

Tuyển chọn

100

**ĐỀ THI
HỌC SINH GIỎI**

LỚP

6

môn

TOÁN

Có đáp án

Tủ sách luyện thi

TUYỂN TẬP 100 ĐỀ LUYỆN THI HỌC SINH GIỎI

MÔN TOÁN LỚP 6

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6

*Giáo viên giảng dạy: Thầy Thích
Điện thoại: 0919.281.916
Email: doanthich@gmail.com*

- ✓ Tư vấn và tìm giải pháp học Toán tốt nhất cho con bạn
- ✓ Hệ thống kiến thức Toán 6 trong thời gian ngắn nhất
- ✓ Học toán lớp 6 nâng cao theo từng chuyên đề
- ✓ Bồi dưỡng HSG môn Toán cho HS lớp 6
- ✓ Hỗ trợ trả lời trực tuyến Toán 6.

ĐỀ SỐ 1

Bài 1: Tìm số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$, biết rằng: $b^2 = ac$ và $\overline{abc} - \overline{cba} = 495$.

Bài 2: a) Tính nhanh:
$$\frac{1978.1979 + 1980.21 + 1958}{1980.1979 - 1978.1979}$$

b) Rút gọn:
$$\frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3}$$

Bài 3: Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{6n+99}{3n+4}$

a) Có giá trị là số tự nhiên.

b) Là phân số tối giản.

Bài 4: Cho $A = \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots + \frac{n}{5^{n+1}} + \dots + \frac{11}{5^{12}}$ với $n \in \mathbb{N}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{16}$

Bài 5: Trên đường thẳng xx' lấy một điểm O . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xx' vẽ 3 tia Oy, Ot, Oz sao cho: Góc $x'Oy = 40^\circ$; $xOt = 97^\circ$; $xOz = 54^\circ$.

a) Chứng minh tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Oz .

b) Chứng minh tia Ot là tia phân giác của góc zOy .

HƯỚNG DẪN

Bài 1: Ta có:

$$\begin{aligned}\overline{abc} - \overline{cba} &= (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a \\ &= 99a - 99c = 99(a - c) = 495 \Rightarrow a - c = 495 : 99 = 5\end{aligned}$$

Vì $b^2 = ac$ và $0 \leq b \leq 9$ mà $a - c = 5$. Nên ta có:

Với $a = 9$: $c = 4$ và $b^2 = 9.4 = 36$: $b = 6$ (Nhận)

Với $a = 8$: $c = 3$ và $b^2 = 8.3 = 24$: không có giá trị nào của b .

Với $a = 7$: $c = 2$ và $b^2 = 7.2 = 14$: không có giá trị nào của b .

Với $a = 6$: $c = 1$ và $b^2 = 6.1 = 6$: không có giá trị nào của b .

Bài 2:

a)

$$\begin{aligned}\frac{1978.1979 + 1980.21 + 1958}{1980.1979 - 1978.1979} &= \frac{1978.1979 + 1979.21 + 21 + 1958}{1979.(1980 - 1978)} \\ &= \frac{1979.(1978 + 21) + 21 + 1958}{1979.2} = \frac{1979.(1978 + 21 + 1)}{1979.2} \\ &= \frac{1979.2000}{1979.2} = 1000\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3} &= \frac{5^2 \cdot (2 \cdot 3)^{11} \cdot (2^4)^2 + (2 \cdot 3)^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^6 \cdot (3 \cdot 5)^2}{2 \cdot (2 \cdot 3)^{12} \cdot (2 \cdot 5)^4 - (3^4)^2 \cdot (2^6 \cdot 3 \cdot 5)^3} \\ &= \frac{5^2 \cdot 2^{19} \cdot 3^{11} + 2^{14} \cdot 3^{10} \cdot 5^3}{2^{17} \cdot 5^4 \cdot 3^{12} - 3^{11} \cdot 2^{18} \cdot 5^3} = \frac{5^2 \cdot 3^{10} \cdot 2^{14} \cdot (2^5 \cdot 3 + 5)}{2^{17} \cdot 5^3 \cdot 3^{11} \cdot (5 \cdot 3 - 2)} = \frac{2^5 \cdot 3 + 5}{2^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 12} \\ &= \frac{32 \cdot 3 + 5}{8 \cdot 15 \cdot 12} = \frac{96 + 5}{120 \cdot 12} = \frac{101}{1440} \end{aligned}$$

Bài 3: Đặt $A = \frac{6n+99}{3n+4} = \frac{6n+8+91}{3n+4} = \frac{2(3n+4)+91}{3n+4} = \frac{2(3n+4)}{3n+4} + \frac{91}{3n+4} = 2 + \frac{91}{3n+4}$

a) Để A là số tự nhiên thì $91 : 3n+4 : 3n+4$ là ước của 91 hay $3n+4$ thuộc $\{1; 7; 13; 91\}$.

Với $3n+4=1$ $n=-1$ Loại vì n là số tự nhiên.

Với $3n+4=7$ $n=1$ Nhận $A=2+13=15$.

Với $3n+4=13$ $n=3$ Nhận $A=2+7=9$.

Với $3n+4=91$ $n=29$ Nhận $A=2+1=3$.

b) Để A là phân số tối giản thì 91 không chia hết $3n+4$ hay $3n+4$ không là ước của 91

Suy ra $3n+4$ không chia hết cho ước nguyên tố của 91. Từ đó suy ra:

$3n+4$ không chia hết cho 7 suy ra $n \neq 7k+1$.

$3n+4$ không chia hết cho 13 suy ra $n \neq 13m+3$.

Bài 4: Xét $5A = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots + \frac{11}{5^{11}}$ Suy ra:

$$4A = 5A - A = \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots + \frac{11}{5^{11}} \right) - \left(\frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots + \frac{n}{5^{n+1}} + \dots + \frac{11}{5^{12}} \right)$$

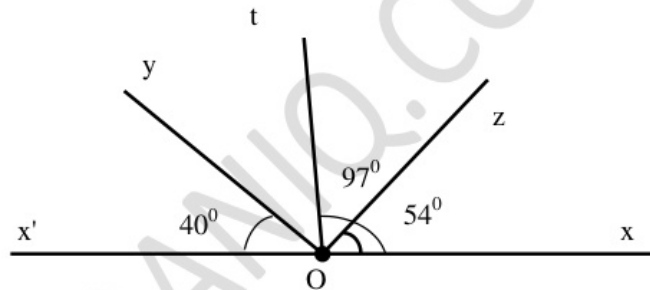
$$4A = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots + \frac{1}{5^{11}} - \frac{11}{5^{12}}$$

$$4A = B - \frac{11}{5^{12}}$$

Với biểu thức:

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots + \frac{1}{5^{11}} \\
 \Rightarrow 5B &= 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{n-1}} + \dots + \frac{1}{5^{10}} \\
 \Rightarrow 4B &= 5B - B = \left(1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots + \frac{1}{5^{11}}\right) \\
 \Rightarrow 4B &= 1 - \frac{1}{5^{11}} = \frac{5^{11} - 1}{5^{11}} \Rightarrow B = \frac{5^{11} - 1}{4 \cdot 5^{11}} \\
 \Rightarrow 4A &= \frac{5^{11} - 1}{4 \cdot 5^{11}} - \frac{11}{5^{12}} = \frac{5^{12} - 5 - 44}{4 \cdot 5^{12}} \Rightarrow A = \frac{1}{16} \cdot \frac{5^{12} - 49}{5^{12}} = \frac{1}{16} \cdot \left(1 - \frac{49}{5^{12}}\right) < \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

Bài 5: Hình vẽ



a) Theo đề bài ta có góc $x'Ox = 180^\circ$ mà góc $x'Oy$ và góc yOx kề bù. Mà góc $x'Oy = 40^\circ \Rightarrow$ góc $yOx = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Suy ra: góc $xOt <$ góc xOy hay tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oy . Lại có: góc $xOz <$ góc xOt hay tia Oz nằm giữa hai tia Ot và Ox . Vậy tia Ot nằm giữa hai tia Oz và Oy .

b) Theo câu a ta có tia Ot nằm giữa hai tia Oz và $Oy \Rightarrow$ Góc $zOt +$ góc $tOy =$ góc zOy .

Vì tia Ot nằm giữa hai tia Ox và $Oy \Rightarrow$ Góc $xOt +$ góc $tOy =$ góc xOy hay góc $tOy = 43^\circ$ (vì góc $xOt = 97^\circ$ và góc $xOy = 140^\circ$).

Vì tia Oz nằm giữa hai tia Ox và $Ot \Rightarrow$ Góc $xOz +$ góc $zOt =$ góc xOt hay góc $zOt = 43^\circ$ (vì góc $xOt = 97^\circ$ và góc $xOz = 54^\circ$).

Suy ra góc $tOy =$ góc $zOt = 43^\circ$. Vậy tia Ot là tia phân giác của góc zOy

ĐỀ SỐ 2

Thời gian làm bài 120 phút

- Câu 1:** a. Tìm các số tự nhiên x, y , sao cho $(2x+1)(y-5)=12$
b. Tìm số tự nhiên sao cho $4n-5$ chia hết cho $2n-1$
c. Tìm tất cả các số $B=62xy427$, biết rằng số B chia hết cho 99

Câu 2. a. chứng tỏ rằng $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.

b. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

Câu 3: Một bác nông dân mang cam đi bán. Lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ số cam và $\frac{1}{2}$ quả; Lần thứ 2 bán $\frac{1}{3}$ số cam còn lại và $\frac{1}{3}$ quả; Lần thứ 3 bán $\frac{1}{4}$ số cam còn lại và $\frac{3}{4}$ quả. Cuối cùng còn lại 24 quả. Hỏi số cam bác nông dân đã mang đi bán.

Câu 4: Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN

Câu 1: a. (1đ): Ta có $2x+1: y-5$ Là ước của 12

$$12 = 1.12 = 2.6 = 3.4 \quad (0,25đ)$$

$$\text{do } 2x+1 \text{ lẻ} \Rightarrow 2x+1 = 1 \text{ hoặc } 2x+1 = 3 \quad (0,25đ)$$

$$\Leftrightarrow 2x+1=1 \Rightarrow x=0; y-5=12 \Rightarrow y=17$$

$$\text{hoặc } 2x+1=3 \Rightarrow x=1; y-5=4 \Rightarrow y=9 \quad (0,25đ)$$

$$\text{vậy } (x,y) = (0,17); (1,9) \quad (0,25đ)$$

b. (1đ)

$$\text{Ta có } 4n-5 = 2(2n-1)-3 \quad (0,25đ)$$

$$\text{để } 4n-5 \text{ chia hết cho } 2n-1 \Rightarrow 3 \text{ chia hết cho } 2n-1 \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow * 2n-1=1 \Rightarrow n=1$$

$$* 2n-1=3 \Rightarrow n=2 \quad (0,25đ)$$

$$\text{vậy } n=1; 2 \quad (0,25đ)$$

c. (1đ) Ta có $99=11.9$

$$B \text{ chia hết cho } 99 \Rightarrow B \text{ chia hết cho } 11 \text{ và } B \text{ chia hết cho } 99 \quad (0,25đ)$$

$$* B \text{ chia hết cho } 9 \Rightarrow (6+2+4+2+7+x+y) \text{ chia hết cho } 9$$

$$\Leftrightarrow (x+y+3) \text{ chia hết cho } 9 \Rightarrow x+y=6 \text{ hoặc } x+y=15$$

$$\bullet B \text{ chia hết cho } 11 \Rightarrow (7+4+x+6+2-2-y) \text{ chia hết cho } 11 \Rightarrow (13+x-y) \text{ chia hết cho } 11$$

$$x-y=9 \text{ (loại) hoặc } y-x=2 \quad (0,25đ)$$

$$y-x=2 \text{ và } x+y=6 \Rightarrow y=4; x=2 \quad (0,25đ)$$

$$y-x=2 \text{ và } x+y=15 \text{ (loại) vậy } B=6224427 \quad (0,25đ)$$

Câu 2: a. Gọi d là ước chung của $12n+1$ và $30n+2$ ta có

$$5(12n+1)-2(30n+2)=1 \text{ chia hết cho } d \quad (0,5đ)$$

vậy $d=1$ nên $12n+1$ và $30n+2$ nguyên tố cùng nhau

$$\text{do đó } \frac{12n+1}{30n+2} \text{ là phân số tối giản} \quad (0,5đ)$$

$$\text{b. Ta có } \frac{1}{2^2} < \frac{1}{2.1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{100^2} < \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1 \quad (0,5đ)$$

Câu 3. Số cam còn lại sau lần bán thứ 2 là :

$$(24 + 3/4) : 3/3 = 33 (\text{quả}) \quad (1đ)$$

Số cam còn lại sau lần bán thứ nhất .

$$(33 + 1/3) : 2/3 = 50 (\text{quả}) \quad (1đ)$$

Số cam bác nông dân mang đi bán .

$$(50 + 1/2) : 1/2 = 1001 (\text{quả}) \quad (1đ)$$

Câu 4 (1đ)

. Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại tạo nên 100 giao điểm . có 101 đường thẳng nên có 101.100 giao điểm . nhưng mỗi giao điểm đã được tính hai lần nên chỉ có 101.100:2= 5050 (giao điểm)

ĐỀ SỐ 3

Thời gian làm bài: 120'

Bài 1: (1,5đ) Tìm x

a) $5^x = 125$;

b) $3^{2x} = 81$;

c) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3$

Bài 2: (1,5đ)

Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng: $|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$

Bài 3: (1,5đ)

Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

a. Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương.

b. Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

c. Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 4: (2đ)

Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

Bài 5: (2đ)

Cho các số tự nhiên từ 1 đến 11 được viết theo thứ tự tùy ý sau đó đem cộng mỗi số với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được, bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Bài 6: (1,5đ)

Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120^0 . Chứng minh rằng:

a. Góc $xOy = \text{góc } xOz = \text{góc } yOz$

b. Tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại

ĐÁP ÁN

Bài 1 (1,5đ)

a). $5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$

b) $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

c). $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

$\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2.3 + 2.5^2$

$\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2.5$

$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2.5^3$

$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Bài 2. Vì $|a|$ là một số tự nhiên với mọi $a \in \mathbb{Z}$ nên từ $|a| < 5$ ta

$\Rightarrow |a| = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Nghĩa là $a = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4\}$. Biểu diễn trên trục số các số này đều lớn hơn -5 và nhỏ hơn 5 do đó $-5 < a < 5$.

