam giác IAM và BAI đồng dạng.

b/ Chứng minh rằng $\frac{AM}{BN} = \left(\frac{AI}{BI}\right)^2$.

Bài 5. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}$ là góc tù. Vẽ các đường cao CD và BE của tam giác ABC (D nằm trên đường thẳng AB, E nằm trên đường thẳng AC). Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc của các điểm B và C trên đường thẳng DE. Biết rằng S_1 là diện tích tam giác ADE, S_2 là diện tích tam giác BEM và S_3 là diện tích tam giác CDN. Tính diện tích tam giác ABC theo S_1, S_2, S_3 .

ĐỀ SỐ 276

Câu 1: (3,5 điểm)

a/ Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 7x - 12 = 0$

b/ Tính $A = \sqrt{6 - \sqrt{11}} - \sqrt{6 + \sqrt{11}}$

Câu 2: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \right)$ (với $x \geq 0$; $x \neq 4$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P\sqrt{4-x} < 0$

Câu 3: (6 điểm)

a/ Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^5 + 2014x^3 - 2014x^2 + 2013x - 2014$

b/ Giải phương trình sau: $x^2 - 3x = 2\sqrt{x-1} - 4$.

c/ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1} \quad (\text{với } a > 1; b > 1)$$

Câu 4: (2 @iOm)

Tính cạnh đáy BC của tam giác cân ABC biết đường cao ứng với cạnh đáy bằng 15,6cm và đường cao ứng với cạnh bên bằng 12cm.

Câu 5: (6 điểm). Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kéo dài AO cắt đường tròn tại K.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a/ Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành và H,M,K thẳng hàng

b/ Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Chứng minh $S_{AHG} = 2S_{AGO}$

c/ Chứng minh: $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = 1$

ĐỀ SỐ 277

Câu I (4đ)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x-1}}{3+\sqrt{x-1}} + \frac{x+8}{10-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x-1}+1}{x-3\sqrt{x-1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)$

1) Rút gọn P

2) Tính giá trị của P khi $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

Câu II (4đ)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng d: $y = x - 2$ và parabol (P): $y = -x^2$. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1) Tính độ dài AB.

2) Tìm m để đường thẳng d': $y = -x + m$ cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho $CD = AB$.

Câu III (4đ)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + x = 2 \\ \frac{y^2}{x} + y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

Câu IV (6đ)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB > AC$. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C_1) và (C_2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1) ME là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) .

2) $KH \perp AM$.

Câu V (2đ)

Với $0 \leq x, y, z \leq 1$. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 278

Câu 1 (2 điểm):

a. Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn: $a = xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}$ và $b = x \cdot \sqrt{1+y^2} + y \cdot \sqrt{1+x^2}$.
Tính b theo a .

b. Cho $S(n) = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$ với n là số nguyên dương. Chứng minh:

$$S(2013) = S(2012) + S(2011)$$

Câu 2 (2 điểm):

a. Giải phương trình: $2012 \cdot (2013 - 2012x^2)^2 = 2013 - x$

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^2(x^2 - 2) = -1 \\ (xy + 1)(2y - x) = 2x^3y^2 \end{cases}$$

Câu 3 (2 điểm):

a. Cho a và b là các số nguyên dương sao cho $a^2 + b^2$ chia hết cho $a.b$.

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{a^2 + b^2}{ab}$

b. Cho 2 số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 4y^2 = 8$. Tìm giá trị lớn nhất của $M = y(2x - 3y)$

Câu 4 (3 điểm)

Cho $\triangle ABC$ nhọn. Kẻ các đường cao BE và CD . Đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE$ cắt các đường phân giác trong và ngoài của góc A của $\triangle ABC$ tại P và Q tương ứng. Các đường thẳng AQ và AP cắt đường thẳng BC lần lượt tại S và R . Chứng minh:

a. $SC \cdot BR = SB \cdot CR$

b. $PQ \perp DE$

c. PQ đi qua trung điểm của cạnh BC

Câu 5 (1 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB có điểm M nằm giữa O và A . Đường thẳng qua M vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại C . Gọi D là điểm chính giữa cung AB (C, D nằm khác phía đối với AB). Xác định vị trí điểm M để diện tích tam giác MCD lớn nhất.

ĐỀ SỐ 279

Câu 1 (5 điểm) Cho biểu thức: $M = \left(\frac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{3}{2-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn M .

b) Tính giá trị của M nếu $x = 6 - 2\sqrt{5}$

c) Tìm các giá trị của n để có x thỏa mãn $(\sqrt{x}+1)M = \sqrt{x}+n$

Câu 2 (3 điểm)

a) Cho x và y là các số dương thỏa mãn $xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = \sqrt{2011}$

Tính giá trị của biểu thức: $A = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho $xy=1$ và $x>y$. Chứng minh rằng $\frac{x^2+y^2}{x-y} \geq 2\sqrt{2}$

Câu 3 (5 điểm)

- a) Cho x, y, z là các số nguyên sao cho $(x-y)(y-z)(z-x)=x+y+z$. Chứng minh rằng khi đó $x+y+z \vdots 27$
- b) Cho biểu thức $M = \sqrt{a+3-4\sqrt{a-1}} + \sqrt{a+15-8\sqrt{a-1}}$
- Tìm điều kiện của a để M xác định.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất của M .

Câu 4 (5 điểm) Cho hình vuông $ABCD$, gọi I là điểm bất kì trên cạnh AB (I khác A và B). Tia DI cắt tia CB tại E . Đường thẳng CI cắt AE tại M . Trên tia đối tia AB lấy điểm N sao cho $AN=BE$.

- a) Chứng minh rằng CN vuông góc với DE .
- b) Chứng minh rằng DE vuông góc với BM .

Câu 5 (2 điểm) Cho tam giác ABC có độ dài 3 cạnh là a, b, c và chu vi tam giác là $2p$.

Chứng minh rằng: $\frac{p}{p-a} + \frac{p}{p-b} + \frac{p}{p-c} \geq 9$

ĐỀ SỐ 280

Bài 1. (3,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x+y+2xy}{1-xy} \right)$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$.

Bài 2. (4,5 điểm).

- a) Tìm số tự nhiên n sao cho: $n + 12$ và $n - 77$ là hai số chính phương.
- b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $x(y-2) + 3y = 27$.
- c) Cho ba số x, y, z thỏa mãn đồng thời: $x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$
- Tính giá trị của biểu thức: $A = x^{2013} + y^{2013} + z^{2013}$.

Bài 3. (4,5 điểm).

a) Cho biểu thức: $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2020$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Hãy tính giá trị của biểu thức $N = a^3 + b^3 - 3(a+b) + 2014$ biết rằng:

$$a = \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}}; b = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Giải phương trình: $\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 1$

Bài 4. (5,0 điểm). Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC = 2R và A là một điểm trên nửa đường tròn đó. Vẽ AH vuông góc với BC. Gọi I và K lần lượt là các điểm đối xứng của H qua AB và AC.

a) Chứng minh ba điểm I, A, K thẳng hàng.

b) Chứng minh IK là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).

c) Xác định vị trí của điểm H trên BC để diện tích tứ giác BIKC đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 5. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1cm. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $\angle ABD = \angle CBE = 20^\circ$. Gọi M là trung điểm của BE và N là điểm trên cạnh BC sao cho BN = BM. Tính tổng diện tích hai tam giác BCE và tam giác BEN.

ĐỀ SỐ 281

Bài 1 (2,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4}}{\sqrt{1-\frac{8}{x} + \frac{16}{x^2}}}$$

Rút gọn rồi tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 2 (2,0 điểm)

Giải các phương trình:

a. $\sqrt{x^2-3x+2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x-2} + \sqrt{x^2+2x-3}$

b. $(4x+2)\sqrt{x+8} = 3x^2+7x+8$

Bài 3 (1,5 điểm)

a. Cho $f(x) = (x^3+12x-31)^{2013}$.

Tính f(a) với $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$

Bài 4 (1,5 điểm)

a. Cho a, b, c là ba số hữu tỉ thỏa mãn: $abc = 1$

và $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} = \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{b}$

Chứng minh rằng ít nhất một trong ba số a, b, c là bình phương của một số hữu tỉ.

b. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

Bài 5 (3,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho đường tròn $(O; R)$ và hai đường kính AB và CD sao cho tiếp tuyến tại A của đường tròn $(O; R)$ cắt các đường thẳng BC và BD tại hai điểm tương ứng là E và F . Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF .

a. Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn thẳng OA .

b. Hai đường kính AB và CD thỏa mãn điều kiện gì thì tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất.

c. Chứng minh các hệ thức sau: $CE \cdot DF \cdot EF = CD^3$ và $\frac{BE^3}{BF^3} = \frac{CE}{DF}$.

ĐỀ SỐ 282

Bài 1: (4 điểm)

a) Cho $x = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}-2}$. Tính $P = (x^2 + x + 1)^{2013}$

b) Cho $A = \sqrt{1 - \frac{1}{xy}}$. Biết $x, y \in \mathbb{Q}$ và $x \neq 0; y \neq 0$ thỏa mãn : $x^3 + y^3 = 2x^2y^2$

Chứng minh rằng : $A \in \mathbb{Q}$

Bài 2: (4 điểm) Chứng minh rằng nếu a, b, c là ba số thỏa mãn : $a + b + c = 2013$ và

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2013} \quad . \quad \text{Thì trong ba số } a, b, c \text{ phải có một số bằng } 2013.$$

Bài 3: (4 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 3x + 1 = (x+3)\sqrt{x^2+1}$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} y^2 - 2x + 2xy = 1 \\ x^2 + y^2 + x + y = 8 \end{cases}$$

Bài 4: (4 điểm) Cho $a \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a^5 - a^3 + a = 2$. Chứng minh rằng : $3 < a^6 < 4$

Bài 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A , nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi D là trung điểm của AB , E là trọng tâm của tam giác ACD . Chứng minh rằng $OE \perp CD$.

ĐỀ SỐ 283

Câu 1

a) Biết $N = \overline{dcba}$.

Chứng minh rằng N chia hết cho 4 khi và chỉ khi $a + 2b$ chia hết cho 4

b) Phân tích biểu thức thành nhân tử : $M = a - b + \sqrt{ab^2} - \sqrt{b^3}$

Câu 2:

a) Cho $x, y, z > 0$. Hãy rút gọn biểu thức

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$M = \sqrt{x+y+3+2\sqrt{3x+3y}} + \sqrt{x+y+3-2\sqrt{3x+3y}}$$

- b) Tìm x, y sao cho biểu thức $A = 2x^2 + 9y^2 - 6xy - 6x - 12y + 2011$ có giá trị nhỏ nhất.
Tìm giá trị đó

Câu 3:

- a) Giải phương trình $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$
b) Chứng minh rằng: $\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, trong đó n là số nguyên dương

Câu 4:

- 1) Cho hình thoi ABCD, đường cao AH. Chứng minh rằng $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BD^2}$
2) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$ và $AB < CD$) có $\hat{A} = 90^\circ$. Chứng minh rằng:
a) $AC > BD$
b) $AC^2 - BD^2 = CD^2 - AB^2$

Câu 5: Cho đường tròn (O; R) và một điểm A cố định nằm trong đường tròn đó ($A \neq O$). Xác định vị trí của điểm B trên đường tròn (O) sao cho góc OBA lớn nhất

ĐỀ SỐ 284

CÂU 1: (4 điểm)

- 1.1/ So sánh: $\sqrt{2009} + \sqrt{2011}$ và $2\sqrt{2010}$
2.2/ Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \sqrt{a+3-4\sqrt{a-1}} + \sqrt{a+15-8\sqrt{a-1}}$

CÂU 2: (5 điểm)

- 2.1/(2điểm) Giải phương trình: $|x-1| + 3|x-4| = 7$ với $1 < x < 4$
2.2/(3điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2.
a/ Viết phương trình đường thẳng AB.
b/Tìm tọa độ điểm M thuộc cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

CÂU 3: (5 điểm) Cho đường tròn (O; R) và dây cung BC với $\angle BOC = 120^\circ$. Các tiếp tuyến vẽ tại B và C với đường tròn cắt nhau tại A. Gọi M là một điểm tùy ý trên cung nhỏ BC (M khác B và C). Tiếp tuyến tại M với đường tròn (O) cắt AB tại E và cắt AC tại F.

- a/ Tính chu vi tam giác AEF theo R
b/Gọi I và K tương ứng là giao điểm của BC với OE và OF. Chứng minh tứ giác OIFC nội tiếp và các đường thẳng OM, EK, FI cùng đi qua một điểm.
c/ Chứng minh: $EF = 2IK$

CÂU 4: (3điểm)

- 4.1/ Cho đường tròn tâm O, đường kính AB, M là điểm di động trên đường tròn, vẽ MH vuông góc AB tại H. Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn O sao cho diện tích tam giác OMH lớn nhất.
4.2/ Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$, $AC = b$ và đường phân giác trong góc A là AD=d.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh: $\frac{\sqrt{2}}{d} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

CÂU 5: (3 điểm) Kim đồng hồ chỉ 6 giờ. Hỏi sau bao lâu kim phút và kim giờ lại gặp nhau?

ĐỀ SỐ 285

Bài 1: (3 điểm)

a) Chứng minh $A = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}$ là số nguyên

b) Tính $B = \sqrt{1 + 2013^2 + \frac{2013^2}{2014^2}} + \frac{2013}{2014}$.

Bài 2: (3 điểm)

a) Chứng minh giá trị biểu thức $M = x^3 - 3x^2 - x + 21$ chia hết cho 6 với x là số nguyên lẻ.

b) Cho $a; b$ là hai số chính phương lẻ liên tiếp, chứng minh:

$N = (a - 1)(b - 1)$ chia hết cho 192.

Bài 3: (3 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 3) = 45$ b) $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x + 10}$

Bài 4: (3 điểm))

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2017$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của $Q = \frac{\sqrt{x-4}}{2x}$

Bài 5: (8 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông cân tại A; BD là đường trung tuyến. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt BC tại E. Chứng minh $EB = 2EC$

b) Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH và BK.

Chứng minh $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Một góc xOy bằng 45° cắt đoạn thẳng AB và AC lần lượt tại D và E . Chứng minh rằng:

1. DE là tiếp tuyến của đường tròn (O)
2. $\frac{2}{3}R < DE < R$

ĐỀ SỐ 286

Câu 1: Cho biểu thức: (4,5đ)

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1} - \sqrt{2}} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{2}}{\sqrt{2x} - x} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Câu 2: Giải phương trình: $(x^2 + 3x - 4)(x^2 + x - 6) = 24$ (4đ)

Câu 3: (3,5đ) Cho 3 số a, b, c dương. CMR:

$$\frac{a^3b}{c} + \frac{a^3c}{b} + \frac{b^3a}{c} + \frac{b^3c}{a} + \frac{c^3a}{b} + \frac{c^3b}{a} \geq 6abc$$

Câu 4 (3 đ) Cho tam giác ABC , đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM , BI cắt AC tại K . Tính diện tích tam giác AIK biết diện tích tam giác ABC bằng 120 cm^2 .

Câu 5 (5 đ) Cho tam giác ABC ($\hat{B} = \hat{C} = \alpha$), đường cao AH . Qua H vẽ HE vuông góc với AC (E thuộc AC), cho $HE = h$

a) Tính diện tích tam giác ABC theo h và α

b) Gọi M là trung điểm của HE . Chứng minh $AM \perp BE$

ĐỀ SỐ 287

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho $a - b = 3$. Tính giá trị của biểu thức: $A = a^2(a+1) - b^2(b-1) + ab - 3ab(a-b+1)$.

Câu 2: (2,0 điểm) Rút gọn: $B = \sqrt{\frac{1007 - \sqrt{2013}}{2}} - \sqrt{\frac{1007 + \sqrt{2013}}{2}}$

Câu 3: (2,0 điểm) Chứng minh: $n^3 - 6n^2 - 13n + 18$ chia hết cho 6. ($n \in \mathbb{Z}$)

Câu 4: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = (4m - m^2 - 5)x - \sqrt{2012}$. So sánh $f(1 - \sqrt{2011})$ và $f(1 - \sqrt{2013})$.

Câu 5: (1,5 điểm) Cho ΔABC có trung tuyến AM . Chứng minh: $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 6 : (1,5điểm) Tìm số tự nhiên a biết $a + 13$ và $a - 76$ là các số chính phương.

Câu 7: (1,5điểm) Chứng minh rằng với mọi x, y ta có : $x^4 + y^4 \geq xy^3 + x^3y$

Câu 8: (1,5điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $C = (2x - 3)^2 - 2|2x - 3| + 6$

Câu 9: (1,5điểm) Cho ΔABC có A nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng:

$$BC = 2R \cdot \sin A$$

Câu 10: (1,5điểm) Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn : $x^2 - 2y^2 = 1$

Câu 11: (1,5điểm) Cho ΔABC , đường thẳng d cắt AB , AC và trung tuyến AM theo thứ tự tại E, F, N

$$(E \neq A, B \text{ và } F \neq A, C). \text{ Chứng minh : } \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{2AM}{AN}.$$

Câu 12: (1,5điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng a ở ngoài đường tròn. Gọi OH là khoảng cách từ tâm O đến a và M là một điểm chuyển động trên a . Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). Gọi D là giao điểm của AB với OH . Chứng minh rằng D là điểm cố định.

ĐỀ SỐ 288

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức:
$$P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2$$

1. Rút gọn P .

2. Tìm x để $P > 2\sqrt{x}$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

2. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng $\frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \geq 16$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho 100 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100. Xếp một cách tùy ý 100 số trên nối tiếp nhau thành một dãy các chữ số ta được số A . Hỏi A có chia hết cho 2007 không?

Câu 4. (5,0 điểm)

1. Giải phương trình $4x^2 + 10x + 9 = 5\sqrt{2x^2 + 5x + 3}$.

2. Giả sử bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x + 1 = y + z \\ xy + z^2 - 7z + 10 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

Tìm tất cả các bộ ba (x, y, z) thỏa mãn hệ (I) sao cho $x^2 + y^2 = 17$.

Câu 5. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A và đường cao AH . Một đường tròn đi qua B và C cắt AB, AC lần lượt ở M và N . Vẽ hình chữ nhật $AMDC$.

a) Chứng minh rằng $\frac{AM}{CH} = \frac{AN}{AH}$. b) Chứng minh rằng HN vuông góc với HD .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 289

Bài 1: (3 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng lập phương của chúng chia hết cho 9.

b) Viết các số tự nhiên lẻ liên tiếp từ 1 đến 2013 ta được số $A = 1357911...20112013$. Hỏi số A có bao nhiêu chữ số?

Bài 2: (5 điểm):

a) Giải các phương trình: $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$

b) Giải bất phương trình: $\frac{x+1}{x-1} \geq \frac{x-1}{x+1}$

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2-y} = 11 \end{cases}$$

Bài 3: (3 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m + 2 = 0$. Tìm m để phương trình:

a) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 8$.

b) có đúng một nghiệm dương.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 290

PHÒNG GD&ĐT
TP. BẮC GIANG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC 2016-2017

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1: (5 điểm)

a. Cho biểu thức $M = \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{a - b} - \frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{b}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$ với $a, b > 0$ và $a \neq b$

Rút gọn M và tính giá trị biểu thức M biết $(1 - a)(1 - b) + 2\sqrt{ab} = 1$

b. Tìm các số nguyên a, b thỏa mãn $\frac{5}{a + b\sqrt{2}} - \frac{4}{a - b\sqrt{2}} + 18\sqrt{2} = 3$

c. Cho a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 7$; $a + b + c = 23$; $\sqrt{abc} = 3$

Tính giá trị biểu thức $H = \frac{1}{\sqrt{ab} + \sqrt{c} - 6} + \frac{1}{\sqrt{bc} + \sqrt{a} - 6} + \frac{1}{\sqrt{ca} + \sqrt{b} - 6}$

Bài 2: (4,5 điểm)

a. Tính giá trị của biểu thức $N = \frac{\sqrt{4 + \sqrt{3}} + \sqrt{4 - \sqrt{3}}}{\sqrt{4 + \sqrt{13}}} + \sqrt{27 - 10\sqrt{2}}$

b. Cho a, b là số hữu tỉ thỏa mãn $(a^2 + b^2 - 2)(a + b)^2 + (1 - ab)^2 = -4ab$

Chứng minh $\sqrt{1 + ab}$ là số hữu tỉ

c. Giải phương trình $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x - 1}(1 - x)$

Bài 3: (3,5 điểm)

a. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn $x^2 + y^2 = xy^2 + 1$

b. Cho a, b, c > 0 thỏa mãn abc = 1. Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{ab} + a + 2} + \frac{1}{\sqrt{bc} + b + 2} + \frac{1}{\sqrt{ca} + c + 2} \leq \frac{3}{2}$

Bài 4: (6 điểm) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn, trên Ax lấy M sao cho AM > R. Từ M vẽ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn, từ C vẽ CH vuông góc với AB, CE vuông góc với AM. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BC tại N. Đường thẳng MO cắt CE, CA, CH lần lượt tại Q, K, P.

a. Chứng minh MNCO là hình thang cân

b. MB cắt CH tại I. Chứng minh KI song song với AB

c. Gọi G và F lần lượt là trung điểm của AH và AE. Chứng minh PG vuông góc với QF

Bài 5: (1 điểm) Tìm số nguyên dương n lớn nhất để $A = 4^{27} + 4^{2016} + 4^n$ là số chính phương

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 291

Bài 1: (3 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ,
Ta có: $A = 7.5^{2n} + 12.6^n$ chia hết cho 19

Bài 2: (4 điểm)

Rút gọn biểu thức sau:

$$B = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{4 - \sqrt{15}})$$

Bài 3: (4 điểm)

Cho $a, b > 0$ thỏa: $\frac{a}{1+a} + \frac{2b}{1+b} = 1$

Chứng minh: $ab^2 \leq \frac{1}{8}$

Bài 4: (4 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = -2x^2 + 7x + 31 - 2\sqrt{(-x^2 + 4x + 21)(-x^2 + 3x + 10)}$$

Với $-2 \leq x \leq 5$

Bài 5: (5 điểm) Cho tam giác OAB vuông cân tại O, với $OA = OB = 2a$. Vẽ đường tròn tâm O, bán kính bằng a . Tìm điểm M thuộc đường tròn (O) sao cho $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 292

Câu I. (5,0 điểm).

1) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm

x_1, x_2 với mọi m . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)}$ khi m thay đổi.

2) (a). Cho ba số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$. Chứng minh rằng $A = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ là số hữu tỉ.

(b). Cho ba số hữu tỉ x, y, z đôi một phân biệt. Chứng minh rằng:

$$B = \sqrt{\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}} \text{ là số hữu tỉ.}$$

Câu II. (5,0 điểm). 1) Giải phương trình: $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = \frac{10}{9}$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{y} \left(1 + \frac{1}{y}\right) = 4 \\ x^3 + \frac{x}{y^2} + \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^3} = 4. \end{cases}$$

Câu III. (2,0 điểm). Cho tam giác đều ABC, các điểm D, E lần lượt thuộc các cạnh AC, AB,

sao cho BD, CE cắt nhau tại P và diện tích tứ giác ADPE bằng diện tích tam giác BPC.

Tính BPE.

Câu IV. (4,0 điểm). Cho đường tròn tâm O và dây cung AB cố định ($O \notin AB$). P là điểm di động trên đoạn thẳng AB ($P \neq A, B$ và P khác trung điểm AB). Đường tròn tâm C đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Đường tròn tâm D đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại B. Hai đường tròn (C) và (D) cắt nhau tại N ($N \neq P$).

1) Chứng minh rằng $ANP = BNP$ và bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn ON luôn đi qua điểm cố định khi P di động.

Câu V. (4,0 điểm).

1) Cho $a_1, a_2, \dots, a_{45}$ là 45 số tự nhiên dương thỏa mãn $a_1 < a_2 < \dots < a_{45} \leq 130$. Đặt $d_j = a_{j+1} - a_j$, ($j = 1, 2, \dots, 44$). Chứng minh rằng ít nhất một trong 44 hiệu d_j xuất hiện ít nhất 10 lần.

2) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{2011}$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2011}{2}}.$$

ĐỀ SỐ 293

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau

$$P = \sqrt{2009 + 2\sqrt{2008}} - \sqrt{2009 - 2\sqrt{2008}}$$

$$Q = \frac{(2008^2 - 2014) \cdot (2008^2 + 4016 - 3) \cdot 2009}{2005 \cdot 2007 \cdot 2010 \cdot 2011}$$

Bài 2: Biết $\begin{cases} 10a^2 - 3b^2 + ab = 0 \\ b > a > 0 \end{cases}$. Chứng minh rằng: $\frac{2a-b}{3a-b} + \frac{5b-a}{3a+b} = \frac{9}{5}$

Bài 3: Chứng minh rằng với $\alpha < 45^\circ$, ta có $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

Bài 4: Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M trên cạnh AB, N trên cạnh AC, P và Q ở trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a/ Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất.
Tính diện tích lớn nhất đó.

b/ Dựng hình vuông EFGH nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và compa.

Tính diện tích của hình vuông đó

Bùi 5: Cho điểm M thuộc miền trong tam giác ABC. Các tia AM, BM, CM cắt các cạnh của tam giác ABC theo thứ tự ở P, Q, R. Chứng minh rằng:

$$a) \frac{MP}{AP} + \frac{MQ}{BQ} + \frac{MR}{CR} = 1$$

$$b) \frac{MA}{AP} + \frac{MB}{BQ} + \frac{MC}{CR} = 2$$

ĐỀ SỐ 294

Câu I: (4,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{2x-1+\sqrt{x}}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{(x-\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}{2\sqrt{x}-1} - 1$

1. Rút gọn biểu thức A

2. Tìm x để $A < -\frac{1}{7}$

Câu II: (4điểm)

1. Giải phương trình $\frac{x}{x^2-x-2} - \frac{3x}{x^2-5x-2} - 2 = 0$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x^2y^2 \\ (x+y)(1+xy) = 4x^2y^2 \end{cases}$$

Câu III: (4điểm)

1. Tìm các nghiệm nguyên (x; y) của phương trình: $5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y)$.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p, q sao cho tồn tại số tự nhiên m thỏa mãn :

$$\frac{pq}{p+q} = \frac{m^2+1}{m+1}.$$

Câu IV: (6điểm)

Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (B nằm giữa A và C).

Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua B và C (O không thuộc đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M và N. Gọi I là trung điểm của BC, AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K.

1. Chứng minh 4 điểm O, M, N, I cùng nằm trên một đường tròn.

2. Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

3. Gọi D là trung điểm của HQ, từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm của ME.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu V: (2 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + c\left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right) = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{bc}{a(2b+c)} + \frac{ca}{b(2a+c)} + \frac{4ab}{c(a+b)}$.

ĐỀ SỐ 295

Bài 1 (2 điểm): Cho đa thức: $f(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x$

1/ Phân tích $f(x)$ thành nhân tử.

2/ Chứng minh rằng với mọi giá trị nguyên của x thì $f(x) + 1$ luôn có giá trị là số chính ph- ơng.

Bài 2 (1,5 điểm): Cho ph- ơng trình ẩn x :

$$\frac{4x-7}{x^2-3x+2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}; \quad \text{với } x \neq 1; x \neq 2.$$

Tìm a và b để ph- ơng trình có nghiệm là bất kỳ số thực nào khác 1 và 2.

Bài 3 (2 điểm): Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $B = x + y + z$; biết rằng $x; y; z$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $y^2 + yz + z^2 = 1 - \frac{3x^2}{2}$.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho hình vuông ABCD ($AB = a$), M là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Tia Ax vuông góc với AM cắt đ- ờng thẳng CD tại K. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MK. Tia AI cắt đ- ờng thẳng CD tại E. Đ- ờng thẳng qua M song song với AB cắt AI tại N.

1/ Tứ giác MNKE là hình gì ? Chứng minh.

2/ Chứng minh: $AK^2 = KC \cdot KE$.

3/ Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên cạnh BC thì tam giác CME luôn có chu vi không đổi.

4/ Tia AM cắt đ- ờng thẳng CD ở G. Chứng minh rằng $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AG^2}$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

Bài 5 (1 điểm): Cho $a; b; c$ là các số thực thỏa mãn điều kiện: $abc = 2008$. Chứng minh rằng:

$$\frac{2008a}{ab+2008a+2008} + \frac{b}{bc+b+2008} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$$

ĐỀ SỐ 296

câu 1 (2 điểm)

Tìm nghiệm nguyên d- ơng của ph- ơng trình

$$xyz = x + y + z.$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

câu 2 (2 điểm)

a) Giải phương trình $x^3 - x^2 - x = \frac{1}{3}$.

b) Cho các số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xyz = 100$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 10} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{10\sqrt{z}}{\sqrt{xz} + 10\sqrt{z} + 10}.$$

câu 3 (2 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu các số x, y, z có tổng là một số không âm thì

$$x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz.$$

b) Cho m, n là các số thỏa mãn điều kiện $mn = \frac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2} + \frac{m^2 n^2}{m^2 + n^2}.$$

câu 4 (1.5 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $(m-4)x + (m-3)y = 1$ (m là tham số). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

câu 5 (2,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính $BC = 2R$. Từ điểm P trên tia tiếp tuyến của đường tròn tại B, vẽ tiếp tuyến thứ hai PA (A là tiếp điểm) với đường tròn. Gọi H là hình chiếu của A lên BC, E là giao điểm của PC và AH.

a) Chứng minh E là trung điểm của AH.

b) Tính AH theo R và khoảng cách $d = PO$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 297

Câu I. (4 điểm). Giải phương trình

1. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2. $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

Câu II. (4 điểm)

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

2. Cho $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$

Chứng minh bất đẳng thức $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

Câu III. (4,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

2. Cho phương trình: $x^2 - (m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

Câu IV (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$; $AB > CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc $ACD = 60^\circ$; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

Câu V. (3,5 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc $AOB = BOC = COA = 90^\circ$

ĐỀ SỐ 298

Câu 1:

Rút gọn các biểu thức sau:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a. $A = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}}.$

b. $B = \frac{(2008^2 - 2014) \cdot (2008^2 + 4016 - 3) \cdot 2009}{2005 \cdot 2007 \cdot 2010 \cdot 2011}$

Câu 2:

Cho hàm số: $y = mx - 3x + m + 1$

e. Xác định điểm cố định của đồ thị hàm số?

b. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số là một đường thẳng cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 1 (đơn vị diện tích).

Câu 3.

a. Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$

Áp dụng giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 5$

f. Cho $Q = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

Câu 4.

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh BC lấy điểm M, trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $BN = BM$. Chứng minh: các đường thẳng AM, CN và đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD đồng quy tại một điểm.

Câu 5.

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M trên cạnh AB, N trên cạnh AC, P và Q ở trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.

ĐỀ SỐ 299

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x\sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} + 4}{2x\sqrt{x} - 14x + 28\sqrt{x} - 16}$

3. Tìm x để A có nghĩa, từ đó rút gọn biểu thức A .

4. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2: (4,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$ (m là tham số).

5. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{18}{7}.$$

6. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho

$$|x_1| + |x_2| = 8$$

Bài 3: (3,0 điểm)

6. Cho bốn số thực bất kì a, b, c, d . Chứng minh:

$$|ab + cd| \leq \sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

7. Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P = 3\sin \alpha + \sqrt{3}\cos \alpha$ có giá trị lớn nhất ? Cho biết giá trị lớn nhất đó.

Bài 4: (4 điểm)

Cho $\triangle ABC$ với $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ ($c < a$, $c < b$). Gọi M và N lần lượt là tiếp điểm của cạnh AC và cạnh BC với đường tròn tâm O nội tiếp $\triangle ABC$. Đoạn thẳng MN cắt tia AO tại P và cắt tia BO tại Q . Gọi E , F lần lượt là trung điểm của AB và AC .

a. Chứng minh rằng : $\frac{MP}{a} = \frac{NQ}{b} = \frac{PQ}{c}$.

b. Chứng minh rằng : Q, E, F thẳng hàng.

Bài 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của AC và các đường thẳng AD , BM và CE đồng quy tại K ($K \in AM$; $D \in BC$; $E \in AB$). Hai tam giác AKE và BKE có diện tích là 10 và 20. Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 6: (2,0 điểm)

7. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương.

ĐỀ SỐ 300

Bài 1 (5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A .

Bài 2 (4 điểm)

Giả sử x_1 ; x_2 là nghiệm của phương trình : $x^2 + 2kx + 4 = 0$.

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức : $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \geq 3$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3 (3 điểm)

Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $xy > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $M = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 4 (2 điểm)

Cho phương trình : $\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{x}}} + \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{x}}} = \sqrt{2}$.

a) Tìm điều kiện của x để phương trình có nghĩa.

b) Giải phương trình.

Bài 5 (6 điểm)

Cho hình thang ABCD ($CD > AB$) với $AB \parallel CD$ và $AB \perp BD$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại G. Trên đường thẳng vuông góc với AC tại C lấy điểm E sao cho $CE = AG$ và đoạn thẳng GE không cắt đường thẳng CD. Trên đoạn thẳng DC lấy điểm F sao cho $DF = GB$.

a) Chứng minh $\triangle FDG$ đồng dạng với $\triangle ECG$.

b) Chứng minh $GF \perp EF$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 301

Bài 1:(3 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x^2 - 2x}{x^3 + 1} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1 + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{1 - \sqrt{x+2}} \right)$

- Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 2:(6 điểm)

a)Giải phương trình: $x^2 + 2015x - 2014 = 2\sqrt{2017x - 2016}$.

b)Chứng minh rằng : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq -2$ biết $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $x, y > 0$.

c)Cho x, y, z thỏa mãn $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) : \left(\frac{1}{x+y+z} \right) = 1$.

Tính giá trị của biểu thức $B = (x^{21} + y^{21})(y^{11} + z^{11})(z^{2017} + x^{2017})$.

Bài 3:(4 điểm)

a)Với n chẵn ($n \in \mathbb{N}$) chứng minh rằng: $(20^n + 16^n - 3^n - 1) : 323$

b)Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn : $(y+2)x^{2017} - y^2 - 2y - 1 = 0$

Bài 4:(4 điểm)

Cho tam giác ABC (có ba góc nhọn) nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kéo dài AO cắt đường tròn tại K. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

a) Chứng minh $S_{AHG} = 2S_{AGO}$

b) Chứng minh $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = 1$

Bài 5:(3 điểm)

Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. C và D là hai điểm nằm trên nửa đường tròn đó sao cho góc $CAB = 45^\circ$, góc $DAB = 30^\circ$. AC cắt BD tại M. Tính diện tích tam giác ABM theo R

ĐỀ SỐ 302

Bài 1 (3điểm): Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 3x = 2$

b) $\sqrt{8 + \sqrt{x}} + \sqrt{5 - \sqrt{x}} = 5$

c) $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} + \sqrt{4-x^2} = 2$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2 (4điểm): Cho phương trình: $(m + 3)x^2 - 2(m^2 + 3m)x + m^3 + 12 = 0$ (1) trong đó m là tham số.

- Tìm số nguyên m nhỏ nhất sao cho phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Tìm số nguyên lớn nhất sao cho $x_1^2 + x_2^2$ là một số nguyên.

Bài 3 (3điểm): Chứng minh rằng $(n^3 + 17n) : 6$ với mọi số tự nhiên n

Bài 4 (3điểm): Tìm giá trị của x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

$$B = |x| \sqrt{9 - x^2} \text{ với } -3 \leq x \leq 3$$

Bài 5 (3điểm): Cho tam giác ABC vuông ở A, có $BC = \sqrt{2}$, đường cao $AH = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chứng minh ABC là tam giác vuông cân.

Bài 6 (4điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB; C là một điểm di động trên đường tròn; H là hình chiếu của C trên AB. Trên OC lấy điểm M sao cho $OM = OH$.

- Điểm M chạy trên đường nào?
- Kéo dài BC một đoạn $CD = CB$. Điểm D chạy trên đường nào?

ĐỀ SỐ 303

Bài 1(4đ)

- Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có $2 \cdot 7^n + 1$ là bội của 3
- Số $19^k + 5^k + 1995^k + 1996^k$ với k là số chẵn có phải là số chính phương không? Vì sao?

Bài 2(4đ)

- Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
- Cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ và $abc \neq 0$. Chứng minh rằng biểu thức:
$$M = \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$$
 không phụ thuộc vào a, b, c

Bài 3 (4đ)

1) Cho:

$$A = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$$

$$B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$$

Hãy so sánh A và B

3) Cho a, b, c là số đo ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \text{ với } p \text{ là nửa chu vi tam giác đó}$$

Bài 4 (8đ):

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- 1) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ đường cao BE và AD. Gọi H là trực tâm và G là trọng tâm tam giác ABC.
 - a) Chứng minh rằng : $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = \frac{AD}{HD}$
 - b) Chứng tỏ rằng $HG \parallel BC \Leftrightarrow \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 3$
- 2) Cho hình bình hành ABCD, qua đỉnh D kẻ một đường thẳng cắt các đường thẳng AC, AB, BC tại M, N, K. Chứng minh rằng :
 - a) $DM^2 = MN \cdot MK$
 - b) $\frac{DM}{DN} + \frac{DM}{DK} = 1$

ĐỀ SỐ 304

Bài 1.

Bạn An viết một số tự nhiên có hai chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 14. Bạn An đem số đó chia 8 được số dư là 4, nhưng chia 12 được số dư là 3.

- a) Chứng minh rằng: Bạn an đã làm sai ít nhất một phép toán.
- b) Nếu phép chia cho 8 là đúng thì phép chia thứ hai cho 12 phải có số dư là bao nhiêu? Tìm số bị chia.

Bài 2.

- a) Tính : $A = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{1 - \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}}}$
- b) Cho $a + b + c = 1$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. Chứng minh rằng : $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Bài 3.

Giải các phương trình; bất phương trình và hệ phương trình sau :

- a) $2(x^2 + 2) = \sqrt{x^3 + 1}$;
- b) $\sqrt{x^2 - 3} + 3 \leq x^2$;
- c) $\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 14 \\ x^2 + y^2 + xy = 84 \end{cases}$

Bài 4.

Cho đường tròn (O) và dây AB = $R\sqrt{3}$ cố định. Điểm P di động trên dây AB, P khác A và B. Gọi (C; R_1) là đường tròn đi qua P và tiếp xúc với đường tròn (O; R)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

tại A; Gọi $(D;R_2)$ là đường tròn đi qua P và tiếp xúc với đường tròn $(O;R)$ tại B. Các đường tròn $(C;R_1)$ và $(D;R_2)$ cắt nhau tại M khác P.

- Chứng minh rằng : $R = R_1 + R_2$;
- Chứng minh rằng : MCDO là hình thang cân;
- Khi P chuyển động, điểm M chuyển động trên đường tròn cố định nào? Vì sao ?
- Chứng minh rằng : khi P chuyển động đường thẳng PM luôn đi qua điểm N cố định. Xác định vị trí của P để tích PM. PN đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất của tích PM. PN theo R.

ĐỀ SỐ 305

Bài 1 : (2,5 điểm)

Giải phương trình :

$$|xy - x - y + a| + |x^2y^2 + x^2y + xy^2 + xy - 4b| = 0$$
$$a = (\sqrt{57} + 3\sqrt{6} + \sqrt{38} + 6)(\sqrt{57} - 3\sqrt{6} - \sqrt{38} + 6)$$
$$b = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

Bài 2 : (2,5 điểm)

Hai phương trình :

$x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$; $x^2 + (b + 1)x + c = 0$ có nghiệm chung, đồng thời hai phương trình : $x^2 + x + a - 1 = 0$ và $x^2 + cx + b + 1 = 0$ cũng có nghiệm chung. Tính giá trị của biểu thức $2004a/(b + c)$.

Bài 3 : (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn tâm O_1 và tâm O_2 cắt nhau tại A, B. Đường thẳng O_1A cắt đường tròn tâm O_2 tại D, đường thẳng O_2A cắt đường tròn tâm O_1 tại C. Qua A kẻ đường thẳng song song với CD cắt đường tròn tâm O_1 tại M và cắt đường tròn tâm O_2 tại N.

Chứng minh rằng :

- Năm điểm B ; C ; D ; O_1 ; O_2 nằm trên một đường tròn.
- $BC + BD = MN$.

Bài 4 : (2,0 điểm) Tìm các số thực x và y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 3$ và $x + y$ là một số nguyên.

ĐỀ SỐ 306

Câu 1: (6 điểm).

1) Cho biểu thức: $A = 1 - \left(\frac{2}{1 + 2\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{4x - 1} - \frac{1}{1 - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{4x + 4\sqrt{x} + 1}$

a/ Rút gọn A

b/ Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c/ Tính giá trị của A với $x = -7\sqrt[3]{49(5+4\sqrt{2})(3+2\sqrt{1+\sqrt{2}})(3-2\sqrt{1+2\sqrt{2}})}$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên $\overline{abc}$ có 3 chữ số sao cho :

$$\begin{cases} \overline{abc} = n^2 - 1 \\ \overline{cba} = (n-2)^2 \end{cases} \text{ với } n \text{ là số nguyên lớn hơn } 2.$$

Câu 2: (4 điểm).

1) Giải phương trình sau: $x + 3 + \sqrt{1-x^2} = 3\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$

2) Cho x, y, z là ba số thỏa mãn: $x.y.z = 1$ và $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = (x^{2013} - 1)(y^{2014} - 1)(z^{2015} - 1)$

Câu 3: (3 điểm).

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$

2) Cho a, b và c là các số thực không âm thỏa mãn $a+b+c=1$.

Chứng minh rằng $\frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ca}{b+1} \leq \frac{1}{4}$.

Câu 4: (6 điểm).

Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB. Trên một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ hai tia Ax, By vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C, trên tia By lấy điểm D sao cho góc COD = 90°. Kẻ OH vuông góc với CD tại H.

a) Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn tâm O đường kính AB;

b) Chứng minh $AC.BD = \frac{AB^2}{4}$;

c) Nêu cách xác định vị trí điểm C trên tia Ax để diện tích tam giác COD bằng diện tích tam giác AHB.

