

NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

§ 1. NGUYÊN HÀM

Dạng 1. TÌM NGUYÊN HÀM BẰNG ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT

1. Định nghĩa: $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

2. Tính chất

$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx, k \text{ là hằng số khác } 0$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Bảng nguyên hàm các hàm số đơn giản

	u là hàm số theo biến x, tức là $u = u(x)$	*Trường hợp đặc biệt $u = ax + b, a \neq 0$
*Nguyên hàm của các hàm số đơn giản		
$\int dx = x + C$	$\int du = u + C$	
$\int k \cdot dx = k \cdot x + C$, k là hằng số	$\int k \cdot du = k \cdot u + C$	
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax+b)^\alpha \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$
$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + C$	
$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{u}} du = 2\sqrt{u} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} du = \frac{1}{a} \cdot 2\sqrt{ax+b} + C$
*Nguyên hàm của hàm số mũ		
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$	$\int e^{-u} du = -e^{-u} + C$	
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, 0 < a \neq 1$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C, m \neq 0$
*Nguyên hàm của hàm số lượng giác		
$\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \cos u \cdot du = \sin u + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \sin u \cdot du = -\cos u + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$

Bài tập**Câu 1.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A. $\int f(x)dx = F(x) + C$

B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

D. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx . \int g(x)dx$

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A. $\int f'(x)dx = F(x) + C$

B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

D. $\int f(x)dx = F(x) + C$

Câu 3: Tìm $\int (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)dx = ?$

A. $\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + C$

B. $\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$

C. $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + C$

D. $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

Câu 4: $\int 2x(1 + 3x^3)dx$ bằng:

A. $x^2(x + x^3) + C$

B. $x^2(1 + 3x^3) + C$

C. $2x(x + x^3) + C$

D. $x^2\left(1 + \frac{6x^3}{5}\right) + C$

Câu 5: Tìm $\int \left(\frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{x^2} \right) dx = ?$

A. $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3\ln|x| - \frac{4}{x} + C$

B. $1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} + C$

C. $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3\ln|x| - \frac{1}{4x} + C$

D. $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3\ln|x| + \frac{4}{x} + C$

Câu 6: Tìm $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} \right) dx = ?$

A. $\ln|x| + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{4x^4} + C$

B. $\ln|x| - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{4x^4} + C$

C. $1 + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x^3} + \frac{1}{5x^4} + C$

D. $1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{4x^4} + C$

Câu 7: $\int \left(x - \frac{1}{2x} \right)^2 dx$ bằng:

A. $\frac{x^3}{3} - x - \frac{1}{4x} + C$

B. $x^2 - 1 - \frac{1}{4x^2} + C$

C. $\frac{x^3}{3} - x - \frac{4}{x} + C$

D. $\frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{4x} + C$

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{3x} \cdot 3^{2x}$ là:

A. $\frac{2^{3x}}{3\ln 2} \cdot \frac{3^{2x}}{2\ln 3} + C$

B. $\frac{72^x}{\ln 72} + C$

C. $\frac{2^{3x} \cdot 3^{2x}}{\ln 6} + C$

D. $\frac{\ln 72}{72} + C$

Câu 9: Tính $\int \cos 5x \cdot \cos 3x dx$

A. $\frac{1}{16} \sin 8x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

B. $\frac{1}{2} \sin 8x + \frac{1}{2} \sin 2x + C$

C. $\frac{1}{16} \cos 8x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

D. $\frac{-1}{16} \sin 8x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 10: $\int \cos 8x \cdot \sin x dx$ bằng:

A. $\frac{1}{8} \sin 8x \cdot \cos x + C$

B. $-\frac{1}{8} \sin 8x \cdot \cos x + C$

C. $\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{18} \cos 9x + C$

D. $\frac{1}{18} \cos 9x - \frac{1}{14} \cos 7x + C$

Câu 11: $\int \frac{3x-1}{x+2} dx$ bằng:

A. $3x + 7 \ln|x+2| + C$ B. $3x - \ln|x+2| + C$ C. $3x + \ln|x+2| + C$ D. $3x - 7 \ln|x+2| + C$

Câu 12: $\int \frac{x^2+2x+3}{x+1} dx$ bằng:

A. $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x+1| + C$ B. $\frac{x^2}{2} + x + \ln|x+1| + C$ C. $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x-1| + C$ D. $x + 2 \ln|x+1| + C$

Câu 13: $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx$ bằng:

A. $3 \ln|x-2| - 2 \ln|x-1| + C$

B. $3 \ln|x-2| + 2 \ln|x-1| + C$

C. $2 \ln|x-2| - 3 \ln|x-1| + C$

D. $2 \ln|x-2| + 3 \ln|x-1| + C$

Câu 14: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$ và $F(-1) = 3$. Trong các khẳng định sau, tìm khẳng định đúng?

A. $F(x) = 6x^2 + 2x^2 - 5$ B. $F(x) = 6x + 2$ C. $F(x) = x^3 + x^2 - 4x + 1$ D. $F(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$

Câu 15 : Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $m = \frac{3}{4}$

C. $m = -\frac{3}{4}$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Đáp án

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	A	A	D	A	B	D	B	A	C	D	A	A	D	A