Bài 3.

a) Nếu a dương thì số liền sau cũng dương.

Ta có: Nếu a dương thì $a > 0$ số liền sau a lớn hơn a nên cũng lớn hơn 0 nên là số dương

b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

Ta có: Nếu a âm thì $a < 0$ số liền trước a nhỏ hơn a nên cũng nhỏ hơn 0 nên là số âm.

Bài 4 (2đ). Trong các số đã cho ít nhất có 1 số dương vì nếu trái lại tất cả đều là số âm thì tổng của 5 số

bất kỳ trong chúng sẽ là số âm trái với giả thiết.

Tách riêng số dương đó còn 30 số chỉ làm 6 nhóm. Theo đề bài tổng các số của mỗi nhóm đều là số dương nên tổng của 6 nhóm đều là số dương và do đó tổng của 31 số đã cho đều là số dương.

Bài 5 (2đ):

Vì có 11 tổng mà chỉ có thể có 10 chữ số tận cùng đều là các số từ 0, 1, 2, ..., 9 nên luôn tìm được hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau nên hiệu của chúng là một số nguyên có tận cùng là 0 và là số chia hết cho 10.

Bài 6 (1,5đ). Ta có: góc $x'Oy = 60^\circ$, góc $x'Oz = 60^\circ$ và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz nên

góc $yOz = yOx' + x'Oz = 120^\circ$.

Vậy Góc $xOy = \text{góc } xOz = \text{góc } yOz$

Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz và góc $x'Oy = \text{góc } x'Oz$ nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy, Oz . Tương tự tia Oy' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân giác của góc xOz và xOy

ĐỀ SỐ 4

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1. Tính:

a. $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

b. tìm x biết: $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750$.

Câu 2.

- a. Chứng minh rằng nếu: $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì $\overline{abcdeg} : 11$.
b. Chứng minh rằng: $10^{28} + 8 : 72$.

Câu 3.

Hai lớp 6A;6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Lớp 6A có 1 bạn thu được 26 Kg còn lại mỗi bạn thu được 11 Kg ; Lớp 6B có 1 bạn thu được 25 Kg còn lại mỗi bạn thu được 10 Kg .
Tính số học sinh mỗi lớp biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng 200Kg đến 300 Kg.

Câu 4.

Tìm 3 số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ 2 và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ 3.

Câu 5.

Bốn điểm A,B,C,D không nằm trên đường thẳng a . Chứng tỏ rằng đường thẳng a hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, BD, CD.

ĐÁP ÁN

Câu 1. a). $2A = 8 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{21}$.

$$\Rightarrow 2A - A = 2^{21} + 8 - (4 + 2^2) + (2^3 - 2^3) + \dots + (2^{20} - 2^{20}) = 2^{21}.$$

b). $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750$

$$\Rightarrow x+1 + x+2 + \dots + x+100 = 5750$$

$$\Rightarrow (1+2+3+\dots+100) + (x+x+x+\dots+x) = 5750$$

$$101 \times 50 + 100x = 5750$$

$$100x = 5750 - 5050$$

$$100x = 700$$

$$x = 7$$

Câu 2. a) $\overline{abcdeg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = 9999\overline{ab} + 99\overline{cd} + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$.

b). $10^{28} + 8 : 9.8$ ta có $10^{28} + 8 : 8$ (vì có số tận cùng là 008)

nên $10^{28} + 8 : 9.8$ vậy $10^{28} + 8 : 72$

Câu 3. Gọi số giấy mỗi lớp thu được là x (Kg) thì $(x-26) : 11$ và $(x-25) : 10$.

Do đó $(x-15) \in BC(10;11)$ và $200 < x < 300 \Rightarrow x-15 = 220 \Rightarrow x = 235$.

Số học sinh lớp 6A là: $(235 - 26) : 11 + 1 = 20$ hs

Số học sinh lớp 6B là: $(235 - 25) : 10 + 1 = 22$ hs.

Câu 4. Số thứ nhất bằng: $\frac{9}{11} : \frac{6}{7} = \frac{21}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ ba bằng: $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (số thứ hai)

Tổng của 3 số bằng $\frac{22+21+27}{22}$ (số thứ hai) = $\frac{70}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là : $210 : \frac{70}{22} = 66$; số thứ nhất là: $\frac{21}{22} \cdot 66 = 63$; số thứ 3 là: $\frac{27}{22} \cdot 66 = 81$

Câu 5: Đường thẳng a chia mặt phẳng ra hai nửa mặt phẳng

Xét 3 trường hợp

- Nếu cả 4 điểm A, B, C, D thuộc cùng một nửa mặt phẳng thì a không cắt đoạn thẳng nào.
- Nếu có 1 điểm (Chẳng hạn điểm A thuộc nửa mặt phẳng) ba điểm B, C, D thuộc nửa mặt phẳng đối thì đường thẳng a cắt ba đoạn thẳng AB, AC, AD
- Nếu có 2 điểm chẳng hạn (A và B) thuộc một nửa mặt phẳng hai điểm kia (C và D) thuộc mỗi nửa mặt phẳng đối thì a cắt bốn đoạn thẳng AC, AD, BC, BD

ĐỀ SỐ 5

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1 (3đ):

- So sánh: 222^{333} và 333^{222}
- Tìm các chữ số x và y để số $\overline{1x8y2}$ chia hết cho 36
- Tìm số tự nhiên a biết 1960 và 2002 chia cho a có cùng số dư là 28

Bài 2 (2đ):

Cho : $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2002}$

- Tính S
- Chứng minh $S \vdots 7$

Bài 3 (2đ):

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng khi chia số này cho 29 dư 5 và chia cho 31 dư 28

Bài 4 (3đ):

Cho góc $AOB = 135^\circ$. C là một điểm nằm trong góc AOB biết góc $BOC = 90^\circ$

- Tính góc AOC
- Gọi OD là tia đối của tia OC. So sánh hai góc AOD và BOD

HƯỚNG DẪN

Bài 1 (3đ):

- Ta có $222^{333} = (2 \cdot 111)^{3 \cdot 111} = 8^{111} \cdot (111^{111})^2 \cdot 111^{111}$ (0,5đ)

$$333^{222} = (3 \cdot 111)^{2 \cdot 111} = 9^{111} \cdot (111^{111})^2 \text{ (0,5đ)}$$

Suy ra: $222^{333} > 333^{222}$

- Để số $\overline{1x8y2} \vdots 36$ ($0 \leq x, y \leq 9, x, y \in \mathbb{N}$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1+x+8+y+2) \vdots 9 \\ \overline{y2} \vdots 4 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$$\overline{y2} \vdots 4 \Rightarrow y = \{1; 3; 5; 7; 9\}$$

$$(x+y+2) \vdots 9 \Rightarrow x+y = 7 \text{ hoặc } x+y = 16 \Rightarrow x = \{6; 4; 2; 0; 9; 7\} \text{ (0,25đ)}$$

Vậy ta có các số: 16812; 14832; 12852; 10872; 19872; 17892 (0,25đ)

- Ta có $a > 28 \Rightarrow (2002 - 1960) \vdots a \Rightarrow 42 \vdots a$ (0,5đ)
 $\Rightarrow a = 42$ (0,5đ)

Bài 2 (2đ):

- Ta có $3^2 S = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{2002} + 3^{2004}$ (0,5đ)

Suy ra: $8S = 3^{2004} - 1 \Rightarrow S = \frac{3^{2004} - 1}{8}$ (0,5đ)

b) $S = (3^0 + 3^2 + 3^4) + 3^6(3^0 + 3^2 + 3^4) + \dots + 3^{1998}(3^0 + 3^2 + 3^4) =$
 $= (3^0 + 3^2 + 3^4)(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998})$
 $= 91(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998})$ (0,75đ) suy ra: $S : 7$ (0,25đ)

Bài 3 (2đ): Gọi số cần tìm là: a

Ta có $a = 29q + 5 = 31p + 28$ (0,5đ) $\Leftrightarrow 29(q - p) = 2p + 23$

Vì $2p + 23$ lẻ nên $(q - p)$ lẻ $\Rightarrow q - p \geq 1$. (0,75đ)

Vì a nhỏ nhất hay $q - p = 1 \Rightarrow p = 3$;

$\Rightarrow a = 121$ (0,5đ)

Vậy số cần tìm là 121 (0,25đ)

Bài 4 (3đ):

a) Theo giả thiết C nằm trong góc AOB nên tia OC nằm giữa hai tia OB và OA

$\Rightarrow$ góc AOC + góc BOC = góc AOB

$\Rightarrow$ góc AOC = góc AOB - góc BOC

$\Rightarrow$ góc AOC = $135^0 - 90^0 = 45^0$

b) Vì OD là tia đối của tia OC nên

C, O, D thẳng hàng, Do đó góc DOA +

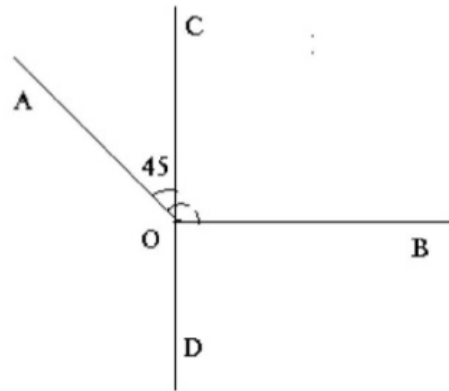
góc AOC = 180^0 (hai góc kề bù)

$\Rightarrow$ góc AOD = $180^0 -$ góc AOC

$= 180^0 - 45^0 = 135^0$

góc BOD = $180^0 - 90^0 = 90^0$

Vậy góc AOD > góc BOD



ĐỀ SỐ 6

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1(8 điểm

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

a) 57^{1999}

b) 93^{1999}

2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 5.

3. Cho phân số $\frac{a}{b}$ ($0 < a < b$) cùng thêm m đơn vị ($m > 0$) vào tử và mẫu thì phân số mới lớn

hơn hay bé hơn $\frac{a}{b}$?

4. Cho số $155*710*4*16$ có 12 chữ số. chứng minh rằng nếu thay các dấu * bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1,2,3 một cách tùy thì số đó luôn chia hết cho 396.

5. chứng minh rằng:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} < \frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$

Bài 2: (2 điểm)

Trên tia Ox xác định các điểm A và B sao cho OA= a(cm), OB=b (cm)

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết $b < a$

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a+b)$.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau: (1 điểm)

Để tìm chữ số tận cùng của các số chỉ cần xét chữ số tận cùng của từng số :

a) 57^{1999} ta xét 7^{1999}

Ta có: $7^{1999} = (7^4)^{499} \cdot 7^3 = 2041^{499} \cdot 343$ Suy ra chữ số tận cùng bằng 3 (0,25 điểm)

Vậy số 57^{1999} có chữ số tận cùng là : 3

b) 93^{1999} ta xét 3^{1999}

Ta có: $3^{1999} = (3^4)^{499} \cdot 3^3 = 81^{499} \cdot 27$

Suy ra chữ số tận cùng bằng 7

(0,25 điểm)

2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. chứng minh rằng A chia hết cho 5

Để chứng minh A chia hết cho 5 , ta xét chữ số tận cùng của A bằng việc xét chữ số tận cùng của từng số hạng.

Theo câu 1b ta có: 999993^{1999} có chữ số tận cùng là 7

Tương tự câu 1a ta có: $(7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7$ có chữ số tận cùng là 7 (0,25 điểm)

Vậy A có chữ số tận cùng là 0, do đó A chia hết cho 5. (0,25 điểm)

3 (1 điểm) Theo bài toán cho $a < b$ nên $am < bm$ (nhân cả hai vế với m) (0,25 điểm)

$\Rightarrow ab + am < ab + bm$ (cộng hai vế với ab) (0,25 điểm)

$\Rightarrow a(b+m) < b(a+m)$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$$

4.(1 điểm)

Ta nhận thấy , vị trí của các chữ số thay thế ba dấu sao trong số trên đều ở hàng chẵn và vì ba chữ số đó đôi một khác nhau, lấy từ tập hợp $\{1;2;3\}$ nên tổng của chúng luôn bằng $1+2+3=6$.

Mặt khác $396 = 4 \cdot 9 \cdot 11$ trong đó 4;9;11 đôi một nguyên tố cùng nhau nên ta cần chứng minh

$A = 155 \cdot 710 \cdot 4 \cdot 16$ chia hết cho 4 ; 9 và 11.

Thật vậy :

$+A : 4$ vì số tạo bởi hai chữ số tận cùng của A là 16 chia hết cho 4 (0,25 điểm)

$+A : 9$ vì tổng các chữ số chia hết cho 9 :

$1+5+5+7+1+4+1+6+(***)=30+6=36$ chia hết cho 9 (0,25 điểm)

$+A : 11$ vì hiệu số giữa tổng các chữ số hàng chẵn và tổng các chữ số hàng lẻ là 0, chia hết cho 11.