Câu 5: (1 điểm). Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình : $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$

ĐỀ SỐ 307

Bài 1: (4 điểm)

$$\text{Cho } A = \frac{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}} \cdot \left[\sqrt{(1+x)^3} + \sqrt{(1-x)^3} \right]}{2 - \sqrt{1-x^2}}$$

1. Rút gọn A

2. Tìm x biết $A \geq \frac{1}{2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2: (4 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3xy = 4(x + y) \\ 5yz = 6(y + z) \\ 7zx = 8(z + x) \end{cases}$$
- Giải phương trình: $x^4 + 9 = 5x(3 - x^2)$

Bài 3: (4 điểm)

- Cho $a, b > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- Chia 10 số: 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; 12; 14 làm thành hai nhóm rồi lấy tích các số trong mỗi nhóm. Gọi M là tổng của hai tích số đó. Tìm giá trị nhỏ nhất của M và chỉ ra ít nhất 4 cách chia sao cho M nhỏ nhất.

Bài 4: (5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Gọi Ax, By là các tiếp tuyến tại A và B của (O) . Tiếp tuyến tại điểm M tùy ý của (O) cắt Ax và By lần lượt tại C và D .

- Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$.
- Cho $AB = 8\text{cm}$. Tìm vị trí của C để chu vi tứ giác $ABDC$ bằng 28cm , khi đó tính phần diện tích của tứ giác nằm ngoài (O) .

Bài 5: (3 điểm)

Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là số nguyên và hai lần số đo diện tích bằng ba lần số đo chu vi.

ĐỀ SỐ 308

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

2) Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} - \sqrt{5}$

Câu 2 (2,0 điểm)

- Chứng minh rằng nếu phương trình: $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm thì: $a^2 + (b-2)^2 - 3 > 0$
- Tìm giá trị của m để hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx^2 + |x| - y = 1 - m \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{Có nghiệm duy nhất}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

- Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện:

$$\sqrt{a-b+c} = \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} \quad \text{và} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2) Trên tờ giấy kẻ vô hạn các ô vuông và được tô bởi các màu đỏ hoặc xanh thoả mãn bất cứ hình chữ nhật nào kích thước 2×3 thì có đúng hai ô màu đỏ. Hỏi hình chữ nhật có kích thước 2010×2011 có bao nhiêu ô màu đỏ.

Câu 4 (3,0 điểm)

1) Cho hình thoi ABCD cạnh a , gọi R và r lần lượt là các bán kính các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABD và ABC.

a) Chứng minh: $\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{4}{a^2}$

b) Chứng minh: $S_{ABCD} = \frac{8R^3 r^3}{(R^2 + r^2)^2}$; (Kí hiệu S_{ABCD} là diện tích tứ giác ABCD)

2) Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle BAC = 108^\circ$. Chứng minh: $\frac{BC}{AC}$ là số vô tỉ.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ thoả mãn với mọi x sao cho $-1 \leq x \leq 1$ và $|f(x)| \leq p$.

Tìm số q nhỏ nhất sao cho $|a| + |b| + |c| \leq p \cdot q$

ĐỀ SỐ 309

Câu I. (4,0 điểm):

Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

1. Rút gọn P

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P và giá trị tương ứng của x.

Câu II. (5,0 điểm):

1. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $x^4 - 4x^3 + 8x + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2 + 3x = \frac{8}{y^3} \\ x^3 - 2 = \frac{6}{y} \end{cases}$$

Câu III. (4,0 điểm):

1. Tìm tất cả các số tự nhiên n dương sao cho $2^n - 15$ là bình phương của số tự nhiên.

2. Cho m, n là các số tự nhiên thoả mãn $\sqrt{6} - \frac{m}{n} > 0$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{6} - \frac{m}{n} > \frac{1}{2mn}$$

Câu IV. (6,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$, nội tiếp đường tròn tâm (O). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, (ω) là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Đường tròn (ω) cắt

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

(Ω) tại hai điểm A, N ($A \neq N$), Đường thẳng AM cắt đường tròn (ω) tại hai điểm A, K ($K \neq A$).

1. Chứng minh rằng ba điểm N, H, M thẳng hàng.
2. Chứng minh góc NDE = góc FDK
3. Chứng minh rằng tứ giác BHKC nội tiếp.

Câu V. (1,0 điểm): Cho một bảng kẻ ô vuông kích thước 7×7 (gồm 49 ô vuông đơn vị). Đặt 22 đầu thủ vào bảng sao cho mỗi ô vuông đơn vị có không quá một đầu thủ. Hai đầu thủ được gọi là tấn công lẫn nhau nếu họ cùng trên một hàng hoặc cùng trên một cột. Chứng minh rằng với mỗi cách đặt bất kì luôn tồn tại ít nhất 4 đầu thủ đôi một không tấn công lẫn nhau.

ĐỀ SỐ 310

Bài I (2 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{4x^3 - 16x^2 + 21x - 9}}{\sqrt{x-1}}$$

Bài II (5 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2(x^2 + 2x + 3) = 5\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}$
- 2) Cho các số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $4x^2 - (8y + 11)x + (8y^2 + 14) = 0$. Tìm y khi x lần lượt đạt được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Bài III (5 điểm)

- 1) Tìm 7 số nguyên dương sao cho tích các bình phương của chúng bằng 2 lần tổng các bình phương của chúng.
- 2) Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của:

$$B = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$$

Bài IV (6 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) đường kính BC.

- 1) Vẽ về phía ngoài tam giác ABC nửa đường tròn (I) đường kính AB và nửa đường tròn (K) đường kính AC. Đường thẳng qua A cắt hai nửa đường tròn (I), (K) lần lượt tại các điểm M, N (M khác A, B và N khác A, C).

Tính các góc của tam giác ABC khi diện tích tam giác CAN bằng 3 lần diện tích tam giác AMB.

- 2) Cho $AB < AC$ và điểm D thuộc cạnh AC sao cho $AD = AB$. Gọi điểm E là hình chiếu của điểm D trên đường thẳng BC và điểm F là hình chiếu của điểm A trên đường thẳng DE.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

So sánh $\frac{AF}{AB}$ và $\frac{AF}{AC}$ với $\cos AEB$

Bài IV (2 điểm)

Hai người chơi trò chơi như sau: Trong hộp có 311 viên bi, lần lượt từng người lấy k viên bi, với $k \in \{1; 2; 3\}$. Người thắng là người lấy được viên bi cuối cùng trong hộp bi đó.

1) Hỏi người thứ nhất hay người thứ hai thắng và chiến thuật chơi thế nào để thắng?

2) Cũng hỏi như câu trên, khi đề bài thay 311 viên bi bằng n viên bi, với n là số nguyên dương?

ĐỀ SỐ 311

Câu 1: (4 điểm)

a) Chứng minh rằng với n lẻ và $n \in \mathbb{N}$

$$A = n^3 - 3n^2 - n + 3 \text{ chia hết cho } 48$$

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y thì

$$B = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4 \text{ là số chính phương}$$

Câu 2: (4 điểm)

a) Cho $a \geq 1, b \geq 1$ chứng minh rằng $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{a\sqrt{a}-3}{a-2\sqrt{a}-3} - \frac{2(\sqrt{a}-3)}{\sqrt{a}+1} + \frac{\sqrt{a}+3}{3-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{a+8}{a-1} \right)$

$$\text{với } a \geq 0; a \neq 9, a \neq 1$$

Câu 3: (4 điểm)

Giải phương trình:

$$\text{a) } \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-2} + x+1 = 5\sqrt{x-2}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{2012} + \frac{x+3}{2010} = \frac{x+5}{2008} + \frac{x+7}{2006}$$

Câu 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn có đường cao AH.

a) Chứng minh rằng: $\sin A + \cos A > 1$

b) Cho $BC = 12\text{cm}, B = 60^\circ; C = 45^\circ$ Tính diện tích tam giác ABC?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn và O là một điểm nằm trong tam giác. Các tia AO, BO, CO lần lượt cắt BC, AC, AB tại M, N, P. Chứng minh :

$$\frac{AM}{OM} + \frac{BN}{ON} + \frac{CP}{OP} \geq 9$$

ĐỀ SỐ 312

Bài 1: (4 đ):

a) Rút gọn $P = \frac{2012}{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}}$

b) Cho $x+y=2$. CMR: $x^5+y^5 \geq 2$

Bài 2: (4 đ)

a) Không cần tính kết quả trực tiếp, hãy so sánh các tổng sau đây:

$$A = 1 + 3 + 5 + \dots + 2013$$

$$B = 2 + 4 + 6 + \dots + 2012$$

b) Giả sử $f(n+1) = n \cdot (-1)^{n+1} - 2f(n)$, với mọi số n nguyên dương và $f(1) = f(2014)$.

Tính tổng: $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2013)$

Bài 3: (4 đ)

a) Cho ΔABC có độ dài 3 cạnh là a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$a + b + c = \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}. \text{ Hãy định dạng của } \Delta ABC.$$

b) Cho hai dãy số: $a_n = 2^{2n+1} + 2^{n+1} + 1$; $b_n = 2^{2n+1} - 2^{n+1} + 1$.

CMR với mỗi số tự nhiên n, có một và chỉ một trong hai số a_n hoặc b_n chia hết cho 5.

Bài 4: (3 đ) Cho ΔABC vuông tại A. Trên BC lấy điểm M, trên AB lấy điểm N, trên AC lấy điểm P sao cho $BM = BN$, $CM = CP$. Tính số đo góc PMN

Bài 5: (3 đ) : Gọi A là một trong hai giao điểm của hai đường tròn (O) và (O'). Hãy xác định vị trí của đường thẳng d đi qua A, sao cho tổng các khoảng cách từ O và O' đến d đạt giá trị lớn nhất.

Bài 6: (2 đ) : CMR trên tờ giấy kẻ các ô vuông bằng nhau, không thể dựng được một tam giác đều có 3 đỉnh là đỉnh của các ô vuông.

ĐỀ SỐ 313

Câu 1 (3,5 điểm)

1/ Rút gọn biểu thức: $\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$.

2/ Cho hàm số $f(x) = (x^3 + 6x - 5)^{2010}$, tính $f(a)$ với $a = \sqrt[3]{3+\sqrt{17}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{17}}$.

Câu 2 (4,5 điểm)

1/ Giải hệ phương trình:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} x^2 - 2x\sqrt{y} + 2y = x \\ y^2 - 2y\sqrt{z} + 2z = y \\ z^2 - 2z\sqrt{x} + 2x = z \end{cases}$$

2/ Giải phương trình: $x^3 - x^2 - x = \frac{1}{3}$.

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O, R) nội tiếp hình thang ABCD (AB//CD), với E; F; G; H theo thứ tự là tiếp điểm của (O, R) với các cạnh AB; BC; CD; DA.

1/ Chứng minh $\frac{EB}{EA} = \frac{GD}{GC}$. Từ đó, hãy tính tỷ số $\frac{EB}{EA}$, biết: $AB = \frac{4R}{3}$ và $BC = 3R$.

2/ Trên cạnh CD lấy điểm M nằm giữa hai điểm D và G sao cho chân đường vuông góc kẻ từ M đến DO là điểm K nằm ngoài (O, R). Đường thẳng HK cắt (O, R) ở điểm T (khác H). Chứng minh $MT = MG$.

Câu 4 (4,0 điểm)

1/ Cho tam giác ABC có $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn hệ thức $R(b + c) = a\sqrt{bc}$. Hãy xác định dạng tam giác ABC.

2/ Giả sử tam giác ABC không có góc tù, có hai đường cao AH và BK. Cho biết $AH \geq BC$ và $BK \geq AC$. Hãy tính các góc của tam giác ABC.

Câu 5 (4,0 điểm)

1/ Tìm tất cả các cặp số tự nhiên n và k để $(n^4 + 4^{2k+1})$ là số nguyên tố.

2/ Cho các số thực a và b thay đổi thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $(a + b)$.

ĐỀ SỐ 314

Bài 1: (3,0 điểm) Chứng minh tích của 4 số tự nhiên liên tiếp cộng với 1, luôn là số chính phương.

Bài 2: (5,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x sao cho $P < \frac{1}{2}$

c) Tìm các giá trị nguyên của x sao cho giá trị tương ứng của biểu thức P nguyên.

Bài 3: (4,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a/ $|2x - 1| + |2x - 5| = 4$

b/ $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$

Bài 4: (3,0 điểm) Cho a, b là các số thực dương.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Chứng minh rằng: } (a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bài 5: (5điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By của nửa đường tròn (Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm tùy ý thuộc nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax tại D và cắt By tại E.

- Chứng minh rằng: $\triangle DOE$ là tam giác vuông.
- Chứng minh rằng: $AD \cdot BE = R^2$.
- Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) sao cho diện tích của tứ giác ADEB nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 315

Câu 1 (4.0 điểm):

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, trong đó m là tham số.

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt không âm.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.

Câu 2 (6.0 điểm):

Giải các phương trình sau:

- $x^2 - 6|x| - 7 = 0$.
- $2x^2 - 3x + 10 = 3\sqrt{x^3 + 8}$.
- $\sqrt{3x^2 + 3x} + \sqrt{x - x^2} = 2x + 1$.

Câu 3 (6.0 điểm):

1. Cho nửa đường tròn (O; R), đường kính AB. Trên nửa đường tròn lấy hai điểm phân biệt C, D sao cho $CD = R$ (C thuộc cung AD). Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt AB tại M. Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O; R) tại A và B cắt CD lần lượt tại E và F. Gọi K là giao điểm của AC và BD.

- Chứng minh tứ giác AECM nội tiếp và tam giác EMF là tam giác vuông.
- Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác KCD.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB < AC$, $BC = 2 + 2\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 1. Tính độ dài cạnh AB và AC.

Câu 4 (2.0 điểm):

Cho ba số a, b, c thỏa mãn
$$\begin{cases} 1 \leq a, b, c \leq 3 \\ a + b + c = 6 \end{cases}$$

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \leq 14$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5 (2.0 điểm):

Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thoả mãn

$$\begin{cases} x + y + z > 11 \\ 8x + 9y + 10z = 100 \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 316

Bài 1: (4đ5)

a) Tìm nghiệm tự nhiên $(x; y)$ của phương trình:

$$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$$

b) Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của số nguyên dương.

c) Cho biểu thức $A = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2016$. Tìm giá trị x và y để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2 (3đ5)

. Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \right)$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm các giá trị của x để $P\sqrt{4-x} < 0$

Bài 3: (3đ)

a) Giải phương trình: $\sqrt{2x+1+4\sqrt{2x-3}} - \sqrt{2x-2-2\sqrt{2x-3}} = 3$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y)(x^2-y^2) = 45 \\ (x-y)(x^2+y^2) = 85 \end{cases}$$

Bài 4: (4đ5)

Cho $(O; R)$ và điểm S nằm ngoài đường tròn với SA, SB là hai tiếp tuyến của đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Đường thẳng a đi qua S cắt (O) tại M, N (M nằm giữa S và N , a không đi qua O). Gọi I là trung điểm MN , hai đường thẳng AB và OI cắt nhau tại E .

a) Chứng minh $OI.OE = R^2$

b) Cho $SO = 2R, MN = R\sqrt{3}$. Hãy tính số đo góc NSO .

c) Với $SO = 2R, MN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM .

Bài 5: (2đ5)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$, đường phân giác AD . Từ D vẽ đường thẳng a vuông góc với AD , a cắt AB, AC lần lượt tại M, N .

So sánh BM và CN .

Bài 6: (2đ)

Cho $x, y, z > 0$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 317

Bài 1 (4,0 điểm)

1) Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x:

$$A = \frac{6x - (x+6)\sqrt{x} - 3}{2(x - 4\sqrt{x} + 3)(2 - \sqrt{x})} - \frac{3}{-2x + 10\sqrt{x} - 12} - \frac{1}{3\sqrt{x} - x - 2}.$$

Điều kiện $x \geq 0$, $x \neq 4$; $x \neq 9$; $x \neq 1$

2) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

Bài 2 (6,0 điểm)

1) Cho phương trình: $\frac{3a+1}{a+x} - \frac{a-1}{a-x} = \frac{2a(a^2-1)}{x^2-a^2}$ (a là tham số)

a) Giải phương trình trên.

b) Tìm các giá trị nguyên dương của a để phương trình có nghiệm x là số nguyên tố.

2) Tìm nghiệm nguyên dương của hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz \\ x^2 = 2(y+z) \end{cases}$$

Bài 3 (4,0 điểm)

1) Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ sao cho:

$$\begin{cases} \overline{abc} = n^2 - 1 \\ \overline{cba} = (n-2)^2 \end{cases} \quad \text{Với } n \in \mathbb{Z}; n > 2$$

2) Cho tam giác ABC có 3 cạnh a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 6$.

Chứng minh: $52 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) + 2abc < 54$

Bài 4 (4,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh là a và N là một điểm trên cạnh AB. Tia CN cắt tia DA tại E. Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $BF = DE$. Gọi M là trung điểm của EF.

1) Chứng minh tam giác ACE đồng dạng với tam giác BCM.

2) Xác định vị trí điểm N trên AB sao cho diện tích tứ giác ACFE gấp ba lần diện tích hình vuông ABCD.

Bài 5 (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $B + C = 105^\circ$ và $AB + AC\sqrt{2} = 2BC$. Tính B và C

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 318

Bài 1. (3 điểm)

Giải phương trình nghiệm nguyên:

$$2x^2y^4 + 2y^4 + y^2 + 5x + 2y = 5xy^4 + 2x^2 + 1$$

Bài 2. (3 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4xy + 4(x^2 + y^2) + \frac{3}{(x+y)^2} = \frac{85}{3} \\ 2x + \frac{1}{x+y} = \frac{13}{3} \end{cases}$$

Bài 3. (3 điểm)

Chứng minh rằng: Nếu đa thức $P(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + bx + 1$ có nghiệm thì $|2b| + |c| \geq 2$.

Bài 4. (3 điểm)

Cho $x; y$ là các số thực thoả mãn: $4x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{2x+3y}{2x+y+2}$.

Bài 5. (3 điểm)

Từ một điểm E ở ngoài đường tròn tâm O kẻ 2 tiếp tuyến với đường tròn tại A và B . Gọi M là điểm nằm trên đoạn AB (M khác A và B , $MA \neq MB$). Gọi C và D là 2 điểm trên đường tròn sao cho M là trung điểm của CD . Các tiếp tuyến của đường tròn tại C và D cắt nhau tại F . Chứng minh rằng tam giác OEF là tam giác vuông.

Bài 6. (3 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và 2 điểm A, B nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Tìm điểm M trên đường tròn sao cho tổng $MA + \sqrt{2}.MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. (2 điểm)

Một tam giác vuông có số đo các cạnh là các số tự nhiên có 2 chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của số đo cạnh huyền ta được số đo của một cạnh góc vuông. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

ĐỀ SỐ 319

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 1: (3 điểm)

- Chứng minh: $2^{4n} - 1$ chia hết cho 15.
- Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho số $2^8 + 2^{11} + 2^n$ là số chính phương.

Bài 2: (3,0 điểm)

- Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$.

Áp dụng giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 5$

- Cho $Q = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

Bài 3: (6,0 điểm)

1. Tính: $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2013^2} + \frac{1}{2014^2}}$

2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

- Rút gọn P .
- Tìm x để P có giá trị nguyên.

Bài 4: (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 2\hat{B}$. Chứng minh rằng: $BC^2 = AC^2 + AB \cdot AC$

Bài 5: (5,0 điểm) Cho góc xAy vuông và hai điểm $B; C$ lần lượt thuộc các cạnh Ax, Ay . Hình vuông $MNPQ$ có các đỉnh $M \in AB, N \in AC, P \in BC, Q \in BC$.

a/ Tính cạnh hình vuông $MNPQ$ theo cạnh $BC = a$ và đường cao $AH = h$ của $\triangle ABC$.

b/ Cho B và C thay đổi lần lượt trên các tia Ax, Ay sao cho tích $AB \cdot AC = k^2$ (k không đổi). Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình vuông $MNPQ$.

ĐỀ SỐ 320

Câu 1:(3đ) Rút gọn các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{13 + 30\sqrt{2} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}$$

$$B = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$$

Câu 2(3đ) Giải các phương trình sau :

a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4$

b) $\sqrt{2x + 1} - \sqrt{3x} = x - 1$

Câu 3:(3đ) Tìm số tự nhiên n sao cho các số sau đây là số chính phương

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) $n^2 + 2n + 12$ b) $n(n+3)$

Câu 4:(3đ) Tìm : GTLN- GTNN của biểu thức sau :

$$B = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1} \quad (x \neq -1)$$

Câu 5 :(4đ) Cho tam giác ABC vuông ở A ,có $AB : AC = 3: 4$. Kẻ $AH \perp BC$.Biết $AH = 24\text{cm}$.Tính diện tích ΔABC

Câu 6: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O).phân giác trong góc BAC cắt BC tại D và cắt đường tròn tại M .phân giác ngoài tại A cắt đường thẳng BC tại E và cắt đường tròn tại N .Gọi K là trung điểm của DE .Chứng minh

a) MN vuông góc với BC tại trung điểm BC

b) Góc ABN = góc EAK

c) AK tiếp xúc với đường tròn (O)

ĐỀ SỐ 321

Bài 1/ (4đ)

a) Tìm số chính phương có 4 chữ số, biết rằng khi tăng thêm mỗi chữ số 1 đơn vị thì số mới được tạo thành cũng là một số chính phương.

b) Tính: $B = \frac{2\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$

c)Tìm nghiệm nguyên của ph-ơng trình: $2x + 3y = 11$ (1)

Bài 2/(3đ)

a)Giải ph-ơng trình: $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

b)Tìm GTLN của biểu thức $M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy}$ với $x \geq 3; y \geq 2$

Bài 3/(4đ)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} + \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{xy}} + 1 \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ Tìm Max A.

Bài 4/ (4đ)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho ΔABC cân tại A, gọi I là giao điểm của các đường phân giác. Biết $IA = 2\sqrt{5}$ cm, $IB = 3$ cm. Tính độ dài AB

Bài 5/ (5đ)

Cho $(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài đ-ờng tròn. Từ một điểm M di động trên đ-ờng thẳng d vuông góc với OA tại A, vẽ các tiếp tuyến MB, MC với đ-ờng tròn (B, C là các tiếp điểm) dây BC cắt OM và OA lần l-ợt tại H và K.

a, Chứng minh rằng OA.OK không đổi, từ đó suy ra BC luôn đi qua một điểm cố định.

b, Chứng minh rằng H di động trên một đ-ờng tròn cố định.

c, Cho biết $OA = 2R$. Hãy xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác MBOC nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 322

Bài 1 (3 điểm).

1/ Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 2$ không chia hết cho 3.

2/ Cho $A = \frac{n^5}{120} + \frac{n^4}{12} + \frac{7n^3}{24} + \frac{5n^2}{12} + \frac{n}{5}$ với $n \in \mathbb{N}$

Chứng minh rằng A luôn là số tự nhiên.

Bài 2 (4 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{x}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x+x\sqrt{x}-2\sqrt{x}}$

a/ Rút gọn P

b/ Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 3 (4 điểm)

1/ Tính giá trị của biểu thức $B = (3x^2 + 5x - 1)^{2013}$ với $x = \frac{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$

2/ Cho các số a, b, c đều lớn hơn 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{a}{2\sqrt{b}-5} + \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + \frac{c}{2\sqrt{a}-5}$$

Bài 4 (5,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A ở ngoài đường tròn $(O;R)$. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm BC.

1/ Chứng minh A, H, O thẳng hàng và các điểm A, B, O, C thuộc một đường tròn.

2/ Kẻ đường kính BD của (O), CK vuông góc với BD. Chứng minh rằng: $AC \cdot CD = CK \cdot AO$

3/ Đường thẳng AD cắt CK tại I. Chứng minh rằng: I là trung điểm CK.

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho tam giác MNP cân tại M ($M < 90^\circ$). Gọi D là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác MNP. Biết $DM = 2\sqrt{5}$ cm, $DN = 3$ cm.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tính độ dài đoạn MN.

ĐỀ SỐ 323

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + 1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm các giá trị x, y nguyên thỏa mãn $P = 2$.

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Cho hai số thực a, b không âm thỏa mãn $18a + 4b \geq 2013$. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm: $18ax^2 + 4bx + 671 - 9a = 0$.

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên x, y của phương trình $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Bài 3. (4,5 điểm)

1. Cho p và $2p + 1$ là hai số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $4p + 1$ là một hợp số.

2. Giải phương trình: $4x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{x^3 + 3x^2} + 2\sqrt{2x - 1}$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho góc xOy có số đo bằng 60° . Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N . Trên tia Ox lấy điểm P thỏa mãn $OP = 3OM$. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O . Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E . Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F .

1. Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ .
2. Chứng minh tứ giác $PQEF$ nội tiếp được trong đường tròn.
3. Gọi D là trung điểm của đoạn PQ . Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$$

ĐỀ SỐ 324

Bài 1: (3,0 điểm)

Thực hiện tính:

$$\frac{\sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - 9}}}{\sqrt{x^2 - 9} + x + 3} \text{ với } x = 2\sqrt{6} + 2$$

Bài 2: (2,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Giải phương trình:

$$\sqrt{x^2 - 7x + 6} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 6} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$$

Bài 3: (3.0 điểm)

Cho x, y, z là các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $x.y.z=100$. Tính giá trị của

biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 10} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{10\sqrt{z}}{\sqrt{xz} + 10\sqrt{z} + 10}$

Bài 4: (2.0 điểm)

Tìm ba số nguyên tố x, y, z . Biết $xyz=5(x+y+z)$

Bài 5: (4.0 điểm)

Hình chữ nhật $MNPQ$ có I, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, PQ . Trên tia đối của tia PN lấy điểm S . QN cắt SK tại R và cắt IK tại O . Đường thẳng qua O song song với MN cắt RI tại H .

a. Chứng minh $HI = HK$.

b. Chứng minh IK là phân giác của góc RIS .

Bài 6: (6.0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O, R) đường kính AB . EF là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho E thuộc cung AF và $EF = R$. AF cắt BE tại H . AE cắt BF tại C . CH cắt AB tại I

a. Tính góc CIF .

b. Chứng minh $AE.AC + BF.BC$ không đổi khi EF di động trên nửa đường tròn.

c. Tìm vị trí của EF để tứ giác $ABFE$ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích đó.

ĐỀ SỐ 325

Câu 1 (2,5 điểm) : Cho biểu thức

$$Q = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x-1}\right)$$

a/ Rút gọn Q

b/ Tính giá trị của Q với $x = 2013$

Câu 2 (4.0 điểm) : Cho phương trình : $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1)

a/ Tìm m để phương trình có nghiệm dương

b/ Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) tìm m nguyên dương để

$$A = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3 (4.0 điểm) : a/ Giải phương trình sau : $\frac{1}{(x-1)^2} + \sqrt{3x+1} = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+2}$

b/ Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) ($x < y$) và $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2012$

Câu 4 (5.0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$, ($R > R'$) cắt nhau tại A và B. Một tiếp tuyến chung tiếp xúc với đường tròn (O) tại C, tiếp xúc với đường tròn (O') tại D. Gọi I là giao điểm của AB và CD. B' là điểm đối xứng của B qua I, C' là điểm đối xứng của B qua CD. Qua A kẻ cát tuyến song song với CD cắt đường tròn (O) tại P, cắt đường tròn (O') tại Q. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của DB, CB với PQ.

1. Chứng minh rằng A là trung điểm của MN.
2. Chứng minh rằng A, C, B', C', D cùng thuộc một đường tròn.

Câu 5 (2.0 điểm) : Có hay không số tự nhiên n thỏa mãn $2012 + n^2$ là số chính phương?. Tìm n

ĐỀ SỐ 326

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Cho $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$; $B = \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Tính A+B

2. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $a+b+c = 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^4}{a^4 - (b^2 - c)^2} + \frac{b^4}{b^4 - (c^2 - a)^2} + \frac{c^4}{c^4 - (a^2 - b)^2} = \frac{3}{4}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}$$

2. Cho x, y là hai số nguyên khác -1 sao cho $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $x^{2012} - 1$ chia hết cho y+1

Câu 3: (2,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $32x^6 + 16y^6 + 4z^6 = t^6$

Câu 4: (2 điểm)

Cho tứ giác lồi ABCD biết $AB=BD$, $BAC = 30^\circ$; $ADC = 150^\circ$. Chứng minh CA là tia phân giác của góc BCD

Câu 5: (4 điểm)

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC. Gọi K, P, Q lần lượt là các tiếp điểm của các cạnh BC, AC và AB gọi R là trung điểm của đoạn thẳng PK. Chứng minh rằng : $PQC = KQR$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 6: (2 điểm)

Cho ba số dương a,b,c Chứng minh rằng:

$$\frac{a^4}{b^3(c+2a)} + \frac{b^4}{c^3(a+2b)} + \frac{c^4}{a^3(b+2c)} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 327

Câu 1: (5,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$).

- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm các giá trị của x sao cho $P < 2$.

Câu 2: (5,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2+10x+21}+6=3\sqrt{x+3}+2\sqrt{x+7}$.

b) Chứng minh rằng nếu ba số x, y, z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=2 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2} \end{cases}$ thì có ít nhất một trong ba số x, y, z phải bằng 2.

Câu 3: (4,0 điểm)

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng (d) và (D) lần lượt có phương trình là $y=2x-5$ và $y=(m-2)x-m-1$ (m là tham số).

- Chứng minh rằng đường thẳng (D) luôn luôn đi qua một điểm cố định thuộc đường thẳng (d) với mọi giá trị của $m \in \mathbb{R}$.
- Tìm giá trị của m để gốc tọa độ O cách đường thẳng (D) một khoảng lớn nhất.

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và hai đường kính phân biệt AB và CD sao cho tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) cắt các đường thẳng BC và BD lần lượt tại hai điểm E và F. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF.

- Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn thẳng OA.
- Hai đường kính AB và CD có vị trí tương đối như thế nào thì tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất.

Câu 5: (2,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho a, b, c là các độ dài ba cạnh của một tam giác và thỏa hệ thức $a+b+c=1$.

Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 < \frac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 328

Câu 1(5,0 điểm):

1. Tính giá trị của biểu thức sau : $A = \frac{1+4x}{1+\sqrt{1+4x}} + \frac{1-4x}{1-\sqrt{1-4x}}$, biết $x = \frac{\sqrt{2}}{9}$.
2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - (2m+1)x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 2009x_1x_2 = 2012$

Câu 2(4,0 điểm):

1. Giải phương trình : $(2\sqrt{x+2} - \sqrt{4x+1})(2x+3+\sqrt{4x^2+9x+2}) = 7$.
2. Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} x+y-2=4\sqrt{z-2} \\ y+z-2=4\sqrt{x-2} \\ z+x-2=4\sqrt{y-2} \end{cases}$$

Câu 3(4,0 điểm):

1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của x biết x và y là hai số thỏa mãn đẳng thức $y^2 = 3(xy + y - x - x^2)$.
2. Tìm các số nguyên k để biểu thức $k^4 - 8k^3 + 23k^2 - 26k + 10$ là số chính phương.

Câu 4 (6,0 điểm):

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đoạn thẳng AO lấy điểm H bất kì không trùng với A và O, kẻ đường thẳng d vuông góc với AB tại H, trên d lấy điểm C nằm ngoài đường tròn, từ C kẻ hai tiếp tuyến CM và CN với đường tròn (O) với M, N là các tiếp điểm, (M thuộc nửa mặt phẳng bờ d có chứa điểm A). Gọi P và Q lần lượt là giao điểm của CM, CN với đường thẳng AB.

1. Chứng minh HC là tia phân giác của góc MHN
2. Đường thẳng đi qua O vuông góc với AB cắt MN tại K và đường thẳng CK cắt đường thẳng AB tại I. Chứng minh rằng : I là trung điểm của PQ.
3. Chứng minh rằng ba đường thẳng PN, QM và CH đồng quy.

Câu 5(1,0 điểm):

Cho ba số dương x, y và z thỏa mãn $x+y+z=6$. Chứng minh rằng : $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz + xyz \geq 8$.

ĐỀ SỐ 329

Bài 1: (6 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}) : \sqrt{3}$.
2. Biết $(x+\sqrt{x^2+5})(y+\sqrt{y^2+5})=5$, tính giá trị của biểu thức $A = x+y$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

3. Phân tích thành nhân tử biểu thức sau: $(n+1)(n+3)(n+5)(n+7) + 15$. (Yêu cầu phân tích thành 4 nhân tử bậc nhất).

Bài 2: (6 điểm)

1. Giải phương trình: $x^3 + 3x^2 + x - 2 = 0$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3x = y^3 + 3y \\ x^2 + xy - 20 = 0 \end{cases}$$

3. Cho hàm số $y = mx + 1 - x + m$ (m: tham số)

Tìm m để đồ thị hàm số là đường thẳng cắt hai trục tọa độ thành tam giác có diện tích là 2.

Bài 3: (5 điểm)

1. Cho hình thang cân ABCD biết hai đáy $AB = 10$, $CD = 22$ và DB là phân giác của góc ADC. Tính diện tích hình thang.

2. Cho hai đường tròn (O; R) và (I; r) cắt nhau tại hai điểm A, B. Biết $R = 3$; $r = 4$ và $OI = 5$. Một cát tuyến qua B cắt hai đường tròn lần lượt tại C và D.

Chứng minh rằng: Tam giác ACD là tam giác vuông với mọi vị trí của cát tuyến CD.

Bài 4: (1 điểm) Cho hai số a, b thỏa mãn $a \geq 1$; $b \geq 4$, tìm giá trị nhỏ nhất của tổng:

$$A = a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b}$$

Bài 5: (2 điểm) Tìm số chính phương có 4 chữ số thỏa mãn chữ số hàng nghìn và hàng trăm bằng nhau; chữ số hàng chục và hàng đơn vị bằng nhau..

ĐỀ SỐ 330

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\sqrt{x - \sqrt{50}} - \sqrt{x + \sqrt{50}} \right) \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 50}}$ với $x \geq \sqrt{50}$

b) Cho $x + \sqrt{3} = 2$. Tính giá trị của biểu thức: $B = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2018$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $\frac{4x}{x^2 - 5x + 6} + \frac{3x}{x^2 - 7x + 6} = 6$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 4\sqrt{xy} = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $4a^2 + 3ab - 11b^2$ chia hết cho 5 thì $a^4 - b^4$ chia hết cho 5.

b) Cho phương trình $ax^2 + bx + 1 = 0$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm a, b biết

$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ là nghiệm của phương trình.

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua B và C (O không nằm trên đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M và N . Gọi I là trung điểm của BC , AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K .

a) Chứng minh 4 điểm O, M, N, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

c) Gọi D là trung điểm HQ , từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E . Chứng minh P là trung điểm ME .

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $A_n = \frac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng: $A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n < 1$.

ĐỀ SỐ 331

Câu 1: (4,0 điểm)

a) $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1}$.

Với $0 \leq x \leq 1$ Rút gọn $B = 1 - \sqrt{A + x + 1}$

b) Biết $x > 0$; $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ Tính $x^5 + \frac{1}{x^5}$

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Giải phương trình sau: $\frac{2x^2}{(3 - \sqrt{9 + 2x})^2} = x + 9$

b) Với $a > 0$; $b > 0$ và $a + b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $(a + \frac{1}{a})^2 + (b + \frac{1}{b})^2$

Câu 3: (4,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + y^3 + 3 = 0 \end{cases}$$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy lấy A(2;-1) và B(4;3). Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4: (5,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tia AB lấy C nằm ngoài đoạn thẳng AB. Vẽ 2 tiếp tuyến CE và CF với đường tròn tâm O và cát tuyến CMN (M nằm giữa C và N). EF cắt AB tại I. Chứng minh:

a) $CM.CN = CO^2 - R^2$

b) Bốn điểm O, I, M, N cùng thuộc một đường tròn.

c) $AIM = BIN$

Câu 5: (2,5 điểm)

Cho a, b, c là 3 cạnh của tam giác thỏa mãn $a+b+c=2$.

Chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$

ĐỀ SỐ 332

Câu 1 (5 điểm):

a) Cho a và b là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện: $a^2 + b^2 : 7$.

Chứng minh rằng a và b đều chia hết cho 7.

b) Cho $A = n^{2012} + n^{2011} + 1$

Tìm tất cả các số tự nhiên n để A nhận giá trị là một số nguyên tố.

Câu 2 (4.5 điểm)

a) Giải phương trình:

$$\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$$

b) Cho x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn:

$$xy + yz + zx = 0$$

Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$$

Câu 3 (4.5 điểm)

a) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z + xy + yz + zx = 6$.

Chứng minh rằng:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$$

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + a^2}$$

Câu 4 (6.0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho đường tròn $(O;R)$ và một dây BC cố định không đi qua O . Từ một điểm A bất kỳ trên tia đối của tia BC vẽ các tiếp tuyến AM . AN với đường tròn (M và N là các tiếp điểm, M nằm trên cung nhỏ BC). Gọi I là trung điểm của dây BC , đường thẳng MI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P .

- Chứng minh rằng: NP song song với BC .
- Gọi giao điểm của đường thẳng MN và đường thẳng OI là K . Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để tam giác ONK có diện tích lớn nhất.

ĐỀ SỐ 333

Câu 1: (3đ) Giải phương trình: $\sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \frac{x-1}{x} = 0$

Câu 2: (4đ) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình sau, biết rằng $x < 0$ và $y > 0$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{97}{36} \\ \left| y + \frac{1}{x} \right| + \left| \frac{13}{6} + x - y \right| = \frac{13}{6} + x + \frac{1}{x} \end{cases}$$

Câu 3: (4đ) Cho dãy số nguyên dương $\{u_n\}$ xác định như sau:

$$\begin{cases} u_0 = 1; u_1 = 45 \\ u_{n+2} = 45u_{n+1} - 3u_n \end{cases} \text{ với } n = 1; 2; 3 \dots$$

a. Chứng minh rằng: $u_{n+1}^2 - u_n \cdot u_{n+2} = 3^{n+2}$ với mọi $n = 1; 2; 3 \dots$

b. Chứng minh rằng số: $P = 3013 \cdot u_n^2 + 4 \cdot 3^n$ là số chính phương với mọi $n = 1; 2; 3 \dots$

Câu 4: (2đ) Cho góc nhọn xOy , điểm A di động trên Ox , điểm B di động trên Oy sao cho $OA = OB + k$ (k dương và không đổi). Chứng minh rằng đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác AOB và vuông góc với AB luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: (4đ) Cho đường tròn bán kính bằng 1. Gọi A là một điểm cố định trên đường tròn. Vẽ tiếp tuyến tại A trên đó lấy T sao cho $AT = 1$. Một đường thẳng d quay quanh T cắt đường tròn tại B và C . Xác định vị trí của d để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Câu 6: (3đ) Cho $x > 0, y > 0$ và $x + 2y < \frac{5\pi}{4}$. Chứng minh rằng $\cos(x + y) < \frac{y \cdot \sin x}{x \cdot \sin y}$

ĐỀ SỐ 334

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Khì thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS

Khóa ngày 12 tháng 4 năm 2012

Thời gian : 150 phút

Câu 1 (5 điểm) Cho biểu thức : $A = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của A

Câu 2(4 điểm)

1.Tính giá trị của biểu thức $\frac{a+1}{\sqrt{a^4+a+1}-a^2}$ trong đó a là nghiệm của phương

trình $4x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2} = 0$

2.giải phương trình : $3x^2 + 2x = 2\sqrt{x^2 + x} - x + 1$

Câu 3 (3 điểm)

1.Chứng minh rằng $\sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{a} \leq a + 2$ trong đó a là số thực không âm .

2.Tìm tất cả các bộ ba số nguyên (x,y,z) thỏa mãn

$$\begin{cases} y^3 = x^3 + 2x^2 + 1 \\ xy = z^2 + 2 \end{cases}$$

Câu 4 (3 điểm) Có 3 cái chuông trong phòng thí nghiệm. Chuông thứ nhất cứ 8 phút reo một lần. Chuông thứ 2 cứ 12 phút reo một lần. Chuông thứ 3 cứ 16 phút reo một lần.Cả 3 cái chuông cùng reo 7 giờ 30 phút sáng.

a) Hỏi 3 chuông lại cùng reo lần tiếp theo vào lúc nào ?

b)Hỏi trong khoảng từ 7 giờ 30 phút đến 11 giờ 30 phút có bao nhiêu lần nghe thấy tiếng chuông đồng thời của chỉ 2 trong 3 chuông.

Câu 5 (5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R) và đường cao AH.

a) Chứng minh hệ thức $AB.AC = 2R.AH$.

b)Cho $AH = R\sqrt{2}$, gọi D,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H xuống AB, AC.

Chứng minh rằng $S_{ADK} = \frac{1}{2} S_{ABC}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 335

Câu 1:(2.0 điểm)

Cho biểu thức:
$$P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$$

- a) Rút gọn P . b) Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2:(2.0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 4 = 0$

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 26m$
b) Tìm m nguyên để phương trình có hai nghiệm nguyên.

Câu 3:(3,5 điểm)

Cho tam giác ABC đều cố định nội tiếp trong đường tròn (O) . Đường thẳng d thay đổi nhưng luôn đi qua A và cắt cung nhỏ AB tại điểm thứ hai là $E(E \neq A)$. Đường thẳng d cắt hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại M và N ; MC cắt BN tại F . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác CAN đồng dạng với tam giác BMA , tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN .
b) Tứ giác $BMEF$ là tứ giác nội tiếp.

Câu 4:(1,5 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 6$. Chứng minh rằng:

$$\frac{b+c+5}{1+a} + \frac{c+a+4}{2+b} + \frac{a+b+3}{3+c} \geq 6$$

Câu 5:(1,0 điểm)

Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 336

Bài 1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x + y - 1 = \frac{2}{x} \\ (x + y)^2 + 2 = \frac{2}{x^2} \end{cases}$$

Bài 2. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 1 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

b) Gọi x_1, x_2 ($x_1 \leq x_2$) là hai nghiệm của phương trình. Tính $P = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$ theo m và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = x_1 + x_2 + \frac{2}{x_1 + x_2}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn và H là trực tâm. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm thứ hai của các đường thẳng AH, BH, CH với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ; D, E, F lần lượt là chân các đường cao hạ từ A, B, C của tam giác ABC

a) Chứng minh tam giác CHM cân

b) Tính tổng $\frac{AM}{AD} + \frac{BN}{BE} + \frac{CP}{CF}$

Bài 4. Không sử dụng máy tính hãy chứng minh:

$$\frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{2012\sqrt{2011}} < 2$$

Bài 5. Tìm số nguyên tố p để $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ đều là số nguyên tố.