$\{1+5+7+4+1\} - \{5+1+6+(***)\} = 18-12-6=0$ (0,25 điểm)

Vậy A : 396

5(4 điểm)

a) (2 điểm) Đặt $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6}$ (0,25 điểm)

$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5}$ (0,5 điểm)

$$\Rightarrow 2A + A = 3A = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{2^6 - 1}{2^6} < 1 \quad (0,75 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{b) Đặt } A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 3A = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow 4A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 4A < 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{Đặt } B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow 3B = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{97}} - \frac{1}{3^{98}} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

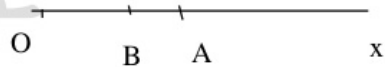
$$4B = B + 3B = 3 - \frac{1}{3^{99}} < 3 \Rightarrow B < \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 4A < B < \frac{3}{4} \Rightarrow A < \frac{3}{16} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Bài 2 (2 điểm)

a) (1 điểm) Vì $OB < OA$ (do $b < a$) nên trên tia Ox thì điểm B nằm giữa điểm O và điểm A . Do đó:
 $OB + OA = OA$

Từ đó suy ra: $AB = a - b$.



$$\text{b) (1 điểm) Vì } M \text{ nằm trên tia } Ox \text{ và } OM = \frac{1}{2}(a + b) = \frac{a + b}{2} = \frac{2b + a - b}{2} = b + \frac{a - b}{2} =$$

$$= OB + \frac{OA - OB}{2} = OB + \frac{1}{2}AB$$

$\Rightarrow M$ chính là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM = BM$

ĐỀ SỐ 7

Thời gian làm bài: 120 phút.

A – Phần số học : (7 điểm)

Câu 1: (2 điểm)

a, Các phân số sau có bằng nhau không? Vì sao?

$$\frac{23}{99} ; \frac{23232323}{99999999} ; \frac{2323}{9999} ; \frac{232323}{999999}$$

b, Chứng tỏ rằng: $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Leftrightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17

Câu 2: (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{23} - \frac{1}{1009} \right) : \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{1009} \right) + 1 : (30 \cdot 1009 - 160)$$

Câu 3 : (2 điểm)

a, Tìm số tự nhiên x , biết : $(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10}).x = \frac{23}{45}$

b, Tìm các số $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, biết :

$$\frac{30}{43} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}$$

Câu 4 : (1 điểm)

Một số tự nhiên chia cho 120 dư 58, chia cho 135 dư 88. Tìm a , biết a bé nhất.

B – Phần hình học (3 điểm) :

Câu 1: (2 điểm)

Góc tạo bởi 2 tia phân giác của 2 góc kề bù, bằng bao nhiêu? Vì sao?

Câu 2: (1 điểm)

Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a , biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

ĐÁP ÁN

A. PHẦN SỐ HỌC

Câu 1: a, Ta thấy; $\frac{23}{99} = \frac{23.101}{99.101} = \frac{2323}{9999}$ $\frac{23}{99} = \frac{23.10101}{99.10101} = \frac{232323}{999999}$

$$\frac{23}{99} = \frac{23.1010101}{99.1010101} = \frac{23232323}{99999999}$$

Vậy; $\frac{23}{99} = \frac{2323}{9999} = \frac{232323}{999999} = \frac{23232323}{99999999}$

b, Ta phải chứng minh, $2x + 3y$ chia hết cho 17, thì $9x + 5y$ chia hết cho 17

Ta có $4(2x + 3y) + (9x + 5y) = 17x + 17y$ chia hết cho 17

Do vậy ; $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17

Ngược lại ; Ta có $4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 mà $(4; 17) = 1$

$\Rightarrow 2x + 3y$ chia hết cho 17

Câu 2 ; Ta viết lại A như sau :

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009}).23.7.1009}{(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1009}).23.7.1009} + \frac{1}{(23+7).1009-161+1} \\ &= \frac{7.1009+23.1009-23.7}{7.1009+23.1009-23.7+1} + \frac{1}{23.1009+7.1009-23.7+1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 3; a, $\frac{1}{2} (\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10}) \cdot x = \frac{23}{45}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{90}) \cdot x = \frac{23}{45} \Rightarrow x = 2$$

$$b, \frac{30}{43} = \frac{1}{\frac{43}{30}} = \frac{1}{1 + \frac{13}{30}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{13}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

$$\Rightarrow a=1 ; b=2 ; c=3 ; d=4$$

Câu 4; Ta có
$$\begin{cases} a=120.q_1+58 \\ a=135.q_2+88 \end{cases} \quad (q_1, q_2 \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} 9a=1080.q_1+522 \\ 8a=1080.q_2+704 \end{cases}$$

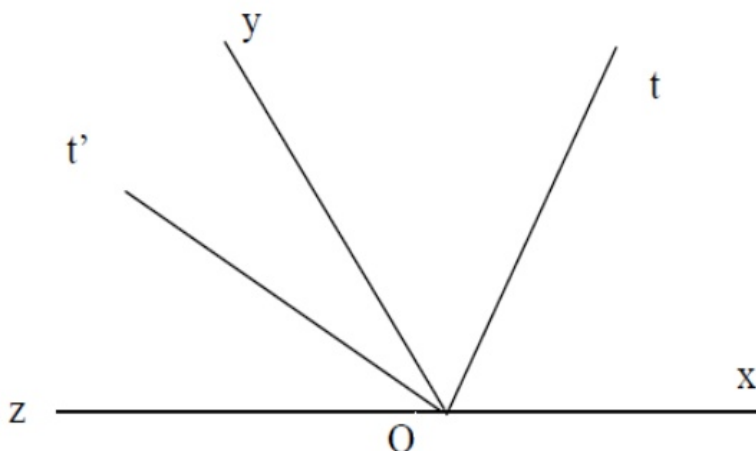
Từ (2), ta có $9 \cdot a = 1080 \cdot q_2 + 704 + a$ (3)

Kết hợp (1) với (2), ta được $a = 1080 \cdot q - 180$

Vì a nhỏ nhất, cho nên, q phải nhỏ nhất

$$\Rightarrow q=1 \Rightarrow a=898$$

B- PHẦN HÌNH HỌC



Câu 1:

Gọi Ot, Ot', là 2 tia phân giác của 2 kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$

Giả sử, $\widehat{xOy} = a$; $\Rightarrow \widehat{yOz} = 180 - a$

Khi đó: $\widehat{tOy} = \frac{1}{2}a$, $\widehat{t'Oy} = \frac{1}{2}(180 - a)$

$$\Rightarrow \widehat{tOt'} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}(180 - a) = 90^\circ$$

Câu 2: Giả sử trong 20 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, số đường thẳng vẽ được là:
 $19 \cdot 20 : 2 = 190$

Trong a điểm, giả sử không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng vẽ được là: $(a - 1) \cdot a : 2$.

Thực tế, trong a điểm này ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

$$\text{Vậy ta có: } 190 - (a - 1)a : 2 + 1 = 170$$

$$\Rightarrow a = 7$$

ĐỀ SỐ 8

Thời gian làm bài : 120'

Bài 1 : (3 đ)

Người ta viết các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 đến 2006 liền nhau thành một số tự nhiên L .
Hỏi số tự nhiên L có bao nhiêu chữ số .

Bài 2 : (3đ)

Có bao nhiêu chữ số gồm 3 chữ số trong đó có chữ số 4 ?

Bài 3 : (4đ)

Cho bảng ô gồm 2007 ô như sau :

	17		36			19				
--	----	--	----	--	--	----	--	--	--	--

Phần đầu của bảng ô như trên . Hãy điền số vào chỗ trống sao cho tổng 4 số ở 4 ô liền nhau bằng 100 và tính :

- Tổng các số trên bảng ô .
- Tổng các chữ số trên bảng ô .
- Số điền ở ô thứ 1964 là số nào ?

ĐÁP ÁN

Bài 1 : Có 9 số có 1 chữ số từ 1 đến 9 (0.25đ)

Có 90 số có 2 chữ số từ 10 đến 99 (0.5đ)

Có 900 số có 3 chữ số từ 100 đến 999 (0.5đ)

Các số có 4 chữ số là từ 1000 đến 2006 có :

$$2006 - 1000 + 1 = 1007 \text{ số } (0.5đ)$$

Số chữ số của số tự nhiên L là :

$$9 + 90.2 + 900.3 + 1007.4 = 6917 \text{ (chữ số) } (1.25đ)$$

Bài 2 : Có 900 số có 3 chữ số từ 100 đến 999 (0.25đ)

Ta chia 900 số thành 9 lớp , mỗi lớp có 100 số (0.25đ) có cùng chữ số hàng trăm .

Lớp thứ nhất gồm 100 số từ 100 đến 199

Lớp thứ hai gồm 100 số từ 200 đến 299

.....

Lớp thứ 9 gồm 100 số từ 900 đến 999 (0.5đ)

Xét 9 lớp thì lớp thứ 4 cả 100 số đều có chữ số 4 ở hàng trăm .

8 lớp còn lại hàng trăm khác 4 nên chữ số 4 nếu có thì ở hàng chục và hàng đơn vị (0.25đ) .

Xét lớp thứ nhất thì các số có chữ số 4 làm hàng đơn vị gồm : 104, 114,.....194 (có 10 số) (0.5đ)

các số có 4 chữ số làm hàng chục là

140,141,142,.....149 (có 10 số) (0.5đ)

Nhưng số 144 có mặt ở trong cả 2 trường hợp vậy ở lớp thứ nhất số lượng số có chữ số 4 là :

$$10 + 10 - 1 = 19 \text{ (số) } (0.25đ)$$

Bảy lớp còn lại cũng theo quy luật ấy . Vậy số lượng số có 3 chữ số có chữ số 4 là :

$$100 + 19.8 = 252 \text{ số } (0.5đ)$$

Bài 3 : Ta dùng các số 1; 2; 3để đánh số cho các ô phần đầu bảng ô (0.25đ) .

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

28	17	19	36	28	17	19	36	28	17	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

Vì các ô số 4; 5; 6; 7 và 3; 4; 5; 6 nên số ở ô số 3 và ô số 7 bằng nhau $\rightarrow$ ô số 3 là 19 (0.5đ)

$$100 - (17 + 19 + 36) = 28$$

Vậy ô số 1 là số 28 (0.25đ)

$$100 - (17 + 19 + 36) = 28. \text{ Vậy số điền ô thứ 5 là số 28 (0.25đ)}$$

số điền ở ô số 6 cũng là số 17 (0.25đ)

$$\text{Ta có : } 2007 = 501.4 + 3$$

Vậy ta có 501 nhóm 4 ô , d 3 ô cuối là ô thứ 2005; 2006; 2007 với các số 28; 17; 19 (0.5đ)

a) Tổng các số trên băng ô là :

$$100.501 + 28 + 17 + 19 = 50164 \quad (1đ)$$

b) Tổng các chữ số ở mỗi nhóm ô là :

$$2 + 8 + 1 + 7 + 1 + 9 + 3 + 6 = 37 \quad (0.5đ)$$

Tổng các chữ số trên băng ô là :

$$37.501 + 2 + 8 + 1 + 7 + 1 + 9 = 18567$$

c) $1964 : 4$. vậy số điền ở ô thứ 1964 là số 36 . (0.5đ)

ĐỀ SỐ 9

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (1 điểm)

a. Điền dấu thích hợp vào ô trống:

Nếu $a \leq b$ và $b \leq 10$ ☐ $a \leq 10$

b. Viết tập hợp M các số chẵn a thỏa mãn $a \leq 10$

c. Có bao nhiêu số chẵn nhỏ hơn n ($n \in \mathbb{N}$)

Bài 2: (2 điểm) Cho $A = 3 + 32 + 33 + 34 + \dots + 3100$ chứng minh A chia hết cho 120.

Bài 3: (2 điểm) Cho các số 0; 1; 3; 5; 7; 9. Hỏi có thể thiết lập được bao nhiêu số có 4 chữ số chia hết cho 5 từ sáu chữ số đã cho.

Bài 4: (2 điểm) Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 5: (1,5 điểm) Cho có số đo bằng 1250. Vẽ tia oz sao cho $\angle = 350$. Tính trong từng trường hợp.

Bài 6: (1,5 điểm)

Cho ba điểm A, B, C nằm ngoài đường thẳng a. Biết rằng cả hai đoạn thẳng BA, BC đều cắt đường thẳng a. Hỏi đường thẳng a có cắt đoạn thẳng AC không? Vì sao?

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (1 điểm)

Điền dấu thích hợp vào ô trống là $\Rightarrow$

$$(\text{Nếu } a \leq b \text{ và } b \leq 10 \Rightarrow a \leq 10)$$

0,25 đ

$$\text{a. } M = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$$

0,25 đ

b. Ta phải xét hai trường hợp:

- + Số n là số chẵn, lúc đó số chẵn nhỏ hơn n là $\frac{n}{2}$ 0,25 đ
- + Số n là số lẻ, lúc đó số chẵn nhỏ hơn n là $\frac{n+1}{2}$ 0,25đ

Bài 2: (2 điểm)

Ta nhóm làm 25 nhóm, mỗi nhóm 4 số hạng như sau:

$$A = (3 + 32 + 33 + 34) + \dots + (397 + 398 + 399 + 3100)$$

$$= 3(1 + 3 + 32 + 33) + \dots + 397(1 + 3 + 32 + 33) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$\text{Ta lại thấy: } 1 + 3 + 32 + 33 = 40$$

$$\text{Nên } A = 40 \cdot (3 + 35 + 39 + \dots + 397) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$= 40 \cdot 3(30 + 34 + 38 + \dots + 396) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$= 120 \cdot (30 + 34 + 38 + \dots + 396)$$

$$\text{Điều này chứng tỏ } A: 120 \text{ (đpcm)} \quad 0,5 \text{ đ}$$

Bài 3: (2 điểm)

Mỗi số có dạng: ; 0,25đ

* Với

- Có 5 cách chọn chữ số hàng nghìn (vì chữ số hàng nghìn phải khác 0). 0,5đ

- Có 6 cách chọn chữ số hàng trăm.

- Có 6 cách chọn chữ số hàng chục 0,25đ

Vậy dạng có 5.6.6 = 180 số. 0,5đ

* Với

Cách chọn tương tự và cũng có 180 số.

Số thiết lập được là 180+180=360 số 0,5đ

(có 4 chữ số chia hết cho 5 từ 6 chữ số đã cho)

Bài 4: (2 điểm)

Ta ký hiệu: Loại 1: LI; Loại 2: LII; Loại 3: LIII

Vì số trang của mỗi quyển vở LII bằng số trang của 1 quyển LI, nên số trang của 3 quyển LII bằng số trang của 2 quyển LI 0,5đ

Mà số trang của 4 quyển LIII bằng 3 quyển LII, nên số trang của 2 quyển LI bằng số trang của 4 quyển LIII 0,5đ

Do đó số trang của 8 quyển LI bằng : $4 \cdot 8 : 2 = 16$ (quyển LIII)

Số trang của 9 quyển LII bằng $9 \cdot 4 : 3 = 12$ (quyển LIII)

LIII: 5 quyển (theo bài ra)

Vậy 1980 chính là số trang của $16 + 12 + 5 = 33$ (quyển LIII) 0,5đ

Suy ra:

Số trang 1 quyển vở loại 3 là $1980 : 33 = 60$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 2 là $\frac{60 \cdot 4}{3} = 80$ (trang)

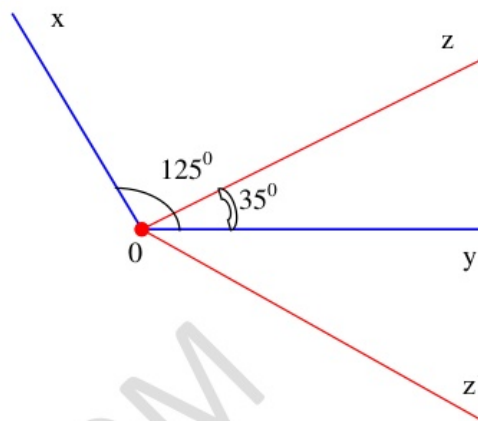
Số trang 1 quyển vở loại 1 là: $\frac{80 \cdot 3}{2} = 120$ (trang) 0,5đ

Bài 5: (1,5 điểm) Vẽ hình (0,5đ)

Có 2 cách vẽ tia Oz : cách 1 gọi là Oz , cách 2 gọi là Oz' (như hình vẽ)

$$\widehat{xOz} = 125^\circ - 35^\circ = 90^\circ \quad (0,5đ)$$

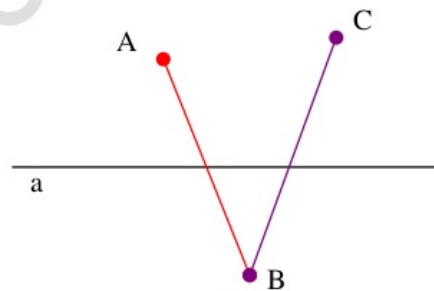
$$\widehat{xOz'} = 125^\circ + 35^\circ = 160^\circ \quad (0,5đ)$$



Bài 6: (1,5 điểm) (Vẽ hình 0,5đ)

Đường thẳng a cắt đoạn thẳng AB thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a . (0,5đ)

Lập luận tương tự, hai điểm B và C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a . Suy ra hai điểm A và C thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a . Vậy đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AC . (0,5đ)



ĐỀ SỐ 10

Thời gian làm bài: 150 phút (Năm học 1998-1999)

Bài 1: (4 Điểm)

Cho $A = 7 + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{1999}$ Chứng minh rằng A chia hết cho 35.

Bài 2: (4 Điểm)

Tìm số nguyên tố p để $p + 10$ và $p + 14$ đều là các số nguyên tố.

Bài 3: (4 Điểm)

Cho $\frac{m}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1998}$ với m, n là số tự nhiên.

Chứng minh rằng m chia hết cho 1999. Nêu bài toán tổng quát.

Bài 4: (4 Điểm)

Cho phân số $A = \frac{199919991999}{200020002000}$ và phân số $B = \frac{1999}{2000}$

So sánh A và B.

Bài 5: (4 Điểm) Ô tô A đi từ Hà Nội về Phú Lý, ô tô B đi từ Phú Lý lên Hà Nội, chúng gặp nhau lần thứ nhất tại một địa điểm cách Hà Nội 25 Km. Khi xe đến Phú Lý thì lập tức quay trở lại Hà Nội, còn xe kia đến Hà Nội lập tức quay trở về Phú Lý Cứ như vậy cho đến lần gặp nhau lần thứ 3 thì hai xe ở cách Hà Nội là 5 Km. Tính quãng đường từ Phú Lý đi Hà Nội.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$\begin{aligned} A &= 7 + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{1999} = (7 + 7^3) + (7^5 + 7^7) + \dots + (7^{1997} + 7^{1999}) \\ A &= 7(1 + 7^2) + 7^5(1 + 7^2) + \dots + 7^{1997}(1 + 7^2) \\ A &= 7.50 + 7^5.50 + 7^9.50 + \dots + 7^{1997}.50 \\ \Rightarrow A &\text{ Chia hết cho } 5 \text{ (1)} \\ A &= 7 + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{1999} = 7.(7^0 + 7^2 + 7^4 + \dots + 7^{1998}) \\ \Rightarrow A &\text{ Chia hết cho } 7 \text{ (2)} \\ \text{Mà } \text{ƯCLN}(5, 7) &= 1 \Rightarrow A \text{ Chia hết cho } 35. \end{aligned}$$

Bài 2:

- Nếu p là số nguyên tố chẵn $\Rightarrow p = 2$. Khi đó: $p + 10 = 12$ không là số nguyên tố. Vậy $p = 2$ loại.
- Nếu p là số nguyên tố lẻ $\Rightarrow p = 3$ hoặc $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$.
 $\neq p = 3 \Rightarrow p + 10 = 13$ là số nguyên tố và $p + 14 = 17$ là số nguyên tố. Vậy $p = 3$ là số nguyên tố thỏa mãn điều kiện đầu bài.
 $\neq p = 3k + 1 (k \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow p + 14 = 3k + 15 = 3(k + 5)$ Chia hết cho 3 và $k + 5 > 5$ Nên $p + 14$ là hợp số. Vậy $p = 3k + 1$ loại
 $\neq p = 3k + 2 (k \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow p + 10 = 3k + 12 = 3(k + 4)$ Chia hết cho 3 và $k + 4 > 4$ Nên $p + 10$ là hợp số. Vậy $p = 3k + 2$ loại

Bài 3:

$$\frac{m}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1998}. \text{ Từ 1 đến 1998 có 1998 số. Nên về phải có 1998 số hạng}$$

ta ghép thành 999 cặp như sau:

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} &= \left(1 + \frac{1}{1998}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1997}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{1996}\right) + \dots + \left(\frac{1}{999} + \frac{1}{1000}\right) \\ &= \frac{1999}{1.1998} + \frac{1999}{2.1997} + \frac{1999}{3.1996} + \dots + \frac{1999}{999.1000} \end{aligned}$$

Quy đồng tất cả 999 phân số này ta được:

$$\frac{m}{n} = \frac{1999.a_1 + 1999.a_2 + 1999.a_3 + \dots + 1999.a_{997} + 1999.a_{998} + 1999.a_{999}}{1.2.3.4.5.6.7.8.9 \dots 1996.1997.1998}$$

Với $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{998}, a_{999} \in \mathbb{N}$

$$\frac{m}{n} = \frac{1999.(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{997} + a_{998} + a_{999})}{1.2.3 \dots 1996.1997.1998}$$

Vì 1999 là số nguyên tố. Nên sau khi rút gọn, đưa về dạng phân số tối giản thì tử số vẫn còn thừa số 1999. Vậy m Chia hết cho 1999.

Bài 4:

$$A = \frac{199919991999}{200020002000} = \frac{19990000000 + 199900000 + 1999}{20000000000 + 200000000 + 2000}$$

$$= \frac{1999(1000000000 + 100000 + 1)}{2000(1000000000 + 100000 + 1)} = \frac{1999.100010001}{2000.100010001} = \frac{1999}{2000} = B$$

Vậy $A = B$.

Bài 5:

Hai xe đi ngược chiều nhau, gặp nhau lần thứ nhất thì cả 2 xe đi được 1 lần quãng đường Hà Nội - Phú Lý.

Vì cả hai xe ở cách Hà Nội 25 Km vậy xe đi từ Hà Nội về đã đi được quãng đường 25 Km.

Vì 2 xe lại quay lại đoạn đường trên nên phải gặp nhau lần 2, ở lần gặp này cả 2 xe đã đi được 3 lần quãng đường Hà Nội - Phú Lý và như vậy ở lần gặp thứ 3 thì 2 xe đã đi được 5 lần quãng đường Hà Nội - Phú Lý.

1 lần quãng đường Hà Nội - Phú Lý thì xe ô tô từ Hà Nội về đã đi được 25 Km. Vậy 5 lần quãng đường Hà Nội - Phú Lý thì xe đó đi được quãng đường là: $25 \text{ Km} \times 5 = 125 \text{ Km}$.

Thực tế thì xe đó đã đi được 2 lần quãng đường Hà Nội - Phú Lý và thêm 5 Km. Vậy quãng đường Hà Nội - Phú Lý là: $(125 - 5) : 2 = 60 \text{ (Km)}$.

Đáp số: 60 Km.

ĐỀ SỐ 11

Thời gian làm bài: 120 phút

I. TRẮC NGHIỆM:

Điền dấu x vào ô thích hợp: (1 điểm)

Câu	Đúng	Sai
a. Số $-5\frac{1}{5}$ bằng $-5 + \frac{1}{5}$ (0.25 điểm)		
b. Số $11\frac{3}{7}$ bằng $\frac{80}{7}$ (0.25 điểm)		
c) Số $-11\frac{5}{4}$ bằng $-11 - \frac{5}{4}$ (0.25 điểm)		
d) Tổng $-3\frac{1}{5} + 2\frac{2}{3}$ bằng $-1\frac{13}{15}$ (0.25 điểm)		

II. TỰ LUẬN:

Câu 1: Thực hiện các phép tính sau: (4 điểm)

- a. $\frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.234 + 18.54.162.9 + 723.729}$
- b. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$
- c. $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$
- d. $\frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

Câu 2: (2 điểm) Một quãng đường AB đi trong 4 giờ. Giờ đầu đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB. Giờ thứ 2 đi kém giờ đầu là $\frac{1}{12}$ quãng đường AB, giờ thứ 3 đi kém giờ thứ 2 $\frac{1}{12}$ quãng đường AB.

Hỏi giờ thứ tư đi mấy quãng đường AB?

Câu 3: (2 điểm)

- a. Vẽ tam giác ABC biết BC = 5 cm; AB = 3 cm; AC = 4 cm.
- b. Lấy điểm O ở trong tam giác ABC nói trên. Vẽ tia AO cắt BC tại H, tia BO cắt AC tại I, tia CO cắt AB tại K. Trong hình đó có có bao nhiêu tam giác.

Câu 4: (1 điểm)

- a. Tìm hai chữ số tận cùng của các số sau: $2^{100}; 7^{1991}$
- b. Tìm bốn chữ số tận cùng của số sau: 5^{1992}

ĐÁP ÁN

I - TỰ LUẬN.

Câu 1: Thực hiện các phép tính.

Câu a.
$$\frac{2181.729 + 243.3 - 81.9}{3^2.9^2.243 + 9^3.2.6.162 + 723.729} = \frac{2181.729 + 729^2}{729.243 + 729.1944 + 723.729}$$
$$= \frac{729(2181 + 729)}{729(243 + 1944 + 723)} = \frac{729.2910}{729.2910} = 1$$

Câu b.

Ta có:

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots; \quad \frac{1}{98.99} = \frac{1}{98} - \frac{1}{99}; \quad \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

Câu c.

Ta có:

$$\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots; \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100};$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1.$$

Câu d:
$$\frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = 2$$

Câu 2: Quãng đường đi được trong 3 giờ đầu là:

$$\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12} - \frac{1}{12}\right) = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) = 1 - \frac{1}{4}$$

Quãng đường đi trong giờ thứ tư là $\frac{1}{4}$ quãng đường

Câu 3:

a. Vẽ đoạn thẳng BC=5cm

Vẽ cung tròn (B;3cm)

Vẽ cung tròn (C;4cm)

Lấy giao điểm A của hai cung trên.

Vẽ các đoạn thẳng AB, AC ta được tam giác ABC.

b. Có 6 tam giác "đơn" là AOK; AOI; BOK; BOH; COH; và COI.

Có 3 tam giác "Ghép đôi" là AOB; BOC; COA.

Có 6 tam giác "Ghép ba" Là ABH; BCI; CAK; ABI; BCK; CAH.

Có một tam giác "Ghép 6" là tam giác ABC.

Vậy trong hình có tất cả $6+3+1+6 = 16$ (Tam giác).

Câu 4:

a. Tìm hai số tận cùng của 2^{100} .

$2^{10} = 1024$, bình phương của hai số có tận cùng bằng 24 thì tận cùng bằng 76, có số tận cùng bằng 76 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng tận cùng bằng 76. Do đó:

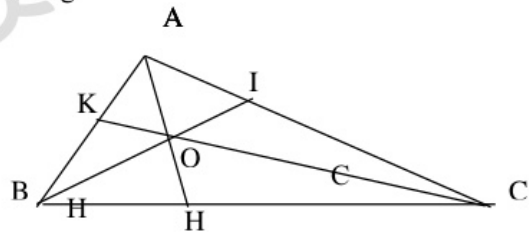
$$2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024 = (1024^2)^5 = (\dots 76)^5 = \dots 76.$$

Vậy hai chữ số tận cùng của 2^{100} là 76.

* Tìm hai chữ số tận cùng của 7^{1991} .

Ta thấy: $7^4 = 2401$, số có tận cùng bằng 01 nâng lên lũy thừa nào cũng tận cùng bằng 01. Do đó:

$$7^{1991} = 7^{1988} \cdot 7^3 = (7^4)^{497} \cdot 343 = (\dots 01)^{497} \cdot 343 = (\dots 01) \times 343 = \dots 43$$



Vậy 7^{1991} có hai số tận cùng là 43.