ĐỀ SỐ 337

Câu 1(4đ): Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} \sqrt{7x+y} + \sqrt{2x+y} = 5 \\ \sqrt{2x+y} + x - y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (x-1)\sqrt{y} + (y-1)\sqrt{x} = \sqrt{2xy} \\ x\sqrt{y-1} + y\sqrt{x-1} = xy \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 2(3đ): Giả sử x, y, z là những số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$.

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$$

Câu 3(3đ): Cho $a, b, c > 0$ và thỏa mãn điều kiện

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} \geq 2$$

Chứng minh rằng: $abc \leq \frac{1}{8}$.

Câu 4(4 đ): Cho đường tròn tâm O, hai tiếp tuyến MA và MB (A, B là tiếp điểm), C là một điểm trên đường tròn tâm M bán kính MA và nằm trong đường tròn (O). Các tia AC và BC cắt đường tròn (O) lần lượt tại P và Q. Chứng minh rằng PQ là đường kính của đường tròn (O).

Câu 5(4đ): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và d là tiếp tuyến của (O) tại C. Gọi AH, BI là các đường cao của tam giác.

a) Chứng minh $HI \parallel d$.

b) Gọi MN và EF lần lượt là hình chiếu của các đoạn thẳng AH và BI lên đường thẳng d. chứng minh rằng $MN = EF$

Câu 6(2đ): Chứng minh rằng tích của một số chính phương và một số đứng trước nó chia hết cho 12

ĐỀ SỐ 338

Bài 1: (4 điểm)

1/ Không sử dụng máy tính, hãy thực hiện phép tính:

$$A = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-\sqrt{15}} + \sqrt{10}}{\sqrt{23-3\sqrt{5}}}$$

$$2/ \text{ Cho biểu thức } B = \frac{3x+6\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}$$

a/ Tìm điều kiện xác định và rút gọn B.

b/ Tìm giá trị lớn nhất của B và giá trị x tương ứng.

Bài 2: (5 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1/ Tìm hệ số $a > 0$ sao cho các đường thẳng $y = ax - 1$; $y = 1$; $y = 5$ và trục tung tạo thành hình thang có diện tích bằng 8 (đơn vị diện tích).

2/ Cho các số x, y, z khác 0 thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$ và $\frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = 4$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (x + 2y + z)^{2012}$.

Bài 3: (5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF ($D \in BC, E \in AC, F \in AB$) cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) theo thứ tự ở M, N, K. Chứng minh rằng:

a/ $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$.

b/ $AH \cdot AD + BH \cdot BE + CH \cdot CF = \frac{AB^2 + BC^2 + CA^2}{2}$.

c/ $\frac{AM}{AD} + \frac{BN}{BE} + \frac{CK}{CF} = 4$.

Bài 4: (3 điểm)

Cho đoạn thẳng $CD = 6$ cm, I là một điểm nằm giữa C và D ($IC > ID$). Trên tia Ix vuông góc với CD lấy hai điểm M và N sao cho $IC = IM, ID = IN$, CN cắt MD tại K ($K \in MD$), DN cắt MC tại L ($L \in MC$). Tìm vị trí của điểm I trên CD sao cho CN.NK có giá trị lớn nhất.

Bài 5: (3 điểm)

Tìm các cặp số $(x; y)$ nguyên dương thỏa mãn: $xy + 2x = 27 - 3y$.

ĐỀ SỐ 339

Câu I.

1. Tính $f(x) = (x^4 + \sqrt{2}x - 7)^{2012}$ khi $x = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$
2. Cho (P) $y = x^2$ và hai điểm A_1, A_2 trên (P) sao cho góc $A_1OA_2 = 90^\circ$. Gọi hình chiếu của A_1, A_2 trên Ox lần lượt là B_1, B_2 , chứng minh $OB_1 \cdot OB_2 = 1$

Câu II.

1. Cho PT $x^2 - 3mx - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

2. Tìm min $S = \frac{m^2}{x_2^2 + 3mx_1 + 3m} + \frac{x_1^2 + 3mx_2 + 3m}{m^2}$

Giải PT nghiệm nguyên $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$

Câu III.

1. Giải hệ $\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{2xy}{x+y} = 1(1) \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y(2) \end{cases}$

2. Giải PT $(3x+1)\sqrt{2x^2-1} = 5x^2 + \frac{3}{2}x - 3$

Câu IV.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Cho tam giác ABC vuông tại C có đường cao CD. Vẽ đường tròn tâm O đường kính CD cắt CA, CB lần lượt tại E và F. Gọi M là giao điểm của BE và đường tròn tâm O; AC cắt MF tại K, EF cắt BK ở P
 - Chứng minh bốn điểm B, M, F, P cùng thuộc một đường tròn
 - Khi D, M, P thẳng hàng, tính các góc của tam giác ABC
- Cho tam giác ABC vuông tại C có góc A bằng 60° và trung tuyến $BD = \frac{3}{4}a$.

Tính diện tích tam giác ABC theo a.

Câu V.

Cho sáu đường tròn có bán kính bằng nhau và có điểm chung. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một trong những đường tròn này chứa tâm đường tròn khác.

ĐỀ SỐ 340

Câu 1: (4,0 điểm)

- 1) Cho các số thực a, b, c khác nhau đôi một và thỏa mãn $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$

Chứng minh rằng : $(a+b+1)(b+c+1)(c+a+1) = -1$

- 2) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn : $ab + bc + ca = 1$ Chứng minh rằng:

$$\frac{(b+c)\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{b^2+1}\sqrt{c^2+1}} = 1$$

Câu 2: (5,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{y^2 - 3x} + \sqrt{x^2 + 8y} = 5 \\ x(x-3) + y(y-8) = 13 \end{cases}$$

2. Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 3x^2 - 4x - 2$

Câu 3: (3,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên không âm (x; y; z) thỏa mãn đẳng thức:
 $2012^x + 2013^y = 2014^z$

Câu 4: (6 điểm)

Cho đường tròn (O). AB là đường kính của (O). Điểm Q thuộc đoạn thẳng OQ (Q khác O; Q khác B). Đường thẳng đi qua Q vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D (điểm D nằm trong nửa mặt phẳng bờ PS chứa B). Gọi G là giao điểm của các đường thẳng CD và AP. Gọi E là giao điểm của các đường thẳng CD và PS. Gọi K là trung điểm của đoạn AQ.

- Chứng minh tam giác PDE đồng dạng với PSD
- Chứng minh rằng $EP = EQ = EG$.
- Chứng minh đường thẳng KG vuông góc với đường thẳng CD

Câu 5: (2 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện : $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{1+8a^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^2}} \geq 1$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 341

Câu 1 (4.0 điểm):

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, trong đó m là tham số.

1. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt không âm.
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.

Câu 2 (6.0 điểm):

Giải các phương trình sau:

1. $x^2 - 6|x| - 7 = 0$.
2. $2x^2 - 3x + 10 = 3\sqrt{x^3 + 8}$.
3. $\sqrt{3x^2 + 3x} + \sqrt{x - x^2} = 2x + 1$.

Câu 3 (6.0 điểm):

1. Cho nửa đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Trên nửa đường tròn lấy hai điểm phân biệt C, D sao cho $CD = R$ (C thuộc cung AD). Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt AB tại M . Tiếp tuyến của nửa đường tròn $(O; R)$ tại A và B cắt CD lần lượt tại E và F . Gọi K là giao điểm của AC và BD .

- a) Chứng minh tứ giác $AECM$ nội tiếp và tam giác EMF là tam giác vuông.
- b) Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác KCD .

2. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB < AC$, $BC = 2 + 2\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 1. Tính độ dài cạnh AB và AC .

Câu 4 (2.0 điểm):

Cho ba số a, b, c thỏa mãn
$$\begin{cases} 1 \leq a, b, c \leq 3 \\ a + b + c = 6 \end{cases}$$

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \leq 14$

Câu 5 (2.0 điểm):

Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y + z > 11 \\ 8x + 9y + 10z = 100 \end{cases}$$

ĐỀ SỐ 342

Câu 1 (3,0 điểm)

- a. Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{7-3\sqrt{5}})(\sqrt{21+6\sqrt{6}} + \sqrt{21-6\sqrt{6}})$
- b. Tính giá trị biểu thức $B = x^5 - 10x^3 - 15x^2 + 2x + 1$, biết rằng $x = 2 - \sqrt{3}$

Câu 2 (4,0 điểm).

- a. Giải phương trình $(x-2)(x-1)(x+3)(x+6) = 12x^2$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2) = 20 \\ (x+y)(x^2-y^2) = 32 \end{cases}$$

Câu 3 (4,0 điểm).

a. Chứng minh rằng phương trình $x^2 - 2^y = 2013$ không có nghiệm nguyên.

b. Cho s, t, x, y, z là các số nguyên và tổng $s + t + x + y + z$ chia hết cho 5.

Chứng minh rằng tổng $s^5 + t^5 + x^5 + y^5 + z^5$ chia hết cho 5

Câu 4 (7,0 điểm).

1. Cho tam giác ABC. Trên hai cạnh AB và AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $AB = 3AM$, $AC = 3AN$. Biết diện tích tứ giác MNCB bằng 48cm^2 .

a. Tính diện tích tam giác AMN.

b. Gọi O là giao điểm của BN và CM. Tính diện tích tam giác BMO

2. Cho tam giác nhọn ABC, có trục tâm H và tâm đường tròn nội tiếp là O.

Đường trung trực của đoạn thẳng AH cắt AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

a. Tam giác AOC đồng dạng với tam giác ADH

b. Điểm A là tâm đường tròn bàng tiếp tam giác DOE.

Câu 5 (2,0 điểm).

Cho ba số thực dương a, b, c .

Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 343

Bài 1: (2điểm).

Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 12x - 9$.

a) Phân tích $f(x)$ thành nhân tử

b) Giải phương trình $f(x) = 0$.

Bài 2: (2điểm).

Cho $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$.

a) Rút gọn A.

b) Tính A khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Bài 3: (2điểm).

Cho tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm của tam giác.

a) So sánh diện tích các tam giác sau: GAB; GAC; GBC.

b) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng O là trục tâm của tam giác MNP.

Bài 4: (2điểm).

Cho hàm số $f(x) = (x+2)(x+3)(x+4)(x+5) + 1$. Chứng minh rằng $f(x)$ luôn có giá trị là số chính phương với mọi giá trị nguyên của x .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: (2điểm). Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng AM vuông góc với BD.

Bài 6: (2điểm). Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 16y^2 - 8xy + x^2 - 40xy + 10x + 25 = 0 \end{cases}$$

Bài 7: (2điểm). Chứng minh rằng với mọi x, y ta có: $9y^2 + 17x^2 + 6xy + 8x + 2 > 0$

Bài 8: (2điểm). Tính giá trị biểu thức $P = 28x^5 - 2x^4 - 2013x^3 + 14606x - 3454$ khi $\frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{4}$.

Bài 9: (2điểm). Cho hình thoi ABCD có $\angle BAD = 120^\circ$. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $\angle BAM = 15^\circ$. AM kéo dài cắt đường thẳng DC tại N. Chứng minh rằng: $\frac{3}{AM^2} + \frac{3}{AN^2} = \frac{4}{AB^2}$.

Bài 10: (2điểm). Cho x, y là các số thỏa mãn: $(\sqrt{x^2 + 2013} + x)(\sqrt{y^2 + 2013} + y) = 2013$. Hãy tính giá trị biểu thức $x + y$.

ĐỀ SỐ 344

Bài 1 : (4,0 điểm)

a. Khử căn ở mẫu số

$$A = \frac{59}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

b. Tính tổng

$$S = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2011} + \sqrt{2013}}$$

Bài 2 : (4,0 điểm)

Cho đa thức :

$$Q(x) = x^4 + 3x^2 + 1$$

a. Phân tích đa thức $Q(x)$ thành nhân tử.

b. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $y^2 = x^4 + 3x^2 + 1$

Bài 3 : (4,0 điểm)

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = |3x - 9| + x - 7$

b. Giải phương trình

$$3\sqrt{x^2 - 6\sqrt{x^2} + 9} + \sqrt{x^2} - 7 = 0$$

Bài 4 : (4,0 điểm)

Cho hệ phương trình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x+my=1 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm, tìm nghiệm đó.
- Xác định giá trị nhỏ nhất của :

$$P = (x+2y+1)^2 + (3x+my-1)^2$$

Bài 5 : (4,0 điểm)

Cho hình thang cân ABCD cạnh bên là AD và BC ngoại tiếp đường tròn tâm I bán kính $R = 2$

- Chứng minh rằng hai tam giác IAD và IBC vuông
- Cho $AB = 2x$ ($0 < x < 2$). Tính diện tích hình thang ABCD theo x .

ĐỀ SỐ 345

Câu 1. 1) Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$

- Rút gọn P
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P

2) Giải phương trình: $\sqrt[3]{(65+x)^2} + 4\sqrt[3]{(65-x)^2} = 5\sqrt[3]{65^2 - x^2}$.

Câu 2. 1) Rút gọn A biết $A = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2011}}$. Cho biết

A là số hữu tỷ hay số vô tỷ? Vì sao?

2) Cho $a^3 + b^3 + 8c^3 = 6abc$ với a, b, c khác 0 và $a + b + 2c \neq 0$

Tính $P = (1 + \frac{a}{b})(2 + \frac{b}{c})(3 + \frac{c}{a})$

Câu 3. 1) Tìm các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời: $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + x + y = 4 & (2) \end{cases}$

2) Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn hệ thức: $xy + yz + zx + 2x + 2y + 2z = 45$
Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 27$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Đường vuông góc với CI tại I cắt AC, AB theo thứ tự ở M, N chứng minh rằng:

- Các tam giác: AIB; AMI; INB đồng dạng
- $AM \cdot BN = IM^2 = IN^2$;
- $\frac{IA^2}{bc} + \frac{IB^2}{ca} + \frac{IC^2}{ab} = 1$

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất (Max) và giá trị nhỏ nhất (Min) của biểu thức:

$$P = (1+x^4)(1+y^4) \text{ biết } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y = \sqrt{10} \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 346

Bài 1: (2,5 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{2x + \sqrt{x} - 1}{1 - x} + \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{1 + x\sqrt{x}} \right) : \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - x}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị x để giá trị của biểu thức $A = \frac{2}{3}$.

c) Biểu thức A có giá trị lớn nhất không? Vì sao?

Bài 2: (2,0 điểm) Chứng minh rằng:

a) $2(\sqrt{a} - \sqrt{b}) < \frac{1}{\sqrt{b}} < 2(\sqrt{b} - \sqrt{c})$

Biết a; b; c là 3 số thực thỏa mãn điều kiện: $a = b + 1 = c + 2$ và $c > 0$.

b) Biểu thức $B = \sqrt{1 + 2014^2 + \frac{2014^2}{2015^2}} + \frac{2014}{2015}$ có giá trị là một số nguyên.

Bài 3: (2 điểm) Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

b) $\sqrt{4x + 1} - \sqrt{3x - 2} = \frac{x + 3}{5}$.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M, trên cạnh CD lấy điểm N. Tia AM cắt đường thẳng CD tại K. Kẻ AI vuông góc với AK cắt CD tại I.

1. Chứng minh : $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2}$

2. Biết số đo góc $MAN = 45^\circ$, $CM + CN = 7$ cm, $CM - CN = 1$ cm. Tính số đo góc $AMN = ?$

3. Từ điểm O trong tam giác AIK kẻ OP, OQ, OR lần lượt vuông góc với IK, AK, AI ($P \in IK, Q \in AK, R \in AI$). Xác định vị trí điểm O để $OP^2 + OQ^2 + OR^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 347

Bài 1 : (2,5đ) a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1 - x\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) : \frac{1}{(1 - \sqrt{x})^2}$

Tính giá trị biểu thức P khi $x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Đặt $a = \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$. Chứng minh rằng $\frac{64}{(a^2-3)^3} - 3a$ là số

nguyên.

Bài 2 (2,5đ) a) Giải phương trình $2 + \sqrt{5-x} = |x-5|$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy + 6 = 3x + 2y \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y - 3 \end{cases}$$

Bài 3 (2đ) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) $y = -x^2$ và đường thẳng (d):

$$y = -x - 2$$

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d)

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (Δ): $y = mx - m + 1$ cắt đường thẳng (d) tại các điểm nằm trên Parabol (P)

Bài 4 (3đ) Cho nửa đường tròn (C) tâm O đường kính AB. Gọi C là 1 điểm trên nửa đường tròn (C) và D là điểm chính giữa cung AC. Gọi E là hình chiếu vuông góc của điểm D trên đường thẳng BC và F là giao điểm của AE với nửa đường tròn (C). Tia BF cắt DE tại M. Chứng minh:

a) Hai tam giác MDF và MBD đồng dạng.

b) M là trung điểm của đoạn DE.

ĐỀ SỐ 348

Câu I. (4,5 điểm)

1. Tìm số tự nhiên bằng 59 lần tổng các chữ số của số ấy.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2010$

Câu II. (5 điểm)

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2y^2 - x^2 - 8y^2 = 2xy$
2. Giải phương trình: $x^2 + 2 = 2\sqrt{x^3 + 1}$

Câu III. (4,5 điểm):

1. Cho x và y dương, chứng minh rằng: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$
2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{a^2+b^2} + \frac{b^3}{b^2+c^2} + \frac{c^3}{c^2+a^2} \geq \frac{a+b+c}{2}$$

Câu IV. (6 điểm)

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

1. Chứng minh : $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$;
2. Biết $S_{AOB} = a^2$; $S_{COD} = b^2$. Tính S_{ABCD} ;
3. Tìm điểm K trên đường chéo BD sao cho đường thẳng qua K song song với AB bị hai cạnh bên và hai đường chéo của hình thang chia thành ba đoạn bằng nhau.

ĐỀ SỐ 349

Bài 1 : (4 điểm) Thu gọn các biểu thức:

a) $A = \frac{2\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$.

b) $B = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right)$ với $a > 0, b > 0, a \neq b$.

Bài 2 : (4 điểm) Cho phương trình $(m+3)x^2 + 3(m-1)x + (m-1)(m+4) = 0$

- a) Định m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu.
- b) Định m để phương trình có ít nhất một nghiệm âm.

Bài 3: (3 điểm) Giải các phương trình:

a) $2(8x+7)^2(4x+3)(x+1) = 7$.

b) $x + \sqrt{17-x^2} + x\sqrt{17-x^2} = 9$.

Bài 4 : (3 điểm)

- a) Với n là số nguyên dương. Hãy tìm ước chung lớn nhất của 2 số:
 $21n + 4$ và $14n + 3$.

- b) Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh :

$$\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq a + b + c$$

Bài 5 : (3 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại 2 điểm A và B. Qua A kẻ đường thẳng (d) cắt (O) tại M và cắt (O') tại N. Chứng minh đường trung trực của đoạn MN luôn luôn đi qua một điểm cố định khi đường thẳng (d) thay đổi.

Bài 6 : (3 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB và tia tiếp tuyến Ax. Từ M thuộc Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với đường tròn (O) với C là tiếp điểm. Đường vuông góc với AB tại O cắt BC ở N

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- Có nhận xét gì về tứ giác OMNB?
- Trục tâm H của tam giác MAC di động trên đường cố định nào khi M di động trên Ax?

ĐỀ SỐ 350

Câu 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức : $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

- Tính giá trị biểu thức P khi $x = (\sqrt{53+4\sqrt{90}} - \sqrt{13-\sqrt{160}}) \cdot \sqrt{5}$
- Tìm x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Câu 2: (4,0 điểm). Giải các phương trình sau :

- $\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 5$
- $x^3 - 3x^2 + 2\sqrt{(x+2)^3} - 6x = 0$

Câu 3: (4,0 điểm).

Cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$y = 2(m-1)x - 2m + 1 \quad (m \text{ là tham số})$$

- Xác định m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(2; -8)
- chứng minh rằng với mọi m thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O(0;0) đến đường thẳng (d) lớn nhất.

Câu 4: (7 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC và một điểm A trên nửa đường tròn (A khác B và C). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A dựng hai nửa đường tròn đường kính HB và HC, chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F.

- Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$
- Chứng minh EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính HB.
- Gọi I, K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC. Đường thẳng IK cắt tiếp tuyến kẻ từ B của nửa đường tròn (O) tại M. Chứng minh rằng MC, AH, EF đồng quy.

Câu 5: (1 điểm).

Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2 - z^2}{y+z} + \frac{z^2 - y^2}{x+y} + \frac{y^2 - x^2}{z+x} \geq 0$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 351

Bài 1- (4đ) a) Rút gọn: $(12-6\sqrt{3})\sqrt{\frac{3}{14-8\sqrt{3}}} - 3\sqrt{2\left(1-\sqrt{1-\sqrt{-2\sqrt{3}+4}}\right)} + 2\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị nguyên của x thì $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$ luôn có giá trị là số chính phương

Bài 2- (4đ) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2 - \sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của P

Bài 3- (4đ) Giải phương trình :

$$a) x^2 - 4x - 2\sqrt{2x-5} + 5 = 0$$

$$b) \sqrt{x-2} + \sqrt{10-x} = x^2 - 12x + 40$$

Bài 4 (6đ)

a) Cho ΔABC , phân giác AD. Biết $AB = c$, $AC = b$, $\hat{A} = 2\alpha$ ($\alpha < 45^\circ$).

$$\text{CMR: } AD = \frac{2bc \cos \alpha}{b + c}$$

b) Cho tam giác ABC, các đường phân giác AD, đường cao BH, trung tuyến CE đồng quy tại O. CMR: $AC \cdot \cos A = BC \cdot \cos C$

Bài 5 (2đ) - Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có dạng:

$$2(m-1)x + (m-2)y = 2. \text{ Tìm } m \text{ để (d) cách gốc O một khoảng lớn nhất?}$$

ĐỀ SỐ 352

Câu 1:(2 điểm).

1/ Cho $x > 0$ và $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$. Tính giá trị của biểu thức: $x^5 + \frac{1}{x^5}$

2/ Chứng minh đẳng thức: $\frac{b-a}{b \cdot \sqrt{\frac{-a}{b}}} = \frac{a-b}{a \cdot \sqrt{\frac{-b}{a}}}$ với a, b trái dấu.

Câu 2:(2 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1/ Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^3 - y^3 = 8 \end{cases}$$

2/ Giải phương trình: $2x^2 + (14 - 2\sqrt{x^2 + 8x})x + 8x - 14\sqrt{x^2 + 8x} + 24 = 0$

Câu 3:(2 điểm).

1/ Tìm m để các đường thẳng có phương trình sau đồng quy:

$$y = x + 1 \quad (d_1); \quad y = -2x + 1 \quad (d_2); \quad y = (m - 1)x - m \quad (d_3).$$

2/ Trên đường thẳng $y = x + 1$. Tìm những điểm có tọa độ thỏa mãn đẳng thức:

$$y^2 - 3y\sqrt{x} + 2x = 0$$

Bài 4:(3 điểm).

Cho nửa đường tròn (O), đường kính $AB = 2R$ (R là độ dài cho trước). M,N là hai điểm nằm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng khoảng cách từ A,B đến MN bằng $R\sqrt{3}$.

1/ Tính độ dài đoạn MN theo R.

2/ Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I, giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K. Chứng minh rằng bốn điểm M,N,I,K cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó theo R.

3/ Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác AKB theo R khi M,N thay đổi như vậy vẫn thỏa mãn điều kiện của bài toán.

Bài 5:(1điểm).

Có hay không có số tự nhiên n để $n^2 + 2010$ là số chính phương.

ĐỀ SỐ 353

Bài 1 (3 điểm)

Chứng minh rằng : $A = \frac{8\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}$ là bình phương của số nguyên.

Bài 2. (5,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x+2-3\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}} = \sqrt{8}$

b) Xác định các số nguyên a,b biết rằng đường thẳng $y=ax+b$ (a khác 0) đi qua điểm $A(4;3)$, cắt trục tung tại điểm có tung độ là một số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên dương.

Bài 3. (4,0 điểm)

Cho phương trình ẩn x: $(2 - m)x^2 - (1 - 2m)x - m - 1 = 0$ (1) (m là tham số)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Chứng minh ph- ơng trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.

b) Trong tr- ờng hợp ph- ơng trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Tìm m để $x_1^4 + x_2^4 = 1$.

Bài 4. (6,0) điểm

Cho đ- ờng tròn (O;R). Từ một điểm A ở bên ngoài đ- ờng tròn (O;R), kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đ- ờng tròn (O;R) (B,C là hai tiếp điểm). Trên tia đối của tia BC lấy điểm D (D khác B). Gọi E là giao điểm của hai đ- ờng thẳng DO và AC. Qua E vẽ tiếp tuyến thứ hai EM với đ- ờng tròn (O;R) (M là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm D, B, O, M cùng thuộc một đ- ờng tròn.

b) Tính theo R diện tích hình giới hạn bởi cung nhỏ MC và hai đ- ờng thẳng EM, EC nếu biết $OA=2BD=2R$.

Bài 5 (2 điểm)

Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{5x^2y + 3xy^2 + 16x + 12y}{xy}$

ĐỀ SỐ 354

Câu 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức : $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a) Tính giá trị biểu thức P khi $x = (\sqrt{53+4\sqrt{90}} - \sqrt{13-\sqrt{160}}).\sqrt{5}$

b) Tìm x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Câu 2: (4,0 điểm). Giải các phương trình sau :

a) $\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 5$

b) $x^3 - 3x^2 + 2\sqrt{(x+2)^3} - 6x = 0$

Câu 3: (4,0 điểm).

Cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$y = 2(m - 1)x - 2m + 1 \quad (m \text{ là tham số})$$

a) Xác định m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(2; -8)

b) chứng minh rằng với mọi m thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng (d) lớn nhất.

Câu 4: (7 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC và một điểm A trên nửa đường tròn (A khác B và C). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A dựng hai nửa đường tròn đường kính HB và HC, chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F.

a) Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

b) Chứng minh EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính HB.

c) Gọi I, K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC. Đường thẳng IK cắt tiếp tuyến kẻ từ B của nửa đường tròn (O) tại M. Chứng minh rằng MC, AH, EF đồng quy.

Câu 5: (1 điểm).

Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2 - z^2}{y + z} + \frac{z^2 - y^2}{x + y} + \frac{y^2 - x^2}{z + x} \geq 0$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 355

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{15}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{15}}{2}}$

b) Giải phương trình: $\frac{x^3}{\sqrt{16 - x^2}} + x^2 - 16 = 0$

Bài 2: (4, 0 điểm)

a) Chứng minh rằng $n^3 - n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n lẻ.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa điều kiện:

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$$

Chứng minh rằng nếu $c \geq a$ và $c \geq b$ thì $c \geq a + b$

Bài 3: (3, 0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + (m - 1)x - 6 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 sao cho biểu thức $A = (x_1^2 - 9)(x_2^2 - 4)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4: (6, 0 điểm)

1) Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 20^\circ$; $AB = AC = b$ và $BC = a$.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh rằng : $a^3 + b^3 = 3ab^2$.

2) Cho hai điểm A, B thuộc đường tròn (O) (AB không đi qua O) và có hai điểm C, D di động trên cung lớn AB sao cho AD song song BC (C, D khác A, B và $AD > BC$). Gọi M là giao điểm của BD và AC. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại điểm I.

a) Chứng minh ba điểm I, O, M thẳng hàng.

b) Chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MCD không đổi.

Bài 5: (3,0 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $xy = 1$.

Chứng minh rằng : $(x + y + 1)(x^2 + y^2) + \frac{4}{x+y} \geq 8$

ĐỀ SỐ 356

Câu 1: Cho biểu thức:

$$P = \frac{3m + \sqrt{9m} - 3}{m + \sqrt{m} - 2} - \frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} - 1} + \frac{1}{\sqrt{m} + 2} - 1$$

a) Rút gọn P;

b) Tìm m để $|P| = 2$;

c) Tìm các giá trị của m là số tự nhiên sao cho P có giá trị là số tự nhiên;

Câu 2: Tìm các giá trị x; y là số nguyên thỏa mãn phương trình:

$$x^4 + x^2 - y^2 + y + 10 = 0$$

Câu 3: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho số $T = 2^n + 3^n + 4^n$ là số chính phương.

Câu 4: Cho nửa đường tròn (O, R) đường kính AB. Từ một điểm M trên nửa đường tròn ta vẽ tiếp tuyến xy. Kẻ AH và BK cùng vuông góc với xy (H, K thuộc xy);

a) Chứng minh tổng $AH + BK$ có giá trị không đổi khi M di động trên nửa đường tròn;

b) Chứng minh rằng đường tròn đường kính HK tiếp xúc với AB;

c) Xác định vị trí của M trên nửa đường tròn (O) để diện tích tứ giác ABKH lớn nhất; Tính diện tích lớn nhất đó;

Câu 5: Cho hình lục giác đều ABCDEG. Người ta tô đỏ hai đỉnh A và D, tô xanh 4 đỉnh còn lại. Sau đó người ta đổi màu các đỉnh đó theo quy tắc sau: Mỗi lần đổi màu phải chọn 3 đỉnh của một tam giác cân rồi đổi màu đồng thời cả 3 đỉnh đó (đỏ thành

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

xanh, xanh thành đỏ). Hỏi sau một số lần đổi màu theo quy tắc đó thì có thể thu được kết quả là đỉnh C màu đỏ còn 5 đỉnh còn lại màu xanh không?

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} \right) + \frac{1}{4} (x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2 y^2)^2$$

PHẦN B: Phần riêng cho học sinh trường THCS Vĩnh Tường- yêu cầu học sinh làm riêng phần B ra 1 tờ giấy thi;

Câu 7: Tìm tất cả các cặp số nguyên không âm x, y thỏa mãn phương trình:

$$(y+1)^4 + y^4 = (x+1)^2 + x^2$$

ĐỀ SỐ 357

Câu 1: (4 điểm):

- Chứng minh rằng $a^3 - a$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên a .
- Cho n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ có tổng $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ chia hết cho 6 (n là số nguyên dương). Chứng minh rằng $a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$ chia hết cho 6 .

Câu 2: (4 điểm):

Giải phương trình : $x^2 + \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 = 1$

Câu 3: (4 điểm):

Cho hai phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1) và $cx^2 + bx + a = 0$ (2) trong đó $a > c > 0$.

- Chứng minh phương trình (1) và (2) cùng có nghiệm hay vô nghiệm .
- Giải phương trình (1) và (2) có nghiệm tương ứng x_1, x_2 và x'_1, x'_2 sao cho $x_1 + x_2 > x'_1 + x'_2$. Chứng minh: $b > 0$.
- Giả sử phương trình (1) và (2) cùng vô nghiệm. Chứng minh $b < a + c$.

Câu 4: (4 điểm):

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, H là trực tâm của tam giác. Các đường thẳng song song với AB, AC và đi qua H cắt AC, AB lần lượt tại E, F. Chứng minh $AB + AC > AH + BH + CH$.

Câu 5: (4 điểm):

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O). Phân giác góc A của tam giác cắt đường tròn (O) tại M. Kẻ đường cao AH của tam giác cắt đường tròn (O) tại E, vẽ đường kính AOD.

- Tứ giác BEDC là hình gì ?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Chứng minh AM là phân giác của góc EAD .

ĐỀ SỐ 358

Câu 1.(4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

2. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a+b=5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Câu 2.(5,0 điểm)

3. Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt[4]{20-x} = 4$

4. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-4)\sqrt{y-3} + (y-1)\sqrt{x+2} = 7\sqrt{6} \\ 12x\sqrt{y-4} + 4\sqrt{2}y\sqrt{x-2} = 5xy \end{cases}$$

Câu 3.(3,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $A=(n-2010)(n-2011)(n-2012)$ là một số chính phương.

Câu 4.(6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M nằm trên cạnh AB, N nằm trên cạnh AC, P và Q nằm trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC.

3. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.

4. Dựng hình vuông EFGH (E nằm trên cạnh AB, F nằm trên cạnh AC, G và H nằm trên cạnh BC) nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và com-pa. Tính diện tích của hình vuông đó.

Câu 5.(2,0 điểm)

Chứng minh rằng luôn tồn tại số nguyên dương tận cùng là 2012 chia hết cho 2011.

ĐỀ SỐ 359

Bài 1 (3,0 điểm)

Cho các số d- ơng: a ; b và $x = \frac{2ab}{b^2+1}$. Xét biểu thức $P = \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} + \frac{1}{3b}$

1. Chứng minh P xác định. Rút gọn P.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2. Khi a và b thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2 (3,0 điểm)

Tìm x; y; z thỏa mãn hệ sau:

$$\begin{cases} x^3 - 3x - 2 = 2 - y \\ y^3 - 3y - 2 = 4 - 2z \\ z^3 - 3z - 2 = 6 - 3x \end{cases}$$

Bài 3 (3,0 điểm)

Với mỗi số nguyên d- ơng $n \leq 2008$, đặt $S_n = a^n + b^n$, với $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

1. Chứng minh rằng với $n \geq 1$, ta có $S_{n+2} = (a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n)$
2. Chứng minh rằng với mọi n thỏa mãn điều kiện đề bài, S_n là số nguyên.

3. Chứng minh $S_n - 2 = \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2$. Tìm tất cả các số n để $S_n - 2$

là số chính ph- ơng.

Bài 4 (5,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và điểm E nằm giữa điểm A và điểm B sao cho $AE < BE$. Vẽ đ- ờng tròn (O_1) đ- ờng kính AE và đ- ờng tròn (O_2) đ- ờng kính BE. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài MN của hai đ- ờng tròn trên, với M là tiếp điểm thuộc (O_1) và N là tiếp điểm thuộc (O_2) .

1. Gọi F là giao điểm của các đ- ờng thẳng AM và BN. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng EF vuông góc với đ- ờng thẳng AB.
2. Với $AB = 18$ cm và $AE = 6$ cm, vẽ đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB. Đ- ờng thẳng MN cắt đ- ờng tròn (O) ở C và D, sao cho điểm C thuộc cung nhỏ AD. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Bài 5: (4đ): Cho $\triangle ABC$ đ- ờng thẳng d cắt AB và AC và trung tuyến AM theo thứ tự . Là E , F , N .

a) Chứng minh : $\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{2AM}{AN}$

b) Giả sử đ- ờng thẳng d // BC. Trên tia đối của tia FB lấy điểm K, đ- ờng thẳng KN cắt AB tại P đ- ờng thẳng KM cắt AC tại Q.

Chứng minh $PQ // BC$.

Bài 6: (2 điểm)

Cho $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh rằng :

$$2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 360

Bài 1: (4,0 điểm)

1) Cho a và b là hai số nguyên dương, gọi $S = a + b$ và $M = BCNN(a, b)$.

a) Chứng minh rằng $ƯCLN(a, b) = ƯCLN(S, M)$

b) Tìm hai số a và b biết $S = 26, M = 84$

2) Tìm số tự nhiên n để $n + 18$ và $n - 41$ là các số chính phương.

Bài 2: (4,0 điểm)

1) Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{n} + 1} - \frac{2\sqrt{n} - 2}{n\sqrt{n} - \sqrt{n} + n - 1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{n} - 1} - \frac{2}{n - 1} \right)$

a) Rút gọn B

b) Tìm giá trị của n để B đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

2) Cho $\sqrt{5 + 3x} - \sqrt{5 - 3x} = a$

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{25 - 9x^2}}}{x}$ theo a với $x \neq 0$.

Bài 3: (4,0 điểm)

1) Giải phương trình $(\sqrt{1 + x} - 1)(\sqrt{1 - x} + 1) = 2x$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 2y = 11 \\ x^2y^2 + 2x^2y + 2xy^2 + 4xy = 24 \end{cases}$$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB < AC$ và $BC = (4 + 4\sqrt{3})cm$. Tính số đo của góc B và C biết bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $2cm$.

Bài 5: (5,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a và điểm N trên cạnh AB ($N \neq A, N \neq B$). Gọi E là giao điểm của tia CN và tia DA . Từ điểm C ta kẻ tia Cy vuông góc với CE cắt tia AB tại F . Gọi độ dài đoạn BN bằng x .

a) Tính diện tích tứ giác $ACFE$ theo a và x .

b) Tìm vị trí của điểm N trên AB sao cho diện tích tứ giác $ACFE$ gấp 3 lần diện tích hình vuông $ABCD$

ĐỀ SỐ 361

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 1 : (2,5đ) a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) : \frac{1}{(1-\sqrt{x})^2}$

Tính giá trị biểu thức P khi $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

b) Đặt $a = \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$. Chứng minh rằng $\frac{64}{(a^2-3)^3} - 3a$ là số

nguyên.

Bài 2 (2,5đ) a) Giải phương trình $2 + \sqrt{5-x} = |x-5|$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy + 6 = 3x + 2y \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y - 3 \end{cases}$

Bài 3 (2đ) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) $y = -x^2$ và đường thẳng (d):

$$y = -x - 2$$

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d)

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (Δ): $y = mx - m + 1$ cắt đường thẳng (d) tại các điểm nằm trên Parabol (P)

Bài 4 (3đ) Cho nửa đường tròn (C) tâm O đường kính AB. Gọi C là 1 điểm trên nửa đường tròn (C) và D là điểm chính giữa cung AC. Gọi E là hình chiếu vuông góc của điểm D trên đường thẳng BC và F là giao điểm của AE với nửa đường tròn (C). Tia BF cắt DE tại M. Chứng minh:

a) Hai tam giác MDF và MBD đồng dạng.

b) M là trung điểm của đoạn DE.

ĐỀ SỐ 362

Câu 1 (5,0 điểm).

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 2$ không chia hết cho 3.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là một số chính phương.

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y = x^2 \\ 2y+x = y^2 \end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{4x+3}{x^2+1}$

Câu 4 (4,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- Chứng minh rằng $BH.BE + CH.CF = BC^2$
- Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng $K \in (O)$.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

ĐỀ SỐ 363

Bài 1. (5đ) Cho biểu thức: $P = \frac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{3a - 2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + \frac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$

- Rút gọn P
- Tìm GTNN của P

Bài 2. (5đ) Giải các pt sau:

- $2x^3 - x^2 + \sqrt{2x^3 - 3x + 1} = 3x + 1 + \sqrt[3]{x^2 + 2}$
- $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$

Bài 3. (4đ) Cho (O; R). Đường thẳng d không đi qua O cắt (O) tại hai điểm A và B. từ một điểm tùy ý trên d và ở ngoài (O), vẽ hai tiếp tuyến MN và MP với (O), (M, N là hai tiếp điểm).

- Dựng vị trí điểm M trên d sao cho tứ giác MNOP là hình vuông.
- Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua ba điểm M, N, P luôn chạy trên một đường thẳng cố định khi M di động trên d.

Bài 4. (4đ) a) Tìm GTLN của $y = |x|\sqrt{9-x^2}$

b) Cho 3 số a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 1; a^2 + b^2 + c^2 = 1; a^3 + b^3 + c^3 = 1$.

Chứng minh: $a^{2009} + b^{2009} + c^{2009} = 1$

Bài 5. (2đ) Cho ΔABC thay đổi, có $AB = 6$ và $CA = 2CB$. Tìm GTLN của diện tích ΔABC .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 364

TP. ĐÀ NẴNG

Môn thi: Toán. Ngày thi: 16/02/12

Thời gian làm bài: 150 phút(không tính thời gian giao đề)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1} + \frac{1-2\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$. Rút gọn biểu thức A và tìm các giá trị nguyên của x để A là số nguyên.

b) Cho biểu thức:

$$M = (\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})(\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}) \times \\ \times (\sqrt{x} - \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})(-\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})$$

Với x là số tự nhiên khác 0. Chứng minh M cũng là số tự nhiên.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Tìm x biết: $\sqrt{x+24} + \sqrt{x-16} = 10$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + xy + y = 9 \\ y + yz + z = 4 \\ z + zx + x = 1 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tứ giác $ABCD$ có $A(0;1); B(0;4); C(6;4)$ và $D(4;1)$. Gọi d là đường thẳng cắt các đoạn thẳng AD, BC lần lượt tại M, N sao cho đường thẳng d chia tứ giác $ABCD$ thành 2 phần có diện tích bằng nhau, biết phương trình đường thẳng d có dạng $y = mx - \frac{5m}{3}$ (với $m \neq 0$).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 365

Câu 1 (2,5 điểm).

e) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x^2 - 5x + 6 + 3\sqrt{x^2 - 6x + 8}}{3x - 12 + (x - 3)\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

f) Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3$

Tìm x biết: $(x^2 + x + 2)^3 - (x + 1)^3 = x^6 + 1$

Câu 2 (2,0 điểm).

e) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$$

f) Giải phương trình: $\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^3 - (x-3)^3 = 16$

Câu 3 (2,0 điểm).

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$8x^2 + 23y^2 + 16x - 44y + 16xy - 1180 = 0.$$

b) Cho n là số nguyên dương và m là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng $n^2 + m$ không là số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và AB là đường kính. Gọi d là đường trung trực của OB . Gọi M và N là hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng d . Trên các tia OM , ON lấy lần lượt các điểm M' và N' sao cho $OM' \cdot OM = ON' \cdot ON = R^2$.

c) Chứng minh rằng bốn điểm M , N , M' , N' thuộc một đường tròn.

b) Khi điểm M chuyển động trên d , chứng minh rằng điểm M' thuộc một đường tròn cố định.

c) Tìm vị trí điểm M trên d để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tìm vị trí điểm M trên d nhưng M không nằm trong đường tròn $(O; R)$ để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 điểm).

Trong các hình bình hành ngoại tiếp đường tròn $(O; r)$, hãy tìm hình bình hành có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 366

Bài 1: (3 điểm)

Cho $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$

a. Rút gọn A .

b. Tìm x để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: (4 điểm) Giải hệ phương trình:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} 4x^2 + 4xy - y^2 = 7 \\ 2x^2 - xy = 1 \end{cases}$$

Bài 3: (4 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$

a. Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có nghiệm.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa các nghiệm mà không phụ thuộc vào m.

c. Xác định m sao cho phương trình có 2 nghiệm trái dấu và bằng nhau về giá trị tuyệt đối.