Tìm 4 số tận cùng của 5^{1992} .
 $5^{1992} = (5^4)^{498} = 0625^{498} = \dots 0625$

ĐỀ SỐ 12

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: Tìm các chữ số a, b sao cho $\overline{12a4b1996}$ chia hết cho 63.

$$A = \frac{40}{31.38} + \frac{35}{39.46} + \frac{30}{2392} + \frac{25}{2962}$$

Câu 2: Cho

$$B = \frac{91}{19.31} + \frac{65}{19.43} + \frac{39}{989} + \frac{143}{1311} \quad \text{Tính tỷ số } \frac{A}{B}$$

Câu 3: Một người đi xe đạp từ A về B với vận tốc 12km/h. Lát sau một người thứ 2 cũng đi từ A về B với vận tốc 21km/h. Tính ra hai người sẽ gặp nhau tại. Người thứ 2 đi được nửa quãng đường AB thì tăng vận tốc lên thành 24km/h. Vì vậy 2 người gặp nhau cách B 7 km. Tính chiều dài quãng đường AB.

Câu 4: Cho tam giác ABC có AB=AC. M là một điểm nằm giữa A và C, N là một điểm nằm giữa A và B sao cho CM=BN.

a, Chứng minh rằng đoạn thẳng BM cắt đoạn thẳng CN,

b, Chứng minh rằng góc B = góc C, BM=CN

Câu 5: Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\frac{11}{17} < \frac{a}{b} < \frac{23}{29} \quad \text{và} \quad 8a - 9b = 31$$

ĐÁP ÁN

Bài 1: Đặt $\overline{12a4b1996} = N$

$$N : 63 \Rightarrow N : 9 \text{ và } N : 7$$

$$N : 9 \Rightarrow (1+2+a+4+b+1+9+9+6) : 9 \Rightarrow (a+b+5) : 9 \Rightarrow (a+b) \in \{4, 13\}$$

$$N = 120401996 + 1000000a + 10000b : 7 \Rightarrow (a+4b+1) : 7$$

$$+ \text{ Nếu } a+b = 4 \Rightarrow (4+3b+1) : 7 \Rightarrow (3b+5) : 7 \Rightarrow 3b : 7 \text{ dư } 2$$

$$\Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$+ \text{ Nếu } a+b = 13 \Rightarrow (13+3b+1) : 7 \Rightarrow 3b : 7 \Rightarrow b : 7 \Rightarrow b \in \{0; 7\}$$

$$\Rightarrow b = 7 ; a = 6$$

a	1	6
B	3	7
$\overline{12a4b1996}$	$\overline{121431996}$	$\overline{126471996}$

Bài 2:

$$\begin{aligned} A &= \frac{40}{31.39} + \frac{35}{39.46} + \frac{30}{46.52} + \frac{25}{52.57} \\ &= \frac{40}{8} \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{39} \right) + \frac{35}{7} \left(\frac{1}{39} - \frac{1}{46} \right) + \frac{30}{6} \left(\frac{1}{46} - \frac{1}{52} \right) + \frac{25}{5} \left(\frac{1}{52} - \frac{1}{57} \right) \end{aligned}$$

$$= 5 \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{57} \right) = \frac{5.26}{31.57}$$

$$B = \frac{91}{19.31} + \frac{65}{19.43} + \frac{39}{23.43} + \frac{143}{69.19}$$

$$= \frac{13}{19} \left(\frac{7}{31} + \frac{5}{43} \right) + \frac{13}{23} \left(\frac{3}{43} + \frac{11}{57} \right) = 13 \left(\frac{24}{31.19} + \frac{28}{43.57} \right) = \frac{13.52}{57} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5.26}{31.57} : \frac{13.52}{57} = \frac{5}{62}$$

Bài 3:

Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường đầu là $21 - 12 = 9$ (km/h)

sau là : $24 - 12 = 12$ (km/h)

Do trên nửa quãng đường sau hiệu vận tốc bằng $\frac{4}{3}$ hiệu vận tốc trên nửa quãng đường

đầu (theo dự định). Nên thời gian xe thứ 2 đi từ giữa quãng đường đến chỗ gặp bằng $\frac{3}{4}$ thời gian xe 2 đi nửa quãng đường đầu

Thời gian xe 2 đi nửa quãng đường là: $\frac{7}{12} \cdot 4 = \frac{7}{3}$ (h)

Quãng đường AB dài là: $\frac{7}{3} \cdot 21 = 98$ (km)

Bài 5: Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ sao cho $\frac{11}{7} < \frac{a}{b} < \frac{23}{29}$ và $8b - 9a = 31$

$$8b - 9a = 31 \Rightarrow b = \frac{31 + 9a}{8} = \frac{32 - 1 + 8a + a}{8} \in \mathbb{N} \Rightarrow (a-1) : 8 \Rightarrow a = 8q + 1 (q \in \mathbb{N})$$

$$b = \frac{31 + 9(8q + 1)}{8} = 9q + 5 \Rightarrow \frac{11}{17} < \frac{8q + 1}{9q + 5} < \frac{23}{29}$$

$$11(9q + 5) < 17(8q + 1) \Rightarrow 37q > 38 \Rightarrow q > 1$$

$$29(8q + 1) < 23(9q + 5) \Rightarrow 25q < 86 \Rightarrow q < 4 \Rightarrow q \in \{2, 3\}$$

$$q = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{23}{17} \quad q = 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{32}{25}$$

ĐỀ SỐ 13

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (3 điểm)

a, Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 5

b, Chứng tỏ rằng: $\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$

Bài 2 (2,5 điểm)

Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 3: (2 Điểm).

Tìm số tự nhiên n và chữ số a biết rằng:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$$

Bài 4 ; (2,5 điểm)

- a, Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao.
b, Vậy với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

a, 1,5 điểm. để chứng minh A : ta xét chữ số tận cùng của A bằng việc xét chữ số tận cùng của từng số hạng

Ta có: $3^{1999} = (3^4)^{499} \cdot 3^3 = 81^{499} \cdot 27$

Suy ra: 3^{1999} có tận cùng là 7

$$7^{1997} = (7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7 \Rightarrow 7^{1997} \text{ Có tận cùng là } 7$$

Vậy A có tận cùng bằng 0 $\Rightarrow A : 5$

b, (1,5 điểm) Ta thấy: $\frac{1}{41}$ đến $\frac{1}{80}$ có 40 phân số.

Vậy

$$= \left(\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} \right) + \left(\frac{1}{61} + \frac{1}{62} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} \right) \quad (1)$$

Vì $\frac{1}{41} > \frac{1}{42} > \dots > \frac{1}{60}$ và $\frac{1}{61} > \frac{1}{62} > \dots > \frac{1}{80}$ (2)

Ta có

$$= \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \dots + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} \right) + \left(\frac{1}{80} + \frac{1}{80} + \dots + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \right) \\ = \frac{20}{60} + \frac{20}{80} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) Suy ra:

$$\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$$

Bài 2: Vì số trang của mỗi quyển vở loại 2 bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển loại 1. Nên số trang của 3

quyển loại 2 bằng số trang của 2 quyển loại 1

Mà số trang của 4 quyển loại 3 bằng 3 quyển loại 2.

Nên số trang của 2 quyển loại 1 bằng số trang của 4 quyển loại 3

Do đó số trang của 8 quyển loại 1 bằng : $4 \cdot 8 : 2 = 16$ (quyển loại 3)

Số trang của 9 quyển loại 2 bằng $9 \cdot 4 : 3 = 12$ (quyển loại 3)

Vậy 1980 chính là số trang của $16 + 12 + 5 = 33$ (quyển loại 3)

Suy ra: Số trang 1 quyển vở loại 3 là $1980 : 33 = 60$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 2 là $\frac{60 \cdot 4}{3} = 80$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 1 là: $\frac{80 \cdot 3}{2} = 120$ (trang)

Bài 3:

Từ 1; 2;; n có n số hạng

$$\text{Suy ra } 1 + 2 + \dots + n = \frac{(n+1).n}{2}$$

Mà theo bài ra ta có $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$

$$\text{Suy ra } \frac{(n+1).n}{2} = \overline{aaa} = a \cdot 111 = a \cdot 3 \cdot 37$$

$$\text{Suy ra: } n(n+1) = 2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot a$$

Vì tích $n(n+1)$ Chia hết cho số nguyên tố 37 nên n hoặc n+1 Chia hết cho 37

Vì số $\frac{(n+1).n}{2}$ có 3 chữ số Suy ra $n+1 < 74 \Rightarrow n = 37$ hoặc $n+1 = 37$

$$\text{+) Với } n = 37 \text{ thì } \frac{37.38}{2} = 703 \text{ (loại)}$$

$$\text{+) Với } n+1 = 37 \text{ thì } \frac{36.37}{2} = 666 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $n = 36$ và $a = 6$ Ta có: $1 + 2 + 3 + \dots + 36 = 666$

Bài 4 :

A, 1,5 điểm

Vì mỗi tia với 1 tia còn lại tạo thành 1 góc. Xét 1 tia, tia đó cùng với 5 tia còn lại tạo thành 5 góc. Làm như vậy với 6 tia ta được 5.6 góc. Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần do đó có tất cả là $\frac{5.6}{2} = 15$ góc

B, 1 điểm . Từ câu a suy ra tổng quát. Với n tia chung gốc có $n(\frac{n-1}{2})$ (góc).

ĐỀ SỐ 14

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1(3 điểm).

a.Tính nhanh:

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

b.Chứng minh : Với $k \in \mathbb{N}^*$ ta luôn có :

$$k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = 3k(k+1).$$

Áp dụng tính tổng :

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n+1).$$

Bài 2: (3 điểm).

a.Chứng minh rằng : nếu $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì : $\overline{abcdeg} : 11$.

b.Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$. Chứng minh : $A : 3 ; 7 ; 15$.

Bài 3(2 điểm). Chứng minh :

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1$$

Bài 4(2 điểm).

a. Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 4\text{cm}$.
Tính độ dài đoạn thẳng AC .

b. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\text{a. } \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1.5.6(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2.$$

b. Biến đổi :

$$k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = k(k+1)[(k+2) - (k-1)] = 3k(k+1)$$

Áp dụng tính :

$$3.(1.2) = 1.2.3 - 0.1.2.$$

$$3.(2.3) = 2.3.4 - 1.2.3.$$

$$3.(3.4) = 3.4.5 - 2.3.4.$$

.....

$$3.n(n+1) = n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)$$

Cộng lại ta có :

$$3.S = n(n+1)(n+2) \Rightarrow S = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Bài 2. a. Tách như sau :

$$\overline{abc \deg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}).$$

$$\text{Do } 9999:11; 99:11 \Rightarrow (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}):11$$

$$\text{Mà : } (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}):11 \text{ (theo bài ra) nên : } \overline{abc \deg}:11.$$

b. Biến đổi :

$$\begin{aligned} *A &= (2+2^2) + (2^3+2^4) + (2^5+2^6) + \dots + (2^{59}+2^{60}) = 2(1+2) + 2^3(1+2) + \dots + 2^{59}(1+2) \\ &= 3(2+2^3+\dots+2^{59}):3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *A &= (2+2^2+2^3) + (2^4+2^5+2^6) + \dots + (2^{58}+2^{59}+2^{60}) = \\ &= 2.(1+2+2^2) + 2^4.(1+2+2^2) + \dots + 2^{58}.(1+2+2^2) = 7(2+2^4+\dots+2^{58}):7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *A &= (2+2^2+2^3+2^4) + (2^5+2^6+2^7+2^8) + \dots + (2^{57}+2^{58}+2^{59}+2^{60}) = \\ &= 2(1+2+2^2+2^3) + 2^5(1+2+2^2+2^3) + \dots + 2^{57}(1+2+2^2+2^3) = \\ &= 15.(2+2^5+\dots+2^{57}):15. \end{aligned}$$

$$\text{Bài 3. Ta có : } \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$$

$$\text{Áp dụng : } \frac{1}{2^2} < 1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1 - \frac{1}{n} < 1.$$

Bài 4. a. Xét hai trường hợp :

*TH 1: C thuộc tia đối của tia BA.

Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau $\Rightarrow$ B nằm giữa A và C

$$\Rightarrow AC = AB + BC = 12 \text{ cm.}$$

*TH 2 : C thuộc tia BA.

C nằm giữa A và B (Vì $BA > BC$) $\Rightarrow AC + BC = AB \Rightarrow AC = AB - BC = 4 \text{ cm.}$

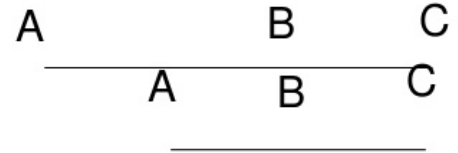
b. - Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại nên tạo ra 100 giao điểm.

- Có 101 đường thẳng nên có : $101.100 = 10100$ giao điểm.

- Do mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là :

$$10100 : 2 = 5050 \text{ giao điểm.}$$

Lưu ý : Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Bài hình không vẽ hình không chấm điểm.



ĐỀ SỐ 15

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1: Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}$

a, Tính S

b, Chứng minh SM26

Câu 2. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho số đó chia cho 3 dư 1; chia cho 4 dư 2 ; chia cho 5 dư 3; chia cho 6 dư 4 và chia hết cho 11.

Câu 3. Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $A = \frac{3n+2}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Câu 4. Cho 3 số 18, 24, 72.

a, Tìm tập hợp tất cả các ước chung của 3 số đó.

b, Tìm BCNN của 3 số đó

Câu 5. Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D ; OA = 5cm; OD = 2 cm ; BC = 4 cm và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tìm độ dài các đoạn BD; AC.