Bài 4: (7 điểm)

Cho đường tròn (O ; R), M là một điểm nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB của đường tròn (O ; R) (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng d qua M cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D (C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của CD. Đường thẳng AB cắt MO, MD, OI theo thứ tự tại các điểm E, F, K.

a. Chứng minh rằng OE. OM = OK. OI = R²

b. Khi đường thẳng d không đi qua O. Chứng minh OECD là tứ giác nội tiếp.

c. Cho biết R = 10cm; OI = 6cm; MC = 4cm. Tính MB?

Bài 5: (2 điểm)

Cho $p = \overline{abc}$ là số nguyên tố. Chứng minh rằng phương trình $a^2 + bx + c = 0$ không có nghiệm hữu tỷ.

ĐỀ SỐ 367

Câu 1. Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 999$. Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau đây không phụ thuộc vào x, y, z:

$$P = \sqrt{\frac{(999 + y^2)(999 + z^2)}{999 + x^2}} + \sqrt{\frac{(999 + z^2)(999 + x^2)}{999 + y^2}} + \sqrt{\frac{(999 + x^2)(999 + y^2)}{999 + z^2}}$$

Câu 2. Cho biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{3}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{x - \sqrt{x} + 1}$$

a. Tìm giá trị thích hợp của x?

b. Rút gọn A.

c. Chứng minh : $A \leq 1$

d. Tính giá trị của A biết $x = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{2}$

Câu 3. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - 4z = -24 \\ 4x + 9y + 25z = 108 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ tiếp xúc ngoài tại M . Kẻ 1 tiếp tuyến chung ngoài NP ($N \in (O); P \in (O')$)

- Tính góc NMP và tính NP ?
- Gọi Q là giao điểm của PM với đường tròn (O) (Q khác M). Chứng minh rằng : ba điểm N, O, Q thẳng hàng.
- Tính MN ? MP ?
- Từ 1 điểm A bất kì thuộc tia MQ và nằm ở miền ngoài đường tròn (O) , kẻ AB và AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm). Chứng minh rằng: Khi điểm A di động trên tia MQ (ở miền ngoài (O)) thì đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC luôn đi qua 2 điểm cố định.

ĐỀ SỐ 368

Bài 1. Rút gọn biểu thức sau:

a. $A = \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) : \frac{\sqrt{xy} + 1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ với $x \geq 0; y \geq 0; x \neq y$

b. $B = \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}}$

Bài 2. Giải phương trình:

$$\sqrt{2x + \sqrt{4x - 1}} + \sqrt{2x - \sqrt{4x - 1}} = \sqrt{6}$$

Bài 3. Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = x \cdot \sqrt{\frac{(1 + y^2)(1 + z^2)}{1 + x^2}} + y \cdot \sqrt{\frac{(1 + z^2)(1 + x^2)}{1 + y^2}} + z \cdot \sqrt{\frac{(1 + x^2)(1 + y^2)}{1 + z^2}}$$

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số sau:

$$y = \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 15 - 8\sqrt{x - 1}}$$

Bài 5. Cho đường thẳng d , trên d lấy 2 điểm phân biệt M và N . Kẻ tia $Nx \perp d$. Trên tia Nx lấy một điểm O sao cho $NO = 1/2MN$. Tia MO cắt đường tròn $(O; ON)$ ở A và B . (M và O nằm ở 2 phía của A). Đường tròn $(M; MA)$ cắt MN ở C .

- Chứng minh: $AB^2 = MA \cdot MB$
- Chứng minh : $MC^2 = CN \cdot MN$
- Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB , cắt d ở E . Từ M và E kẻ các tiếp tuyến MP và EQ với đường tròn (O) , (P và Q là các tiếp điểm khác N). Chứng minh rằng : $MP \cdot EQ = 1/4PQ^2$.
- Dựng đường tròn tiếp xúc với đường thẳng d tại M và tiếp xúc với đường tròn (O) .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 369

Câu 1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} + \sqrt{(a+b)^2}}{\sqrt{(\sqrt{ab}-1)^2} + 4\sqrt{ab}}$$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của A biết:

$$a = \sqrt{3 - \sqrt{20 - 6\sqrt{11}}} - \sqrt{3 + \sqrt{20 + 6\sqrt{11}}}$$

$$b = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2}} - \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2}}$$

Bài 2. Giải phương trình:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x + y + z)$$

Bài 3. Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: $a + b = c$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{b^3} > \sqrt[4]{c^3}$$

Bài 4. Cho hình thang vuông ABCD ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$). Tia phân giác của góc C đi qua trung điểm I của AD.

- Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn (I; IA).
- Gọi H là tiếp điểm của BC với đường tròn tâm I nói trên, K là giao điểm của AC và BD. Chứng minh: $KH \parallel DC$.
- Kẻ đường thẳng vuông góc với DA tại I, cắt BC tại E. Nối DE. Gọi F là giao

điểm của tia AB và tia DE. Chứng minh: $AB \cdot BF = \frac{AD^2}{4}$

- Dựng đường tròn tiếp xúc với DC tại C và tiếp xúc với đường tròn (I; IA)

ĐỀ SỐ 370

Câu 1: (4 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$P = \left[\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2} - 1+a} \right] : \left[\sqrt{\frac{1}{a^2} - 1} - \frac{1}{a} \right] \text{ với } -1 \leq a < 0$$

Câu 2: (4 điểm)

- Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $k \geq 1$ ta có:

$$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < 2 \left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} \right)$$

- Chứng minh rằng:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}} < 2 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}, n \neq 0$$

Câu 3: (3 điểm)

Cho ba số x, y, z thỏa mãn:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

Tính tích $P = xyz$

Câu 4: (6 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d cố định (d ngoài (O)). Gọi A là chân đường cao hạ từ O xuống d . Từ một điểm E trên d kẻ các tiếp tuyến EP, EQ với (O) . Dây cung PQ cắt OA tại I và cắt OE ở K . Gọi B là giao điểm thứ hai của AP với $(O; R)$. Tiếp tuyến của (O) tại B cắt đường thẳng d tại C .

- Chứng minh các điểm O, A, B, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $AC = AE$
- Chứng minh: $OI \cdot OA = R^2$
- Khi điểm E di động trên d thì K chuyển động trên đường nào? Vì sao?

Câu 5*: (3 điểm)

$$\text{Cho } a_n = \frac{(2 + \sqrt{3})^n - (2 - \sqrt{3})^n}{2\sqrt{3}} \text{ với } n \in \mathbb{N}$$

Chứng minh rằng: a_n có giá trị là một số nguyên với mọi $n \in \mathbb{N}$

ĐỀ SỐ 371

Bài 1: Cho phương trình ẩn x :

$$x^2 - \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)x - 2 = 0 \quad \left(\frac{a}{b} > 0 \right)$$

- Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Với điều kiện nào của a, b thì 2 nghiệm đó là hai số đối nhau.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính: $Q = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ theo a, b .
- Chứng minh $Q \geq 2$
- Giả sử trong hai nghiệm x_1, x_2 có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1. Chứng minh: $\frac{a}{b} > \frac{1}{4}$

Bài 2:

Cho $P = x^2 + y^2 + 2z^2 + t^2$ với x, y, z, t là các số không âm. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P và các giá trị t -ong ứng của x, y, z, t biết:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 101 \\ x^2 - y^2 + t^2 = 21 \end{cases}$$

Bài 3:

- Với $x \geq 2$, chứng minh: $\sqrt{x-2}\sqrt{x-2} \geq 1$. Tìm x để đẳng thức xảy ra.
- Giải phương trình: $\sqrt{x-2}\sqrt{x-2} + \sqrt{x^2+3-4\sqrt{x^2-5}} = 3$

Bài 4:

Cho hình vuông cạnh a . Trên cạnh AD ; CD lấy M , N sao cho góc $BMN = 45^\circ$. BM và BN cắt AC lần lượt tại E , F .

- Chứng minh rằng: 5 điểm M , E , F , N , D cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng: $S_{\triangle BMN} = 2S_{\triangle BEF}$
- Gọi H là giao điểm của MF và NE , I là giao điểm của BH và MN . Tính BI theo a .
- Xác định vị trí của M , N sao cho diện tích tam giác MDN lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 5.

Cho hai thùng nước với dung tích lớn tùy ý và hai cái gáo có dung tích $\sqrt{2}$ lít và $2 - \sqrt{2}$ lít. Hỏi có thể dùng 2 cái gáo đó để chuyển một lít nước từ thùng này sang thùng kia được không? Tại sao?

ĐỀ SỐ 372

Bài 1: Cho:

$$A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} + \frac{1}{1+\sqrt{1+x}} \right) : \left(1 + \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} \right)$$

$$B = \sqrt{1-x} + \sqrt{(x-1)(x-2)} + (x-2)\sqrt{\frac{x-1}{x-2}} \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

- Rút gọn A , B .
- Với giá trị nào của x thì $A + B = 0$.

Bài 2. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} (m+1)x^2 + y = 1-m \\ 2|x| + y = 0 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = -1$
- Xác định m để phương trình có nghiệm.

Bài 3. Cho p là một số thực sao cho $x^2 - 3px - p = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 .

- Tìm một hệ thức giữa x_1 , x_2 không phụ thuộc vào p .
- Chứng minh rằng: $3px_1 + x_2^2 - p > 0$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$A = \frac{p^2}{3p x_1 + x_2^2 - 3p} + \frac{3p x_2 + x_1^2 + 3p}{p^2}$$

Bài 4. Từ điểm A ngoài (O; R) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thay đổi trên cung nhỏ BC kẻ tiếp tuyến thứ 3 cắt tiếp tuyến AB, AC lần lượt tại P và Q. BC cắt OP và OQ lần lượt tại E, F. Chứng minh rằng:

- Chu vi tam giác APQ không đổi khi M thay đổi trên cung nhỏ BC.
- Tứ giác PQEF là tứ giác nội tiếp.
- Tỉ số $\frac{EF}{PQ}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M. Tính tỉ số đó khi góc BAC bằng 60° .

ĐỀ SỐ 373

Bài 1. Tính:

$$A = \left(\frac{5}{\sqrt{2}-1} + \frac{14}{2\sqrt{2}-1} - \frac{6}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{2} (4 - \sqrt{2})$$

$$B = \sqrt{2x^2 - 3x + 17} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5}$$

biết $\sqrt{2x^2 - 3x + 17} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 2$

Bài 2. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m \\ x + my = 4 \end{cases}$$

- Giải và biện luận hệ phương trình.
- Chứng minh rằng : khi hệ phương trình có nghiệm (x; y) duy nhất thì M(x; y) luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 3. Cho phương trình : $x^2 + 2(k-2)x - 3k + 10 = 0$

- Tìm k để phương trình có nghiệm.
- Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x_1^2 + x_2^2$.
- Với các giá trị nguyên nào của k thì phương trình đã cho có nghiệm là một số nguyên.

Bài 4. Cho $(O_1), (O_2)$ cắt nhau tại A, B. Tiếp tuyến chung của 2 đường tròn trên nửa mặt phẳng bờ O_1O_2 chứa điểm B có tiếp điểm theo thứ tự là E, F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt đường tròn (O_1) tại C, cắt (O_2) tại D, CE cắt DF tại I. Chứng minh rằng:

- IA vuông góc với EF.
- Tứ giác IEBF nội tiếp
- AB đi qua trung điểm của EF.
- Qua A kẻ một cát tuyến thứ 2 $C'AD'$ cắt (O_1) tại C' , cắt (O_2) tại D' . Chứng minh: góc $\angle C'AB = \angle DAB$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 374

Câu 1: Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

Câu 2: Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình bậc hai: $x^2 - x - 1 = 0$.

Chứng minh rằng:

$$P = a + b + a^3 + b^3$$

$$Q = a^2 + b^2 + a^4 + b^4$$

$$R = a^{2001} + b^{2001} + a^{2003} + b^{2003}$$

là những số nguyên và chia hết cho 5.

Câu 3: Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x^2 + 4xy - y^2 = m \\ 2x^2 - xy = 1 \end{cases}$$

a. Giải hệ phương trình khi $m = 7$

b. Tìm m để hệ có nghiệm.

Câu 4: Cho hai vòng tròn (C_1) , (C_2) tiếp xúc ngoài tại T. Hai vòng tròn này nằm trong vòng tròn (C_3) và tiếp xúc với (C_3) tại M, N. Tiếp tuyến chung tại T của (C_1) , (C_2) cắt (C_3) tại P. PM cắt (C_1) tại điểm thứ hai là A và MN cắt (C_1) tại điểm thứ hai là B. PN cắt (C_2) tại điểm thứ hai là D và MN cắt (C_2) tại điểm thứ hai là C.

a. Chứng minh rằng: ABCD là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh các đường AB, CD, PT đồng quy.

Câu 5: Một ngũ giác có tính chất tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh liên tiếp của một ngũ giác đều có diện tích bằng 1. Tính diện tích của ngũ giác đó.

ĐỀ SỐ 375

Bài 1 (4 điểm): Rút gọn các biểu thức sau:

$$1/ \quad A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$2/ \quad B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

Bài 2 (4 điểm):

1/ Cho $a > c$; $b > c$; $c > 0$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$$

2/ Cho 3 số dương x, y, z có tổng bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x+yz} + \sqrt{y+zx} + \sqrt{z+xy} \geq 1 + \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}.$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3 (4 điểm):

1/ Giải phương trình: $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$

2/ Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ xy + yz - zx = -1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14 \end{cases}$$

Bài 4 (4 điểm):

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Gọi chân đường vuông góc hạ từ điểm M nằm trong tam giác đến các cạnh BC, CA, AB lần lượt là D, E, F. Xác định vị trí của M để:

1/ $\frac{1}{MD} + \frac{1}{ME} + \frac{1}{MF}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

2/ $\frac{1}{MD + ME} + \frac{1}{ME + MF} + \frac{1}{MF + MD}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

Bài 5 (4 điểm):

1/ Chứng minh rằng $2^{2p} + 2^{2q}$ không thể là số chính phương, với mọi p, q là các số nguyên không âm.

2/ Có hay không 2009 điểm trên mặt phẳng mà bất kỳ 3 điểm nào trong chúng đều tạo thành 1 tam giác có góc tù.

ĐỀ SỐ 376

Câu 1 (3,5 điểm)

1/ Rút gọn biểu thức: $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$.

2/ Cho hàm số $f(x) = (x^3 + 6x - 5)^{2010}$, tính $f(a)$ với $a = \sqrt[3]{3 + \sqrt{17}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{17}}$.

Câu 2 (4,5 điểm)

1/ Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - 2x\sqrt{y} + 2y = x \\ y^2 - 2y\sqrt{z} + 2z = y \\ z^2 - 2z\sqrt{x} + 2x = z \end{cases}$$

2/ Giải phương trình: $x^3 - x^2 - x = \frac{1}{3}$.

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O, R) nội tiếp hình thang ABCD (AB//CD), với E; F; G; H theo thứ tự là tiếp điểm của (O, R) với các cạnh AB; BC; CD; DA.

1/ Chứng minh $\frac{EB}{EA} = \frac{GD}{GC}$. Từ đó, hãy tính tỷ số $\frac{EB}{EA}$, biết: $AB = \frac{4R}{3}$ và $BC = 3R$.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2/ Trên cạnh CD lấy điểm M nằm giữa hai điểm D và G sao cho chân đường vuông góc kẻ từ M đến DO là điểm K nằm ngoài (O, R). Đường thẳng HK cắt (O, R) ở điểm T (khác H). Chứng minh $MT = MG$.

Câu 4 (4,0 điểm)

1/ Cho tam giác ABC có $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn hệ thức $R(b + c) = a\sqrt{bc}$. Hãy xác định dạng tam giác ABC.

2/ Giả sử tam giác ABC không có góc tù, có hai đường cao AH và BK. Cho biết $AH \geq BC$ và $BK \geq AC$. Hãy tính các góc của tam giác ABC.

Câu 5 (4,0 điểm)

1/ Tìm tất cả các cặp số tự nhiên n và k để $(n^4 + 4^{2k+1})$ là số nguyên tố.

2/ Cho các số thực a và b thay đổi thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $(a + b)$.

ĐỀ SỐ 377

Câu 1: (5,0 điểm)

g) Cho $A = \sqrt{2012} - \sqrt{2011}$; $B = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$. So sánh A và B?

h) Tính giá trị biểu thức: $C = \sqrt[3]{15\sqrt{3} + 26} - \sqrt[3]{15\sqrt{3} - 26}$.

i) Cho $2x^3 = 3y^3 = 4z^3$. Chứng minh rằng: $\frac{\sqrt[3]{2x^2 + 3y^2 + 4z^2}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} = 1$

Câu 2: (3,0 điểm) Giải phương trình : $\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)^2} + \frac{1}{(x^2 + 2x + 3)^2} = \frac{5}{4}$.

Câu 3: (4,0 điểm) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 8(2x + y)^2 - 10(4x^2 - y^2) - 3(2x - y)^2 = 0 \\ 2x + y - \frac{2}{2x - y} = 2 \end{cases}$$

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC. Gọi Q là điểm trên cạnh BC (Q khác B; C). Trên AQ lấy điểm P (P khác A; Q). Hai đường thẳng qua P song song với AC, AB lần lượt cắt AB; AC tại M, N.

e) Chứng minh rằng : $\frac{AM}{AB} + \frac{AN}{AC} + \frac{PQ}{AQ} = 1$

f) Xác định vị trí điểm Q để $\frac{AM \cdot AN \cdot PQ}{AB \cdot AC \cdot AQ} = \frac{1}{27}$

Câu 5: (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C thuộc bán kính OA. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại D. Đường tròn tâm I tiếp xúc với nửa đường tròn (O) và tiếp xúc với các đoạn thẳng CA, CD. Gọi E là tiếp điểm của AC với đường tròn (I). Chứng minh : $BD = BE$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 6: (2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 1 - xy$, trong đó x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện : $x^{2013} + y^{2013} = 2x^{1006}y^{1006}$

ĐỀ SỐ 378

Bài 1:

1) Cho biểu thức $P = \frac{2m + \sqrt{16m} + 6}{m + 2\sqrt{m} - 3} + \frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} - 1} + \frac{3}{\sqrt{m} + 3} - 2$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên.

2) Cho biểu thức $P = (a + b)(b + c)(c + a) - abc$ với a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $a + b + c$ chia hết cho 4 thì P chia hết cho 4.

Bài 2:

a) Chứng minh rằng: với mọi số thực x, y dương, ta luôn có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$

b) Cho phương trình $2x^2 + 3mx - \sqrt{2} = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm $x_1; x_2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{1+x_1^2}{x_1} - \frac{1+x_2^2}{x_2} \right)^2$

Bài 3: Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh

rằng $\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + zx} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$

Bài 4:

1) Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. M là một điểm di động trên cung nhỏ BC của đường tròn đó.

a) Chứng minh $MB + MC = MA$

b) Gọi H, I, K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AB, BC, CA. Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC, MBC. Chứng minh rằng: Khi M di động ta

luôn có đẳng thức $MH + MI + MK = \frac{2\sqrt{3}(S + 2S')}{3R}$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. AD, BE, CF là các đường cao. Lấy M trên đoạn FD, lấy N trên tia DE sao cho $MAN = BAC$. Chứng minh MA là tia phân giác của góc NMF

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 379

Câu 1. (4,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \frac{3a - 2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + \frac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$

3. Rút gọn biểu thức P .

4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P .

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng d có phương trình $y = kx + 1$ (k là tham số). Tìm k để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $MN = 2\sqrt{10}$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y)(x+z) = 12 \\ (y+x)(y+z) = 15 \\ (z+x)(z+y) = 20 \end{cases} \quad (\text{Với } x, y, z \text{ là các số thực dương}).$$

Câu 3. (3,0 điểm)

3. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$.

4. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; $a^3 + b^3 + c^3 = 1$

Chứng minh rằng: $a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1$.

Câu 4. (6,0 điểm) Cho đường tròn ($O; R$), đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B . Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến MN, MP của đường tròn (O) (N, P là hai tiếp điểm).

2. Dựng điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác $MNOP$ là hình vuông.

2. Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua ba điểm M, N, P luôn thuộc đường thẳng cố định khi M di động trên đường thẳng d .

Câu 5. (3,0 điểm)

1. Tìm hai số nguyên dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = [a, b] + 7(a, b)$ (với $[a, b] = \text{BCNN}(a, b)$, $(a, b) = \text{UCLN}(a, b)$).

2. Cho tam giác ABC thay đổi có $AB = 6$, $AC = 2BC$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác ABC .

ĐỀ SỐ 380

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\sqrt{x - \sqrt{50}} - \sqrt{x + \sqrt{50}} \right) \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 50}}$ với $x \geq \sqrt{50}$

b) Cho $x + \sqrt{3} = 2$. Tính giá trị của biểu thức: $B = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2018$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $\frac{4x}{x^2 - 5x + 6} + \frac{3x}{x^2 - 7x + 6} = 6$

b) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 4\sqrt{xy} = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $4a^2 + 3ab - 11b^2$ chia hết cho 5 thì $a^4 - b^4$ chia hết cho 5.

b) Cho phương trình $ax^2 + bx + 1 = 0$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm a, b biết

$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ là nghiệm của phương trình.

Câu 4 (3,0 điểm): Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua B và C (O không nằm trên đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M và N . Gọi I là trung điểm của BC , AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K .

a) Chứng minh 4 điểm O, M, N, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

c) Gọi D là trung điểm HQ , từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E . Chứng minh P là trung điểm ME .

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $A_n = \frac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng: $A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n < 1$.

ĐỀ SỐ 381

Bài 1:

c) Cho $x \geq 0$ và $x \neq 9$. Rút gọn $P = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{2} - 6} + \frac{\sqrt{2x} - 6}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} + 3\sqrt{2} + 6}$

d) Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = x + 2m - 2$ cắt đường thẳng $y = 2x + m - 13$ tại một điểm trên trục hoành. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

thẳng $y = 2x + m - 13$ ứng với m vừa tìm được (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimet)

Bài 2:

- a) Cho $x \geq 2$; $y \geq 0$ thỏa mãn $y^2\sqrt{x-2} + \sqrt{x-2} = 2y$. Chứng minh rằng $x^3 \leq 27$
- c) Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ và $CA = 5\text{cm}$. Gọi H, D, P lần lượt là chân đường cao, phân giác, trung tuyến kẻ từ B xuống cạnh AC. Tính diện tích của các tam giác CBD, BDP, HBD

Bài 3: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Lấy điểm D trên cung BC (không chứa điểm A) của đường tròn đó. Gọi H, K, I lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ D xuống các đường thẳng BC, AB, CA

c) Chứng minh rằng K, H, I thẳng hàng

d) Chứng minh rằng $\frac{BC}{DH} = \frac{AC}{DI} + \frac{AB}{DK}$

Bài 4:

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3y + 3x^2 = 5y \\ 1 + 6xy = 7y^3 \end{cases}$$

b) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $xy^2 + 2xy - 243y + x = 0$

ĐỀ SỐ 382

Bài 1: a) Tính giá trị của $A = \frac{4\sqrt{3-2\sqrt{2}}+10}{(1+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})+1}$

b) Cho $B = n^4 + n^3 - n^2 - n$. Chứng minh rằng B chia hết cho 6 với mọi số nguyên n

Bài 2: Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{5-2x}{x-1}$

a) Tìm điều kiện của x để P xác định và rút gọn P

b) Tìm x để $P = 7$

Bài 3:

a) Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm GTLN của $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$

Bài 4:

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x+y}} + \frac{5}{\sqrt{x-y}} = 6 \\ \frac{3}{\sqrt{x+y}} - \frac{4}{\sqrt{x-y}} = -3 \end{cases}$$

b) Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60km nữa thì mới được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng thêm vận tốc 10km/h trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến tỉnh B sớm hơn dự định 1 giờ. Tính quãng đường AB

Bài 5: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ C và B của tam giác ABC. D là điểm đối xứng của A qua O, M là trung điểm BC, H là trực tâm tam giác ABC

a) Chứng minh rằng M là trung điểm HD

b) Gọi L là giao điểm thứ hai của CE với đường tròn tâm O. Chứng minh rằng H, L đối xứng nhau qua AB

Bài 6: Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 4. Trên hai cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho EC là phân giác của góc BEF. Trên tia AB lấy K sao cho BK = DF

a) Chứng minh rằng CK = CF

b) Chứng minh rằng EF = EK và EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định

c) Tìm vị trí của E, F sao cho diện tích tam giác CEF lớn nhất

ĐỀ SỐ 383

Câu 1: (4,0 điểm)

a. Tìm các hệ số b, c của đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$ biết $P(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $x=2$.

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy^2 - xy - y^3 = 0 \\ 2\sqrt{y} - 2(x^2 + 1) - 3\sqrt{x}(y+1) - y = 0 \end{cases}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

a. Giải phương trình $x + 2 = 3\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x}$

b. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$.

Câu 3: (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 135^\circ$, BC=5 cm và đường cao AH=1 cm. Tính độ dài các cạnh AB và AC.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4: (5,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, D là điểm trên cung DC không chứa A. Dựng hình bình hành ADCE. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC, ACE; P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên đường thẳng BC, AB và I là giao điểm của EK với AC.

a) Chứng minh rằng 3 điểm P, I, Q thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng đường thẳng PQ đi qua trung điểm HK.

Câu 5: (4,0 điểm).

a. Tìm tất cả các số nguyên tố khác nhau m, n, p, q thỏa mãn $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{mnpq} = 1$

b. Trên một hàng có ghi 2 số 1 và 5. Ta ghi các số tiếp theo lên bảng theo nguyên tắc. Nếu có 2 số x, y phân biệt trên bảng thì ghi thêm số $z = xy + x + y$. Chứng minh rằng các số được ghi trên bảng (trừ số 1 ra) có dạng $3k+2$ (với k là số tự nhiên).

ĐỀ SỐ 384

Câu 1. (3,0 điểm) Cho $2x = \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}+1}$. Tính $P = \sqrt{\frac{x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 12x - 11}{2x^2 - 6x + 2}}$

Câu 2. (3,0 điểm) Cho hai hàm số: $y = (m^2 + 2)x - m^3 - 3m + 1$ và $y = x - 2m + 1$ có đồ thị lần lượt là d_1, d_2 . Gọi $A(x_0, y_0)$ là giao điểm của d_1, d_2 .

a) Tìm tọa độ điểm A

b) Tìm m nguyên để biểu thức $T = \frac{x_0^2 + 3x_0 + 3}{y_0^2 - 3y_0 + 3}$ nhận giá trị nguyên

Câu 3. (4,0 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^2 - 11x + 21 = 3\sqrt{4x - 4}$

2) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x^2y^2 + x^2y - xy - x - 1 = 0 \\ x^2y^2 - x^2y + 6x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác MNP cân tại P. Gọi H là trung điểm của MN, K là hình chiếu vuông góc của H trên PM. Dựng đường thẳng qua P vuông góc với NK và cắt HK tại I. Chứng minh rằng I là trung điểm của HK.

Câu 5. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên tia đối tia AC lấy điểm M sao cho $0 < AM < AC$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM, K là hình

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

chiều vuông góc của M trên BC, MK cắt AB tại H. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của CH và BM

a) Chứng minh rằng tứ giác AFKE là hình vuông

b) Chứng minh rằng AK, EF, OH đồng quy

Câu 6. (2,0 điểm) Tìm số nghiệm nguyên dương (x;y) của phương trình

$x^2 - y^2 = 100.110^{2n}$ với n là số nguyên dương cho trước. Chứng minh rằng số nghiệm này không thể là số chính phương

Câu 7. (2,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=abc$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức
$$P = \frac{a^4 + b^4}{ab(a^3 + b^3)} + \frac{b^4 + c^4}{bc(b^3 + c^3)} + \frac{c^4 + a^4}{ac(a^3 + b^3)}$$

ĐỀ SỐ 385

Bài 1: a) Chứng minh rằng với mọi n nguyên thì $n^5 + 1999n + 2017$ không phải là số chính phương

b) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 5y^2 + 2xy + 4y = 12$

c) Cuối học kỳ, một học sinh có 11 bài kiểm tra đạt các điểm 8, 9, 10. Biết tổng điểm các bài kiểm tra là 100. Hỏi học sinh đó có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8, điểm 9, điểm 10

Bài 2:

a) Giải phương trình $\sqrt[3]{x+5} - \sqrt[3]{x-2} = 1$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$$

Bài 3:

a) Cho $-\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$; $x \neq 0$ và $\sqrt{5+3x} - \sqrt{5-3x} = a$. Tính $P = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{25-9x^2}}}{x}$

b) Cho x, y, z > 0 và $x + y + z = 12$. Tìm GTNN của $M = \frac{2x+y+z-15}{x} + \frac{x+2y+z-15}{y} + \frac{x+y+2z-15}{z}$

Bài 4:

1) Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 9cm, AC = 12 cm. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác và G là trọng tâm tam giác ABC. Tính độ dài đoạn thẳng IG.

2) Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh a. Gọi M, N, P là 3 điểm lần lượt lấy trên cạnh BC, CD và DA sao cho tam giác MNP đều.

a) Chứng minh rằng $CN^2 - AP^2 = 2DP \cdot BM$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Xác định vị trí của M, N, P để tam giác MNP có diện tích bé nhất.

Bài 5:

a) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có bán kính R, biết $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ và thỏa mãn hệ thức $R(b+c) = a\sqrt{bc}$. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

b) Trên mặt phẳng cho 6 điểm bất kỳ sao cho khoảng cách giữa 2 điểm tùy ý luôn lớn hơn 1. Chứng minh rằng không thể phủ cả 6 điểm này bằng một hình tròn có bán kính bằng 1.

ĐỀ SỐ 386

Bài 1

c) Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(y-1)^2}$ với $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

d) Cho x; y; z thỏa mãn $x+y+z=0$ và $xyz \neq 0$. Chứng minh $\sum \frac{1}{x^2 + y^2 - z^2} = 0$

Bài 2

c) Giải phương trình: $\sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} = 3-x$

d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y^3 - 4x^2 + 3y^2 + 8x + 4y - 16 = 0 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{y+3} = -1 \end{cases}$

Bài 3

c) Tìm các số tự nhiên n sao cho $3n^3 + 2n^2 + 17n + 6$ chia hết cho $n^2 + 4$

d) Tìm các số nguyên x; y thỏa mãn $x^2 + 5y^2 + 4xy + 6x + 12y + 8 = 0$

Bài 4

Cho 2 đường tròn (O; r) và (O'; r') với $r > r'$ cắt nhau tại A; B. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt (O') tại E. Tiếp tuyến tại A của (O') cắt (O) tại C. N là trung điểm của CE. M là giao của AB với CE. Trường hợp B nằm giữa A và M

c) Chứng minh $AB^2 = BE \cdot BC$ và $BC \cdot ME = BE \cdot MC$

d) Chứng minh $CAN = EAM$

Bài 5 Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O;R) và (O';r'). Chứng minh $R \geq R'\sqrt{2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 6 Cho x, y, z thỏa mãn $x+y+z=0$; $x+1>0$; $y+1>0$ và $z+4>0$. Tìm GTLN

$$\text{của } A = \frac{xy-1}{(x+1)(y+1)} + \frac{z}{z+4}$$

ĐỀ SỐ 387

Câu 1:

1) Cho các số thực a, b, c khác nhau từng đôi một vào thỏa mãn điều kiện:

$$a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a. \text{ Chứng minh rằng: } (a+b+1)(b+c+1)(c+a+1) = -1$$

2) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $ab+bc+ca=1$

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{(b+c)\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{b^2+1}\sqrt{c^2+1}} = 1$$

Câu 2:

$$1) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} \sqrt{y^2-3x} + \sqrt{x^2+8y} = 5 \\ x(x-3) + y(y+8) = 13 \end{cases}$$

$$2) \text{ Giải phương trình: } \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 3x^2 - 4x - 2$$

Câu 3:

Tìm tất cả các bộ ba số nguyên không âm $(x; y; z)$ thỏa mãn đẳng thức:

$$2012^x + 2013^y = 2014^z$$

Câu 4:

Cho đường tròn (O) , AB là đường kính của (O) . Điểm Q thuộc đoạn thẳng OB (Q khác O ; Q khác B). Đường thẳng đi qua Q , vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D khác nhau (điểm D nằm trong nửa mặt phẳng bờ PS chứa B). Gọi G là giao điểm của các đường thẳng CD và AP . Gọi E là giao điểm của các đường thẳng CD và PS . Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AQ .

1) Chứng minh rằng tam giác PDE đồng dạng với tam giác PSD

2) Chứng minh rằng $EP=EQ=EG$

3) Chứng minh đường thẳng KG vuông góc với đường thẳng CD

Câu 5:

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}} \geq 1$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 388

Bài 1

c) Rút gọn biểu thức $\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

d) Tìm các số nguyên a, b sao cho $\frac{3}{a+b\sqrt{3}} - \frac{2}{a-b\sqrt{3}} = 7 - 20\sqrt{3}$

Bài 2

c) Giải phương trình $x^2 - x + 12\sqrt{1-x} = 36$

d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+1)(y+1) = 10 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{xy} - 1) = 3 \end{cases}$

Bài 3

Cho ba số m, n, p thỏa mãn: $m^2 + n^2 = \frac{m^2}{n^2} + \frac{m^2}{n^2} + \frac{m^2}{p^2} = 2$ và $\frac{p^2}{n^2} + \frac{p^2 + n^2}{m} + \frac{n^2}{p^2} = 4$

Tính $Q = m^2 + m^3 + p^4$

Bài 4

Cho tam giác ABC có B nhọn, trên cung nhỏ AC của (ABC) lấy D khác A. K và H là hình chiếu của D trên các đường thẳng BC, AB. I là giao điểm KH và AC.

a) Chứng minh: DI vuông góc với AC và $HK < AC$

b) E là trung điểm AB. (HDE) cắt IK tại F. CM $IF = FK$

Bài 5 Cho hai số thực x, y khác 0 sao cho $(x+y+1)xy = x^2 + y^2$.

Tìm max của $A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$

ĐỀ SỐ 389

Câu 1

c) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = x^2 + 1$.

d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3 + xy^2 = 2y \\ y^3 + x^2y = -2x \end{cases}$

Câu 2

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3 = 1$. Tính

$$P = a^{2012} + b^{2013} + c^{2014}.$$

d) Cho $x, y > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^2}$.

Câu 3

Giả sử phương trình $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = 3$ có 3 nghiệm không đồng thời bằng nhau

$(a; b; c); (p; q; r); \left(\frac{a}{p}; \frac{b}{q}; \frac{c}{r}\right)$. Chứng minh $(ap^2; bq^2; cr^2)$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Câu 4

Tam giác ABC có $AB = AC = a$; $\angle ABC = \angle ACB = \alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$. Gọi M là trung điểm của BC. Góc $\angle xMy$ quay quanh điểm M sao cho Mx, My cắt AB, AC tại D, E.

d) Tính tích BD.CE theo a; α .

e) Gọi $d_{(M; DE)} = R$. Chứng minh rằng AB, AC là các tiếp tuyến của $(M; R)$.

f) Tìm vị trí của D; E sao cho S_{ADE} lớn nhất.

Câu 5

Lấy 2014 điểm phân biệt trên đường tròn bán kính $R=1$ sao cho khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ khác $\sqrt{3}$. Chứng minh có thể chọn ra 672 điểm sao cho bất cứ bộ ba điểm nào cũng là 3 đỉnh của một tam giác có một góc lớn hơn 120° .

ĐỀ SỐ 390

Câu 1 (2 điểm).

Cho $x = 1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$. Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{x^3 - 3x^2 - 3x + 2016}$.

Câu 2 (5 điểm).

c) Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + 1 - m$ ($m \neq 0$). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

d) Tìm các số có 2 chữ số $\overline{ab}$ ($a \neq b$) sao cho số $n = \overline{ab} - \overline{ba}$ là một số chính phương.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3 (2 điểm).

Giải phương trình: $x^2 + 3x\sqrt[3]{3x+2} - 12 + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+8}{x}$

Câu 4 (3 điểm).

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 3} + \sqrt{y - x + 1} = 2 \end{cases}$$

Câu 5 (6 điểm).

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O , bán kính R . Lấy điểm M bất kỳ trên cung nhỏ BC (M không trùng với B, C). Đường thẳng qua A và vuông góc với CM tại H cắt tia BM tại K .

- d) Chứng minh H là trung điểm của AK .
- e) Chứng minh điểm K luôn nằm trên một đường tròn cố định khi M thay đổi. Tính bán kính đường tròn đó khi $R = 3\sqrt{3}$.
- f) Gọi D là giao điểm của AM với BC . Tìm vị trí điểm M sao cho tích hai bán kính đường tròn ngoại tiếp của hai tam giác MBD, MCD đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6 (2 điểm).

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{3a - ab - ca + 2bc} + \frac{b^3}{3b - bc - ab + 2ca} + \frac{c^3}{3c - ca - bc + 2ab} + 3abc$$

ĐỀ SỐ 391

Câu 1 (3,0 điểm).

1. Cho $f(x) = \frac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = f\left(\frac{1}{2012}\right) + f\left(\frac{2}{2012}\right) + \dots + f\left(\frac{2010}{2012}\right) + f\left(\frac{2011}{2012}\right)$$

2. Cho biểu thức $P = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$

Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

Câu 2 (1,5 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $(x+y)^3 = (x-y-6)^2$.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn điều kiện:

$$abc + bcd + cda + dab = a + b + c + d + \sqrt{2012}$$

Chứng minh rằng: $(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)(d^2 + 1) \geq 2012$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho ba đường tròn (O_1) , (O_2) và (O) (kí hiệu (X) chỉ đường tròn có tâm là điểm X). Giả sử (O_1) , (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm I và (O_1) , (O_2) lần lượt tiếp xúc trong với (O) tại M_1, M_2 . Tiếp tuyến của đường tròn (O_1) tại điểm I cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm A, A' . Đường thẳng AM_1 cắt lại đường tròn (O_1) tại điểm N_1 , đường thẳng AM_2 cắt lại đường tròn (O_2) tại điểm N_2 .

1. Chứng minh rằng tứ giác $M_1N_1N_2M_2$ nội tiếp và đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng N_1N_2 .
2. Kẻ đường kính PQ của đường tròn (O) sao cho PQ vuông góc với AI (điểm P nằm trên cung AM_1 không chứa điểm M_2). Chứng minh rằng nếu PM_1, QM_2 không song song thì các đường thẳng AI, PM_1 và QM_2 đồng quy.

Câu 5 (1,0 điểm)

Tất cả các điểm trên mặt phẳng đều được tô màu, mỗi điểm được tô bởi một trong 3 màu xanh, đỏ, tím. Chứng minh rằng khi đó luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có 3 đỉnh thuộc các điểm của mặt phẳng trên mà 3 đỉnh của tam giác đó cùng màu hoặc đôi một khác màu.

ĐỀ SỐ 392

Câu 1:

a) Tính Tổng: $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2012^2} + \frac{1}{2013^2}}$

b, Cho các số nguyên x, y thỏa mãn: $4x + 5y = 7$. Tìm GTNN của $P = 5|x| - 3|y|$

Câu 2:

Tìm các số hữu tỉ x, y thỏa mãn $\sqrt{2\sqrt{3}-3} = \sqrt{3x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}}$

Câu 3:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = \frac{1}{6}$. Chứng minh rằng:

$$3 + \frac{a}{2b} + \frac{2b}{3c} + \frac{3c}{a} \geq a + 2b + 3c + \frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c}$$

Câu 4:

Cho tam giác ABC ($AC > AB$) có các đường cao AA', BB', CC' và trực tâm H. Gọi (O) là đường tròn tâm O, đường kính BC. Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN tới (O). Gọi M' là giao điểm thứ hai của A'N và (O). K là giao của OH và B'C'.

CMR:

a, M đối xứng M' qua BC

b, Ba điểm M, H, N thẳng hàng

c, $\frac{KB'}{KC'} = \left(\frac{HB'}{HC'}\right)^2$

Câu 5:

Cho bảng vuông 3*3 (3 hàng và 3 cột). Người ta điền tất cả các số từ 1 đến 9 vào các ô trong bảng (mỗi số điền 1 ô) sao cho tổng bốn số trên bảng con có kích thước 2*2 đều bằng nhau và bằng số T nào đó. Tìm GTLN có thể của T

ĐỀ SỐ 393

Câu 1: Giải hệ phương trình

c)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3 = 4x \\ x^3 + 12x + y^3 = 6x^2 + 9 \end{cases}.$$

d)
$$\begin{cases} x^4 + 3 = 4y \\ y^4 + 3 = 4x \end{cases}$$

Câu 2:

Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 4x - x^2$

Câu 3:

Tìm tất cả các số nguyên dương (x;y) thỏa mãn phương trình $(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 2(x - y)(1 - xy) = 4xy + 9$

Câu 4:

a) Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn điều kiện: $x+y+z=1$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm Min $F = \sum \frac{x^4}{(x^2 + y^2)(x + y)}$

b) Cho $a, b, c > 0$. CMR $\frac{a^2}{b^2c} + \frac{b^2}{c^2a} + \frac{c^2}{a^2b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Câu 5:

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy điểm M bất kì trên AD (M không trùng với A). Gọi N, P theo thứ tự là hình chiếu của M trên AB, AC, H là hình chiếu của N trên đường thẳng PD

a) CMR $AH \perp BH$

b) Đường thẳng qua B song song với AD cắt đường trung trực của AB tại I. CMR H, I, N thẳng hàng

Câu 6:

Có điền được hay không 100 số gồm 10 số -2, 10 số -1, 30 số 0, 40 số 1 và 10 số 2 vào bảng 10×10 (mỗi ô điền một số và gọi số ở hàng i tính từ dưới lên trên và cột j tính từ trái sang phải là a_{ij}) sao cho thỏa mãn 2 điều kiện

a) Tổng các số trên mỗi hàng, mỗi cột đều bằng m

b) Tổng các số a_{ij} trong bảng thỏa mãn $(i-j)$ chia hết cho 2 bằng 5m

ĐỀ SỐ 394

Câu 1: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{3x + \sqrt{16x - 7}}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(2 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right)$

c) Rút gọn biểu thức A

d) Tìm x để $A = -6$

Câu 2: (1,5 điểm): Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2 \\ 2x + my = 5 \end{cases}$ (m là tham số)

c) Giải hệ phương trình trên khi $m = 10$

d) Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x;y) thỏa mãn hệ thức

$$x + y - 2014 = \frac{-2015m^2 + 14m - 8056}{m^2 + 4}$$

Câu 3 (3 điểm):

c) Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức: $P = \frac{a}{9a^3 + 3b^2 + c} + \frac{b}{9b^3 + 3c^2 + a} + \frac{c}{9c^3 + 3a^2 + b}$

d) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $x(1 + x + x^2) = 4y(y - 1)$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4: (3 điểm): cho đoạn thẳng AC có độ dài bằng a. Trên đoạn AC lấy điểm B sao cho $AC = 4AB$. Tia Cx vuông góc với AC tại C, gọi D là một điểm bất kỳ thuộc tia Cx (D không trùng với C). Từ điểm B kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt hai đường thẳng AD và CD lần lượt tại K, E.

- d) Tính giá trị $DC \cdot CE$ theo a
- e) Xác định vị trí điểm D để tam giác BDE có diện tích nhỏ nhất
- f) Chứng minh rằng khi điểm D thay đổi trên tia Cx thì đường tròn đường kính DE luôn có một dây cung cố định.

Câu 5 (1 điểm): Cho dãy số gồm 2015 số: $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2014}; \frac{1}{2015}$

Người ta biến đổi dãy nói trên bằng cách xóa đi hai số u, v bất kì trong dãy và viết thêm vào dãy một số giá trị bằng $u + v + uv$ vào vị trí u hoặc v. Cứ làm như thế đối với dãy mới thu được và sau 2014 lần biến đổi, dãy cuối cùng chỉ còn lại một số. Chứng minh rằng giá trị của số cuối cùng đó không phụ thuộc vào việc chọn các số u, v để xóa trong mỗi lần thực hiện biến đổi dãy, hãy tìm số cuối cùng đó.

ĐỀ SỐ 395

Câu 1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x} + 4}{x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 2} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị nguyên

Câu 2:

- a) Giải phương trình: $(x+1)(x-2)(x+6)(x-3) = 45x^2$
- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn: $x(x^2 + x + 1) = 4^y - 1$

Câu 3:

Cho các số nguyên x,y thỏa mãn $3x+2y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
 $H = x^2 - y^2 + |xy| + |x+y| - 2$

Câu 4:

- Cho hai điểm A,B phân biệt, lấy điểm C bất kỳ thuộc đoạn AB sao cho $0 < AC < \frac{3}{4}AB$; tia Cx vuông góc với AB tại C. Trên tia Cx lấy hai điểm D,E phân biệt sao cho $\frac{CE}{CB} = \frac{CA}{CD} = \sqrt{3}$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADC và đường tròn ngoại tiếp tam giác BEC cắt nhau tại điểm thứ hai H. (H không trùng với C)
- a) Chứng minh $\angle ADC = \angle EBC$ và 3 điểm A,H,E thẳng hàng
 - b) Xác định vị trí của C để $HC \perp AD$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c) Chứng minh rằng khi điểm C thay đổi thì đường thẳng HC luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5:

Cho 3 số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x+y+z=2$. Chứng minh rằng:
 $x+2y+z \geq (2-x)(2-y)(2-z)$

Câu 6:

Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng và không có bốn điểm nào thuộc cùng một đường tròn. Chứng minh rằng tồn tại một đường tròn đi qua ba điểm trong năm điểm đã cho và hai điểm còn lại có đúng một điểm nằm bên trong đường tròn

ĐỀ SỐ 396

Câu 1. (6.0 điểm) Cho biểu thức: $Q = \frac{x\sqrt{x}-3}{x} - 2\sqrt{x} - 3 - 2 \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

d) Rút gọn Q.

e) Tính giá trị của Q khi $x=14-6\sqrt{5}$

f) Tìm GTNN của Q.

Câu 2. (3.0 điểm)

a) Cho phương trình: $x^2 + 2x + m = 0$ (1), (m là tham số). Xác định m để PT (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $3x_1 + 2x_2 = 1$

b) Giải PT: $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} - \sqrt[3]{(2-x)(7+x)} = 3$

Câu 3. (3.0 điểm)

1. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p-1)(p+1)$ luôn chia hết 24.

2. Giải PT nghiệm nguyên: $(x^2 + y)(x + y^2) = (x - y)^3$

Câu 4. (6.0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp (O;R). H là một điểm di động trên đoạn thẳng OA (H khác A). Đường thẳng đi qua H và vuông góc với OA cắt cung nhỏ AB tại M, gọi I là hình chiếu của M trên OB.

1. Chứng minh: $HIM = 2AMH$

2. Các tiếp tuyến của (O;R) tại A và B cắt tiếp tuyến tại M của (O;R) lần lượt tại D và E, OD, OE cắt AB lần lượt tại F và G. Chứng minh: $OD \cdot GF = OG \cdot DE$.

3. Tìm GTLN của chu vi tam giác MAB theo R.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5. (2.0 điểm)

1. Cho các số dương x, y thỏa mãn $x + y = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2+1}{y^2} \cdot \frac{y^2+1}{x^2} \geq \frac{121}{144}$
2. Trong một bảng ghi 2014 dấu cộng và 2015 dấu trừ. Mỗi lần ta xoá đi 2 dấu và thay bởi dấu cộng nếu 2 dấu bị xoá cùng loại, thay bởi dấu trừ nếu 2 dấu bị xoá khác loại. Hỏi sau 4028 lần thực hiện như vậy trong bảng còn lại dấu gì?

ĐỀ SỐ 397

Câu 1: (3,0 điểm)

- a) Chứng minh với mọi số tự nhiên n , ta có $6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$ chia hết cho 17.
- b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $2x^2 - 2xy - 5x + y + 19 = 0$

Câu 2: (3,0 điểm) Cho $A = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

- a) Rút gọn A .
- b) Tìm GTNN của A .

Câu 3: (3,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\sqrt{2x-3} + 6 = 2x + \sqrt{x}$
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = xy + x + y \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - y + 1 \end{cases}$$

Câu 4: (3,0 điểm)

- a) Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn $x+y+z=6$ và $x^2+y^2+z^2=12$. Tính giá trị biểu thức $Q = (x-3)^{2016} + (y-3)^{2016} + (z-3)^{2016}$
- b) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $4c+2b \geq a(b^2+c^2)$. Tìm GTNN của biểu thức: $S = \frac{3}{b+c-a} + \frac{4}{a+c-b} + \frac{5}{a+b-c}$

Câu 5: (4,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn, lấy điểm M khác A. Vẽ tiếp tuyến thứ hai MC của (O) (C là tiếp điểm). MB cắt (O) tại D khác B. Gọi H là giao điểm của OM và AC.

- a) Chứng minh $ABH = CAD$
- b) Gọi N là giao điểm của AC và BD. Chứng minh $\frac{1}{MD} + \frac{1}{MB} = \frac{2}{MN}$

Câu 6: (4,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Đường tròn (O) thay đổi đi qua hai điểm B, C và có tâm O không nằm trên đường thẳng d. Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN của (O) tại M và N. AO cắt MN tại H; đường thẳng AO cắt (O) tại P và Q (P nằm giữa A và O). Gọi D là trung điểm HQ. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc MD cắt đường thẳng MP tại E.

a) Chứng minh P là trung điểm ME.

b) Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

ĐỀ SỐ 398

Câu 1:

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 2:

a) Tìm m để phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$|2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4| = 6$$

b) Giải hệ:
$$\begin{cases} x^3 - 2x^2y + x = y^3 - 2xy^2 + y \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = y^2 - 6x + 11 \end{cases}$$

Câu 3:

Cho $\triangle ABC$ nội tiếp (O), ngoại tiếp (I), AI cắt (O) tại M, J là điểm đối xứng với I qua M, N là điểm chính giữa cung ABM, NI, NJ lần lượt cắt (O) tại E, F

d) Chứng minh MB=MI và $\triangle BIJ, \triangle CIJ$ vuông

e) Chứng minh I, J, F, E cùng thuộc 1 đường tròn

Câu 4:

Cho $a, b > 0, a + b \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của: $M = \frac{1}{a+b^2} + \frac{1}{b+a^2}$

Câu 5:

Tìm m, n nguyên dương thỏa mãn: $n^2 + n + 1 = (m^2 + m - 3)(m^2 - m + 5)$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 399

Bài 1: (4,0 điểm)

- a) Tìm ba số nguyên tố đôi một khác nhau, biết rằng tích của ba số đó bằng năm lần tổng của chúng.
- b) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 + 2y^2 - 3xy + 2x - 4y + 3 = 0$
- c) Tìm các số a, b, c biết $a = \frac{2b^2}{1+b^2}; b = \frac{2c^2}{1+c^2}; c = \frac{2a^2}{1+a^2}$

Bài 2: (4,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1 \\ \sqrt{x^2-1} + \sqrt{y^2-1} = \sqrt{xy+2} \end{cases}$$

Bài 3: (4,0 điểm)

- a) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Chứng minh rằng $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$
- b) Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng nếu b là số trung bình cộng của a và c thì $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}$

Bài 4: (5,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , bán kính R . Vẽ hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ AD . Nối E với C cắt OA tại M ; nối E với B cắt OD tại N .

- a) Tính $CM \cdot CE + BD^2$ theo R .
- b) Chứng minh rằng tích $\frac{OM}{AM} \cdot \frac{ON}{DN}$ là một hằng số
- c) Tìm vị trí của điểm E để tổng $\frac{OM}{AM} + \frac{ON}{DN}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

Bài 5: (3,0 điểm)

- a) Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là ba số nguyên liên tiếp (cùng đơn vị đo). Tìm độ dài các cạnh của tam giác đó, biết $3\hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ$.
- b) Cho tam giác nhọn ABC có $\hat{BAC} = 60^\circ, BC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. Bên trong tam giác này cho 2017 điểm bất kì. Chứng minh rằng trong 2017 điểm ấy luôn tìm được 169 điểm mà khoảng cách giữa chúng không lớn hơn 1 cm .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 400

Câu 1 : (5 điểm)

a) Tính tổng : $A = \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2015^2} + \frac{1}{2016^2}}$

b) Tìm các giá trị nguyên x,y thỏa mãn đẳng thức : $(y+2)x^2 + 1 = y^3$

Câu 2 : (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ với a,b là tham số . Tìm giá trị của a,b để phương

trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases}$$

Câu 3 : (3 điểm)

Cho a,b,c là độ dài ba cạnh của một tam giác . Tìm giá trị nhỏ nhất

của: $A = \frac{4a}{b+c-a} + \frac{9b}{c+a-b} + \frac{16c}{b+a-c}$

Câu 4 : (9 điểm)

1 . Cho đường tròn (O) có đường kính BC=2R và điểm A thay đổi trên đường tròn (O) (A không trùng với B,C). Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt đường tròn tại điểm K ($K \neq A$) . Hạ AH vuông góc với BC

a) Đặt AH=x. Tính diện tích S của tam giác AHK theo R và x. Tìm x sao cho S đạt giá trị lớn nhất

b) Tính $\hat{B}$ của $\triangle ABC$ biết rằng $\frac{AH}{HK} = \sqrt{\frac{3}{5}}$

2. Một đường thẳng d thay đổi cắt hai cạnh Ox,Oy của một góc nhọn xOy lần lượt tại hai điểm M,N nhưng luôn thỏa mãn hệ thức $\frac{1}{OM} + \frac{2}{ON} = 1$. Chứng tỏ rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 401

Bài 1: Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}(x+15)-4}{x-3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} + \frac{3(\sqrt{x}+4)}{4-\sqrt{x}}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức M

b) Tìm x để $M = \frac{9}{2}$

c) Tính giá trị của M biết $x = \frac{\sqrt{\sqrt{10}+3} + \sqrt{\sqrt{10}-3}}{\sqrt{\sqrt{10}+1}} + \sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$

Bài 2: a) Tìm m để đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị $y = x^2$ (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ sao cho $(x_2 - x_1)^{2014} + (y_2 - y_1)^{2014} = 2$

b) Giải phương trình $\frac{3x+3}{\sqrt{x}} = 3 + \frac{2\sqrt{x^2+7x+1}}{x+1}$

Bài 3: a) Cho đa thức $P(x)$ có các hệ số là các số nguyên và $P(17) = 10; P(24) = 17$. Biết a, b là hai số nguyên phân biệt thỏa mãn $P(a) = a + 3$ và $P(b) = b + 3$. Tính ab

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + x = y^3 + 3y^2 + 4y + 2 \\ \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{y+12-6\sqrt{y+3}} = 1 \end{cases}$

Bài 4: Cho AB là đường kính của đường tròn (O; R). C là một điểm thay đổi trên đường tròn (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là trung điểm AC, OI cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) tại M, MB cắt CH tại K.

a) Chứng minh MC là tiếp tuyến của (O; R).

b) Chứng minh K là trung điểm của CH.

c) Cho BI cắt CO tại D, AD cắt BC tại E. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh $\frac{r^2}{AE^2 + BI^2} < \frac{1}{20}$

Bài 5: a) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{3y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{3z + xy}} \leq 1$

f) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; 1), chứng minh trong ba cạnh của tam giác ABC có ít nhất một cạnh có độ dài lớn hơn hoặc bằng $\sqrt{3}$

ĐỀ SỐ 402

Bài 1:

c) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $abc = 1$ và $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Chứng minh rằng có ít nhất 1 trong ba số a, b, c bằng 1

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

d) Cho n nguyên dương. Chứng minh rằng $A = 2^{3n+1} + 2^{3n-1} + 1$ là hợp số

Bài 2:

c) Giải phương trình $x\sqrt{3-2x} = 3x^2 - 6x + 4$

d) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ x^2 + 8y^2 = 12 \end{cases}$$

Bài 3: Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. Tìm GTLN

của
$$P = \frac{1}{\sqrt{a^2 - ab + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 - bc + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 - ca + a^2}}$$

Bài 4: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H

c) Chứng minh rằng $\cos^2 BAC + \cos^2 CBA + \cos^2 ACB < 1$

d) P là điểm thuộc cung nhỏ AC của đường tròn (O). Gọi M, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC và HP. Chứng minh rằng $MI \perp AP$

Bài 5:

c) Tìm các số nguyên tố p sao cho $\frac{p^2 - p - 2}{2}$ là lập phương của một số tự nhiên

d) Cho 5 số thực không âm a, b, c, d, e có tổng bằng 1. Xếp 5 số này trên một đường tròn. Chứng minh rằng luôn tồn tại một cách xếp sao cho hai số bất kì cạnh nhau có tích không lớn hơn $\frac{1}{9}$

ĐỀ SỐ 403

Bài 1 (5 điểm) :

a. Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn: $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh rằng $(a+b+c+d)$ chia hết cho 3

c) Tìm tất cả các số nguyên tố x sao cho $2^x + x^2$ là số nguyên tố

Bài 2 (5 điểm):

3. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + 11x + 19} + \sqrt{2x^2 + 5x + 7} = 3(x + 2)$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

4. Tìm tất cả các bộ số $(x;y;z)$ thỏa mãn $x+y+z=3$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$
và $x^2 + y^2 + z^2 = 17$

Bài 3 (3 điểm):

3. Cho 3 số x,y,z , thỏa mãn : $0 < x,y,z < \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $xy + yz + xz = \frac{3}{4}$. Tìm GTNN của

$$P = \frac{4x}{3-4x^2} + \frac{4y}{3-4y^2} + \frac{4z}{3-4z^2}$$

4. cho a,b,c là độ dài 3 cạnh tam giác. Chứng minh : $\sum \frac{a^{2016}}{b+c-a} \geq \sum a^{2015}$

Bài 4 (6 điểm):

Cho tam giác ABC cạnh bằng a. Lấy điểm Q bất kì trên cạnh BC ($Q \neq B,C$). Trên tia đối tia BA lấy điểm P sao cho $CQ \perp AP$. Gọi M là giao điểm của AQ và CP.

3. CM 4 điểm A,B,M,C thuộc 1 đường tròn
4. Gọi I,J,K lần lượt là hình chiếu của M lên AB,BC,CA.
- c. Xác định vị trí của Q để độ dài IK lớn nhất
- d. Chứng minh $MI^2 + MJ^2 + MK^2$ không đổi khi Q thay đổi trên cạnh BC

Bài 5: (1 điểm)

Cho bảng ô vuông kích thước 10.10 gồm 100 ô vuông kích thước 1.1 . Điền vào mỗi ô vuông của bảng một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số được điền ở hai ô vuông chung cạnh hoặc chung đỉnh nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong bảng ô vuông đã cho có một số xuất hiện ít nhất 17 lần

ĐỀ SỐ 404

Bài 1: a) Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 8x^3 + 2015}{x^6 - 8x^3 - 12x^2 + 6x + 2015}$ với $x^2 - 2x - 1 = 0$

b) Cho biểu thức $A = \left(1 - \frac{\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a}-a-1}\right)$. Tìm các giá trị của a nguyên

sao cho A nguyên

Bài 2:

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + xy = 12 \\ x^2 + y^2 + x + 7y = 20 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm x, y nguyên thỏa mãn phương trình: $x^4 + 4x^2y + 3y^2 + 6y - 16 = 0$

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 3 - m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số)

a) giải phương trình (1) với $m = 1$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m sao cho: $M = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị đó

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, vẽ ra phía ngoài các tam giác ABC vuông cân tại B và tam giác ACF vuông cân tại C. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của AB, CD; của AC và BF. Chứng minh:

a) 3 điểm D, A, F thẳng hàng

b) $AM = AN$ và $AM^2 = BM \cdot CN$

c) $S_{ABD} \cdot S_{ACF} = S_{ABC}^2$ (1), Đẳng thức (1) có đúng không khi tam giác ABC là tam giác nhọn?

Bài 5: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, M là điểm bất kì trên nửa đường tròn (M khác A, B) Hạ MH vuông góc với AB tại H. Gọi P, Q, I lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAH, MBH, AMB.

c) Chứng minh rằng I là trực tâm của tam giác MPQ

d) Tìm quỹ tích điểm I khi M di động trên nửa đường tròn.

Bài 6: Cho x, y, z là các số thực dương và $xyz = 1$. Tìm max

của:
$$P = \frac{2}{2x^2 + y^2 + 3} + \frac{2}{2y^2 + z^2 + 3} + \frac{2}{2z^2 + x^2 + 3}$$

ĐỀ SỐ 405

Câu 1:

3) Giải phương trình : $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 6x + 8) = 3$

4) Chứng minh : $x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 12x + 6 > 0$ với mọi x

Câu 2:

Giải phương trình nghiệm nguyên : $3x^2 + 5y^2 = 255$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3:

3) Cho hai số thực. $a, b; a \geq 0, 3a \geq b$ Chứng minh

$$: (\sqrt{3a-b} - \sqrt{a})(\sqrt{3a-b} + 3\sqrt{a}) = 2\sqrt{a(a-b)} - b$$

4) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 6x + xy - 2 = 0 \\ 2\sqrt{(x+2)(3x-y)} = y + 6 \end{cases}$$

Câu 4:

Trong mặt phẳng, cho 10 đường tròn thỏa :

iii) với 2 đường tròn bất kì luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt

iv) không có 3 đường tròn nào cùng đi qua một điểm

Hỏi 10 đường tròn đã chia mặt phẳng thành bao nhiêu phần .

Câu 5:

Cho ABC nhọn. Hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H .Gọi M,N tương ứng là trung điểm của AB và DE . CM cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$ tại P khác C . CN cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ tại Q khác C.

4) Chứng minh : MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp CDE

5) Chứng minh $\frac{CD}{CE} = \frac{PD}{PE}$

6) Xác định đường trung trực của QP.

ĐỀ SỐ 406

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

c) Rút gọn biểu thức A

d) Chứng minh rằng A không nhận giá trị nguyên với $x \geq 0; x \neq 1$

Bài 2:

Giải phương trình $x^2 + 6x + 10 = 2\sqrt{2x+5}$

Bài 3:

Cho phương trình $x^2 - 2(a+1)x + 2a = 0(1)$ (với a là tham số)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- c) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi a .
- d) Tìm a để phương trình (1) có hai nghiệm là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo là $2\sqrt{3}$.

Bài 4:

Cho góc $xOy = 60^\circ$. Đường tròn có tâm K tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N. Trên tia Ox lấy điểm P thỏa mãn $OP = 3OM$. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O. Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN tại E. Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN tại F.

- d) Chứng minh rằng hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng với nhau.
- e) Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp.
- f) Gọi D là trung điểm của PQ. Chứng minh tam giác DEF đều.

Bài 5:

Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $x + y \geq 6$. Tìm GTNN của biểu thức $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$

ĐỀ SỐ 407

Bài 1: a) Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{6 - 2\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}$

b) Cho $x = \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}; y = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}$.

Tính giá trị biểu thức $P = x^3 + y^3 - 3(x + y) + 2017$.

Bài 2: a) Chứng minh rằng với mọi $x \in \mathbb{Z}$ thì $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x$ chia hết cho 24

b) Cho $n \in \mathbb{N}, n > 1$. Chứng minh rằng $n^6 + 2n^5 - n^4 + 2n^2$ không phải là số chính phương

Bài 3: a) Giải phương trình $x^2 + 5x + 8 = 3\sqrt{2x^3 + 5x^2 + 7x + 6}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ xy + \frac{1}{xy} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 4: a) Cho tam giác ABC cân tại A. Trên đoạn AB lấy điểm M (M nằm giữa A và B), trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $CN = BM$. Vẽ MN cắt BC tại I. Chứng minh rằng M và N đối xứng với nhau qua I

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho tam giác ABC nhọn, hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H (H thuộc BC, E thuộc AC). Chứng minh rằng $\tan ABC \cdot \tan C = \frac{AD}{DH}$

c) Cho đường tròn (O) đường kính AC, trên đoạn OC lấy điểm B (B khác O và C). Gọi M là trung điểm của AB. Dựng dây DE vuông góc với AB tại M, EB cắt DC tại F. Gọi S là giao điểm của BD và MF, CS lần lượt cắt DA và DE tại L và K. Chứng minh rằng $\frac{DA}{DL} + \frac{DB}{DS} = \frac{DE}{DK}$

d) Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi O là trung điểm của BC, dựng đường tròn (O) tiếp xúc với AB, AC lần lượt tại D và E. M là điểm chuyển động trên cung nhỏ DE, tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh rằng $BC^2 = 4 \cdot BP \cdot CQ$. Từ đó xác định vị trí M để diện tích tam giác APQ đạt GTLN

Bài 5: a) Tìm GTNN của $M = \frac{a\sqrt{a}-3}{a-2\sqrt{a}-3} - \frac{2(\sqrt{a}-3)}{\sqrt{a}+1} + \frac{\sqrt{a}+3}{3-\sqrt{a}}$

b) Cho a, b, c > 0 thỏa mãn $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$. Chứng minh rằng $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

ĐỀ SỐ 408

Bài 1: (4 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x-1}}$

d) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa

e) Rút gọn P

f) Tìm x để P đạt min

Bài 2: (4 điểm)

c) Cho hai số thực a, b khác 0 và thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$. Chứng minh phương

trình $(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0$ với ẩn x luôn có nghiệm

d) Biết $(\sqrt{x^2 + 2015} + x)(\sqrt{y^2 + 2015} + y) = 2015$. Tính x + y

Bài 3: (4 điểm)

c) Tìm các số chính phương có 4 chữ số biết rằng khi tăng mỗi chữ số thêm 1 đơn vị thì ta vẫn thu được một số chính phương

d) Tìm số nguyên a để phương trình $x^2 - (3+2a)x + 40 - a = 0$ có nghiệm nguyên và tìm các nghiệm nguyên của pt đó ứng với các giá trị a tìm được

Bài 4: (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn nội tiếp (O, R) . Hai đường cao AI và BE của tam giác cắt nhau tại H

- a) Chứng minh $EI \perp OC$
- b) Biết $CH=R$. Tính $\angle ACB$

Bài 5: (2 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH . Gọi M, N là trung điểm AB, AC . Hạ BE, CF vuông góc HN, HM . Chứng minh AH, BE, CF đồng quy

Bài 6: (2 điểm)

Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa $a+b+c=3$. Chứng minh $a^3+b^3+c^3+ab+ac+bc \geq 6$

ĐỀ SỐ 409

Câu 1 (4 điểm)

3) Tìm nghiệm nguyên tố của phương trình: $x^2 - 2y^2 = 1$

4) Xét dãy các số nguyên sau: 1; 2; 4; -1; 7; -4; Trong đó kể từ số hạng thứ tư trở đi, mỗi số hạng sẽ được tính theo ba số hạng liền trước nó như sau: tổng của số hạng thứ nhất và thứ hai trừ đi số hạng thứ ba.

Hãy tính số hạng thứ 2015 của dãy trên.

Câu 2 (3,0 điểm). Cho các số dương có tổng bằng 3. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2+6a+9}{a^2-2a+3} + \frac{b^2+6b+9}{b^2-2b+3} + \frac{c^2+6c+9}{c^2-2c+3} \leq 24$$

Câu 3 (4,0 điểm).

3) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = y \\ 3x^2 + y^2 = x \end{cases}$$

4) Phép toán “ $*$ ” được định nghĩa như sau: $a*b=ab+3a-b$

c) Kiểm tra tính chất giao hoán và kết hợp của phép toán “ $*$ ”.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của số thực dương m để phương trình sau có hai nghiệm: $(x*x)*m=-m-2015$

Câu 4 (5,0 điểm).

3) Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng R và $\angle BAC = \alpha^\circ$. Tính độ dài BC và AH theo R và α° .

4) Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và nội tiếp trong đường tròn tâm O . Kẻ đường cao AD và đường kính AA' . Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống đường kính AA' và M là trung điểm của BC . Chứng minh: $MD=ME$

Câu 5 (4,0 điểm).

3) Mỗi ô của bàn cờ hình chữ nhật có ô được sơn màu đỏ hoặc màu xanh. Chứng minh rằng với mỗi cách sơn màu bàn cờ bất kì, trong bàn cờ luôn tồn tại một hình chữ nhật mà các ô ở góc của nó là các ô cùng màu.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

4) Hai phụ nữ An, Chi và hai người đàn ông Bình, Danh là các vận động viên. Một người là vận động viên bơi lội, người thứ hai là vận động viên trượt băng, người thứ ba là vận động viên thể dục dụng cụ và người thứ tư là vận động viên cầu lông. Có một ngày họ ngồi xung quanh một cái bàn vuông (mỗi người ngồi một cạnh). Biết rằng:

- (i) Chi và Danh ngồi cạnh nhau.
 - (ii) Vận động viên thể dục dụng cụ ngồi đối diện Bình.
 - (iii) Vận động viên bơi lội ngồi bên trái An.
 - (iv) Một phụ nữ ngồi bên trái vận động viên trượt băng.
- Hãy cho biết mỗi người là vận động viên chơi môn gì ?

ĐỀ SỐ 410

Câu 1: (2,0 điểm)

c) Rút gọn $P = \frac{x\sqrt{x} - 2x + 28}{x - 3\sqrt{x} - 4} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 8}{4 - \sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 16$)

d) Không sử dụng máy tính, chứng minh $Q = \sqrt{2014^2 + 2014^2 \cdot 2015^2 + 2015^2}$ là số nguyên

Câu 2: (2,0 điểm)

c) Giải phương trình: $\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}} = 2\sqrt{2}$

d) Cho phương trình: $x^2 + ax + b = 0$ có hai nghiệm nguyên dương biết a, b là hai số thỏa mãn $5a + b = 22$. Tìm hai nghiệm đó

Câu 3: (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ cố định có đường kính AB cố định và CD là một đường kính thay đổi không trùng với AB . Tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại B cắt AC và AD lần lượt tại E, F .

d) Chứng minh: $CA \cdot CE + DA \cdot DF = 4R^2$

e) Chứng minh tứ giác $CEFD$ nội tiếp trong một đường tròn.

f) Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CEFD$. Chứng minh điểm I nằm trên một đường thẳng cố định.

Câu 4: (1,5 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2015$. Chứng

minh: $\sum \frac{a}{a + \sqrt{2015a + bc}} \leq 1$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD có độ dài các cạnh là các số nguyên và bình phương độ dài đường chéo chia hết cho diện tích của nó. Chứng minh ABCD là hình vuông.

ĐỀ SỐ 411

Bài 1:

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

c) Rút gọn A

d) Tìm x để $A + \frac{1}{A} + 2 = 0$

Bài 2:

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

c) $(x-1)(x-2)(x+4)(x+5) = 16$

d)
$$\begin{cases} \frac{14}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 5 \\ \frac{7}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1 \end{cases}.$$

Bài 3:

c) Giải phương trình nghiệm nguyên $2 + x + x^2 = y^2$

d) Cho $\left(x + \sqrt{x^2 + \sqrt{2015}}\right)\left(y + \sqrt{y^2 + \sqrt{2015}}\right) = \sqrt{2015}$. Tính giá trị của $A = x + y$

Bài 4:

Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (O; R) có đường cao AH. Đường tròn (I) đường kính AH cắt AB và AC theo thứ tự tại M và N

d) Chứng minh rằng M, I, N thẳng hàng và MN vuông góc với OA

e) Chứng minh rằng tứ giác BMNC nội tiếp đường tròn tâm K

f) Cho $\angle ABC = 60^\circ$. Tính theo R diện tích tứ giác BMNC

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5:

Gọi C là một điểm di động trên nửa đường tròn đường kính AB, kẻ CH vuông góc với AB tại H. Xác định vị trí của điểm C để AH + CH lớn nhất

ĐỀ SỐ 412

Bài 1:

4. Cho biểu thức $P = \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a}-a-1}\right)$

d. Tìm điều kiện của a để P có nghĩa. Rút gọn P

e. Tìm các giá trị của a để $P > 1$

f. Tìm giá trị của P biết $a = 2015 - 2\sqrt{2014}$

3. Tìm GTLN và GTNN của $Q = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x + 1}$

Bài 2:

1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m^2 - 1 = 0$ (m là tham số)

c. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt

d. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_1^2 + x_2^3 - x_2^2 = -2$

3. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 \\ \sqrt{x^2 + 12} + \frac{5}{2}\sqrt{x+y} = 3x + \sqrt{x^2 + 5} \end{cases}.$$

Bài 3:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính EF. Vẽ tia Ot vuông góc với EF. Tia Ot cắt nửa đường tròn tại I. Lấy điểm A trên tia Ot sao cho IA = IO. Vẽ hai tiếp tuyến AP, AQ (P, Q là các tiếp điểm) với nửa đường tròn chúng cắt EF lần lượt tại B và C

d. Chứng minh rằng tam giác ABC đều

e. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại S thuộc cung PQ (S không trùng với P, Q, I) cắt AP, AC lần lượt tại H, K. PQ cắt OH, OK lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng M, O, Q, K cùng thuộc 1 đường tròn

f. Chứng minh rằng $HK = 2.MN$

Bài 4:

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Các tia phân giác của các góc A, B, C cắt đường tròn (O) theo thứ tự tại D, E, F.

a. Chứng minh rằng: $2.AD > AB + AC$

b. Chứng minh rằng: $AD + BE + CF$ lớn hơn chu vi tam giác ABC

Bài 5:

c. Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y + 3 = 0$

d. Chứng minh rằng $2n^3 + 3n^2 + n$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 413

Câu 1

a) Tính giá trị biểu thức $A = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ với

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}} + \sqrt{2 - \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - 1$$

b) Cho x, y thỏa mãn :

$$\sqrt{x+2014} + \sqrt{2015-x} - \sqrt{2014-x} = \sqrt{y+2014} + \sqrt{2015-y} - \sqrt{2014-y}$$

Chứng minh $x=y$

Câu 2

c) Giải phương trình $x^3 + (x+1)\sqrt{x+1} + 2\sqrt{2} = (x + \sqrt{x+1} + \sqrt{2})^3$

d) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^2 + xy - 4x + 2y = 2 \\ x(x+1) + y(y+1) = 4 \end{cases}$$

Câu 3

c) Tìm số nguyên tố p sao cho $2p^2 - 1; 2p^2 + 3; 3p^2 + 4$ đều là số nguyên tố

d) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $3x^2 - 18y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 27$

Câu 4

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính BC . Gọi A là điểm thỏa mãn tam giác ABC nhọn. AB, AC cắt đường tròn tại điểm thứ 2 tương ứng là E và D . Trên cung BC không chứa D lấy F (F khác B, C). AF cắt BC tại M , cắt $(O; R)$ tại N (N khác F) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE tại P (P khác A)

d) Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$, tính DE theo R

e) Chứng minh $AN \cdot AF = AP \cdot AM$

f) Gọi I, H thứ tự là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng BD, BC . Các đường thẳng IH và CD cắt nhau ở K . Tìm vị trí của F trên cung BC để

$$\frac{BC}{FH} + \frac{BD}{FI} + \frac{CD}{FK} \text{ min.}$$

Câu 5

Cho các số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn $xy + yz + zx = xyz$. Tìm Max:

$$M = \frac{1}{4x+3y+z} + \frac{1}{4y+3z+x} + \frac{1}{4z+3x+y}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 414

Câu 1:

c) Rút gọn : $Q = \frac{2\sqrt{3-\sqrt{5+\sqrt{13-\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

d) Cho $\frac{1}{a^2-bc} + \frac{1}{b^2-ca} + \frac{1}{c^2-ab} = 0$. Chứng minh $\frac{a}{(a^2-bc)^2} + \frac{b}{(b^2-ca)^2} + \frac{c}{(c^2-ab)^2} = 0$

Câu 2:

c) Giải phương trình $(x-1)^2 + (x-2)\sqrt{x^2+1} = 0$

d) Giải hệ pt :
$$\begin{cases} x^2 + xy - 5x - 3y + 6 = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}.$$

Câu 3:

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Đường thẳng d là tiếp tuyến tại A của (O). M,N lần lượt trên d sao cho A nằm giữa M và N. Nối BM, BN cắt (O) lần lượt tại D, E.

d) Chứng minh tứ giác DMNE nội tiếp đường tròn.

e) Chứng minh $\frac{IA}{IB} = \frac{AM \cdot AN}{AB^2}$ (với I là giao DE và AB).

f) Chứng minh ĐỀ luôn đi qua một điểm cố định khi M,N thay đổi thỏa mãn $AM \cdot AN$ không đổi và A luôn nằm giữa M và N.

Câu 4:

c) Có tồn tại số tự nhiên chia hết cho 2017 và có tổng các chữ số là 2017 không?

d) Tìm x,y nguyên dương thỏa mãn : $\frac{x^2-y}{8x-y^2} = \frac{y}{x}$

Câu 5 :

c) Cho a,b thuộc R thỏa mãn : $4a^2 - 3ab + 4b^2 \leq 6$. Chứng minh rằng $2a + 4b + 3ab \leq 11$

d) Trên bảng có 2017 số: $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2017}$. Thực hiện trò chơi : xóa hai số u,v bất kì và thay bởi số $u+v+uv$. Sau hữu hạn lần biến đổi, trên bảng còn một số duy nhất. Chứng minh số đó không phụ thuộc vào đại lượng u,v. Số đó là số nào?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 415

Bài 1:

c) Chứng minh rằng $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{8-\sqrt{81-8\sqrt{5}}}}=\sqrt{2}$

d) Cho x và y khác không thỏa mãn $5y+x=2xy(x^2+y^2)$ và $5y-x=xy(yx^2-x^2)$

Tính $M = x - y$

Bài 2:

c) Giải phương trình $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3}=\sqrt{8-x}$

d) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y)=3\left(\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}\right) \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6 \end{cases}.$$

Bài 3:

c) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $2x^2-2x-1=0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=\frac{x_1^6}{x_2^6}+\frac{x_2^6}{x_1^6}$

d) Cho x, y, z thỏa mãn $\frac{3x^2}{2}+y^2+z^2+yz=1$. Tìm GTNN và GTLN của $B = x + y + z$

Bài 4:

c) Cho số tự nhiên n. Chứng minh rằng $25^{n^5-5n^3+4n+1}-25$ chia hết cho 13.

d) Cho x, y là các số hữu tỉ thỏa mãn $x^3-8xy-16y^3=0$. Chứng minh rằng $\sqrt{1+xy}$ là một số hữu tỉ.

Bài 5:

1) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và At là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A. Từ một điểm P trên tia At vẽ tiếp tuyến PM tới nửa đường tròn (M là tiếp điểm, M khác A). Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt đường thẳng BM tại N.

c) Chứng minh năm điểm A, P, O, M, N cùng nằm trên một đường tròn.

d) Khi $AP = x$ ($x > 0$), hãy tính diện tích tứ giác POMN theo R và x.

2) Cho hình vuông ABCD, M và N là hai điểm thuộc cạnh BC và CD sao cho $\angle MAN = 45^\circ$. Các đoạn thẳng AM, AN lần lượt cắt BD tại P, Q. Gọi R là giao điểm của MQ và NP. Chứng minh rằng AR vuông góc với MN

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 416

Bài 1: Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$

- d) Tìm ĐKXĐ và rút gọn P
- e) Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$
- f) Với giá trị nào của x thì biểu thức $\frac{1}{P}$ đạt GTNN

Bài 2:

- c) Giải phương trình $3x-1+\frac{x-1}{4x}=\sqrt{3x+1}$
- d) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=2^2y^2 \\ (x+y)(1+xy)=4^2y^2 \end{cases}$

Bài 3:

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn (O) (M khác A, khác B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và M cắt nhau ở E. Vẽ MP vuông góc với AB (P thuộc AB). Vẽ MQ vuông góc với AE (Q thuộc AE)

- d) Chứng minh rằng PQ, OE, MA đồng quy
- e) Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh rằng $KM = KP$
- f) Đặt $AP = x$, tính MP theo R và x. Tìm vị trí của M trên đường tròn (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

Bài 4:

- c) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2+2y^2+2xy=y+2$
- d) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $\begin{cases} a+b+c=9 \\ a^2+b^2+c^2=27 \end{cases}$.

Tính giá trị của $P = (a-2)^{2015} + (b-3)^{2016} + (c-4)^{2017}$

Bài 5:

Cho a, b, c > 0 thỏa mãn $a+b+c=9$. Chứng minh rằng $\frac{b+c+7}{2+a} + \frac{c+a+6}{3+b} + \frac{a+b+5}{4+c} \geq 6$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 417

Bài 1: Cho a, b, c thỏa mãn $a - b = 7$; $b - c = 3$. Tính $P = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{a^2 - c^2 - 2ab + 2bc}$

Bài 2:

c) Giải phương trình $(2x-1)\sqrt{x+3} = x^2 + 3$

d) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y-1) + y(x+1) = 6 \\ (x-1)(y+1) = 1 \end{cases}$$

Bài 3: a) Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\frac{x}{1+x} + \frac{2y}{1+y} = 1$. Tìm GTLN của $P = xy^2$

b) Tìm x, y nguyên thỏa mãn $(x+y)(x+2y) = x+5$

Bài 4:

c) Cho tam giác nhọn ABC có H là trực tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AH . Đường phân giác trong góc A cắt MN tại K . Chứng minh rằng AK vuông góc với HK

d) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Gọi AH, AD lần lượt là đường cao, đường phân giác trong của tam giác ABC (H, D thuộc BC). Tia AD cắt (O) tại E , tia EH cắt (O) tại F và tia FD cắt (O) tại K . Chứng minh rằng AK là đường kính của đường tròn (O)

Bài 5:

Trong tuần, mỗi ngày Nam chỉ chơi một môn thể thao. Nam chạy ba ngày một tuần nhưng không bao giờ chạy trong hai ngày liên tiếp. Vào thứ Hai, anh ta chơi bóng bàn và hai ngày sau đó anh ta chơi bóng đá. Nam còn đi bơi và chơi cầu lông, nhưng không bao giờ Nam chơi cầu lông sau ngày anh ta chạy hoặc bơi. Hỏi ngày nào trong tuần Nam đi bơi ?

ĐỀ SỐ 418

Bài 1:

c) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

d) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$; $a^2 + b^2 \neq c^2$; $b^2 + c^2 \neq a^2$; $c^2 + a^2 \neq b^2$.

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$

Bài 2:

c) Trong hệ trục tọa độ Oxy tìm trên đường thẳng $y = 2x + 1$ những điểm $M(x; y)$ sao cho $y^2 - 5y\sqrt{x} + 6x = 0$

d) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{a}{6} + \frac{b}{5} + \frac{c}{4} = 0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn có nghiệm.

Bài 3:

c) Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng:

$$\frac{8}{(a+b)^2 + 4abc} + \frac{8}{(b+c)^2 + 4abc} + \frac{8}{(c+a)^2 + 4abc} + a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{8}{a+3} + \frac{8}{b+3} + \frac{8}{c+3}$$

d) Tìm các số nguyên tố a, b, c và số nguyên dương k thỏa mãn phương trình $a^2 + b^2 + 16c^2 = 9k^2 + 1$

Bài 4:

Cho đoạn thẳng $AB = 2a$ có trung điểm là O . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn tâm O đường kính AB và nửa đường tròn tâm O' đường kính AO . Điểm M thay đổi trên nửa đường tròn (O') (M khác A và O), tia OM cắt đường tròn (O) tại C . Gọi D là giao điểm thứ hai của CA với đường tròn (O') .

e) Chứng minh rằng tam giác ADM cân.

f) Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt tia OD tại E . Chứng minh EA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O') .

g) Đường thẳng AM cắt OD tại H , đường tròn ngoại tiếp tam giác COH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N . Chứng minh rằng ba điểm A, M, N thẳng hàng.

h) Tính độ dài đoạn OM theo a biết ME song song với AB

Bài 5:

c) Cho hình vuông $MNPQ$ và điểm A nằm trong tam giác MNP sao cho $AM^2 = AP^2 + 2AN^2$. Tính góc PAN

d) Cho các đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$; $Q(x) = x^2 + 2016x + 2017$ thỏa mãn $P(x) = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt và $P(Q(x)) = 0$ vô nghiệm. Chứng minh rằng $P(2017) > 1008^6$

ĐỀ SỐ 419

Câu 1:

Cho $P = \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{x} - 3\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} - \frac{5y}{x - \sqrt{xy} - 6y}$ với $x \geq 0; y > 0; x \neq 9y$

1) Tính $\frac{x}{y}$ biết $P = \frac{2007 + 2\sqrt{2015}}{2011}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2) Tìm max P.