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2đ).

a, Ta có $5S = 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}$

$$\Rightarrow 5S - S = (5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006})$$

$$\Rightarrow 4S = 5^{2007} - 5$$

$$\text{Vậy } S = \frac{5^{2007} - 5}{4}$$

b, $S = (5 + 5^4) + (5^2 + 5^5) + (5^3 + 5^6) + \dots + (5^{2003} + 5^{2006})$

Biến đổi được $S = 126.(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2003})$

Vì $126 \nmid 126 \Rightarrow S \nmid 126$

Câu 2. (3đ) Gọi số phải tìm là x.

Theo bài ra ta có x + 2 chia hết cho 3, 4, 5, 6.

$\Rightarrow x + 2$ là bội chung của 3, 4, 5, 6

$BCNN(3;4;5;6) = 60$. nên $x + 2 = 60.n$

Do đó $x = 60.n - 2$ ($n = 1; 2; 3; \dots$)

Mặt khác $x \nmid 11$ lần lượt cho $n = 1; 2; 3; \dots$

Ta thấy $n = 7$ thì $x = 418 \nmid 11$

Vậy số nhỏ nhất phải tìm là 418.

Câu 3. (1đ). Ta có $\frac{3n+2}{n-1} = \frac{3n-3+5}{n-1} = \frac{3(n-1)+5}{n-1} = 3 + \frac{5}{n-1}$

Để A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \frac{5}{n-1}$ nguyên.

Mà $\frac{5}{n-1}$ nguyên $\Leftrightarrow 5 \nmid (n-1)$ hay $n-1$ là ước của 5

Do $U_5 = \{\pm 1; \pm 5\}$

Ta tìm được $n = 2$

$n = 0$

$n = 6$

$n = -4$

Câu 4 (2đ)

A, Tìm được các $U(18); U(24); U(72)$ đúng cho 0,5đ

$\Rightarrow U_C(18;24;72) = \{1; 2; 3; 6\}$

b, Ta có $72 \in B(18)$

$72 \in B(24)$

$\Rightarrow BCNN(18;24;72) = 72$.

Câu 5. (2đ)



Vì A nằm giữa B và C nên $BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4$ (1)

Lập. luận $\Rightarrow B$ nằm giữa A và D.

Theo gt $OD < OA \Rightarrow D$ nằm giữa O và A. (0,5đ)

Mà $OD + DA = OA \Rightarrow 2 + DA = 5 \Rightarrow DA = 3$ cm

Ta có $DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3$ (2) (0,25đ)

(1) - (2) $AC - DB = 1$ (3) (0,25đ)

theo đề ra : $AC = 2BD$ thay vào (3)

Ta có $2BD - BD = 1 \Rightarrow BD = 1$ (0,25đ)

$\Rightarrow AC = 2BD \Rightarrow AC = 2$ cm (0,25đ)

ĐỀ SỐ 16

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2 điểm)

Cho 2 tập hợp

$$A = \{n \in \mathbb{N} / n(n+1) \leq 12\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| < 3\}.$$

a. Tìm giao của 2 tập hợp.

b. có bao nhiêu tích ab (với $a \in A$; $b \in B$) được tạo thành, cho biết những tích là ước của 6.

Câu 2: (3 điểm).

a. Cho $C = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$ chứng tỏ C chia hết cho 40.

b. Cho các số 0; 1; 3; 5; 7; 9. Hỏi có thể thiết lập được bao nhiêu số có 4 chữ số chia hết cho 5 từ sáu chữ số đã cho.

Câu 3: (3 điểm).

Tính tuổi của anh và em biết rằng $\frac{5}{8}$ tuổi anh hơn $\frac{3}{4}$ tuổi em là 2 năm và $\frac{1}{2}$ tuổi anh hơn $\frac{3}{8}$ tuổi em là 7 năm.

Câu 4: (2 điểm).

a. Cho góc xoy có số đo 100° . Vẽ tia oz sao cho $\text{góc } zoy = 35^\circ$. Tính góc xoz trong từng trường hợp.

b. Diễn tả trung điểm M của đoạn thẳng AB bằng các cách khác nhau.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Liệt kê các phần tử của 2 tập hợp

a. $A = \{0, 1, 2, 3\}$

$B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

0,5 điểm

$A \cap B = \{0, 1, 2\}$

0,5 điểm.

b. Có 20 tích được tạo thành

	-2	-1	0	1	2
0	0	0	0	0	0
1	-2	-1	0	1	2
2	-4	-2	0	2	4
3	-6	-3	0	3	6

Những tích là ước của 6: ± 1 ; ± 2 ; ± 3 ; ± 6

0,5 điểm

Câu 2:

a. $B = (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + (3^{97} + 3^{98} + 3^{99} + 3^{100})$
 $= 3(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{97}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$
 $= 40.(3 + 3^5 + 3^9 + \dots + 3^{97}) : 40$

0,5 điểm

0,5 điểm

b. Mỗi số có dạng $\overline{abc0}$, $\overline{abc5}$.

Với $\overline{abc0}$,

- Có 5 cách chọn chữ số hàng nghìn (vì chữ số hàng nghìn không phải là số 0).

- Có 6 cách chọn chữ số hàng trăm.

- Có cách chọn chữ số hàng chục.

Vậy $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$ số.

Với $\overline{abc5}$. Cách chọn tương tự và cũng có 180 số. Vậy ta thiết lập được 360 số có 4 chữ số chia hết cho 5 từ 6 chữ số đã cho 0,5 điểm.

Câu 3: $1/2$ tuổi anh thì hơn $3/8$ tuổi em là 7 năm. Vậy tuổi anh hơn $6/8$ tuổi em là 14 năm
0,5 điểm.

Mà $5/8$ tuổi anh lớn hơn $3/4$ tuổi em là 2 năm,

nên $1-5/8 = 3/8$ tuổi anh = $14-2 = 12$ năm.

Vậy tuổi anh là: $12:3/8 = 32$ tuổi.

$3/4$ tuổi em = $32 - 14 = 18$ tuổi

Tuổi em là: $18:3/4 = 24$ tuổi

1 điểm

0,5 điểm

0,5 điểm

0,5 điểm

Câu 4:

a, Có 2 cách vẽ tia OZ (có hình vẽ)

Góc XOZ = 65^0 hoặc 135^0

1 điểm

b, Có thể diễn tả trung điểm M của đoạn thẳng AB bằng 3 cách khác nhau

M là trung điểm

Của đoạn thẳng AB

$\Leftrightarrow$

$\begin{cases} MA+MB=AB \\ MA=MB \end{cases}$

$\Leftrightarrow$

$\begin{cases} MA=MB=AB/2 \end{cases}$

ĐỀ SỐ 17

Thời gian làm bài: 120 phút

A/. ĐỀ BÀI

Câu 1: (2,5 điểm)

Có bao nhiêu số có 3 chữ số trong đó có đúng một chữ số 5?

Câu 2:

Tìm 20 chữ số tận cùng của $100!$.

Câu 3:

Người ta thả một số Bèo vào ao thì sau 6 ngày bèo phủ kín đầy mặt ao. Biết rằng cứ sau một ngày thì diện tích bèo tăng lên gấp đôi. Hỏi :

a/. Sau mấy ngày bèo phủ được nửa ao?

b/. Sau ngày thứ nhất bèo phủ được mấy phần ao?

Câu 4:

Tìm hai số a và b ($a < b$), biết:

$ƯCLN_{(a,b)} = 10$ và $BCNN_{(a,b)} = 900$.

Câu 5:

Người ta trồng 12 cây thành 6 hàng, mỗi hàng có 4 cây. Hãy vẽ sơ đồ vị trí của 12 cây đó.

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2,5 điểm)

Chia ra 3 loại số:

* $\overline{5ab}$. Trong đó số a có 9 cách chọn (từ 0 đến 9, trừ số 5). Số b cũng vậy. Nên các số thuộc loại này có : $9.9 = 81$ (số) (1 điểm)

* $\overline{a5b}$. Trong đó số a có 8 cách chọn (từ 1 đến 9, trừ số 5). Số b có 9 cách chọn. Nên các số thuộc loại này có: $8.9 = 72$ (số) (0,5 điểm)

* $\overline{ab5}$. Trong đó số a có 8 cách chọn, số b có 9 cách chọn. Nên các số thuộc loại này có : $8.9 = 72$ (số) (0,5 điểm) Vì 3 dạng trên bao gồm

tất cả các dạng số phải đếm và 3 dạng là phân biệt. Nên số lượng các số tự nhiên có 3 chữ số trong đó có đúng một chữ số 5 là: $81 + 72 + 72 = 225$ (số)

Đáp số: 225 (số) (0,5 điểm)

Câu 2: (2,5 điểm)

* Các thừa số 5 trong 100! (khi phân tích các thừa số chia hết cho 5) là: $\frac{100}{5} + \frac{100}{25} = 24$ (thừa số) (1 điểm)

* Các thừa số 2 có trong 100! là:

$$\begin{aligned} & \frac{100}{2} + \frac{100}{4} + \left[\frac{100}{8} \right] + \left[\frac{100}{16} \right] + \left[\frac{100}{32} \right] + \left[\frac{100}{64} \right] \\ & = 50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 \\ & = 97 \text{ (số)} \end{aligned} \quad (1 \text{ điểm})$$

Tích của mỗi cặp thừa số 2 và 5 tận cùng bằng một chữ số 0. Do đó: 100! Có tận cùng bằng 24 chữ số 0.

Vậy 20 chữ số tận cùng của 100! là 20 chữ số 0.

Câu 3: (1,5 điểm)

a/. Vì 6 ngày bèo phủ kín ao và cứ sau 1 ngày diện tích bèo tăng lên gấp đôi nên để phủ kín nửa ao thì phải sau ngày thứ 5. (0,5 điểm)

b/. Sau ngày thứ x số phần ao bị che phủ là:

Với x = 5, ta có: $1 : 2 = \frac{1}{2}$ (ao)

Với x = 4, ta có: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$ (ao)

Với x = 3, ta có: $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8}$ (ao)

Với x = 2, ta có: $\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{16}$ (ao)

Với x = 1, ta có: $\frac{1}{16} : 2 = \frac{1}{32}$ (ao) (0,5 điểm)

Vậy sau ngày thứ nhất thì bèo phủ được: $\frac{1}{32}$ (ao) (0,5 điểm)

Câu 4: (1,5 điểm)

Vì $U'CLN_{(a,b)} = 10$, suy ra : $a = 10x$; $b = 10y$ (với $x < y$ và $U'CLN_{(x,y)} = 1$) (0,5 điểm)

Ta có : $a.b = 10x . 10y = 100xy$ (1)

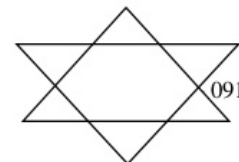
Mặt khác: $a.b = U'CLN_{(a,b)} . BCNN_{(a,b)}$
 $\Rightarrow a.b = 10 . 900 = 9000$ (2) (0,5 điểm)

Từ (1) và (2), suy ra: $xy = 90$

Ta có các trường hợp sau:

X	1	2	3	5	9
y	90	45	30	18	10

Từ đó suy ra a và b có các trường hợp sau:



a	10	20	30	50	90
y	900	450	300	180	100

Câu 5: (1 điểm) Ta có sơ đồ :

ĐỀ SỐ 18

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2đ) Với q, p là số nguyên tố lớn hơn 5 chứng minh rằng:
 $p^4 - q^4 : 240$

Câu 2: (2đ) Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{8n+193}{4n+3}$

- Có giá trị là số tự nhiên
- Là phân số tối giản
- Với giá trị nào của n trong khoảng từ 150 đến 170 thì phân số A rút gọn được.

Câu 3: (2đ) Tìm các nguyên tố x, y thỏa mãn : $(x-2)^2 \cdot (y-3)^2 = -4$

Câu 4: (3đ) Cho tam giác ABC và $BC = 5\text{cm}$. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3\text{cm}$.

- Tính độ dài BM
- Cho biết góc $BAM = 80^\circ$, góc $BAC = 60^\circ$. Tính góc CAM .
- Vẽ các tia Ax, Ay lần lượt là tia phân giác của góc BAC và CAM . Tính góc xAy .
- Lấy K thuộc đoạn thẳng BM và $CK = 1\text{cm}$. Tính độ dài BK .