Câu 2:

3) Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} + \frac{2x-1}{x+3} - (2x-1)\sqrt{x^2+4} - \sqrt{2} = 0$

4) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 2xy - 2x - y = 0 \\ x^4 - 4(x+y-1)x^2 + y^2 + 2xy = 0 \end{cases}$$

Câu 3:

1) Cho phương trình: $ax^2 - (b-a+1)x = m^2 + 1$ (1).

a) Với $a=1$; $b=2$ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm: $x_1; x_2$. Tìm min $x_1^2 + x_2^2$

c) Nếu $2a^2 + b^2 - 2ab - 6a + 2b + 5 = 0$ thì pt (1) có hai nghiệm đối nhau,

2) Tìm 2 chữ số tận cùng của $S = 1^{22} + 2^{22} + 3^{22} + \dots + 2015^{22}$

Câu 4:

3) Cho hình vuông ABCD và M thuộc phân giác ngoài ABC nhưng M không thuộc DA, DC. Đường trung trực của MD cắt BC, AB lần lượt tại E, F. Chứng minh rằng: DEMF là hình vuông.

4) Trên cạnh AB, BC, CA của ΔABC đều lấy M, N, P sao cho: $AM=BN=CP$

c) Chứng minh O của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMNP .

d) Tìm M, N, P để có min $P_{\Delta MNP}$

Câu 5:

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $a \leq 1; b \leq 2$ và $a+b+c=6$. Chứng minh rằng: $(a+1)(b+1)(c+1) \geq 4abc$

ĐỀ SỐ 420

Bài 1: (4,0 điểm)

d) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng: Nếu $4a^2 + 3ab - 11b^2$ chia hết cho 5 thì $a^4 - b^4$ chia hết cho 5

e) Tìm các số nguyên tố p để $p^2 + 2^p$ cũng là số nguyên tố

f) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số tự nhiên và số đo diện tích bằng số đo chu vi

Bài 2: (4,0 điểm)

c) Giải phương trình: $\frac{3x}{\sqrt{3x+10}} = \sqrt{3x+1} - 1$

d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy + x + y = 3 \\ \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{1}{y^2 + 2y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 3 : (4 điểm)

c) Cho ba phương trình (ẩn x): $x^2 - 2ax + bc = 0(1)$; $x^2 - 2bx + ca = 0(2)$,
 $x^2 - 2cx + ab = 0(3)$ Chứng minh rằng trong ba phương trình đã cho có ít nhất một phương trình có nghiệm

d) Tìm GTNN của biểu thức $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$

Bài 4 : (4 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M (M khác B, C). Gọi H, I, K lần lượt là điểm đối xứng của m qua AB, BC, AC.

c) Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng

d) Tìm vị trí của điểm M để HK lớn nhất

Bài 5: (4 điểm)

1) Cho đường tròn tâm (O;R) và điểm A cố định sao cho $OA=2R$. Một đường thẳng d quay quanh điểm A (không đi qua tâm O) và cắt đường tròn (O;R) tại hai điểm phân biệt M, N (M nằm giữa 2 điểm A,N)

c) Tính diện tích tam giác AON theo R khi M là trung điểm AN

d) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MON luôn đi qua 1 điểm cố định (khác điểm O)

3) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Tính số đo các góc B và C của tam giác ABC, biết rằng $\angle MAB = 15^\circ$ và $\angle MAC = 30^\circ$

ĐỀ SỐ 421

Câu 1:

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{x+y} \\ xy = \sqrt{4y-3} \end{cases}$$

d) Cho các số thực không âm x,y thỏa mãn $x+y=2$. Chứng minh rằng: $2 \leq \sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{xy} \leq \sqrt{6}$

Câu 2:

Với n nguyên dương ($n \geq 2$), đặt $P_n = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+n}\right)$

Tìm tất cả các số nguyên dương n ($n \geq 2$) sao cho $\frac{1}{P_n}$ là số nguyên

Câu 3:

Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$

c) Chứng minh $A=xy$ chia hết cho 12

d) Chứng minh $B = x^3y - xy^3$ chia hết cho 7

Câu 4:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho đường tròn (O). Lấy các điểm A, B, C thuộc (O) sao cho tam giác ABC nhọn và $AB > BC > AC$. Đường tròn tâm C, bán kính CB cắt đường thẳng AB và (O) lần lượt tại D và E (D, E khác B)

c) Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC.

d) Giả sử đường thẳng DE cắt (O) tại F (khác E); các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại G và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại K. Chứng minh $CKG = CBG$

Câu 5:

Bên trong hình chữ nhật kích thước 5×12 cho n điểm bất kỳ.

c) Với $n=11$, chứng minh trong số các điểm đã cho luôn tồn tại hai điểm mà khoảng cách giữa hai điểm đó không lớn hơn $\sqrt{13}$

d) Kết luận trên còn đúng không khi $n=10$? Tại sao

ĐỀ SỐ 422

Câu 1 (3,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^2 + y^2 - xy = x + y + 2$.

b) Chứng minh rằng với ba số tự nhiên a, b, c trong đó có đúng một số lẻ và hai số chẵn ta luôn có $(a+b+c)^3 - (a+b-c)^3 - (b+c-a)^3 - (a-b+c)^3$ Chia hết cho 96

Câu 2 (4,0 điểm)

e) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có

$$\sqrt{1 + \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2}\right)^2} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$$

f) Tính tổng

$$S = \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^2} + \dots + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2014} + \frac{1}{2016}\right)^2}$$

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Giải phương trình

$$\sqrt{2x^2 - x} = 2x - x^2$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x^2 - 1)y + (y^2 - 1)x = 2(xy - 1) \\ 4x^2 + y^2 + 2x - y - 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 4 (7,0 điểm)

Cho BC là dây cung cố định của đường tròn (O; R) ($BC < 2R$), A là điểm di động trên cung lớn BC, (A không trùng B, C). Gọi AD, BE, CF là các đường cao của

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

tam giác ABC; EF cắt BC tại P, qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AC tại Q và cắt AB tại R.

- g) Chứng minh tứ giác BQCR là tứ giác nội tiếp
- h) Gọi M là trung điểm cạnh BC. Chứng minh hai tam giác EPM, và DEM là hai tam giác đồng dạng.
- i) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

Chứng minh rằng $\frac{x}{\sqrt[3]{yz}} + \frac{y}{\sqrt[3]{xz}} + \frac{z}{\sqrt[3]{xy}} \geq xy + yz + xz$

ĐỀ SỐ 423

Câu 1: (3 điểm)

Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $y = \frac{2x+1}{x+2}$

Câu 2: (3 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = ax + b (a \neq 0)$. Tìm a, b biết (d) đi qua điểm $M(1;1)$ và cắt tia Ox, Oy theo thứ tự ở A và B sao cho tam giác OAB cân

Câu 3 (3 điểm)

Cho đa thức $P(x) = x^4 - 5x^2 - 2x + 3$ có các nghiệm là x_1, x_2, x_3, x_4 . Đặt $Q(x) = x^2 - 3$.
Tính $T = Q(x_1).Q(x_2).Q(x_3).Q(x_4)$

Câu 4: (3 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{\sqrt{4x^2 + 1} + 2x} + y^2 = 0 \\ 4\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2\sqrt{4x^2 + 1} + y^2 = 3 \end{cases}$$

Câu 5: (3 điểm)

Cho tam giác ABC, xác định vị trí của M trên cạnh AB để đường thẳng qua M song song với BC, cắt AC tại N để diện tích tam giác ABC bằng 4 lần diện tích tam giác BMN

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 6: (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp (O; đường kính AB). trên cạnh AC lấy E (E khác A và C). đường thẳng BE cắt đường tròn (O) ở D (D khác B), gọi F là giao điểm của AD và BC, M là trung điểm của EF, chứng minh rằng

a) EF vuông góc AB

b) DM và CM là các tiếp tuyến

ĐỀ SỐ 424

Chứng minh rằng $x = \sqrt{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}} + \sqrt{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}}$ là một nghiệm của phương trình: $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 14x + 8 = 0$

Câu II. (4.0 điểm)

1) Cho 2 đường thẳng $d_1: y = (m^2 + 1)x - m^2 + 2$, $d_2: y = \frac{-1}{m^2 + 1}x + \frac{3m^2 + 7}{m^2 + 1}$ (m là tham số). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì $d_1; d_2$ luôn cắt nhau tại một điểm M nằm trên một đường tròn cố định.

2) Cho đa thức P(x) với hệ số nguyên thỏa mãn:
 $P(2012) = P(2013) = P(2014) = 2013$. Chứng minh rằng đa thức P(x)-2014 không có nghiệm nguyên.

Câu III. (3.0 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x^3 + 3x(y-1) - 1 = 13\sqrt{y-1} & (1) \\ 3x^2y + y^2 + 14 = 3x^2 + 15y & (2) \end{cases}$$

Câu IV. (2,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $xyz=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:
$$P = \frac{1}{x^2 + 2y^2 + 3} + \frac{1}{y^2 + 2z^2 + 1} + \frac{1}{z^2 + 2x^2 + 3}$$

Câu V. (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có đường phân giác trong góc B là BD cắt trung tuyến AM tại I, đường thẳng CI cắt AB tại N. Chứng minh rằng: $\frac{AB}{AN} + 1 = 2 \frac{AM}{AI}$

Câu VI. (3,0 điểm)

Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ tia Px tiếp xúc với (O) tại A và tia Py tiếp xúc với (O) tại B. Trên tia Px lấy điểm C nằm ngoài đoạn PA, trên tia Py lấy điểm D nằm ngoài đoạn PB. Trên đoạn CD lấy điểm M sao cho $\frac{MC}{MD} = \frac{AC}{BD}$, đường thẳng qua C song song với Py cắt đường thẳng BM tại N. Chứng minh rằng: $AB.CN = AO.AN$ và $\angle ACO = \angle ANB$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu VII. (2,0 điểm)

Cho 1008 số nguyên dương phân biệt không vượt quá 2014. Chứng minh rằng trong các số đó luôn tồn tại 2 số có tổng bằng 2015.

ĐỀ SỐ 425

Câu 1.(5,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{4a+8}{a-2} + \frac{\sqrt{a+2}-2}{\sqrt{a+2}+2} + \frac{\sqrt{a+2}+2}{2-\sqrt{a+2}} \right) : \frac{3\sqrt{a+2}+a+2}{\sqrt{a+2}+2}$

1) Rút gọn biểu thức P

2) Tính giá trị của P khi $a = \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}$

Câu 2.(4,0 điểm)

3) Giải phương trình: $5x^2 + 4x + 7 - 4x\sqrt{x^2 + x + 2} - 4\sqrt{3x+1} = 0$

4) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 3xy - 3(x-y) = 0 \\ x^4 + 9y(x^2 + y) - 5x^2 = 0 \end{cases}$$

Câu 3. (4,0 điểm)

3) Cho phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ (1) (với m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đồng thời $T = (x_1^2 + 5x_2)^2 + 46m$ nhỏ nhất.

4) Tìm các số nguyên dương x,y thỏa mãn $2x^2 - xy + 7x + 2y - y^2 - 7 = 0$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O), BE, CF là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại I, đường thẳng BC cắt OI tại M.

4) Chứng minh $\frac{AB}{AE} = \frac{BI}{ME}$.

5) Chứng minh tam giác ABI và tam giác AEM đồng dạng.

6) Gọi N là giao điểm của AM và EF, P là giao điểm của AI và BC. Chứng minh rằng NP vuông góc với BC.

Câu 5.(1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c} + \frac{\sqrt{c^2+b^2}}{a} + \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{b} \geq 2 \left(\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}} + \frac{b}{\sqrt{c^2+a^2}} + \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \right)$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 426

Câu 1: (4 điểm)

a. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$ với $x \geq 4$

b. Cho a, b, c, d, e, f là các số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{a}{d} + \frac{b}{e} + \frac{c}{f} = 1$ và $\frac{d}{a} + \frac{e}{b} + \frac{f}{c} = 0$. Tính

giá trị biểu thức $B = \frac{a^2}{d^2} + \frac{b^2}{e^2} + \frac{c^2}{f^2}$.

Câu 2: (4 điểm)

a. Tìm các số tự nhiên n sao cho $n^2 - 14n - 256$ là một số chính phương

b. Cho a là số tự nhiên lớn hơn 5 và không chia hết cho 5. Chứng minh rằng $a^{8n} + 3a^{4n} - 4 \vdots 5 \forall n$

Câu 3: (6 điểm)

a. Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+2014} = 2014$

b. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2xy-z^2=4 \end{cases}$

c. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh: $abc + 2(1+a+b+c+ab+ac+bc) \geq 0$

Câu 4: (3 điểm)

a. Cho hình bình hành ABCD, các điểm M, N lần lượt thuộc AB, BC sao cho AN=CM. Gọi K là giao của AN và CM. Chứng minh KD là phân giác của $\angle AKC$.

b. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Biết $BC = 4 + 4\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2. Tính $\hat{B}, \hat{C}$ của $\triangle ABC$.

Câu 5: (3 điểm)

Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lấy điểm D tùy ý (D khác B, C). Đường tròn (O_1) qua D và tiếp xúc với AB tại B; đường tròn (O_2) qua D và tiếp xúc với AC tại C; hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai E.

a. Chứng minh rằng khi D di động trên cạnh BC thì đường thẳng DE luôn đi qua 1 điểm cố định.

b. Giả sử $\triangle ABC$ cân tại A. Chứng minh rằng tích AD.AC không phụ thuộc vào vị trí điểm D trên cạnh BC.

ĐỀ SỐ 427

Bài 1: (2.0 điểm)

a. Cho $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}; B = \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Tính A + B

b. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\frac{a^4}{a^4 - (b^2 - c^2)^2} + \frac{b^4}{b^4 - (c^2 - a^2)^2} + \frac{c^4}{c^4 - (a^2 - b^2)^2} = \frac{3}{4}$$

Bài 2: (2.0 điểm)

a. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}.$$

b. Cho x, y là hai số nguyên khác -1 sao cho $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $x^{2012} - 1$ chia hết cho $y+1$

Bài 3: (1.0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình $32x^6 + 16y^6 + 4z^6 = t^6$

Bài 4: (2.0 điểm)

Cho tứ giác lồi ABCD biết $AB = BD$, $BAC = 30^\circ$, $ADC = 150^\circ$. Chứng minh rằng CA là tia phân giác của góc BCD

Bài 5: (2.0 điểm)

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC, gọi K, P, Q lần lượt là các tiếp điểm của các cạnh BC, AC và AB. Gọi R là trung điểm của đoạn thẳng PK. Chứng minh rằng $PQC = KQR$

Bài 6: (1.0 điểm)

Cho ba số dương a, b, c . Chứng minh rằng
$$\frac{a^4}{b^3(c+2a)} + \frac{b^4}{c^3(a+2b)} + \frac{c^4}{a^3(b+2c)} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 428

Bài 1: (2.0 điểm)

a. Cho $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$; $B = \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$. Tính $A+B$.

b. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn $a+b+c=0$. Chứng minh:

$$\frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2} = \frac{3}{2}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 2:(2.0 điểm)

a. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \\ \sqrt{x+7} + \sqrt{y+7} = 6 \end{cases}$$

b. Cho x, y, z là những số nguyên thỏa mãn điều kiện $x^4 + y^4 + z^4$ chia hết cho 4. CMR: cả x, y, z đều chia hết cho 4.

Bài 3:(1.0 điểm).

Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 4 = y^2$

Bài 4:(2.0 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Tiếp tuyến tại A và C với đường tròn cắt tiếp tuyến vẽ từ điểm B của đường tròn lần lượt tại P và Q. Trong tam giác ABC vẽ đường cao BH (H nằm giữa A và C). Chứng minh: HB là tia phân giác của $\angle PHQ$.

Bài 5:(2.0 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Đường phân giác của các góc BAC & ACB cắt nhau tại I và cắt đường tròn tâm O lần lượt tại E và D. Chứng minh: DE vuông góc với BI.

Bài 6:(1.0 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{b(c+2a)} + \frac{b^2}{c(a+2b)} + \frac{c^2}{a(b+2c)} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 429

Câu 1

- Chứng minh rằng tồn tại số tự nhiên k sao cho $2013^k - 1$ chia hết cho 10^5
- Tìm mọi số nguyên x sao cho $x^2 + 28$ là số chính phương

Câu 2

c. Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1} = 9x - 3$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

d. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{2x+y} = 3-2x-y \\ x^2 - 2xy - y^2 = 2 \end{cases}$$

Câu 3:

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Tìm min của

$$P = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$$

Câu 4

Cho đường tròn tâm O bán kính R. Từ điểm M là điểm ngoài đường tròn kẻ hai tia tiếp tuyến MA; MB (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến đi qua M cắt đường tròn tại C, D (C nằm giữa M và D) cung CAD nhỏ hơn cung CBD. Gọi E là giao điểm của AB với OM.

c. Chứng minh $DEC = 2DBC$

d. Từ O kẻ tia Ot vuông góc với CD cắt tia BA ở K. Chứng minh KC và KD là tiếp tuyến của đường tròn O

Câu 5

Cho đường gấp khúc khép kín có độ dài bằng 1. Chứng minh rằng luôn tồn tại một hình tròn có bán kính $R = \frac{1}{4}$ chứa toàn bộ đường gấp khúc đó

ĐỀ SỐ 430

Bài 1: (2,0 điểm).

a) Cho $a = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}$. Chứng minh rằng a là một nghiệm của phương

trình $2013x^2 - 2014x + 1 = 0$

b) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xy + yz + zx = 2014$. Tính giá trị của biểu thức :

$$P = x\sqrt{\frac{(y^2 + 2014)(z^2 + 2014)}{x^2 + 2014}} + y\sqrt{\frac{(z^2 + 2014)(x^2 + 2014)}{y^2 + 2014}} + z\sqrt{\frac{(x^2 + 2014)(y^2 + 2014)}{z^2 + 2014}}$$

Bài 2: (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - 3x = y \\ y^3 - 3y = z \\ z^3 - 3z = 4 - x \end{cases}.$$

Bài 3: (1,0 điểm).

Cho các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 + \left(\frac{ab+1}{a+b}\right)^2 = 2$

Chứng minh rằng $\sqrt{ab+1}$ cũng là một số hữu tỉ.

Bài 4: (1,5 điểm).

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E; các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại F. Phân giác trong của $\angle DFC$ cắt AB tại P, cắt CD tại Q. Chứng minh rằng: a) $\triangle PQE$ cân. b) $EF^2 = FA \cdot FD + EA \cdot EB$

Bài 5: (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn (O); I, J lần lượt là các tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC. Gọi (K) là đường tròn bàng tiếp trong $\angle BAC$ của tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh AB, AC lần lượt tại F, G. Các đường thẳng IJ và BO cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $\angle BHC = 90^\circ$

b) Gọi M là giao điểm của KC và GF; N là giao điểm của IJ và CO. Chứng minh rằng MN song song với AC.

Bài 6: (1,0 điểm).

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn:
$$\begin{cases} xz + yz + 3x + y = 1 \\ 2xz + yz + 5x = 1 \end{cases}$$
. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy(z+2)$

ĐỀ SỐ 431

Câu 1:

Tìm hai số x, y nguyên thỏa mãn $x^2 - xy = 7x - 2y - 15$

Câu 2:

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1} = \frac{2}{3} \\ (x+y)\left(1 + \frac{1}{xy}\right) = 6 \end{cases}$$

Câu 3:

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Trên đáy lớn AB lấy điểm M không trùng với các đỉnh. Qua M kẻ các đường thẳng song song với AC và BD, các đường thẳng này cắt hai cạnh BC, AD lần lượt tại E và F. Đoạn EF cắt AC và BD lần lượt tại I và J. Gọi H là trung điểm của IJ.

a. Chứng minh rằng: $FH = HE$

b. Cho $AB = 2CD$. Chứng minh rằng: $EJ = JI = IF$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 4:

Cho đường tròn O và một dây cung AB ($O \notin AB$). Các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau tại C . Kẻ dây cung CD của đường tròn đường kính OC ($D \neq A, B$). Dây cung CD cắt cung AB của đường tròn (O) tại E (E nằm giữa C và D).

a. Chứng minh: $BE \cdot D = DAE$

b. Chứng minh: $DE^2 = DA \cdot DB$

Câu 5:

Cho $S = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2012}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2011}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k(2012-k+1)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2012 \cdot 1}}$, ($k \in \mathbb{N}; 1 \leq k \leq 2012$)

So sánh S và $\frac{4024}{2013}$

Câu 6:

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $xyz=1$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}$

ĐỀ SỐ 431

Câu 1: (3,0 điểm)

Cho tam giác vuông có độ dài các cạnh là những số nguyên và số đo chu vi bằng hai lần số đo diện tích. Tìm độ dài các cạnh của tam giác đó.

Câu 2: (3,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \sqrt{1-x+(1-x)\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x-(1-x)\sqrt{1-x^2}}$ với $x \in [-1;1]$. Tính giá trị biểu thức P với $x = \frac{-1}{2012}$.

Câu 3: (3,0 điểm)

Tìm số thực x, y thỏa mãn: $(x^2+1)^2 y^2 + 16x^2 + \sqrt{x^2-2x-y^3+9} = 8x^3 y + 8xy$

Câu 4: (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và hai điểm $A(-1;1)$, $B(3;9)$ nằm trên (P). Gọi M là điểm thay đổi trên (P) và có hoành độ là m ($-1 < m < 3$). Tìm m để diện tích tam giác ABM lớn nhất.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp (O;R). Gọi I là điểm bất kì trong tam giác ABC (I

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

không nằm trên các cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI cắt lần lượt BC, CA, AB tại M, N và P.

a) Chứng minh: $\frac{AI}{AN} + \frac{BI}{BN} + \frac{CI}{CN} = 2$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AM \cdot BN} + \frac{1}{BN \cdot CP} + \frac{1}{CP \cdot AM} \leq \frac{4}{3(R - OI)^2}$.

Câu 6: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A tù, nội tiếp (O;R). Gọi x, y, z là khoảng cách từ O đến các cạnh BC, CA, AB và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh $y + z - x = R + r$.

Câu 7: (2,0 điểm)

Cho x, y thỏa mãn $x, y \in \mathbb{R}$ và $0 \leq x, y \leq \frac{1}{2}$. Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{x}}{1+y} + \frac{\sqrt{y}}{1+x} \leq \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

ĐỀ SỐ 432

Câu 1 (2,5 điểm).

g) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x^2 - 5x + 6 + 3\sqrt{x^2 - 6x + 8}}{3x - 12 + (x - 3)\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$

h) Phân tích thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3$

Tìm x biết: $(x^2 + x + 2)^3 - (x + 1)^3 = x^6 + 1$

Câu 2 (2,0 điểm).

g) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$$

h) Giải phương trình: $\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^3 - (x-3)^3 = 16$

Câu 3 (2,0 điểm).

d) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$8x^2 + 23y^2 + 16x - 44y + 16xy - 1180 = 0.$$

b) Cho n là số nguyên dương và m là ước nguyên dương của $2n^2$. Chứng minh rằng $n^2 + m$ không là số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho đường tròn $(O; R)$ và AB là đường kính. Gọi d là đường trung trực của OB . Gọi M và N là hai điểm phân biệt thuộc đường thẳng d . Trên các tia OM , ON lấy lần lượt các điểm M' và N' sao cho $OM' \cdot OM = ON' \cdot ON = R^2$.

d) Chứng minh rằng bốn điểm M, N, M', N' thuộc một đường tròn.

b) Khi điểm M chuyển động trên d , chứng minh rằng điểm M' thuộc một đường tròn cố định.

c) Tìm vị trí điểm M trên d để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tìm vị trí điểm M trên d nhưng M không nằm trong đường tròn $(O; R)$ để tổng $MO + MA$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 điểm).

Trong các hình bình hành ngoại tiếp đường tròn $(O; r)$, hãy tìm hình bình hành có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 433

Bài 1:

1) Cho $A = \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + x^2\sqrt{4-x^2} + 6}{\sqrt{x+3} + 3} : \frac{x^2(\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}) + 3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2 + 5x + 6} + 6}$ với $-2 \leq x < 2$

a) Rút gọn A

b) Tìm GTLN của A

2) Cho a, b, c, x, y, z là các số thực thỏa mãn $ax^3 = by^3 = cz^3$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$. Chứng minh

rằng $\sqrt[3]{ax^2 + by^2 + cz^2} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$

Bài 2:

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + x = 2y^2 + xy + 2y \\ x^2 - x + \sqrt{2x-3} + \sqrt{2y+2} = 5 \end{cases}$

d) Giải phương trình $\left(x + \frac{5-x}{\sqrt{x+1}}\right)^2 + \frac{16\sqrt{x}(5-x)}{\sqrt{x+1}} - 16 = 0$

Bài 3:

c) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^3 = y^3 + xy + 3$

d) Chứng minh rằng với mọi số nguyên k , đa thức sau không thể có hai nghiệm nguyên phân biệt $P(x) = x^4 - 21x^3 + (2016+k)x^2 - 2017x + 3k$

Bài 4:

1) Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Điểm C cố định trên đoạn AB ($C \neq A, C \neq B$). Một dây cung PQ thay đổi luôn đi qua điểm C và không trùng với AB . Các đường thẳng BP, BQ cắt tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lần lượt ở H và K . Chứng minh rằng

a) Tích $AH \cdot AK$ không đổi

b) Tứ giác $PHKQ$ nội tiếp một đường tròn có tâm nằm trên một đường thẳng cố định

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2) Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH. Trên đoạn BH lấy điểm D ($D \neq B, D \neq H$). Trên tia AD lấy điểm M sao cho $CM = CB$, trên tia CD lấy điểm N sao cho $AN = AB$, biết cả M, N đều nằm ngoài tam giác ABC. Gọi P là chân đường vuông góc hạ từ A trên CN, Q là chân đường vuông góc hạ từ C trên AM. Hai đường thẳng AP, CQ cắt nhau ở K. Chứng minh rằng $KM = KN$

Bài 5:

Cho dãy số thực có thứ tự $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2016}$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_{2016} = 0 \\ |x_1| + |x_2| + \dots + |x_{2016}| = 2017 \end{cases}$$

Chứng minh rằng $x_{2016} - x_1 \geq \frac{2017}{1008}$

ĐỀ SỐ 434

Bài 1:

Cho $a = \frac{\sqrt{2}-1}{2}; b = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$. Tính $a^7 + b^7$

Bài 2:

c) Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị (d). Lập phương trình đường thẳng (d), biết (d) đi qua điểm $A(1; 2)$ và cắt trục hoành tại điểm B có hoành độ dương, cắt trục tung tại điểm C có tung độ dương thỏa mãn $OB + OC$ nhỏ nhất (O là gốc tọa độ)

d) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $3x - 16y - 24 = \sqrt{9x^2 + 16x + 32}$

Bài 3:

c) Giải phương trình $4x^3 + 5x^2 + 1 = \sqrt{3x+1} - 3x$

d) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^2\sqrt{2x-1} + \sqrt{3} = 5y^2 - \sqrt{6x-3} \\ 2y^4(5x^2 - 17x + 6) = 6 - 15x \end{cases}$$

Bài 4:

Cho điểm M thuộc nửa đường tròn (O) đường kính AB (M khác A, M khác B, $MA < MB$). Tia phân giác của góc AMB cắt AB tại C. Qua C vẽ đường vuông góc với AB cắt đường thẳng AM, BM thứ tự ở D, H

d) Chứng minh rằng $CA = CH$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

e) Gọi E là hình chiếu vuông góc của H trên tiếp tuyến tại A của (O), F là hình chiếu vuông góc của D trên tiếp tuyến tại B của (O). Chứng minh rằng E, M, F thẳng hàng

f) Gọi S_1, S_2 thứ tự là diện tích tứ giác ACHE và BCDF. Chứng minh rằng $CM^2 < \sqrt{S_1 S_2}$

Bài 5:

Cho $a, b, c \geq 1$ thỏa mãn $32abc = 18(a + b + c) + 27$. Tìm GTLN của

$$P = \frac{\sqrt{a^2 - 1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - 1}}{b} + \frac{\sqrt{c^2 - 1}}{c}$$

ĐỀ SỐ 435

Câu 1 (5 điểm)

Cho phân thức $P = \frac{n^3 + 2n^2 - 1}{n^3 + 2n^2 + 2n + 1} (n \in \mathbb{Z}; n \neq -1)$

c) Rút gọn P.

d) Chứng minh giá trị của phân thức trong câu a) tại n là một phân số tối giản.

Câu 2 (5 điểm)

c) Giải phương trình: $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x} = 2x-6$

d) Chứng minh $x = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ là nghiệm của phương trình $x^3 - 3x - 18 = 0$. Từ đó tính giá trị của x ở dạng thập phân.

Câu 3 (3 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3x^2 + 4y^2 + 6x + 3y - 4 = 0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắt các cạnh BC, AC, AB tại A_1, B_1, C_1 . Xác định vị trí của điểm M để

biểu thức $\frac{AM}{AA_1} + \frac{BM}{BB_1} + \frac{CM}{CC_1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC. Hai đường phân giác của các $\triangle ABD, \triangle ACE$ cắt nhau tại K.

c) Chứng minh $KE = KD$

d) chứng minh ba điểm M, N, K thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 436

Câu 1. (3,0 điểm)

Rút gọn biểu thức : $A = \frac{\sqrt{6+\sqrt{12}} - \sqrt{8} - \sqrt{24}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$

Câu 2. (4,0 điểm)

Giải phương trình : $\frac{2x}{x^2 - 4x + 7} + \frac{3x}{2(x^2 - 5x + 7)} = 1$

Câu 3. (5,0 điểm) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{1+x} + \sqrt{6-y} = m\sqrt{14} \\ \sqrt{6-x} + \sqrt{1+y} = m\sqrt{14} \end{cases}$$

c) Chứng minh rằng nếu hệ phương trình có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $(5-x_0; 5-y_0)$ cũng là nghiệm.

d) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($A < 90^\circ$), có BH là đường cao, BD là phân giác của $\angle B$ ($H, D \in AC$). Chứng minh rằng: $\frac{BH}{CD} > 1$

Câu 5. (5,0 điểm)

c) Cho 3 số dương a, b, c. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

d) Cho $\triangle ABC$ có AD là phân giác trong của góc A ($D \in BC$). Gọi k_a là khoảng cách từ D đến AB (hoặc AC). Tương tự, gọi BE là phân giác trong của góc B ($E \in AC$) và gọi k_b là khoảng cách từ E đến BA (hoặc BC), gọi CF là phân giác trong của góc C ($F \in AB$) và k_c là khoảng cách từ F đến CA (hoặc CB). Gọi h_a, h_b, h_c tương ứng là 3 chiều

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

cao kẻ từ các đỉnh A;B;C của tam giác đã cho. Tìm giá trị bé nhất của biểu

thức $\frac{k_a}{h_a} + \frac{k_b}{h_b} + \frac{k_c}{h_c}$

ĐỀ SỐ 437

Bài 1. (5,0 điểm)

a. Cho a và b là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 : 7$. Chứng minh rằng a và b đều chia hết cho 7.

b. Cho $A = n^{2012} + n^{2011} + 1$. Tìm tất cả các số tự nhiên n để A nhận giá trị là một số nguyên tố.

Bài 2. (4,5 điểm)

a. Giải phương trình: $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$

b. Cho x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn $xy + yz + zx = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$$

Bài 3. (4,5 điểm)

a) Cho các số thực x,y,z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z + xy + yz + zx = 6$. Chứng minh rằng:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$$

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức: $P = \frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + a^2}$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho đường tròn (O;R) và một dây BC cố định không đi qua O. Từ một điểm A bất kì trên tia đối của tia BC vẽ các tiếp tuyến AM,AN với đường tròn (M và N là các tiếp điểm, M nằm trên cung nhỏ BC). Gọi I là trung điểm của dây BC, đường thẳng MI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a. Chứng minh rằng NP//BC.

b. Gọi giao điểm của đường thẳng MN và đường thẳng OI là K. Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để tam giác ONK có diện tích lớn nhất.

ĐỀ SỐ 438

Bài 1

a) Cho các số thực khác 0 thỏa mãn $a+b+c=2014$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2014}$ Tính giá trị

$$M = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2014}}$$

b) Tìm số tự nhiên n để $5^{2n^2-6n+2} - 12$ là số nguyên tố

Bài 2

d) Giải phương trình $x^2 - 2x - 2\sqrt{2x+1} - 2 = 0$

e) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4z - 5 + 2xy \\ x^4 + y^4 = 9z - 5 - 4z^2 - 2x^2y^2 \end{cases}$$

Bài 3 :

Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $a+b+c=6$ và $0 \leq a,b,c \leq 4$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac$

Bài 4 :

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O) , tâm đường tròn nội tiếp (I) , tia AI cắt (O) ở M , kẻ đường kính MN , cắt BC tại P .

d) Chứng minh các tam giác MIB và MIC là tam giác cân .

e) Chứng minh $\sin \frac{BAC}{2} = \frac{IP}{IN}$

f) Giả sử ID và IE vuông góc với AB,AC sao cho D,E nằm lần lượt trên AB,AC . Gọi H,K lần lượt đối xứng với D,E qua I . Chứng minh rằng nếu $AB+AC=3BC$ thì bốn điểm B, C, H, K nằm trên một đường tròn.

Bài 5 :

c) Giải phương trình nghiệm tự nhiên $5^x - 2^y = 1$

d) Cho lục giác đều ABCDEF và điểm P nằm trong lục giác này . Các tia AP, BP, CP, DP, EP, FP cắt các cạnh đa giác ở $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$. Biết rằng cạnh lục giác

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ABCDEF là 1. Chứng minh lục giác $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$ có ít nhất một cạnh không nhỏ hơn 1

ĐỀ SỐ 439

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1} + \frac{\sqrt{n+1}+3}{\sqrt{n+1}-3} - \frac{n-\sqrt{n+1}+7}{n-2\sqrt{n+1}-2}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

a/ Rút gọn biểu thức $Q = \frac{P}{n+3\sqrt{n+1}+1}$ với $(n \in \mathbb{N}, n \neq 8)$

b/ Tìm tất cả các giá trị n ($n \in \mathbb{N}, n \neq 8$) sao cho P là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,0 điểm)

a/ Tìm x , biết: $2\sqrt{x+4} - 4\sqrt{2x-6} = x-7$

b/ Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x+6 = 4\sqrt{y-4} \\ y+10 = 6\sqrt{z-9} \\ z-16 = 2\sqrt{x-1} \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

a/ Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm $M(1;4)$. Biết rằng đồ thị của hàm số đã cho cắt trục Ox tại điểm P có hoành độ dương và cắt trục Oy tại điểm Q có tung độ dương. Tìm a và b sao cho $OP + OQ$ nhỏ nhất (với O là gốc tọa độ)

b/ Tìm số tự nhiên có 2 chữ số. Biết rằng nếu lấy tổng của 2 chữ số ấy cộng với 3 lần tích của 2 chữ số ấy thì bằng 17.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC , qua I vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CI , đường thẳng này cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại M và N .

a/ Chứng minh rằng hai tam giác IAM và BAI đồng dạng.

b/ Chứng minh rằng $\frac{AM}{BN} = \left(\frac{AI}{BI}\right)^2$.

Bài 5. (1,5 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC có $\angle BAC$ là góc tù. Vẽ các đường cao CD và BE của tam giác ABC (D nằm trên đường thẳng AB, E nằm trên đường thẳng AC). Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc của các điểm B và C trên đường thẳng DE. Biết rằng S_1 là diện tích tam giác ADE, S_2 là diện tích tam giác BEM và S_3 là diện tích tam giác CDN.

Tính diện tích tam giác ABC theo S_1, S_2, S_3 .

ĐỀ SỐ 440

Bài 1:(2.5đ)

f) Cho $x > 0; x \neq 1$. Chứng minh rằng: $\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1} < 1$

g) Cho $A = \left(\frac{2-\sqrt[3]{4x}}{x-\sqrt[3]{2x^2}}\right) : (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{x}) - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ với $x \neq 0; -2$. Tìm x nguyên sao cho A^3

nguyên.

Bài 2:(2đ)

a) Giải phương trình: $\sqrt{-2x^2+3x-1}+2=\sqrt{2x-1}+2\sqrt{1-x}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 4y^2(x-1) \\ y = 4z^2(y-1) \\ z = 4x^2(z-1) \end{cases}$$

Bài 3:(2đ)

Trên cùng mặt phẳng tọa độ, cho 2 hàm số $y=-2x+4$ và $y=mx+n$ có đồ thị là d và Δ

a) Tìm tất cả giá trị m, n để 2 đồ thị trên cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.

b) Khi d, Δ và Oy đồng quy, tìm m, n để Δ là phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Oy

Bài 4:(2đ)

Cho ΔABC cân tại A nội tiếp (O), $\angle BAC < 90^\circ$. K là điểm chính giữa cung AC. Trên cung KC nhỏ lấy D tùy ý (D khác C), vẽ đường kính DD'. BC cắt AD, AD' tại M, N. Gọi P là giao điểm AC và BD.

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa $\angle ABC, \angle APB, \angle CMD$

b) Khi D thay đổi, chứng minh MNDD' luôn nội tiếp đường tròn.

Bài 5:(1.5đ)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O), tiếp tuyến tại C cắt AB tại G. Qua A vẽ đường thẳng song song với CG cắt (O) tại điểm thứ hai M. Trên cung nhỏ BM lấy D tùy ý. Gọi E là điểm trên (O) sao cho $CE \parallel AD$, Gọi F là giao điểm CD và BE.

a) Chứng minh: $GF \parallel AD$

b) Khi D thay đổi, tìm quỹ tích điểm F.

ĐỀ SỐ 441

Câu 1:(2.0 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$

h) Rút gọn P.

i) Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2:(2.0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 4 = 0$

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 26m$

d) Tìm m nguyên để phương trình có hai nghiệm nguyên.

Câu 3:(3,5 điểm)

Cho tam giác ABC đều cố định nội tiếp trong đường tròn (O). Đường thẳng d thay đổi nhưng luôn đi qua A và cắt cung nhỏ AB tại điểm thứ hai là E ($E \neq A$). Đường thẳng d cắt hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại M và N; MC cắt BN tại F. Chứng minh rằng:

a) Tam giác CAN đồng dạng với tam giác BMA, tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN.

b) Tứ giác BMEF là tứ giác nội tiếp.

c) Chứng minh đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định khi d thay đổi nhưng luôn đi qua A.

Câu 4:(1,5 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 6$. Chứng minh rằng:

$$\frac{b+c+5}{1+a} + \frac{c+a+4}{2+b} + \frac{a+b+3}{3+c} \geq 6.$$

Dấu "=" xảy ra khi nào?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5:(1,0 điểm)

Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.

ĐỀ SỐ 442

Câu I (2đ):

Thực hiện phép tính:
$$\frac{\sqrt[4]{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1} + \sqrt[3]{(x+12)\sqrt{x}-6x-8}}{\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}}$$

Câu II (4đ):

a) Chứng minh rằng: $21^{39} + 39^{21} : 45$

b) Tìm a, b thuộc N^* sao cho: $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = \frac{2}{7}$

Câu 3 (6đ):

a) Giải phương trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

b) Tìm k để phương trình $x^2 - (2+k)x + 3k = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, sao cho $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 10

c) Cho biểu thức $A = x\sqrt{3+y} + y\sqrt{3+x}$, với $x, y \geq 0; x+y=2012$. Tìm GTNN của A

Câu 4 (5đ):

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác cắt nhau tại I .

a) Chứng minh tâm I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF

b) Giả sử $BAC = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác $AEOF$ theo R

Câu 5 (3đ):

Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác đều ABC . Một tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt các cạnh AB, AC của tam giác theo thứ tự ở P, Q . CMR:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) $PQ^2 + AP.AQ = AP^2 + AQ^2$

b) $\frac{AP}{BP} + \frac{AQ}{CQ} = 1$

ĐỀ SỐ 443

Bài 1: (4 điểm)

- 1) Chứng minh rằng nếu $a+b+c+d = 0$ thì $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(ac - bd)(b + d)$
- 2) Tìm một số gồm hai chữ số sao cho tỷ số giữa số đó với tổng hai chữ số của nó là lớn nhất.

Bài 2: (4 điểm)

- 1) Giải phương trình $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$
- 2) Trong một lớp học chỉ có hai loại học sinh là giỏi và khá. Nếu có 1 học sinh giỏi chuyển đi thì $\frac{1}{6}$ số học sinh còn lại là học sinh giỏi. Nếu có 1 học sinh khá chuyển đi thì $\frac{1}{5}$ số học sinh còn lại là học sinh giỏi. Tính số học sinh của lớp.

Bài 3: (4 điểm)

- 1) Cặp số (x, y) là nghiệm phương trình: $x^2 + 2xy - 4x + y = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của y .
- 2) Cho ba số thực $a, b, c \neq 0$ thỏa $a + b + c \neq 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh rằng trong ba số a, b, c có hai số đối nhau.

Bài 4: (5 điểm)

Cho $(O; R)$ có đường kính AB cố định; một đường kính CD thay đổi không vuông góc và không trùng AB . Vẽ tiếp tuyến (d) của đường tròn (O) tại B . Các đường thẳng AC, AD lần lượt cắt (d) tại E và F .

- 1) Chứng minh tứ giác $CEFD$ nội tiếp được trong đường tròn.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE. Chứng minh rằng I di động trên một đường thẳng cố định.

Bài 5: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có các đường phân giác trong BD và CE cắt nhau tại G. Chứng minh rằng nếu $GD = GE$ thì tam giác ABC cân tại A hoặc góc A bằng 60°

ĐỀ SỐ 444

Câu 1.(4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

2. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a + b = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Câu 2.(5,0 điểm)

5. Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt[4]{20 - x} = 4$

6. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x - 4)\sqrt{y - 3} + (y - 1)\sqrt{x + 2} = 7\sqrt{6} \\ 12x\sqrt{y - 4} + 4\sqrt{2}y\sqrt{x - 2} = 5xy \end{cases}$$

Câu 3.(3,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $A = (n - 2010)(n - 2011)(n - 2012)$ là một số chính phương.

Câu 4.(6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước). Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M nằm trên cạnh AB, N nằm trên cạnh AC, P và Q nằm trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC.

5. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.

6. Dựng hình vuông EFGH (E nằm trên cạnh AB, F nằm trên cạnh AC, G và H nằm trên cạnh BC) nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và compa. Tính diện tích của hình vuông đó.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5.(2,0 điểm)

Chứng minh rằng luôn tồn tại số nguyên dương tận cùng là 2012 chia hết cho 2011.

ĐỀ SỐ 445

Bài 1. (3 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n để hai số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của hai số nguyên dương nào đó.

Bài 2. (4 điểm)

Giả sử a là một nghiệm của phương trình $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$. không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{2a - 3}{\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3)} + 2a^2}$

Bài 3. (4 điểm)

a. Giải phương trình: $\sqrt{8x+1} = x^2 + 3x - 1$

b. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

Bài 4. (7 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua điểm M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Gọi D là điểm di động trên cung lớn AB (D không trùng A, B và điểm chính giữa của cung) và C là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với đường tròn $O;R$).

a. Giả sử H là giao điểm của các đường thẳng OM với AB . Chứng minh rằng $MH.MO = MC.MD$, từ đó suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác HCD luôn đi qua một điểm cố định.

b. Chứng minh rằng nếu AD song song với đường thẳng MB thì đường thẳng AC đi qua trọng tâm G của tam giác MAB .

c. Kẻ đường kính BK của đường tròn $(O;R)$, gọi I là giao điểm của các đường thẳng

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

MK và AB. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MBI theo R, khi biết $OM = 2R$.

Bài 5. (2 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $abc + a + b = 3ab$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{ab}{a+b+1}} + \sqrt{\frac{b}{bc+c+1}} + \sqrt{\frac{a}{ca+c+1}} \geq \sqrt{3}$$

ĐỀ SỐ 446

Bài 1: (4 điểm)

Cho phương trình $mx^2 + 2(m-2)x + m-3 = 0$ (x là ẩn số)

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

Bài 2: (4 điểm)

Giải các phương trình:

a) $\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+2} = 0$

b) $\sqrt{x - \sqrt{1-x}} + \sqrt{x} = 2$

Bài 3: (4 điểm)

a) Chứng minh rằng: $(a^2 - b^2)(c^2 - d^2) \leq (ac - bd)^2$ với a, b, c, d là các số thực.

b) Cho $a \geq 1, b \geq 1$. Chứng minh rằng: $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$

Bài 4: (2 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x - 2y + 3z$ biết x, y, z không âm và thỏa

hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 4y + 3z = 8 \\ 3x + y - 3z = 2 \end{cases}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: (2 điểm)

Chứng minh rằng phương trình $4x^2 + 4x = 8y^3 - 2z^2 + 4$ không có nghiệm nguyên.

Bài 6: (4 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB, bán kính R. Tiếp tuyến tại M bất kì thuộc đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến của đường tròn tại A và B lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh rằng: $AC \cdot BD = R^2$

b) Gọi I và J lần lượt là giao điểm của OC với AM và OD với BM. Chứng minh $IJ \parallel AB$.

c) Xác định vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tứ giác CIJD có bán kính nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 447

Bài 1. (2 điểm)

Tìm các số tự nhiên có hai chữ số, biết số đó chia cho tổng các chữ số của nó được thương là 4 và số dư là 3.

Bài 2. (6 điểm)

Giải các phương trình sau:

4. $x^3(x^3 + 7) = 8$

5. $\sqrt{3x+1} = \sqrt{x+4} + 1$

6. $2|x+2| + |x-1| = 5$

Bài 3. (3 điểm)

Cho Parabol (P): $y = 2x^2$. Trên (P) lấy điểm A có hoành độ bằng 1, điểm B có hoành độ bằng 2. Tìm m và n để đường thẳng (d): $y = mx + n$ tiếp xúc với parabol (P) và song song với đường thẳng AB.

Bài 4. (3 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$, với m là tham số thực.

a. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2

b. Tìm m để biểu thức $P = 6x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Các cạnh AB, BC, CA lần lượt tiếp xúc với đường tròn (O) tại D, E, F.

a. Chứng minh $DF \parallel BC$ và ba điểm A, O, E thẳng hàng, với O là tâm của đường tròn (O).

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- b. Gọi giao điểm thứ hai của BF với đường tròn (O) là M và giao điểm của DM với BC là N. Chứng minh tam giác BFC đồng dạng với tam giác DNB và N là trung điểm của BE.
- c. Gọi (O') là đường tròn qua ba điểm B, O, C. Chứng minh AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O').

Bài 6. (2 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi $h_a; h_b; h_c$ lần lượt là các đường cao ứng với các cạnh a, b, c . Tính số đo các góc của tam giác ABC biết $h_a + h_b + h_c = 9r$, với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

ĐỀ SỐ 448

Bài 1: (3 điểm)

- a) Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng lập phương của chúng chia hết cho 9.
- b) Viết các số tự nhiên lẻ liên tiếp từ 1 đến 2013 ta được số $A = 1357911...20112013$. Hỏi số A có bao nhiêu chữ số?

Bài 2: (5 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$

b) Giải bất phương trình: $\frac{x-1}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-1}$

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2-y} = 11 \end{cases}$$

Bài 3: (3 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m + 2 = 0$. Tìm m để phương trình:

- a) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 88$
- b) có đúng một nghiệm dương.

Bài 4: (3 điểm)

Hai thị xã A và B cách nhau 90 km. Một chiếc ô tô khởi hành từ A và một chiếc mô tô khởi hành từ B cùng một lúc và ngược chiều nhau. Sau khi gặp nhau, xe ô tô chạy thêm 30 phút nữa thì đến B, còn xe mô tô chạy thêm 2 giờ nữa thì đến A. Tìm vận tốc của mỗi xe (Giả sử rằng hai xe chuyển động đều)

Bài 5: (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho đường tròn tâm O. Hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của OA. Qua I vẽ dây cung MQ vuông góc với OA (M trên cung AC, Q trên cung AD). Đường thẳng vuông góc với MQ tại M cắt đường tròn (O) tại P.

a) Chứng minh rằng tứ giác PMIO là hình thang vuông và ba điểm P, O, Q thẳng hàng.

b) Gọi S là giao điểm của AP và CQ. Tính số đo $\angle CSP$

c) Gọi H là giao điểm của AP và MQ. Chứng minh rằng $MH.MQ = MP^2$

Bài 6: (2 điểm)

Cho a, b là hai số dương thỏa điều kiện $a + b \leq 1$. Chứng minh rằng: $ab + \frac{1}{ab} \geq \frac{17}{4}$.
Đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 449

Câu 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2$

1. Rút gọn P.

2. Tìm x để $P > 2\sqrt{x}$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

2. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c = 1$. Chứng minh rằng $\frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \geq 16$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho 100 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100. Xếp một cách tùy ý 100 số trên nối tiếp nhau thành một dãy các chữ số ta được số A. Hỏi A có chia hết cho 2007 không?

Câu 4. (5,0 điểm)

1. Giải phương trình $4x^2 + 10x + 9 = 5\sqrt{2x^2 + 5x + 3}$.

2. Giả sử bộ ba số thực (x, y, z) thỏa mãn hệ:
$$\begin{cases} x+1 = y+z \\ xy + z^2 - 7z + 10 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

Tìm tất cả các bộ ba (x, y, z) thỏa mãn hệ (I) sao cho $x^2 + y^2 = 17$.

Câu 5. (5,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC vuông ở A và đường cao AH. Một đường tròn đi qua B và C cắt AB, AC lần lượt ở M và N. Vẽ hình chữ nhật AMDC.

a) Chứng minh rằng $\frac{AM}{CH} = \frac{AN}{AH}$.

b) Chứng minh rằng HN vuông góc với HD.

ĐỀ SỐ 450

Bài 1 (5 điểm)

a) Tìm các số thực a,b sao cho đa thức $4x^4 - 11x^3 - 2ax^2 + 5bx - 6$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 3$

b) Cho biểu thức $P = (a^{2013} - 8a^{2012} + 11a^{2011}) + (b^{2013} - 8b^{2012} + 11b^{2011})$. Tính giá trị của P với $a = 4 + \sqrt{5}$ và $b = 4 - \sqrt{5}$

Bài 2 (5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 6x^2 - y^2 - xy + 5x + 5y - 6 = 0 \\ 20x^2 - y^2 - 28x + 9 = 0 \end{cases}$$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $6x^2 + 10y^2 + 2xy - x - 28y + 18 = 0$

Bài 3 (2 điểm). Cho 3 số thực dương a,b,c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 3$. Chứng minh:

$$\frac{27a^2}{c(c^2 + 9a^2)} + \frac{b^2}{a(4a^2 + b^2)} + \frac{8c^2}{b(9b^2 + 4c^2)} \geq \frac{3}{2}$$

Bài 4 (7 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) và $AB < AC$. Các đường cao AD, BE, CF gặp nhau tại H. Gọi I là giao điểm hai đường thẳng EF và CB. Đường thẳng AI cắt (O) tại M (M khác A)

a) Chứng minh năm điểm A, M, F, H, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi N là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm M,H,N thẳng hàng.

c) Chứng minh $BM.AC + AM.BC = AB.MC$

Bài 5 (1 điểm). Cho 2013 điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2013}$ và đường tròn (O;1) tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng. Chứng minh trên đường tròn (O;1) đó, ta luôn có thể tìm được một điểm M sao cho $MA_1 + MA_2 + \dots + MA_{2013} \geq 2013$

ĐỀ SỐ 451

Câu 1: (5,0 điểm)

1. Chứng minh $n^5 + 5n^3 - 6n$ chia hết cho 30, với mọi số nguyên dương n.

3. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x;y) sao cho $x^2 + 8y$ và $y^2 + 8x$ là các số chính phương

Câu 2: (5,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1. Giải phương trình $\sqrt{2x - \frac{3}{x}} + \sqrt{\frac{6}{x} - 2x} = 1 + \frac{3}{2x}$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{4x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \\ \sqrt{\frac{5y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \end{cases}$$

Câu 3: (3,0 điểm)

Với các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

1. Chứng minh $x + y + z \leq 2 + xy$

2. Tìm GTLN và GTNN của biểu thức $P = \frac{x}{2+yz} + \frac{y}{2+zx} + \frac{z}{2+xy}$

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($BC > CA > AB$) nội tiếp đường tròn (O) và có trục tâm H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC cắt tia phân giác góc ABC tại điểm thứ hai M. Gọi P là trục tâm tam giác BCM

1. Chứng minh bốn điểm A, B, C, P cùng thuộc một đường tròn
2. Đường thẳng H song song với AO cắt cạnh BC tại E. Gọi F là điểm trên cạnh BC sao cho $CF = BE$. Chứng minh ba điểm A, F, O thẳng hàng
3. Gọi N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM. Chứng minh $PN = PO$

Câu 5: (1,0 điểm)

Trên bàn có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Hai người A và B lần lượt mỗi người lấy một tấm thẻ trên bàn sao cho nếu người A lấy tấm thẻ đánh số n thì đảm bảo người B chọn được tấm thẻ đánh số $2n+2$. Hỏi người A có thể lấy được nhiều nhất bao nhiêu tấm thẻ trên bàn thỏa mãn yêu cầu trên?

ĐỀ SỐ 452

Câu 1: (3 điểm)

Chứng minh rằng $A = 3^{6k+2} + 3^{3k+1} + 1$ chia hết cho 13

Câu 2: (4 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x^3-x}}{\sqrt{x}-1}$

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức A xác định.
- b) Rút gọn biểu thức A
- c) Tìm giá trị của x khi $A = 4$
- d) Tìm các giá trị nguyên dương của x để sao cho A có giá trị nguyên.

Câu 3: (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Cho $a > 0, b > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \frac{(x+a)(x+b)}{x}; \quad (x > 0)$$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \frac{\sqrt{x-9}}{5x}$

Câu 4: (4 điểm)

a) giải phương trình: $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x-8}$

b) Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $y = mx + 1$ và $y = (3m - 4)x - 2$ vuông góc với nhau.

Câu 5: (5 điểm)

Cho đường tròn tâm O , điểm K nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AOC tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C cắt AB ở E . Chứng minh rằng:

a) $\triangle KBC \sim \triangle OBE$.

b) CK vuông góc với OE .

ĐỀ SỐ 453

Câu 1 (4 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$ với $x \geq 4$.

b) Cho a, b, c, d, e, f là các số thực khác 0, thỏa mãn $\frac{a}{d} + \frac{b}{e} + \frac{c}{f} = 1$ và $\frac{d}{a} + \frac{e}{b} + \frac{f}{c} = 0$.

$$\text{Tính giá trị của biểu thức } B = \frac{a^2}{d^2} + \frac{b^2}{e^2} + \frac{c^2}{f^2}.$$

Câu 2 (4 điểm).

a) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n^2 - 14n - 256$ là một số chính phương.

b) Cho a là số tự nhiên lớn hơn 5 và không chia hết cho 5.

Chứng minh rằng $a^{8n} + 3a^{4n} - 4$ chia hết cho 5, với mọi số tự nhiên n .

Câu 3 (6 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+2014} = 2014$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2xy - z^2 = 4 \end{cases}$$

c) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Chứng minh rằng $abc + 2(1 + a + b + c + ab + ac + bc) \geq 0$.

Câu 4 (3 điểm).

a) Cho hình bình hành $ABCD$, các điểm M và N theo thứ tự thuộc các cạnh AB và BC sao cho $AN = CM$. Gọi K là giao điểm của AN và CM . Chứng minh rằng KD là tia phân giác của góc AKC .

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Cho ΔABC vuông ở A ($AB < AC$). Biết $BC = 4 + 4\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng 2. Tính số đo góc B và góc C của ΔABC .

Câu 5 (3 điểm).

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O. Trên cạnh BC lấy một điểm D tùy ý (D khác B và C). Đường tròn tâm O_1 qua D và tiếp xúc với AB tại B; đường tròn tâm O_2 qua D và tiếp xúc với AC tại C; hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai là E.

a) Chứng minh rằng khi D di động trên cạnh BC thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

b) Giả sử ΔABC cân tại A, chứng minh rằng tích $AD \cdot AE$ không phụ thuộc vào vị trí điểm D trên cạnh BC.

ĐỀ SỐ 454

Bài 1 : (1,5 điểm) Rút gọn biểu thức

a) $A = 4\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{57+40\sqrt{2}}$

b) $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}$

Bài 2 : (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng biểu thức $M = \frac{x^5}{30} - \frac{x^3}{6} + \frac{2x}{15}$ luôn nhận giá trị nguyên với mọi $x \in \mathbb{Z}$

b) Tìm số tự nhiên gồm bốn chữ số $\overline{abcd}$ biết rằng nó là một số chính phương ; chia hết cho 9 và d là một số nguyên tố .

Bài 3 : (1, 5 điểm) Với mọi $a, b \in \mathbb{R}$. Chứng minh :

a) $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$

b) $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$

Bài 4 : (2,0 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $N = x + \sqrt{2-x}$

b) Giải phương trình nghiệm nguyên :

$$5x^2 + 9y^2 - 12xy + 8 = 24(2y - x - 3)$$

Bài 5 : (1,5 điểm)

Cho hình bình hành ABCD , trên cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M , K sao cho $AM = CK$. Lấy điểm P nằm trên cạnh AD ($P \neq A$; $P \neq D$). Nối PB , PC cắt MK tại E , F . Chứng minh $S_{PEF} = S_{BME} + S_{CKF}$

Bài 6 : (1,5 điểm)

Cho hình thoi ABCD có $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Tia Ax tạo với tia AB một góc $\widehat{BAx} = 15^\circ$ và cắt cạnh BC tại M , cắt đường thẳng CD tại N . Chứng minh $\frac{4}{AB^2} = \frac{3}{AM^2} + \frac{3}{AN^2}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 455

Bài 1: (2,0đ)

Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

Bài 2: (5,0đ) Cho parabol(P): $y = \frac{1}{4}x^2$

a. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua 2 điểm A và B thuộc (P) và có hoành độ lần lượt là 2 và -4.

b. Tìm điểm C trên cung AB của (P) sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất

Bài 3: (4,0đ)

Cho tam giác ABC vuông cân tại B, nội tiếp đường tròn (O;R). Trên cung AC có chứa điểm B, lấy 1 điểm D tùy ý; trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho DE = DC.

a. Chứng minh rằng trung điểm I của EC và điểm D thẳng hàng với 1 điểm thứ ba cố định.

b. Tìm tập hợp các điểm E khi D di động trên cung ABC.

c. Xác định vị trí của D trên cung ABC để độ dài AE lớn nhất, tính độ dài ấy theo R.

Bài 4: (4,0 đ)

Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều. Điểm A' cách đều các điểm A, B, C.

a. Chứng minh rằng chân đường cao hạ từ đỉnh A' của lăng trụ trùng với tâm của đáy ABC

b. Chứng minh rằng mặt bên BCC'B' của lăng trụ là hình chữ nhật.

Bài 5: (5,0 đ)

a. Giải phương trình: $(x - 1)(x - 3)(x - 4)(x - 6) + 9 = 0$

b. Tìm nghiệm nguyên d-ong của phương trình $2x^2 + 7xy + 6y^2 = 60$

ĐỀ SỐ 456

Bài 1: (5,0 điểm)

a. Tìm các số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng: số đó là số chẵn, chia hết cho 11 và tổng các chữ số của số đó cũng chia hết cho 11.

b. Chứng tỏ rằng: $\sqrt[3]{7 - \sqrt{50}} + \sqrt[3]{7 + \sqrt{50}}$ là số tự nhiên.

Bài 2: (3,0 điểm) Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + 3 = 2\sqrt{x^2 - x + 1} + 9x$$

Bài 3: (3,0 điểm) Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn: $a^2 + b^2 = 1$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Chứng minh : $1 \leq a + b \leq \sqrt{2}$

Bài 4: (3,0 điểm) Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$.

Chứng minh rằng: Nếu $x + y + z > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

thì trong ba số x, y, z có duy nhất một số lớn hơn 1.

Bài 5: (6,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB và dây cung CD (C, D không trùng với A, B). Gọi M là giao điểm các tiếp tuyến của đường tròn tại C, D; N là giao điểm các dây cung AC, BD. Đường thẳng qua N vuông góc với NO cắt AD, BC lần lượt tại E, F. Chứng minh:

a. MN vuông góc với AB.

b. $NE = NF$.

ĐỀ SỐ 457

Câu 1 : (3 điểm) Cho hệ phương trình với tham số a :

$$\begin{cases} x + 4|y| = |x| \\ |y| + |x - a| = 1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi $a = -2$.

b) Tìm các giá trị của tham số a để hệ phương trình có đúng hai nghiệm.

Câu 2 : (2 điểm)

a) Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$A = -z^2 + z(y + 1) + xy.$$

b) Cho tứ giác ABCD (hai cạnh AB và CD có cùng độ dài) nội tiếp đường tròn bán kính 1. Chứng minh rằng nếu tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn bán kính

$$r \text{ thì } r \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 3 : (2 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho phương trình $499(1997^n + 1) = x^2 + x$ có nghiệm nguyên.

Câu 4 : (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ($AC > BC$). Đường tròn (O) đường kính CD cắt hai cạnh AC và BC lần lượt tại E và F (D là hình chiếu vuông góc của C lên AB). Gọi M là giao điểm thứ hai của đường thẳng BE với đường tròn (O), hai đường thẳng AC và MF cắt nhau tại K, giao điểm của đường thẳng EF và BK là P.

a) Chứng minh bốn điểm B, M, F và P cùng thuộc một đường tròn.

b) Giả sử ba điểm D, M và P thẳng hàng. Tính số đo góc của tam giác ABC.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- c) Giả sử ba điểm D, M và P thẳng hàng, gọi O là trung điểm của đoạn CD. Chứng minh rằng CM vuông góc với đường thẳng nối tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MEO với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MFP.

ĐỀ SỐ 458

Bài 1: (2,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1+x\sqrt{x}}{x-1} + 1 \right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$.

b) Cho $4x - y = 8$, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{y+8}{x} + \frac{3x-2y+4}{y-8}$.

Bài 2: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $(2x+1)\sqrt{x} = x^2 + 2$.

b) Giả sử hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{3} - \frac{z}{12} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{10} + \frac{z}{5} = 1 \end{cases}$$
 có nghiệm $(x; y; z)$.

Chứng tỏ $x + y + z$ không đổi.

Bài 3: (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = |x|$ có đồ thị là (G). Trên đồ thị (G) lấy hai điểm A, B có hoành độ lần lượt là -1 và 3.

- a) Vẽ đồ thị (G) và viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A và B.
b) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d).

Bài 4: (3,0 điểm)

a) Cho một điểm P ngoài đường tròn tâm O, kẻ tiếp tuyến PA với đường tròn. Từ trung điểm B của đoạn PA kẻ cát tuyến BCD (C nằm giữa B và D). Các đường thẳng PC và PD lần lượt cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai E và F. Chứng minh $\widehat{DCE} = \widehat{DPE} + \widehat{CAF}$ và tam giác PBC đồng dạng tam giác DBP.

b) Cho tam giác ABC thỏa điều kiện $BC > CA > AB$. Trong tam giác ABC lấy điểm O tùy ý. Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm O trên các đường thẳng BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

$$OI + OJ + OK < BC$$

ĐỀ SỐ 459

Câu 1 : (2 điểm)

a) Tìm cặp số tự nhiên x, y thỏa mãn phương trình: $100^x + y^2 + 3y = 109$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- b) Hãy viết các đa thức $x^3 + 4x^2 + 6x + 4$ thành tổng các lũy thừa giảm dần của $x + 1$

Câu 2 : (2,5 điểm)

Cho biểu thức:
$$P = \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy} - 1} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$$

- a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P.
b) Tìm giá trị lớn của biểu thức P.

Câu 3 : (1 điểm)

Cho các cặp số thỏa mãn điều kiện: $|x+y| \leq 2$ và $|x-y| \leq 2$

Tìm giá trị lớn của biểu thức: $P = 19x^2 + 5y^2 + 2010(x+y)^2$

Câu 4 : (2 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A.

- a) Chứng minh hệ thức: $\sin^2 B + \sin^2 C = 1$

- b) Chứng minh rằng: $\sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} < \frac{\sqrt{2}}{8}$

Câu 5 : (2,5 điểm)

Cho nửa (O, R) đường kính AB và một điểm M di động trên nửa đường tròn đó (M không trùng A và B). Vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Tia AM cắt By tại C, tia BM cắt Ax ở D. Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại M cắt Ax, By lần lượt tại E và F.

- a) Chứng minh rằng: $AD \cdot BC = 4R^2$
b) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn để diện tích tứ giác ABCD nhỏ nhất. Tính diện tích tứ giác đó.

ĐỀ SỐ 460

Câu 1. (3 điểm)

Cho biểu thức
$$P = \frac{x}{\sqrt{xy} + y} + \frac{y}{\sqrt{xy} - x} - \frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$
 với $x > 0, y > 0, x \neq y$.

- a, Rút gọn biểu thức P.

- b, Chứng minh rằng P có giá trị không đổi nếu $\frac{x}{y} = \frac{x+1}{y+5}$

Câu 2. (2,5 điểm)

- a, Cho các số $a, b, c \neq 0$, thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a+b+c = abc$

Tính giá trị của biểu thức
$$P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

- b, Chứng minh rằng với a, b, c là các số d-ơng bất kỳ, ta có:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$$

Câu 3. (3 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác đều ABC, đường cao AD, trực tâm H. Từ điểm M bất kỳ trên cạnh BC, kẻ $ME \perp AB$ và $MF \perp AC$, ($E \in AB$, $F \in AC$); I là trung điểm của AM, O là giao điểm của EF và ID.

Chứng minh:

- $\triangle DIF$ đều.
- $EF \perp ID$ tại O
- Ba điểm H, O, M thẳng hàng

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A, có góc A nhỏ hơn 90° . Từ B kẻ $BM \perp AC$, (điểm M $\in AC$). Chứng minh $\frac{AM}{MC} + 1 = 2 \left(\frac{AB}{BC} \right)^2$.

ĐỀ SỐ 461

Bài 1 (4,0 điểm)

- Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn $6x + 5y + 18 = 2xy$
- Cho biểu thức $A = \frac{a^3}{24} + \frac{a^2}{8} + \frac{a}{12}$ với a là số tự nhiên chẵn.
Hãy chứng tỏ A có giá trị nguyên.

Bài 2 : (4,0 điểm)

- Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $2x^3 - 9x^2 + 13x - 6$
- Tính giá trị của biểu thức $M = x^3 - 6x$ với $x = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$

Bài 3 : (5,0 điểm)

- Giải phương trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x} = \sqrt{x^2 - 8x + 24}$
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ xy + \frac{1}{xy} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 4 (5,0 điểm)

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$; $\hat{A} < 90^\circ$), một đường tròn (O) tiếp xúc với AB, AC tại B và C. Trên cung BC nằm trong tam giác ABC lấy một điểm M ($M \neq B; C$). Gọi I; H; K lần lượt là hình chiếu của M trên BC; CA; AB và P là giao điểm của MB với IK, Q là giao điểm của MC với IH.

- Chứng minh rằng tia đối của tia MI là phân giác của góc HMK.
- Chứng minh $PQ \parallel BC$.
- Gọi (O_1) và (O_2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp $\triangle MPK$ và $\triangle MQH$. Chứng minh rằng PQ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O_1) và (O_2) .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

d) Gọi D là trung điểm của BC; N là giao điểm thứ hai của $(O_1), (O_2)$ Chứng minh rằng M, N, D thẳng hàng.

Bài 5 (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn và O là một điểm nằm trong tam giác. Các tia AO, BO, CO lần lượt cắt BC, AC, AB tại M, N, P. Chứng minh :

$$\frac{AM}{OM} + \frac{BN}{ON} + \frac{CP}{OP} \geq 9$$

ĐỀ SỐ 462

Bài 1: (5 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$

b) Giải phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 11 \\ x + xy + y = 3 + 4\sqrt{2} \end{cases}$$

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Chứng minh rằng trong 8 số tự nhiên có ba chữ số bất kỳ, bao giờ cũng tìm được hai số mà khi viết chúng liền nhau ta được một số có 6 chữ số chia hết cho 7.

b) Cho hai số thực x, y dương thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 - xy = 4$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = x^2 + y^2$.

Bài 3: (4 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình

$$y = mx - 1 \quad (m \text{ là tham số})$$

a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi hoành độ giao điểm của A và B lần lượt là $x_1; x_2$. Chứng minh rằng : $|x_1 - x_2| \geq 2$.

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho ΔABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là trung điểm của cạnh AB và E là trọng tâm của ΔACD . Chứng minh rằng : $OE \perp CD$.

Bài 5: (4 điểm)

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB cố định và đường kính CD thay đổi (CD không trùng với AB). Vẽ tiếp tuyến (d) với đường tròn (O;R) tại B. Các đường thẳng AC, AD lần lượt cắt đường thẳng (d) tại P và Q.

a) Chứng minh tứ giác CPQD là một tứ giác nội tiếp.

b) Gọi E là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔCDP . Chứng minh rằng khi đường kính CD thay đổi (CD không trùng với AB) thì E di chuyển trên một đường thẳng cố định.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 463

Bài 1: a) Tính giá trị biểu thức: $M = (x-y)^3 + 3(x-y)(xy+1)$, biết

$$x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} - \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}, y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$$

b) Giải phương trình: $\frac{2x}{x^2-x+1} - \frac{x}{x^2+x+1} = \frac{5}{3}$

Bài 2: a) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3 = 4x & (1) \\ x^3 + 12x + y^3 = 6x^2 + 9 & (2) \end{cases}$$

b) Tìm các số tự nhiên a, b, c phân biệt sao cho biểu thức sau nhận giá trị nguyên

$$P = \frac{(ab-1)(bc-1)(ca-1)}{abc}$$

Bài 3: Tam giác ABC có chu vi bằng 1, các cạnh a, b, c thỏa mãn đẳng thức:

$$\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = \frac{3}{2}$$

Chứng minh tam giác ABC đều.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy M bất

kỳ trên đoạn thẳng AD (M không trùng với A). Gọi N, P theo thứ tự là hình chiếu

vuông góc của M xuống các cạnh AB, AC và H là hình chiếu vuông góc của

N xuống đường thẳng PD.

a) Chứng minh AH vuông góc với BH

b) Đường thẳng qua B song song với AD cắt đường trung trực của AB tại I.

Chứng minh ba điểm H, N, I thẳng hàng.

Bài 5: Các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F = \frac{x^4}{(x^2+y^2)(x+y)} + \frac{y^4}{(y^2+z^2)(y+z)} + \frac{z^4}{(z^2+x^2)(z+x)}$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 464

Câu 1 (4 điểm). Cho phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ (1)

(x là ẩn số, m là tham số).

1. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Tìm m để $|x_1 - x_2| = 17$.

Câu 2 (4 điểm). Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x - 1)}{\sqrt{x} - 1}$ ($x > 0, x \neq 1$).

1. Rút gọn P .

2. Tìm giá trị của x để $P = 3$.

Câu 3 (4 điểm).

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + xy = 7 \\ x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 3(x + y) = 70 \end{cases}$$

2. Giải phương trình: $(\sqrt{x + 5} - \sqrt{x + 2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$.

Câu 4 (5 điểm). Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định. Ax và Ay là hai tia thay đổi luôn tạo với nhau góc 60° , nằm về hai phía của AB , cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N . Đường thẳng BN cắt Ax tại E , đường thẳng BM cắt Ay tại F . Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng EF .

1. Chứng minh rằng $\frac{EF}{AB} = \sqrt{3}$.

2. Chứng minh $OMKN$ là tứ giác nội tiếp.

3. Khi tam giác AMN đều, gọi C là điểm di động trên cung nhỏ AN ($C \neq A, C \neq N$). Đường thẳng qua M và vuông góc với AC cắt NC tại D . Xác định vị trí của điểm C để diện tích tam giác MCD là lớn nhất.

Câu 5 (3 điểm).

1. Cho các số thực m, n, p thỏa mãn: $n^2 + np + p^2 = 1 - \frac{3m^2}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $S = m + n + p$.

2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{(ab + a + 1)^2} + \frac{b}{(bc + b + 1)^2} + \frac{c}{(ca + c + 1)^2} \geq \frac{1}{a + b + c}.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 465

Bài 1. (4 điểm)

1) Cho $a > 2$ rút gọn biểu thức: $A = \frac{1}{a} \left(\frac{(a-1)\sqrt{a-1}+1}{\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}} + \frac{(a-1)\sqrt{a-1}-1}{\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}} \right)$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 3x\sqrt{y} + 3\sqrt{y} = 1 \\ \frac{16}{x} - 3\sqrt{y} = 5 \end{cases}$$

Bài 2. (4 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 + (2m+1)x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$, tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 5$
- 2) Với số thực b sao cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + 2017$ đạt giá trị nhỏ nhất là một số thực dương. Chứng minh rằng phương trình $x^2 - 12\sqrt{10}x + b = 0$ và phương trình $x^2 - 12\sqrt{10}x - b = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Bài 3. (4 điểm)

- 1) Tìm số nguyên x, y thỏa mãn: $1 + 2^x = y^2$
- 2) Với mọi số nguyên dương n sao cho $M(n) = 2^{2n} + 2^{4n^4 - 2n^2 + 1}$. Chứng minh rằng $2^{M(n)} - 8$ chia hết cho 31.

Bài 4. (4 điểm)

Cho đường tròn tâm (O) với dây AB cố định không qua tâm O. Gọi I là trung điểm của AB. Gọi C và E là hai điểm thuộc cung nhỏ AB sao cho các góc CIA và góc EIB là các góc nhọn. Gọi D là giao của CI và (O). Gọi F là giao của EI và đường tròn (O). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C và D cắt nhau tại M. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E và F cắt nhau tại N. Kẻ OM cắt CD tại P và ON cắt EF tại Q. Chứng minh rằng:

- 1) Tứ giác PQNM nội tiếp.
- 2) AB song song với MN.

Bài 5. (2 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại C có góc ở đỉnh bằng 36° . Chứng minh rằng

$$\frac{AB}{AC} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Bài 6. (2 điểm)

Cho a và b là hai số thực thay đổi sao cho $1 \leq a \leq 2$ và $1 \leq b \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \left(a + b^2 + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b} \right) \left(b + a^2 + \frac{4}{b^2} + \frac{2}{a} \right)$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 466

Câu 1: (5,0 điểm)

a) Cho $x > 0, y > \sqrt{x}$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{y+\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{y+\sqrt{y^2-x}}{2}} + \sqrt{\frac{y-\sqrt{y^2-x}}{2}}; \quad \sqrt{y-\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{y+\sqrt{y^2-x}}{2}} - \sqrt{\frac{y-\sqrt{y^2-x}}{2}}$$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} \left(\sqrt{(1+a)^3} - \sqrt{(1-a)^3} \right)}{2+\sqrt{1-a^2}}$

Câu 2: (4,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - 12x = y^3 - 12y \\ x^2 + 5y^2 = 6 \end{cases}$$

Câu 3: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác. Tia Mx song song với AB cắt BC tại D, tia My song song với BC cắt AC tại E và tia Mz song song với AC cắt AB tại F. Chứng minh rằng:

$$3S_{DEF} \leq S_{ABC} \quad (S_{ABC} : \text{diện tích tam giác ABC}, S_{DEF} : \text{diện tích tam giác DEF})$$

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, một dây cung AB cách tâm O một khoảng d ($0 < d < R$). Hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ tiếp xúc ngoài nhau tại M, tiếp xúc với AB lần lượt tại C, D và tiếp xúc trong với đường tròn (O) lần lượt tại các điểm E, F. ($O_1; O_2$ và O cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ AB)

a) Gọi N là trung điểm của cung nhỏ AB. Chứng minh: $NC \cdot NE = ND \cdot NF$.

b) Khi hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ thay đổi, điểm M chạy trên đường nào?

Câu 5: (3,5 điểm) Gọi $S(n)$ là tổng các chữ số của số tự nhiên n . Hãy tìm số tự nhiên n biết $S(n) = n^2 - 2015n + 8$ và $0 < S(n) \leq n$

ĐỀ SỐ 467

Bài 1: (8 điểm)

Cho phương trình $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ (1).

5. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

6. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3 + x_2^3 = \frac{5}{2}$.

7. Giả sử phương trình (1) có hai nghiệm không âm. Tìm giá trị của m để nghiệm dương của phương trình đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2: (4 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 4x - x^2$ (2)

Bài 3: (8 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC có $\angle C = 60^\circ$; $BC = a$; $AB = c$ (a, c là hai độ dài cho trước), Hình chữ nhật MNPQ có đỉnh M trên cạnh AB, N trên cạnh AC, P và Q ở trên cạnh BC được gọi là hình chữ nhật nội tiếp trong tam giác ABC.

3. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để hình chữ nhật MNPQ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.
4. Dựng hình vuông EFGH nội tiếp trong tam giác ABC bằng thước kẻ và compa. Tính diện tích của hình vuông đó.

ĐỀ SỐ 468

Bài 1: (4đ)

Rút gọn biểu thức:

a) $N = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

b) $P = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

Bài 2: (5đ)

1. Giải phương trình:

$$\sqrt{y^2 - \frac{7}{y^2}} + \sqrt{y - \frac{7}{y^2}} = y$$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

3. Cho $x > 0$, $y > 0$ thỏa mãn $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy$$

Bài 3: (3đ)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm A(2;2) và B(5;5).

1. Xác định hàm số có đồ thị đi qua hai điểm A, B và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Một đường tròn đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với chiều dương của trục Ox tại điểm C. Hãy tính OA, OB và hoành độ x của tiếp điểm C.

Bài 4: (4đ)

Từ điểm P nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R kẻ hai tiếp tuyến PA và PB với A, B là các tiếp điểm. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ điểm A đến đường kính BC; E là giao điểm của PC và AH.

1. Chứng minh $AE = EH$.
2. Tính AH theo R và $PO = d$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: (4đ)

Cho tam giác ABC có phân giác trong CD và ngoài CE bằng nhau (D, E thuộc AB), nội tiếp đường tròn (O; R).

1. Chứng minh: $\angle ABC = 90^\circ + \angle BAC$.
2. Chứng minh hệ thức: $AC^2 + BC^2 = 4R^2$.

ĐỀ SỐ 469

Bài 1: (4 đ)

1) Cho biểu thức $B = \frac{|x-10|}{x^4 + 9x^3 - 9x^2 + 9x - 10}$

- a) Tìm điều kiện có nghĩa của B
- b) Rút gọn B

2) Chứng minh rằng $A = n^8 + 4n^7 + 6n^6 + 4n^5 + n^4$ chia hết cho 16 với mọi n là số nguyên.

Bài 2: (4 đ)

1) Cho đa thức bậc hai $P(x) = ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c biết $P(0)=33$; $P(1)=10$; $P(2)=2007$

2) Chứng minh rằng: $(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) \leq abc$ với a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác.

Bài 3: (2 đ)

Cho $\frac{2x + 2\sqrt{x} + 13}{(\sqrt{x} - 2)(x+1)^2} = \frac{A}{\sqrt{x} - 2} + \frac{B\sqrt{x} + C}{x+1} + \frac{D\sqrt{x} + E}{(x+1)^2}$. Tìm các số A, B, C, D, E để đẳng thức trên là đẳng thức đúng với mọi $x > 0$ và $x \neq 4$

Bài 4: (6 đ)

Cho đoạn thẳng AC=m. Lấy điểm B bất kì thuộc đoạn AC ($B \neq A$, $B \neq C$). Tia Bx vuông góc với AC. Trên tia Bx lần lượt lấy các điểm D và E sao cho $BD=BA$ và $BE=BC$.

- a) Chứng minh rằng $CD=AE$ và $CD \perp AE$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE, CD. Gọi I là trung điểm của MN. chứng minh rằng khoảng cách từ điểm I đến AC không đổi khi B di chuyển trên đoạn AC.

c) Tìm vị trí của điểm B trên đoạn AC sao cho tổng diện tích hai tam giác ABE và BCD có giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất này theo m.

Bài 5: (4 đ)

Cho hình vuông ABCD. trên cạnh AB lấy điểm M. Vẽ BH vuông góc với CM. Nối DH, vẽ HN vuông góc DH (N thuộc BC).

a) Chứng minh rằng $\triangle DHC$ đồng dạng với $\triangle NHB$

b) Chứng minh rằng $AM \cdot NB = NC \cdot MB$

ĐỀ SỐ 470

Bài 1 (4 điểm)

a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^2 - 3x + 1 = y^2$.

b) Chứng minh rằng nếu mỗi số tự nhiên a và b đều là tổng của hai số chính phương thì ab cũng là tổng của hai số chính phương.

Bài 2 (4 điểm)

1) Cho biểu thức:
$$A = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{xy\sqrt{xy}} : \left[\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{1}{x + y + 2\sqrt{xy}} + \frac{2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \right]$$

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của biểu thức A với $x = 4 - \sqrt{7}$ và $y = 4 + \sqrt{7}$

2) Đa thức f(x) khi chia cho $x - 5$ được số dư là 14 và khi chia cho $x + 1$ được số dư là 2.

Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức f(x) cho đa thức: $x^2 - 4x - 5$.

Bài 3 (4,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 4m + 7 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 12$.

c) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức: $A = x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 4 (6,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Vẽ các đường cao AD, BE, CF. Vẽ đường kính AK của đường tròn tâm O.

a) Chứng minh: $AB.AC = AD.AK$ và $S_{ABC} = \frac{AB.BC.CA}{4R}$

b) Chứng minh: OA vuông góc với EF

c) Vẽ đường tròn (I) đi qua B, C và tiếp xúc với AB tại B. Gọi M là giao điểm của cạnh AC với đường tròn (I), N là giao điểm của đường thẳng AD và đường thẳng BK. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, N, M thuộc một đường tròn.

Bài 5 (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. D là một điểm nằm trong tam giác sao cho $CD = CA$. M là một điểm trên cạnh AB sao cho $BDM = \frac{1}{2}ACD$. N là giao điểm của MD và đường cao AH của ΔABC . Chứng minh $DM = DN$.

ĐỀ SỐ 471

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (4 điểm) Cho phương trình: $2x^2 - (6m-3)x - 3m+1=0$ (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt đều âm.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Định m để $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2 : (4 điểm)

a) Cho a, b, c, d là các số dương. Chứng minh:

$$1 < \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+d} + \frac{c}{c+d+a} + \frac{d}{d+a+b} < 2$$

b) Cho $a \geq 1; b \geq 1$. Chứng minh: $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$

Câu 3 : (4 điểm)

Giải các phương trình :

a) $(x^2 - 3x)^2 - 6(x^2 - 3x) - 7 = 0$

b) $\sqrt{8+\sqrt{x-3}} + \sqrt{5-\sqrt{x-3}} = 5$

c) $\sqrt{x+x^2} + \sqrt{x-x^2} = x+1$

Câu 4 : (2 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $n^2 + n + 1$ không chia hết cho 9.

Câu 5 : (4 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O) và có trực tâm là H.

- Xác định vị trí của điểm M thuộc cung BC không chứa điểm A sao cho tứ giác BHCM là một hình bình hành.
- Lấy M là điểm bất kỳ trên cung BC không chứa A. Gọi N và E lần lượt là các điểm đối xứng của M qua AB và AC. Chứng minh ba điểm N, H, E thẳng hàng.

Câu 6 : (2 điểm)

Cho tứ giác ABCD có O là giao điểm hai đường chéo và diện tích tam giác AOB bằng 4, diện tích tam giác COD bằng 9. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác ABCD.

ĐỀ SỐ 472

Bài 1: (4,0 điểm)

- Tìm tất cả các số tự nhiên có ba chữ số khi chia cho 37 dư 2 và chia cho 11 dư 5.
- Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2xy - 4x + y - 9 = 0$

Bài 2: (4,0 điểm)

- Cho $3a > 2b > 0$ và $9a^2 + 4b^2 = 13ab$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{ab}{9a^2 - 4b^2}$.
- Giải phương trình: $\frac{x+2}{2015} + \frac{x}{2013} + \frac{x-2}{2011} = 3$

Bài 3: (4,0 điểm)

- Cho biểu thức $M = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 - 3x} \left[\frac{(x+2)^2 - x^2}{4x^2 - 4} - \frac{3}{x^2 - x} \right]$
Rút gọn biểu thức M và tính giá trị của x khi M = 3.
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $N = -x^2 - y^2 + 4x - 4y + 2$.