Câu 5: (1đ)

Tính tổng: $B = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}$

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2đ) Ta có: $p^4 - q^4 = (p^4 - 1) - (q^4 - 1)$; $240 = 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Chứng minh $p^4 - 1 : 240$

- Do $p > 5$ nên p là số lẻ (0,25đ)

+ Mặt khác: $p^4 - 1 = (p-1)(p+1)(p^2+1)$ (0,25đ)

--> $(p-1)$ và $(p+1)$ là hai số chẵn liên tiếp => $(p-1)(p+1) : 8$ (0,25đ)

+ Do p là số lẻ nên p^2 là số lẻ --> $p^2 + 1 : 2$ (0,25đ)

- $p > 5$ nên p có dạng:

+ $p = 3k + 1$ --> $p - 1 = 3k + 1 - 1 = 3k : 3$ --> $p^4 - 1 : 3$

+ $p = 3k + 2$ --> $p + 1 = 3k + 2 + 1 = 3k + 3 : 3$ --> $p^4 - 1 : 3$ (0,25đ)

- Mặt khác, p có thể là dạng:

+ $p = 5k + 1$ --> $p - 1 = 5k + 1 - 1 = 5k : 5$ --> $p^4 - 1 : 5$

+ $p = 5k + 2$ --> $p^2 + 1 = (5k+2)^2 + 1 = 25k^2 + 20k + 5 : 5$ --> $p^4 - 1 : 5$ (0,25đ)

+ $p = 5k + 3$ --> $p^2 + 1 = 25k^2 + 30k + 10 : 5$ --> $p^4 - 1 : 5$

+ $p = 5k + 4$ --> $p + 1 = 5k + 5 : 5$ --> $p^4 - 1 : 5$ (0,25đ)

Vậy $p^4 - 1 : 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ hay $p^4 - 1 : 240$

Tương tự ta cũng có $q^4 - 1 \vdots 240$ (0,25đ)

Vậy: $(p^4 - 1) - (q^4 - 1) = p^4 - q^4 \vdots 240$

Câu 2: (2đ)

$$a. A = \frac{8n+193}{4n+3} = \frac{2(4n+3)+187}{4n+3} = 2 + \frac{187}{4n+3}$$

Để $A \in \mathbb{N}$ thì $187 \vdots 4n+3 \Rightarrow 4n+3 \in \{17; 11; 187\}$ (0,5đ)

$$+ 4n+3 = 11 \rightarrow n = 2$$

$$+ 4n+3 = 187 \rightarrow n = 46$$

$$+ 4n+3 = 17 \rightarrow 4n = 14 \rightarrow \text{không có } n \in \mathbb{N} \quad (0,5\text{đ})$$

Vậy $n = 2; 46$

b. A là tối giản khi 187 và $4n+3$ có UCLN bằng 1

$$\rightarrow n \neq 11k+2 \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$\rightarrow n \neq 17m+12 \quad (m \in \mathbb{N}) \quad (0,5\text{đ})$$

$$c) \quad n = 156 \rightarrow A = \frac{77}{19};$$

$$n = 165 \rightarrow A = \frac{89}{39}$$

$$n = 167 \rightarrow A = \frac{139}{61} \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 3: (2đ)

Do $-4 = 1^2 \cdot (-4) = 2^2 \cdot (-1)$ nên có các trường hợp sau:

$$a. \begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ y-3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} x-2 = -1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

$$b. \begin{cases} (x-2)^2 = 2^2 \\ y-3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

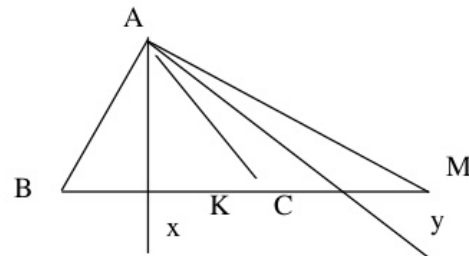
$$\text{hoặc } \begin{cases} x-2 = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 4: (3đ)

a. M, B thuộc 2 tia đối nhau CB và CM

$\rightarrow$ C nằm giữa B và M.

$$\rightarrow BM = BC + CM = 8 \text{ (cm)} \quad (0,5\text{đ})$$



b. C nằm giữa B, M $\rightarrow$ Tia AC nằm giữa tia AB, AM $\rightarrow \angle CAM = \angle BAM - \angle BAC = 20^\circ$ (0,75đ)

$$\begin{aligned} \text{c. Có } \angle xAy &= \angle xAC + \angle CAy = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle CAM \\ &= \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle CAM) = \frac{1}{2} \angle BAM = \frac{1}{2} .80 = 40^0 \text{ (0,75đ)} \end{aligned}$$

d. + Nếu $K \in$ tia $CM \rightarrow C$ nằm giữa B và K_1

$\rightarrow BK_1 = BC + CK_1 = 6$ (cm) (0,5đ)

+ Nếu $K \in$ tia $CB \rightarrow K_2$ nằm giữa B và C

$\rightarrow BK_2 = BC = CK_2 = 4$ (cm) (0,5 đ)

Câu 5: (1đ)

$$\text{Ta có } \frac{1}{1.4} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{2}{1.4} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{2}{4.7} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right); \frac{2}{7.10} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right); \dots$$

$$\dots; \frac{2}{97.100} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \text{ (0,5đ)}$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{99}{100} = \frac{33}{50} \text{ (0,5đ)}$$

ĐỀ SỐ 19
(Vòng trường 09 10)
(Thời gian làm bài 150 phút)

Câu 1: a, cho $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

Hỏi A có chia hết cho 128 không?

b, Tính giá trị biểu thức

$$\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$$

Bài 2 : a, Cho $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2009}$

Tìm số tự nhiên n biết rằng $2A + 3 = 3^n$

b, Tìm số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 5 và 9 biết rằng chữ số hàng chục bằng trung bình cộng của hai chữ số kia

Bài 3 : Cho p và $p + 4$ là các số nguyên tố ($p > 3$). Chứng minh rằng $p + 8$ là hợp số

Bài 4 : Tìm hai số tự nhiên biết tổng của chúng bằng 84, ƯCLN của chúng bằng 6.

Bài 5: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho $OA = 4$ cm ; $OB = 6$ cm . Trên tia BA lấy điểm C

sao cho $BC = 3$ cm .So sánh AB với AC

HƯỚNG DẪN CHẤM																		
Bài	Hướng dẫn chấm	Điểm																
	a, $2A - A = 2^{21} : 2^7$	0.5																
	$A : 128$	0.5																
1	$b, = \frac{2^{12}.78}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.16}{3^9.16}$	0.5																
	$= 3 + 3 = 6$	0.5																
	a, Tìm được $n = 2010$	1																
	b, Gọi số phải tìm là $\overline{abc}$ theo bài ra ta có $a + b + c : 9$ và	0.5																
	$2b = a + c$ nên $3b : 9 \Rightarrow b : 3$ vậy $b \in \{0;3;6;9\}$																	
2	$\overline{abc} : 5 \Rightarrow c \in \{0;5\}$																	
	Xét số $\overline{abo}$ ta được số 630	0.5																
	Xét số $\overline{ab5}$ ta được số 135 ; 765																	
	P có dạng $3k + 1; 3k + 2 \quad k \in \mathbb{N}$	0.5																
	Dạng $p = 3k + 2$ thì $p + 4$ là hợp số trái với đề bài	0.5																
3	$\Rightarrow p = 3k + 1 \Rightarrow p + 8 = 3k + 9 : 3$	0.5																
	$\Rightarrow p + 8$ là hợp số	0.5																
	Gọi 2 số phải tìm là a và b ($a \leq b$) ta có $(a,b) = 1$ nên $a = 6a', b = 6b'$ trong	0.5																
	đó $(a',b) = 1 \quad (a,b,a',b' \in \mathbb{N})$																	
	$\Rightarrow a + b = 14$	0.5																
4	<table> <tr> <td>a'</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>13</td> <td>11</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>6</td> <td>18</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>78</td> <td>66</td> <td>54</td> </tr> </table>	a'	1	3	5	a	13	11	9	A	6	18	30	B	78	66	54	1
a'	1	3	5															
a	13	11	9															
A	6	18	30															
B	78	66	54															
		0.5																
	Hai điểm A và B trên tia Ox mà $OA < OB$ ($4 < 6$) nên điểm A nằm giữa O và B suy ra $AB = OB - OA$	0.5																
	$AB = 6 - 4 = 2$ (cm)																	
5	Hai điểm A và C trên tia BA mà $BA < BC$ ($2 < 3$) nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C	0.5																
	Suy ra $AC = BC - BA = 3 - 2 = 1$ (cm)	0.5																
	Vậy $AB > AC$ ($2 > 1$)																	

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2đ)

Thay (*) bằng các số thích hợp để:

a) $510*$; $61*16$ chia hết cho 3.

b) $261*$ chia hết cho 2 và chia 3 dư 1

Câu 2: (1,5đ)

Tính tổng $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$

Câu 3: (3,5 đ)

Trên con đường đi qua 3 địa điểm A; B; C (B nằm giữa A và C) có hai người đi xe máy Hùng và Dũng. Hùng xuất phát từ A, Dũng xuất phát từ B. Họ cùng khởi hành lúc 8 giờ để cùng đến C vào lúc 11 giờ cùng ngày. Ninh đi xe đạp từ C về phía A, gặp Dũng lúc 9 giờ và gặp Hùng lúc 9 giờ 24 phút. Biết quãng đường AB dài 30 km, vận tốc của Ninh bằng $\frac{1}{4}$ vận tốc của Hùng. Tính quãng đường BC

Câu 4: (2đ)

Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2006}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm A; $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2006}$; B. Tính số tam giác tạo thành

Câu 5: (1đ)

Tích của hai phân số là $\frac{8}{15}$. Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là $\frac{56}{15}$. Tìm hai phân số đó.

ĐÁP ÁN

Câu 1

a) Để $510*$; $61*16$ chia hết cho 3 thì:

$5 + 1 + 0 + *$ chia hết cho 3; từ đó tìm được $*$ = 0; 3; 6; 9 (1đ)

b) Để $261*$ chia hết cho 2 và chia 3 dư 1 thì:

$*$ chẵn và $2 + 6 + 1 + *$ chia 3 dư 1; từ đó tìm được $*$ = 4 (1đ)

Câu 2

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$$

$$3.S = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100).3 \quad (0,5đ)$$

$$= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 99.100.3$$

$$= 1.2.3 + 2.3.(4 - 1) + 3.4.(5 - 2) + \dots + 99.100.(101 - 98) \quad (0,5đ)$$

$$= 1.2.3 - 1.2.3 + 2.3.4 - 2.3.4 + 3.4.5 - \dots - 98.99.100 + 99.100.101$$

$$S = 99.100.101 : 3 = 33.100.101 = 333300 \quad (0,5đ)$$

Câu 3

Thời gian đi từ A đến C của Hùng là: $11 - 8 = 3$ (giờ)

Thời gian đi từ B đến C của Dũng là: $11 - 8 = 3$ (giờ)

Quãng đường AB là 30 km do đó cứ 1 giờ khoảng cách của Hùng và Dũng bớt đi 10 km.

Vì vậy lúc 9 giờ Hùng còn cách Dũng là 20 km, lúc đó Ninh gặp Dũng nên Ninh cũng cách Hùng 20 km.

Đến 9 giờ 24 phút, Ninh gặp Hùng do đó tổng vận tốc của Ninh và Hùng là:

$$20 : \frac{24}{60} = \frac{20.60}{24} = 50(km/h)$$

Do vận tốc của Ninh bằng $\frac{1}{4}$ vận tốc của Hùng nên vận tốc của Hùng là:

$$[50 : (1 + 4)] \cdot 4 = 40 \text{ (km/h)}$$

Từ đó suy ra quãng đường BC là:

$$40 \cdot 3 - 30 = 90 \text{ (km)}$$

Đáp số: BC = 90 km

Câu 4: (2đ)

Trên đoạn thẳng AB có các điểm A; A₁; A₂; A₃; ...; A₂₀₀₄; B do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành $2005 \cdot 2006 = 4022030$ tam giác (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA₁ để được 1 tam giác thì MA₁ cũng kết hợp với MA được 1 tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là: $4022030 : 2 = 2011015$

Câu 5: (1đ)

Tích của hai phân số là $\frac{8}{15}$. Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là $\frac{56}{15}$ suy ra

tích mới hơn tích cũ là $\frac{56}{15} - \frac{8}{15} = \frac{48}{15}$ đây chính là 4 lần phân số thứ hai. Suy ra phân số thứ hai là

$$\frac{48}{15} : 4 = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$$

Từ đó suy ra phân số thứ nhất là: $\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$

ĐỀ SỐ 21

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (1,5đ)

Chứng minh các phân số sau đây bằng nhau:

$$\frac{25}{53}; \frac{2525}{5353}; \frac{252525}{535353}$$

Câu 2: (1,5đ)

Không quy đồng mẫu hãy so sánh hai phân số sau:

$$\frac{37}{67} \text{ và } \frac{377}{677}$$

Câu 3: (2đ) Tìm số tự nhiên x, biết:

$$(x - 5) \frac{30}{100} = \frac{20x}{100} + 5$$

Câu 4: (3đ)

Tuổi trung bình của một đội văn nghệ là 11 tuổi. Người chỉ huy là 17 tuổi. Tuổi trung bình của đội đang tập (trừ người chỉ huy) là 10 tuổi. Hỏi đội có mấy người.

Câu 5: (2đ)

Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù nhau. Góc yOz bằng 30^0 .

- a. Vẽ tia phân giác Om của góc xOy và tia phân giác On của góc yOz.
b. Tính số đo của góc mOn.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$\frac{2525}{5353} = \frac{25.101}{53.101} = \frac{25}{53} \quad (0.5đ)$$

$$\frac{252525}{535353} = \frac{25.10101}{53.10101} = \frac{25}{53} \quad (0.5đ)$$

Vậy $\frac{25}{53} = \frac{2525}{5353} = \frac{252525}{535353} \quad (0.5đ)$

Câu 2:

$$\frac{300}{670} > \frac{300}{677} \text{ mà } \frac{300}{670} = \frac{30}{67} \Rightarrow \frac{30}{67} > \frac{300}{677} \quad (1) \quad (0.5đ)$$

Ta có: $1 - \frac{37}{67} = \frac{30}{67}$ và $1 - \frac{377}{677} = \frac{300}{677} \quad (2) \quad (0.5đ)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{377}{677} > \frac{37}{67} \quad (0.5đ)$

Câu 4:

Giả sử đội văn nghệ có n người. Tổng số tuổi đội văn nghệ trừ người chỉ huy là m.

Ta có: $\frac{m+17}{n} = 11 \quad (1)$ và $\frac{m}{n-1} = 10 \quad (2) \quad (1đ)$

Từ (1) $\Rightarrow m = 11n - 17 \quad (3)$

(2) $\Rightarrow m = 10n - 10 \quad (4) \quad (1đ)$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow 11n - 17 = 10n - 10 \Leftrightarrow n = 7 \quad (1đ)$

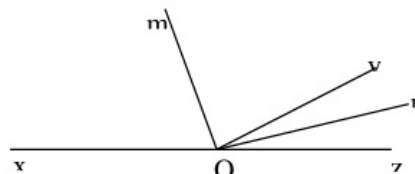
Đáp số: Số người trong đội văn nghệ là: 7

Câu 5:

a. Tính được $\angle yOn = 15^0$; $\angle mOy = 75^0 \quad (1đ)$

Chỉ ra cách vẽ và vẽ đúng. $(0.5đ)$

b. Tính được $\angle mOn = 90^0 \quad (0.5đ)$



ĐỀ SỐ 22

Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu I : 3đ

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$1) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1+2+3+\dots+2006}$$

$$2) B = 1 \frac{6}{41} \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Câu II : 2đ

Tìm các cặp số (a,b) sao cho : $\overline{4a5b} : 45$

Câu III : 2đ

Cho $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006}$

a, Thu gọn A

b, Tìm x để $2A+3 = 3^x$

Câu IV : 1 đ

So sánh: $A = \frac{2005^{2005} + 1}{2005^{2006} + 1}$ và $B = \frac{2005^{2004} + 1}{2005^{2005} + 1}$

Câu V: 2đ

Một học sinh đọc quyển sách trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đọc được $\frac{2}{5}$ số trang sách; ngày thứ 2 đọc được $\frac{3}{5}$ số trang sách còn lại; ngày thứ 3 đọc được 80% số trang sách còn lại và 3 trang cuối cùng. Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?