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

- Chứng minh rằng $\triangle BEC$ và $\triangle ADC$ đồng dạng.
- Tính tỉ số $\frac{BE}{AB}$

Bài 5: (4,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

- a) Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Một đường thẳng đi qua G không song song với BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N. Tính $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN}$
- b) Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến AH, BG sao cho $\angle CAH = \angle CBG = 30^\circ$. Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

ĐỀ SỐ 473

Bài 1: (2.0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$
- b) Chứng minh $B = a^5 - 5a^3 + 4a$ chia hết cho 120.
- c) Tìm số nguyên m để $C = \sqrt{m^2 + m + 1}$ là số nguyên.

Bài 2: (2.0 điểm) Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+\frac{3}{4}} = x+1$
- b) $x^2 - 5x + 8 = 2\sqrt{x-2}$
- c) $(4x-1)\sqrt{x^2+1} = 2x^2 - 2x + 2$

Bài 3: (2.5 điểm)

- a) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x + \sqrt{5-x^2}$
- b) Cho $x; y$ là các số thực thỏa mãn $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$. Tính $N = x^2 + y^2$

Bài 4: (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, vẽ đường cao AD và BE. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC.

- a) Chứng minh: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$
- b) Chứng minh: $DH \cdot DA \leq \frac{BC^2}{4}$
- c) Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC.

$$\text{Chứng minh rằng: } \sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$$

Bài 5: (0.5 điểm) Chứng minh rằng trong $2^{n+1} - 1$ số nguyên bất kỳ đều tồn tại $2n$ số có tổng là một số chẵn.

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 474

I. PHẦN CHUNG CHO BẢNG A VÀ BẢNG B: (6 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm) Tính giá trị của biểu thức:

$$P = a^3 + b^3 - 3(a + b) + 2006.$$

Biết rằng:

$$a = \sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}}$$

$$b = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}$$

Bài 2. (1,5 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{a^3}{1+b} + \frac{b^3}{1+a}$$

Trong đó a, b là các số dương thỏa điều kiện $ab = 1$.

Bài 3. (3 điểm) Cho đường tròn (O) với dây BC cố định ($BC < 2R$) và điểm A trên cung lớn BC (A không trùng với B, C và điểm chính giữa của cung). Gọi H là hình chiếu của A trên BC, E và F là hình chiếu của B và C trên đường kính A'.

- 1) Chứng minh HE vuông góc với AC,
- 2) Chứng minh tam giác HEF đồng dạng với tam giác ABC.
- 3) Khi A di chuyển trên cung lớn BC, chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEE cố định.

II. PHẦN DÀNH RIÊNG CHO BẢNG A : (4 điểm)

Bài 4. (2 điểm)

Chứng minh nếu $x + y + z = 0$ thì :

$$2(x^5 + y^5 + z^5) = 5xyz(x^2 + y^2 + z^2)$$

Bài 5. (2 điểm)

Giải phương trình : $x^2 + \sqrt{x + 2006} = 2006$

III. PHẦN DÀNH RIÊNG CHO BẢNG B : (4 điểm)

Bài 4. (2 điểm) Cho biểu thức :

$$P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1} \quad (x > 0; x \neq 1)$$

- 1) Rút gọn P.
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 5. (2 điểm)

Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{x+3} = 0$

ĐỀ SỐ 475

Câu 1: (5 điểm) Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$$

a. Rút gọn P.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b. Tính giá trị của x để $P = -1$.

c. Tìm m để với mọi giá trị $x > 9$ ta có $m(\sqrt{x} - 3)P > x + 1$.

Câu 2: (3 điểm) Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{l} \text{a. } \begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+3)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases} \\ \text{b. } \begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y} = 0 \\ \frac{2}{x-1} - \frac{1}{y} = 3 \end{cases} \end{array}$$

Câu 3: (3 điểm) Cho ba đường thẳng: $y = (m-2)x + 2$ (d); $y = x + 1$ (d') và $y = 2x$ (d'').

a. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng trên đồng quy tại một điểm.

b. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m.

Câu 4: (3 điểm) Tìm các số nguyên x để: $\sqrt{199 - x^2 - 2x} + 2$ là một số chính phương chẵn.

Câu 5: (5 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A, I là giao điểm của các đường phân giác, gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC.

a. Chứng minh rằng ba điểm A, I, O thẳng hàng.

b. Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c. Gọi H là trung điểm của BC, IK là đường kính của đường tròn (O).

$$\text{Chứng minh rằng } \frac{AI}{AK} = \frac{HI}{HK}$$

Câu 6: (1 điểm) Cho 3 số a, b, c đều lớn hơn 6,25. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$B = \frac{a}{2\sqrt{b}-5} + \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + \frac{c}{2\sqrt{a}-5}.$$

ĐỀ SỐ 476

Câu 1 (3,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức: $\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}.$

2) Cho hàm số $f(x) = (x^3 + 6x - 5)^{2010}$. Tính $f(a)$, với $a = \sqrt[3]{3+\sqrt{17}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{17}}.$

Câu 2 (4,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - 2x\sqrt{y} + 2y = x \\ y^2 - 2y\sqrt{z} + 2z = y \\ z^2 - 2z\sqrt{x} + 2x = z \end{cases}$$

2/ Giải phương trình: $x^3 - x^2 - x = \frac{1}{3}.$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O, R) nội tiếp hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), với $E; F; G; H$ theo thứ tự là tiếp điểm của (O, R) với các cạnh $AB; BC; CD; DA$.

1) Chứng minh $\frac{EB}{EA} = \frac{GD}{GC}$. Từ đó, hãy tính tỷ số $\frac{EB}{EA}$, biết: $AB = \frac{4R}{3}$ và $BC = 3R$.

2) Trên cạnh CD lấy điểm M nằm giữa hai điểm D và G sao cho chân đường vuông góc kẻ từ M đến DO là điểm K nằm ngoài (O, R) . Đường thẳng HK cắt (O, R) ở điểm T (khác H). Chứng minh $MT = MG$.

Câu 4 (4,0 điểm)

1/ Cho tam giác ABC có $BC = a; CA = b; AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn hệ thức $R(b + c) = a\sqrt{bc}$. Hãy xác định dạng tam giác ABC .

2/ Giả sử tam giác ABC không có góc tù, có hai đường cao AH và BK . Cho biết $AH \geq BC$ và $BK \geq AC$. Hãy tính các góc của tam giác ABC .

Câu 5 (4,0 điểm)

1/ Tìm tất cả các cặp số tự nhiên n và k để $(n^4 + 4^{2k+1})$ là số nguyên tố.

2/ Cho các số thực a và b thay đổi thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của $(a + b)$.

ĐỀ SỐ 477

Bài 1:

a, Cho $A = \sqrt{2014} - \sqrt{2013}; B = \sqrt{2015} - \sqrt{2014}$. So sánh A và B .

b, Tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt[3]{5+2\sqrt{13}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}$

Bài 2:

a, Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^3 + x^2 + x + 1} = 1 + \sqrt{x^4 - 1}$

b, Giải phương trình nghiệm nguyên: $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$

Bài 3:

a, Giả sử x, y là những số không âm thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $x + y$.

b, Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \left(\frac{1}{a+2b} + \frac{1}{b+2c} + \frac{1}{c+2a} \right)$

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC . Chứng minh:

a. $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{DB}{EC}$

b. $DE^3 = DB \cdot CE \cdot BC$

c. $\sqrt[3]{BC^2} = \sqrt[3]{BD^2} + \sqrt[3]{CE^2}$

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5: Chứng minh rằng: $A = 5^n (5^n + 1) - 6^n (3^n + 2^n)$ chia hết cho 91 với mọi số tự nhiên n.

ĐỀ SỐ 478

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{2x^2-x^3}+x}$

1/ Thu gọn biểu thức P.

2/ Tìm tất cả số thực x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (5,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương .

1/ Chứng minh rằng $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$.

2/ Tính giá trị biểu thức $P = ab + bc$ nếu biết

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2010^2 \\ b^2 + c^2 = 2011^2 \\ b^2 = ac \end{cases} .$$

Bài 3. (4,0 điểm)

1/ Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy - x + y = 7 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y = 11 \end{cases}$$

2/ Chứng minh rằng với mọi số n nguyên dương thì số $x_n = 12\sqrt{(n-1)n(n+1)(n+2)+1} + 23$ có thể viết được thành tổng các bình phương của ba số nguyên dương lẻ liên tiếp.

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O;R), có $BC = R\sqrt{3}$ và $AB < AC$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC, nối AH cắt đường tròn tại điểm D khác A.

1/ Tính góc BAC. Suy ra tam giác OAH cân;

2/ Chứng minh rằng $AD \cdot BC = AB \cdot CD + AC \cdot BD$.

Bài 5. (3,0 điểm)

Chứng minh rằng nếu lục giác lồi ABCDEF có 6 góc trong bằng nhau thì có $|AB - DE| = |BC - EF| = |CD - FA|$.

ĐỀ SỐ 479

Bài 1 (5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

c) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

d) Rút gọn biểu thức A .

Bài 2 (4 điểm)

Giả sử x_1 ; x_2 là nghiệm của phương trình : $x^2 + 2kx + 4 = 0$.

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức : $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \geq 3$.

Bài 3 (3 điểm)

Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $xy > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $M = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 4 (2 điểm)

Cho phương trình : $\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{x}}} + \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{x}}} = \sqrt{2}$.

c) Tìm điều kiện của x để phương trình có nghĩa .

d) Giải phương trình .

Bài 5 (6 điểm)

Cho hình thang ABCD ($CD > AB$) với $AB \parallel CD$ và $AB \perp BD$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại G . Trên đường thẳng vuông góc với AC tại C lấy điểm E sao cho $CE = AG$ và đoạn thẳng GE không cắt đường thẳng CD . Trên đoạn thẳng DC lấy điểm F sao cho $DF = GB$

c) Chứng minh $\triangle FDG$ đồng dạng với $\triangle ECG$.

d) Chứng minh $GF \perp EF$.

ĐỀ SỐ 480

Bài 1 (1 điểm):

a) Thực hiện phép tính: $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x - \sqrt{x - 2008}$.

Bài 2 (1,5 điểm):

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn hệ thức $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$.

Bài 3 (1,5 điểm):

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1.

b) Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

Bài 4 (2 điểm):

Cho hình thang ABCD (AB // CD), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

c) Biết $S_{AOB} = m^2$; $S_{COD} = n^2$. Tính S_{ABCD} theo m và n (với S_{AOB} , S_{COD} , S_{ABCD} lần lượt là diện tích tam giác AOB, diện tích tam giác COD, diện tích tứ giác ABCD).

Bài 5 (3 điểm): Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB, sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) $OM \perp BC$.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6 (1 điểm):

a) Cho các số thực dương x; y. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.

b) Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.

ĐỀ SỐ 481

Câu 1: (4 điểm)

- Chứng minh rằng $n^6 - n^4 - n^2 + 1$ chia hết cho 128 với n là số tự nhiên lẻ.
- Trong phép chia a cho b (a,b là các số tự nhiên), nếu tăng số chia b cho một đơn vị thì thương số không thay đổi trong trường hợp nào ?

Câu 2: (4 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + xy = 1 \\ 3x + y = y^2 + 3 \end{cases}$$

Câu 3: (4 điểm)

Cho phương trình $x^2 + px + p = 0$ (1)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm p, q để phương trình (1) có 2 nghiệm, mặt khác khi thêm 1 vào các nghiệm của (1) thì chúng trở thành nghiệm của phương trình $x^2 - p^2x + pq = 0$

Câu 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, có $AB < AC$, kẻ trung tuyến AM, đường cao AH và phân giác AD.

1. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$, Chứng minh $DEC > ACB$.
2. Chứng minh $CD > CM$.
3. Chứng minh rằng điểm D nằm giữa 2 điểm H và M.

Câu 5: (4 điểm)

Cho góc nhọn xMy và điểm A cố định (khác M) thuộc tia Mx. Vẽ đường tròn (O), tâm O sao cho tiếp xúc với Mx tại A và cắt My tại B, C theo thứ tự M, B, C.

1. Gọi D là trung điểm cung BC không chứa A của (O), E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng E là điểm cố định khi đường tròn (O) thay đổi.
2. Gọi H là chân đường cao AH của tam giác AOM. Chứng minh rằng tứ giác BHOC nội tiếp đường tròn.

ĐỀ SỐ 482

Bài 1. (4,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x - \sqrt{x^2 + 2x}}$.

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức A xác định.
2. Rút gọn biểu thức A.
3. Tìm x để $A \leq 2\sqrt{3}$.

Bài 2. (4,5 điểm)

1. Cho ba số thực a, b, c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có 2 nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$.

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $(2x - y - 2)^2 = 7(x - 2y - y^2 - 1)$.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sqrt{16x^2 - 8x + 1} + \sqrt{16x^2 - 24x + 9}$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 \\ \sqrt{x^2 + 12} + \frac{5}{2}\sqrt{x+y} = 3x + \sqrt{x^2 + 5} \end{cases}$$

Bài 4. (5,5 điểm) Cho đường tròn (O; R) đường kính AB, lấy điểm I thuộc đoạn AO sao cho $AO = 3.IO$. Qua I vẽ dây cung CD vuông góc với AB, trên đoạn CD lấy điểm K tùy ý. Tia AK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M.

1. Chứng minh tứ giác IKMB nội tiếp.

2. Chứng minh rằng tâm F của đường tròn ngoại tiếp tam giác MKC nằm trên một đường thẳng cố định.

3. Khi K di động trên đoạn CD, tính độ dài nhỏ nhất của đoạn DF.

Bài 5. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn (O). Đường phân giác trong AD và đường trung tuyến AM của tam giác ABC cắt đường tròn (O) theo thứ tự tại P và Q (P, Q khác A). Chứng minh: $DP > MQ$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 483

Câu 1 (4 điểm)

a) Cho 3 số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = a^3 + b^3 + c^3 = 0$.

Chứng minh rằng trong 3 số a, b, c có ít nhất 1 số bằng 0.

b. Cho các số tự nhiên a, b, c, d thỏa mãn $a > b > c > d$ và $ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c)$.

Chứng minh $ab + cd$ là hợp số

Câu 2 (6 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{2x^2 + 7x + 10} + \sqrt{2x^2 + x + 4} = 3(x + 1)$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 1$

Tìm min $P = a^2 + b^2 + c^2$

Câu 4 (7 điểm)

Từ một điểm D nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến DA, DB với đường tròn (a và b là các tiếp điểm).

Vẽ cát tuyến DEC (E nằm giữa D và C) OD cắt AB tại M, AB cắt EC tại N . Chứng minh:

a) MA là phân giác góc EMC

b) $MB^2 \cdot DC = MC^2 \cdot DE$

c) $\frac{2}{EC} = \frac{1}{DC} + \frac{1}{NC}$

ĐỀ SỐ 484

Bài 1.

a) Cho $\left(x + \sqrt{x^2 + 2012}\right)\left(y + \sqrt{y^2 + 2012}\right) = 2012$. Tính giá trị của biểu thức $x + y$.

b) Giải phương trình
$$\begin{cases} x + xy + y = 1 \\ y + yz + z = 3 \\ z + zx + x = 7 \end{cases}$$

Bài 2.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giải phương trình $\sqrt{x^3 - 2x^2 + x} = \sqrt{x}(x-1)$

b) Tìm tất cả các cặp hai số nguyên dương (x; y) thỏa mãn
$$x^3 + y^3 + (x+y)^3 + 39xy = 4394$$

Bài 3.

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x+y \geq 8$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức: $P = 2x + 3y + \frac{24}{x} + \frac{40}{y}$

Bài 4.

Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O; r). Tiếp tuyến song song với BC cắt các cạnh AB, AC thứ tự tại M, N. Gọi các tiếp điểm trên MN và BC thứ tự là P, D. Tia AP cắt các cạnh BC tại Q.

a) Chứng minh $PM \cdot BD = r^2$.

b) Chứng minh $BD = CQ$.

c) So sánh MN với $\frac{AB + BC + CA}{8}$.

Bài 5.

Cho $a_1, a_2, \dots, a_{45}$ là 45 số tự nhiên thỏa mãn $a_1 < a_2 < \dots < a_{45} \leq 130$. Đặt $d_j = a_{j+1} - a_j$ ($j=1, 2, \dots, 44$). Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một trong 44 hiệu d_j xuất hiện ít nhất 10 lần.

ĐỀ SỐ 485

Bài 1 : (3đ)

a, Tính: $M = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

b, Không dùng bảng số và máy tính hãy so sánh:

$$A = \sqrt{2013} + \sqrt{2015} \text{ và } B = 2\sqrt{2014}$$

Bài 2:(4 đ)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a, Rút gọn P.

b, Tìm x để $P = \frac{2}{7}$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

c, So sánh P^2 với 2P

Bài 3: (3.5đ)

a, Giải phương trình : $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18$

b, Cho x, y là các số thỏa mãn : $\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)\left(\sqrt{y^2+3}+y\right)=3$

Hãy tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2013} + y^{2013} + 1$

Bài 4:(7.5đ)

Cho tam giác, ABC ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn (O;R). Đường tròn (O;R) tiếp xúc với các cạnh BC, AB, AC lần lượt tại các điểm D, N, M. Kẻ đường kính DI của đường tròn (O;R). Qua I kẻ tiếp tuyến của đường tròn (O;R) nó cắt AB, AC lần lượt tại E, F.

a, Biết $AB = 8\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Tính chu vi của tam giác AEF.

b, Chứng minh $EI \cdot BD = IF \cdot CD = R^2$.

c, Gọi P là trung điểm của BC, Q là giao điểm của AI và BC, K là trung điểm của AD. Chứng minh ba điểm K, O, P thẳng hàng và $AQ = 2KP$.

Bài 5(2đ)

a, Với $a, b > 0$ chứng minh: $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

b, Cho x, y, z là 3 số dương thỏa mãn : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

ĐỀ SỐ 486

Bài 1: (4,0 điểm)

a. Tìm các số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng: số đó là số chẵn, chia hết cho 11 và tổng các chữ số của số đó cũng chia hết cho 11.

b. Chứng tỏ rằng: $\sqrt[3]{7-\sqrt{50}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{50}}$ là số tự nhiên.

Bài 2: (4,0 điểm)

a. Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2+5x+1}+3=2\sqrt{x^2-x+1}+9x$$

b. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=29 \\ xyz=-24 \\ xy-2x-3y=-6 \\ y>2 \end{cases}$$

Bài 3: (4,0 điểm) Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn: $a^2 + b^2 = 1$.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a. Chứng minh : $1 \leq a + b \leq \sqrt{2}$

b. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{1+2a} + \sqrt{1+2b}$$

Bài 4: (3,0 điểm) Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$.

Chứng minh rằng: Nếu $x + y + z > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ thì trong ba số x, y, z có duy nhất một số lớn hơn 1.

Bài 5: (5,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB và dây cung CD (C, D không trùng với A, B). Gọi M là giao điểm các tiếp tuyến của đường tròn tại C, D; N là giao điểm các dây cung AC, BD. Đường thẳng qua N vuông góc với NO cắt AD, BC lần lượt tại E, F. Chứng minh:

a. MN vuông góc với AB.

b. $NE = NF$.

ĐỀ SỐ 487

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

a. Rút gọn P.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

c. Xét biểu thức: $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$, chứng tỏ $0 < Q < 2$.

Bài 2: (4,5 điểm)

a. Không dùng máy tính hãy so sánh : $\frac{2014}{\sqrt{2015}} + \frac{2015}{\sqrt{2014}}$ và $\sqrt{2014} + \sqrt{2015}$.

b. Tìm x, y, z , biết: $4x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4xy - 2yz + 2y - 8z + 10 \leq 0$.

c. Giải phương trình: $\sqrt{\frac{1}{x+3}} + \sqrt{\frac{5}{x+4}} = 4$.

Bài 3: (4,0 điểm)

a. Với $x = \frac{(\sqrt{5}+2)^3 \sqrt{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}}$. Tính giá trị của biểu thức: $B = (3x^3 + 8x^2 - 2)^{2015}$.

b. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ với $x > 1, y > 1$ sao cho $(3x+1) : y$ đồng thời $(3y+1) : x$.

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn với các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a. Chứng minh rằng:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC ; $\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \cos^2 A$.

b. Chứng minh rằng: $S_{DEF} = (1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C) \cdot S_{ABC}$

c. Cho biết $AH = k \cdot HD$. Chứng minh rằng: $\tan B \cdot \tan C = k + 1$.

d. Chứng minh rằng: $\frac{HA}{BC} + \frac{HB}{AC} + \frac{HC}{AB} \geq \sqrt{3}$.

Bài 5: (1,5 điểm)

Cho x, y là các số tự nhiên khác 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = |36^x - 5^y|.$$

ĐỀ SỐ 488

Bài 1 (5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

e) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa.

f) Rút gọn biểu thức A .

Bài 2 (4 điểm)

Giả sử $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình: $x^2 + 2kx + 4 = 0$.

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức: $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \geq 3$.

Bài 3 (3 điểm)

Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$ và $xy > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Bài 4 (2 điểm)

Cho phương trình: $\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{x}}} + \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{x}}} = \sqrt{2}$.

e) Tìm điều kiện của x để phương trình có nghĩa.

f) Giải phương trình.

Bài 5 (6 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ ($CD > AB$) với $AB \parallel CD$ và $AB \perp BD$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại G . Trên đường thẳng vuông góc với AC tại C lấy điểm E sao cho $CE = AG$ và đoạn thẳng GE không cắt đường thẳng CD . Trên đoạn thẳng DC lấy điểm F sao cho $DF = GB$.

e) Chứng minh $\triangle FDG$ đồng dạng với $\triangle ECG$.

f) Chứng minh $GF \perp EF$.

Thầy giáo: Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 489

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2x + \sqrt{x} - 1}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \right)$

Với $x > 0$; $x \neq \frac{1}{4}$; $x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x = 17 - 12\sqrt{2}$

c) So sánh A với $\sqrt{A}$.

Bài 2: (3,5 điểm) Chứng minh rằng:

a) $2(\sqrt{a} - \sqrt{b}) < \frac{1}{\sqrt{b}} < 2(\sqrt{b} - \sqrt{c})$ Biết a; b; c là 3 số thực thỏa mãn điều kiện:

$a = b + 1 = c + 2$; $c > 0$.

b) Biểu thức $B = \sqrt{1 + 2008^2 + \frac{2008^2}{2009^2}} + \frac{2008}{2009}$ có giá trị là một số tự nhiên.

Bài 3: (3,0 điểm) Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

b) $\sqrt{4x + 1} - \sqrt{3x - 2} = \frac{x + 3}{5}$.

Bài 4: (8,0 điểm)

Cho AB là đường kính của đường tròn (O;R). C là một điểm thay đổi trên đường tròn (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là trung điểm của AC, OI cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O;R) tại M, MB cắt CH tại K.

a) Chứng minh 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MC là tiếp tuyến của (O;R).

c) Chứng minh K là trung điểm của CH.

d) Xác định vị trí của C để chu vi tam giác ACB đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo R.

Bài 5: (1,5 điểm) Cho $M = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2008} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2008}$

a) Chứng minh rằng M có giá trị nguyên.

b) Tìm chữ số tận cùng của M.

ĐỀ SỐ 490

Bài 1: (1,5 điểm)

Xác định tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $4(x_1 + x_2) = 7x_1x_2$.

Bài 2: (2,0 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 2010$ khi các số thực x, y thay đổi. Giá trị nhỏ nhất đó đạt được tại các giá trị nào của x và y .

Bài 3: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 4: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = 5a$, $CA = 4a$, $AB = 3a$. Đường trung trực của đoạn AC cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K.

a) Gọi (K) là đường tròn có tâm K và tiếp xúc với đường thẳng AB. Chứng minh rằng đường tròn (K) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

b) Chứng minh rằng trung điểm của đoạn AK cũng là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Bài 5: (2,0 điểm)

a) Với bộ số (6 ; 5 ; 2), ta có đẳng thức đúng : $\frac{65}{26} = \frac{5}{2}$.

Hãy tìm tất cả các bộ số (a ; b ; c) gồm các chữ số hệ thập phân a, b, c đôi một khác nhau và khác 0 sao cho đẳng thức $\frac{ab}{ca} = \frac{b}{c}$ đúng.

b) Cho tam giác có số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại và độ dài các cạnh a, b, c của tam giác đó thỏa mãn: $\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$.

Chứng minh rằng tam giác này là tam giác đều.

ĐỀ SỐ 491

Bài 1: Có số y nào biểu thị trong dạng sau không?

$$y = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \dots}}}}}$$

Bài 2: Cho ba số a, b, c thỏa mãn hệ thức: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh rằng :

Với mọi số nguyên n lẻ ta đều có: $\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n} = \frac{1}{a^n + b^n + c^n}$

Bài 3: Giải hệ phương trình:

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\begin{cases} |x-2| + 2|y-1| = 9 \\ x + |y-1| = -1 \end{cases}$$

Bài 4: Cho hệ phương trình hai ẩn x, y sau:

$$\begin{cases} (m+1)x + my = 2m-1 \\ mx - y = m^2-2 \end{cases}$$

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $P = xy$ đạt giá trị lớn nhất

Bài 5: Tìm m để phương trình $(x^2-1)(x+3)(x+5) = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1, x_2,$

$$x_3, x_4 \text{ thỏa mãn điều kiện } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = -1$$

Bài 6: Cho Parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

- Tìm m sao cho điểm $C(-2; m)$ thuộc Parabol
- Có bao nhiêu điểm thuộc Parabol và cách đều hai trục tọa độ

Bài 7: Giải phương trình nghiệm nguyên:

$$x^3 - y^3 - 2y^2 - 3y - 1 = 0$$

Bài 8: Cho góc vuông xOy . Các điểm A và B tương ứng thuộc các tia Ox và Oy sao cho $OA = OB$. Một đường thẳng d đi qua A cắt đoạn OB tại điểm M nằm giữa O và B . Từ B hạ đường vuông góc với AM tại H và cắt đường thẳng OA tại I

- Chứng minh $OI = OM$ và tứ giác $OMHN$ nội tiếp đường tròn
- Gọi K là hình chiếu của O lên BI . Chứng minh $OK = KH$ và tìm quỹ tích điểm K khi M di động trên đoạn OB .

Bài 9: Cho tam giác ABC có $\angle A \neq 90^\circ$, M là một điểm di động trên cạnh BC . Gọi O và E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB và AC . Xác định vị trí của M để độ dài đoạn thẳng OE ngắn nhất.

ĐỀ SỐ 492

Bài 1: Rút gọn $A = \left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \left(1 + \frac{1}{a} \right)$ với $a > 0$ và $a \neq 1$

Bài 2: Phân tích đa thức $B = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1$ thành nhân tử

Bài 3: Tìm m để phương trình $x^2 - \frac{15}{4}x + m^2 = 0$ có hai nghiệm và nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.

Bài 4: Xác định m để hệ sau có nghiệm duy nhất (x, y) với x, y là số nguyên

$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 & (1) \\ 2x + my = 2m - 1 & (2) \end{cases}$$

Bài 5: Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+5} = 5$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ ĐUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 6: Cho đường thẳng (d): $y = x + 2m - 3$ gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox, Oy. Xác định m để $S_{\triangle ABO}$ bằng 4.

Bài 7: Cho $x, y, z > 0, x + y + z = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $C = (xyz)(x+y)(y+z)(z+x)$

Bài 8: Tính bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ vuông ở A biết rằng đường phân giác trong AD chia cạnh huyền thành 2 đoạn thẳng có độ dài 10 cm và 20 cm.

Bài 9: Cho đường tròn tâm O, tiếp tuyến đường tròn tại B, C cắt nhau ở A,

$\widehat{BAC} = 60^\circ$, M thuộc cung nhỏ BC, tiếp tuyến tại M cắt AB, AC tại D, E. Gọi giao điểm của OD, OE với BC lần lượt là I, K. Chứng minh rằng tứ giác IOCE nội tiếp.

Bài 10: Chứng minh rằng trong một tứ diện bất kỳ tồn tại 3 cạnh cùng xuất phát từ một đỉnh mà một cạnh nhỏ hơn tổng hai cạnh kia.

ĐỀ SỐ 493

Bài 1 : Cho biểu thức

$$A = \frac{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} : (a^2 - \sqrt{a})$$

- a) Tìm a để biểu thức A có nghĩa
- b) Rút gọn A

Bài 2 : Cho 2 số dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$$

Bài 3 : Cho phương trình $-\frac{x^2}{4} = m(x-1) - \frac{1}{2}$ (m là tham số)

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với $\forall m \in \mathbb{R}$
- b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức

$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị này

Bài 4 :

Một vận động viên bắn súng đã bắn hơn 11 viên và đều trúng vào vòng 9, 10 điểm; tổng số điểm đạt được là 109 điểm. Hỏi vận động viên đó đã bắn bao nhiêu viên và kết quả bắn vào các vòng ra sao?

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Bài 5 : Giải ph-ơng trình

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}} = 5$$

Bài 6 : Cho parabol(P) : $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đ-ờng thẳng (d) : $y = mx - 2m - 1$

a) tìm m để đ-ờng thẳng (d) tiếp xúc với (P)

b) chứng minh rằng đ-ờng thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định $A \in (P)$

Bài 7:

Tìm các nghiệm nguyên của ph-ơng trình

$$7x^2 + 13y^2 = 1820$$

Bài 8 : Cho tam giác nhọn ABC, gọi AH, BI, CK là các đ-ờng cao của tam giác

Chứng minh rằng

$$\frac{S_{HIK}}{S_{ABC}} = 1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C$$

Bài 9:

Cho hình vuông ABCD. Gọi MNPQ là tứ giác lồi có 4 đỉnh lần l-ợt nằm trên 4 cạnh của hình vuông. Xác định tứ giác MNPQ sao cho nó có chu vi nhỏ nhất

Bài 10 :

Cho đ-ờng tròn (O;R) và điểm P cố định ở ngoài đ-ờng tròn, vẽ cát tuyến PBC bất kì . tìm quỹ tích các điểm O_1 đối xứng với O qua BC khi cát tuyến PBC quay quanh P

ĐỀ SỐ 494

Bài 1 (2 điểm)

Rút gọn biểu thức :

$$P = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2001}+\sqrt{2005}}$$

Bài 2 (2 điểm)

Cho ba số d-ơng x; y; z thỏa mãn điều kiện $xy + yx + xz = 1$

Hãy tính giá trị của biểu thức sau :

$$S = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$$

Bài 3 (2 điểm)

$$\text{Giải ph-ơng trình : } \frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 6$$

Bài 4 (2 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

$$\text{Giải hệ phương trình : } \begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases}$$

Bài 5 (2 điểm)

Tìm giá trị của x để đẳng thức sau là đẳng thức đúng :

$$\sqrt{3x^2 - 18x + 28} + \sqrt{4x^2 - 24x + 45} = -x^2 + 6x - 5$$

Bài 6 (2 điểm)

Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) qua hai điểm A, B trên (P) có hoành độ lần lượt là -2 và 4. Tìm điểm M trên cung AB của (P) tương ứng có hoành độ $x \in [-2; 4]$ sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

Bài 7 (2 điểm)

Tìm mọi cặp số nguyên (x; y) sao cho $\frac{x^4 + 2}{x^2y + 1}$ là số nguyên dương.

Bài 8 (2 điểm):

Cho 2 đường tròn (O_1, R_1) và (O_2, R_2) có $R_1 > R_2$ tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O_1, R_1) tại M và đường tròn (O_2, R_2) tại N (các điểm M, N khác A). Tìm tập hợp các trung điểm I của các đoạn thẳng MN khi đường thẳng d quay quanh điểm A.

Bài 9 (2 điểm):

Trong hình vuông mà độ dài mỗi cạnh bằng 4 có cho trước 33 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Người ta vẽ các đường tròn có bán kính đều bằng $\sqrt{2}$, có tâm là các điểm đã cho. Hỏi có hay không 3 điểm trong số các điểm nói trên sao cho chúng đều thuộc vào phần chung của 3 hình tròn có các tâm cũng chính là 3 điểm.

Bài 10 (2 điểm):

Cho tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối bằng nhau, trong mặt phẳng (BCD) dựng các điểm P, Q, R sao cho B, C, D lần lượt là trung điểm của PR; QR; QP.

Chứng minh rằng AP; AQ; AR đôi một vuông góc./

ĐỀ SỐ 495

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$ (với $x \geq 0, x \neq 9$)

a) Rút gọn A

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

b) Tìm x để $A = \frac{-1}{3}$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ (P) và $y = (m+3)x - m + 3$ (d)

a) Vẽ đồ thị hàm số (P)

b) Chứng tỏ (d) luôn luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Câu 3. (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x^2 - \frac{10y}{y^2 + 1} = 1 \\ 3x^2 + \frac{20y}{y^2 + 1} = 11 \end{cases}$$

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 + 2mx + 1 = 0$ (1). Tìm m để $X = x_1^2(x_1^2 - 2012) + x_2^2(x_2^2 - 2012)$ đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó (x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1))

Câu 5. (3 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB; trên nửa đường tròn lấy điểm C (cung BC nhỏ hơn cung AB), qua C dựng tiếp tuyến với đường tròn tâm O cắt AB tại D. Kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), kẻ BK vuông góc với CD ($K \in CD$); CH cắt BK tại E.

a) Chứng minh: CB là phân giác của góc DCE

b) Chứng minh: $BK + BD < EC$

c) Chứng minh: $BH \cdot AD = AH \cdot BD$

Câu 6 (1 điểm)

Chứng minh rằng: $21 \cdot \left(a + \frac{1}{b}\right) + 3 \cdot \left(b + \frac{1}{a}\right) > 31$, với $a, b > 0$

ĐỀ SỐ 496

Bài 1: (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $P = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$

b) Cho $a_1; a_2; \dots; a_{2010}$ là 2010 số nguyên không chia hết cho 3.

Chứng minh rằng: Tổng $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2010}^2$ là một số chia hết cho 3.

Bài 2: (2 điểm)

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

a) Giải phương trình: $x^2 - 3x + |2x - 3| + 1 = 0$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \frac{1}{\sqrt{y}} = 2 \\ y + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \end{cases}$$

Bài 3: (2 điểm)

a) Cho phương trình $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$

b) Một hình thang cân có độ dài đồng cao bằng nửa tổng độ dài của hai đáy.

Chứng minh rằng: Hai đường chéo của hình thang vuông góc với nhau.

Bài 4: (3 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và có H là trực tâm.

a) Gọi I là trung điểm của BC, chứng minh rằng: $OI = \frac{1}{2}AH$

b) Gọi Ax, Ay lần lượt là phân giác trong và phân giác ngoài của góc A. Gọi điểm M, N lần lượt là hình chiếu của H lên Ax và Ay. Chứng minh rằng: MN song song với OA.

c) Chứng minh rằng: Ba điểm I, M, N thẳng hàng.

Bài 5: (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = mx - 3x - m + 5$ (m là tham

số). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O tới (d) là lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

ĐỀ SỐ 497

Câu I. (2,5 điểm)

1. Cho $m = \sqrt[3]{\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}} - 1$, $n = \sqrt[3]{\sqrt{17+12\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}}} + 2$.

Tính giá trị biểu thức $T = 2(20m + 6n)^2 - 38$.

2. Giải phương trình: $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 7(x + \frac{1}{x}) + 9 = 0$.

Câu II. (2,5 điểm)

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 2a + 1 \\ x^2 + y^2 = 2a^2 + 4a - 1 \end{cases} \quad (\text{với } a \text{ là tham số}).$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

1. Giải hệ khi $a=1$.
2. Tìm a để hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn tích $x.y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III. (1,0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng phương trình $x^2 + (a+b+c)x + ab+bc+ca = 0$ vô nghiệm.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $BAC = 150^\circ$. Dựng các tam giác AMB và ANC sao cho các tia AM và AN nằm trong góc BAC thỏa mãn $ABM = ACN = 90^\circ$, $NAC = 60^\circ$ và $MAB = 30^\circ$. Trên đoạn MN lấy điểm D sao cho $ND = 3MD$. Đường thẳng BD cắt các đường thẳng AM và AN theo thứ tự tại K và E . Gọi F là giao điểm của BC với AN .

Chứng minh rằng:

1. Tam giác NEC cân.
2. $KF \parallel CD$.

Câu V. (1,0 điểm)

Giải phương trình $(2x-y-2)^2 = 7(x-2y-y^2-1)$ trên tập số nguyên.

ĐỀ SỐ 498

Câu 1:(2.5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x} + \frac{16}{x^2}}}$ với $4 < x \leq 8$

- c) Rút gọn biểu thức A .
- d) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên.

Câu 2:(2.5 điểm) Số đo hai cạnh góc vuông của một tam giác là nghiệm của phương trình bậc hai $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m = 0$. Xác định m để số đo đường cao ứng với cạnh huyền của tam giác đã cho là $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 3:(3.0 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B . Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc (O) và (O') tại C và D . Qua A kẻ đường thẳng song song CD cắt (O) và (O') lần lượt tại M và N . Các đường thẳng BC , BD lần lượt cắt MN tại P và Q . Các đường thẳng CM , DN cắt nhau tại E . Chứng minh rằng:

- c) Các đường thẳng AE và CD vuông góc nhau.
- d) Tam giác EPQ cân.

Câu 4:(1.0 điểm) Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Chứng minh:

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq 3$$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

Câu 5: (1.0 điểm) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn : $a^5 + b^5 = 4(c^5 + d^5)$
Chứng minh rằng : $a + b + c + d$ chia hết cho 5.

ĐỀ SỐ 499

Câu 1 (4 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}}$ với $x \geq 4$.

b) Cho a, b, c, d, e, f là các số thực khác 0, thỏa mãn $\frac{a}{d} + \frac{b}{e} + \frac{c}{f} = 1$ và $\frac{d}{a} + \frac{e}{b} + \frac{f}{c} = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{a^2}{d^2} + \frac{b^2}{e^2} + \frac{c^2}{f^2}$.

Câu 2 (4 điểm).

a) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n^2 - 14n - 256$ là một số chính phương.

b) Cho a là số tự nhiên lớn hơn 5 và không chia hết cho 5.

Chứng minh rằng $a^{8n} + 3a^{4n} - 4$ chia hết cho 5, với mọi số tự nhiên n .

Câu 3 (6 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x + 2014} = 2014$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2xy - z^2 = 4 \end{cases}$

c) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Chứng minh rằng $abc + 2(1 + a + b + c + ab + ac + bc) \geq 0$.

Câu 4 (3 điểm).

a) Cho hình bình hành ABCD, các điểm M và N theo thứ tự thuộc các cạnh AB và BC sao cho $AN = CM$. Gọi K là giao điểm của AN và CM. Chứng minh rằng KD là tia phân giác của góc AKC.

b) Cho ΔABC vuông ở A ($AB < AC$). Biết $BC = 4 + 4\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng 2. Tính số đo góc B và góc C của ΔABC .

Câu 5 (3 điểm).

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O. Trên cạnh BC lấy một điểm D tùy ý (D khác B và C). Đường tròn tâm O_1 qua D và tiếp xúc với AB tại B; đường tròn tâm O_2 qua D và tiếp xúc với AC tại C; hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai là E.

a) Chứng minh rằng khi D di động trên cạnh BC thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

b) Giả sử ΔABC cân tại A, chứng minh rằng tích $AD \cdot AE$ không phụ thuộc vào vị trí điểm D trên cạnh BC.

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"

Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

ĐỀ SỐ 500

Câu 1. (2 điểm)

- a) Cho biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x+1}}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$ (với $x \neq 1$; $x \geq 0$). Rút gọn A, sau đó tính giá trị A – 1 khi $x = 2016 + 2\sqrt{2015}$
- b) Cho $A = 2(1^{2015} + 2^{2015} + \dots + n^{2015})$ với n là số nguyên dương. Chứng minh rằng A chia hết cho $n(n+1)$

Câu 2. (2 điểm)

- a) Giải phương trình sau: $\frac{6}{x^2-9} + \frac{4}{x^2-11} - \frac{7}{x^2-8} - \frac{3}{x^2-12} = 0$
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x(x+4)(4x+y) = 6 \\ x^2 + 8x + y = -5 \end{cases}$$

Câu 3. (1 điểm) Cho parabol (P): $y = ax^2$ và đường thẳng (d): $y = bx + c$ với a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác vuông trong đó a là độ dài cạnh huyền. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 < 2$

Câu 4. (2 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Các tia phân giác các góc EHB, DHC cắt AB, AC lần lượt tại I và K. Qua I và K lần lượt vẽ các đường vuông góc với AB, AC chúng cắt nhau tại M.

a) Chứng minh $AI = AK$.

b) Giả sử tam giác nhọn ABC có hai đỉnh B, C cố định, đỉnh A di động. Chứng minh đường thẳng HM luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5. (2 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Qua A và B lần lượt vẽ các tiếp tuyến d_1 và d_2 với (O). Từ điểm M bất kì trên (O) vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt d_1 tại C và cắt d_2 tại D. Đường tròn đường kính CD cắt đường tròn (O) tại E và F (E thuộc cung AM), gọi I là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

b) Chứng minh MI vuông góc với AB và ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu 6. (1 điểm) Cho ba số thực x; y; z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + z - (xy + yz + zx)$

Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III

Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"

"TUYỂN TẬP 500 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9"
Người sưu tầm, tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

---CHÍNH THỨC HẾT----
-----CHÚC CÁC EM THÀNH CÔNG-----



Thầy giáo : Hồ Khắc Vũ – Giáo viên cấp II-III
Phường Hòa Thuận – TP Tam Kỳ - Tỉnh Quảng Nam

"THÀNH CÔNG CÓ DUY NHẤT MỘT ĐIỂM ĐẾN NHƯNG CÓ RẤT NHIỀU CON ĐƯỜNG ĐỂ ĐI"