ĐÁP ÁN

CÂU I: 1) 1,5đ

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1+2+3+\dots+2006} = \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1+2+3+\dots+2006} = \frac{37.63.(10101 - 10101)}{1+2+3+\dots+2006} = 0$$

$$\begin{aligned} 2) B &= 1 \frac{6}{41} \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735} \\ &= \frac{47}{41} \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} : \frac{4 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \left(1 - \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101} \\ &= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3 \quad (1,5\text{đ}) \end{aligned}$$

CÂU 2: 2đ

$$- b=0 \Rightarrow 9+a : 9 \Rightarrow a=0$$

$$- B=5 \Rightarrow 14+a : 9 \Rightarrow a=4$$

CÂU III: 2 đ

a) $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006} \Rightarrow 3A = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2007} \Rightarrow 3A - A = 3^{2007} - 3 \Rightarrow A = \frac{3^{2007} - 3}{2}$ (1đ)

b) Ta có : $2 \cdot \frac{3^{2007} - 3}{2} + 3 = 3^x \Rightarrow 3^{2007} - 3 + 3 = 3^x \Rightarrow 3^{2007} = 3^x \Rightarrow x = 2007$ (1đ)

CÂU IV: 1đ

$$A = \frac{2005^{2005} + 1}{2005^{2006} + 1} < \frac{2005^{2005} + 1 + 2004}{2005^{2006} + 1 + 2004} = \frac{2005(2005^{2004} + 1)}{2005(2005^{2005} + 1)} = \frac{2005^{2004} + 1}{2005^{2005} + 1} = B \quad \text{Vậy } A < B$$

CÂU V : 2đ

Gọi x là số trang sách, $x \in \mathbb{N}$

Ngày 1 đọc được là $\frac{2}{5}x$ trang

Số trang còn lại là $x - \frac{2}{5}x = \frac{3}{5}x$ trang

Ngày 2 đọc được là $\frac{3}{5}x \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}x$ trang

Số trang còn lại là $\frac{3}{5}x - \frac{9}{25}x = \frac{6}{25}x$ trang

Ngày thứ 3 đọc được là : $\frac{6}{25}x \cdot 80\% + 30 = \frac{24x}{125} + 30$

Hay : $\frac{2}{5}x + \frac{9}{25}x + \frac{24x}{125} + 30 = x \Rightarrow x = 625$ trang

ĐS 625 trang

ĐỀ SỐ 23

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (1,5đ): Dùng 3 chữ số 3; 0; 8 để ghép thành những số có 3 chữ số:

- Chia hết cho 2
- Chia hết cho 5
- Không chia hết cho cả 2 và 5

Bài 2 (2đ):

- Tìm kết quả của phép nhân

$$A = \underbrace{33 \dots 3}_{50 \text{ chữ số}} \times \underbrace{99 \dots 9}_{50 \text{ chữ số}}$$

- Cho $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100}$

Tìm số tự nhiên n, biết rằng $2B + 3 = 3^n$

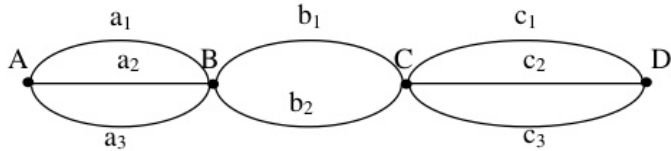
Bài 3 (1,5 đ): Tính

a. $C = \frac{101+100+99+98+\dots+3+2+1}{101-100+99-98+\dots+3-2+1}$

b. $D = \frac{3737.43-4343.37}{2+4+6+\dots+100}$

Bài 4 (1,5đ): Tìm hai chữ số tận cùng của 2^{100} .

Bài 5 (1,5đ): Cho ba con đường a_1, a_2, a_3 đi từ A đến B, hai con đường b_1, b_2 đi từ B đến C và ba con đường c_1, c_2, c_3 đi từ C đến D (hình vẽ).



Viết tập hợp M các con đường đi từ A đến D lần lượt qua B và C

Bài 6 (2đ): Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng, có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

ĐÁP ÁN

Bài 1 (1,5đ):

a. 308; 380; 830 (0,5đ)

b. 380 830 (0,5đ)

c. 803

Bài 2 (2đ):

a) (1đ)

$$A = \underbrace{333\dots3}_{50 \text{ chu so}} \times \left(\underbrace{100\dots0}_{50 \text{ chu so}} - 1 \right) = \underbrace{33\dots300\dots0}_{50 \text{ chu so } 50 \text{ chu so}} - \underbrace{33\dots3}_{50 \text{ chu so}} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\begin{array}{r} 33 \dots 33 \ 00 \dots 00 \\ - \quad 33 \dots 33 \\ \hline 33 \dots 32 \ \underbrace{66 \dots 67}_{49 \text{ chu so}} \end{array} \quad (0,25\text{đ}). \text{ Vậy } A = \underbrace{33 \dots 32}_{49 \text{ chu so}} \underbrace{66 \dots 67}_{49 \text{ chu so}} \quad (0,25\text{đ})$$

b) (1 đ) $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100} \quad (1)$

$$3B = 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} + 3^{101} \quad (2) \quad (0,25\text{đ})$$

Lấy (2) trừ (1) ta được: $2B = 3^{101} - 3 \quad (0,25\text{đ})$

Do đó: $2B + 3 = 3^{101} \quad (0,25\text{đ})$

Theo đề bài $3B + 3 = 3^n$. Vậy $n = 101 \quad (0,25\text{đ})$

Bài 3 (1,5đ):

a) (0,75đ)

$$C = \frac{101+100+99+98+\dots+3+2+1}{101-100+99-98+\dots+3-2+1}$$

Ta có:

$$\begin{array}{l} *, \quad 101 + (100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1) \\ \quad = 101 + 101.100 : 2 = 101 + 5050 = 5151 \quad (0,25\text{đ}) \end{array}$$

$$*, \quad 101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1$$

$$= \underbrace{(101 - 100) + (99 - 98) + \dots + (3 - 2)}_{50 \text{ cặp}} + 1 = 50 + 1 = 51 \quad (0,25đ)$$

$$\text{Vậy } C = \frac{5151}{51} = 101 \quad (0,25đ)$$

b) (0,75đ)

$$B = \frac{3737.43 - 4343.37}{2 + 4 + 6 + \dots + 100}$$

$$\text{Ta có: } 3737.43 - 4343.37 = 34.43.101 - 43.101.37 = 0 \quad (0,5đ)$$

$$\text{Vậy } B = 0 \text{ (vì } 2 + 4 + 6 + \dots + 100 \neq 0 \text{)} \quad (0,25đ)$$

Bài 4 (1,5đ):

$$\text{Ta có: } 2^{10} = 1024 \quad (0,25đ)$$

$$2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10} = (1024^2)^5 \quad (0,75đ)$$

$$= (\dots\dots 76)^5 = \dots\dots 76 \quad (0,5đ)$$

Vậy hai chữ số tận cùng của 2^{100} là 76

Bài 5 (1,5đ):

Nếu đi từ A đến D bằng con đường a_1 :

$$a_1 b_1 c_1; a_1 b_1 c_2; a_1 b_1 c_3; a_1 b_2 c_1; a_1 b_2 c_2; a_1 b_2 c_3; \quad (0,5đ)$$

Đi từ A đến D bằng con đường a_2 :

$$a_2 b_1 c_1; a_2 b_1 c_2; a_2 b_1 c_3; a_2 b_2 c_1; a_2 b_2 c_2; a_2 b_2 c_3; \quad (0,5đ)$$

Đi từ A đến D bằng con đường a_3 :

$$a_3 b_1 c_1; a_3 b_1 c_2; a_3 b_1 c_3; a_3 b_2 c_1; a_3 b_2 c_2; a_3 b_2 c_3; \quad (0,5đ)$$

Vậy tập hợp M:

$$M = \{ a_1 b_1 c_1; a_1 b_1 c_2; a_1 b_1 c_3; a_1 b_2 c_1; a_1 b_2 c_2; a_1 b_2 c_3; a_2 b_1 c_1; a_2 b_1 c_2; a_2 b_1 c_3; a_2 b_2 c_1; a_2 b_2 c_2; a_2 b_2 c_3; a_3 b_1 c_1; a_3 b_1 c_2; a_3 b_1 c_3; a_3 b_2 c_1; a_3 b_2 c_2; a_3 b_2 c_3; \}$$

Bài 6 (2đ): Chọn một điểm. Qua điểm đó và từng điểm trong 99 điểm còn lại, ta vẽ được 99 đường thẳng $(0,5đ)$

Làm như vậy với 100 điểm ta được 99.100 đường thẳng $(0,5đ)$

Nhưng mỗi đường thẳng được tính 2 lần, do đó tất cả có $99.100 : 2 = 4950$ đường thẳng

(1đ)

ĐỀ SỐ 24

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (2đ)

$$\text{a. Tính tổng } S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}$$

$$\text{b. So sánh: } A = \frac{2006^{2006} + 1}{2007^{2007} + 1} \text{ và } B = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1}$$

Bài 2 (2đ)

a. Chứng minh rằng: $C = 2 + 2^2 + 2 + 3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ chia hết cho 31

b. Tính tổng C. Tìm x để $2^{2x-1} - 2 = C$

Bài 3 (2đ)

Một số chia hết cho 4 dư 3, chia cho 17 dư 9, chia cho 19 dư 13. Hỏi số đó chia cho 1292 dư bao nhiêu

Bài 4 (2đ)

Trong đợt thi đua, lớp 6A có 42 bạn được từ 1 điểm 10 trở lên, 39 bạn được 2 điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ 3 điểm 10 trở lên, 5 bạn được 4 điểm 10, không có ai được trên 4 điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua lớp 6A được bao nhiêu điểm 10

Câu 5 (2đ)

Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu.

ĐÁP ÁN

Bài 1

$$a. S = \frac{270.450 + 270.550}{\frac{(2+18).9}{2}} = \frac{270(450+550)}{90} = \frac{270000}{90} = 3000$$

$$b. \text{Ta có nếu } \frac{a}{b} < 1 \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n} (n \in \mathbb{N}^*) \quad A = \frac{2006^{2006} + 1}{2006^{2007} + 1} < \frac{2006^{2006} + 1 + 2005}{2006^{2007} + 2005 + 1} \\ = \frac{2006^{2006} + 2006}{2006^{2007} + 2006} = \frac{2006(2006^{2005} + 1)}{2006(2006^{2006} + 1)} = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1} = B$$

Vậy $A < B$

Bài 2

$$a. C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100} \\ = 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99}) + 2^{100} = 2(2^{100} - 1) + 2^{100} = 3 \cdot 2^{100} \\ = 3 \cdot 31 \cdot 2^6 \cdot 31 \cdot \dots \cdot 31 = 31(2 + 2^6 + \dots + 2^{96}). \text{ Vậy } C \text{ chia hết cho } 31 \\ b. C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100} \rightarrow 2C = 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100} + 2^{101} \\ \text{Ta có } 2C - C = 2^{101} - 2 \rightarrow 2^{101} = 2^{2x-1} \rightarrow 2x - 1 = 101 \rightarrow 2x = 102 \rightarrow x = 51$$

Bài 3:

Gọi số cần tìm là A :

$$A = 4q_1 + 3 = 17q_2 + 9 = 19q_3 + 13 \quad (q_1, q_2, q_3 \text{ thuộc } \mathbb{N})$$

$$\rightarrow A + 25 = 4(q_1 + 7) = 17(q_2 + 2) = 19(q_3 + 2)$$

$$\rightarrow A + 25 \text{ chia hết cho } 4; 17; 19 \rightarrow A + 25 = 1292k$$

$$\rightarrow A = 1292k - 25 = 1292(k + 1) + 1267$$

khi chia A cho 1292 dư 1267

Bài 4

Tổng số điểm của 10 lớp 6A là

$$(42 - 39) \cdot 1 + (39 - 14) \cdot 2 + (14 - 5) \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 100 (\text{điểm } 10)$$

Bài 5:

$$\text{Có } \frac{24 \times 25}{2} = 300 \text{ đường thẳng. Với } n \text{ điểm có } \frac{n(n-1)}{2} \text{ đường thẳng}$$

ĐỀ SỐ 25

Thời gian làm bài: 120 phút

1. Tính các giá trị của biểu thức.

a. $A = 1+2+3+4+\dots+100$

b. $B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3+\frac{1}{3}-\frac{3}{7}-\frac{3}{53})}{3+\frac{1}{3}-\frac{3}{37}-\frac{3}{53}} : \frac{4+\frac{4}{17}+\frac{4}{19}+\frac{4}{2003}}{5+\frac{5}{17}+\frac{5}{19}+\frac{5}{2003}}$

c. $C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}$

2. So sánh các biểu thức :

a. 3^{200} và 2^{300}

b. $A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717}$ với $B = \frac{10}{17}$.

3. Cho 1 số có 4 chữ số: $\overline{*26*}$ Điền các chữ số thích hợp vào dấu (*) để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho tất cả 4 số : 2; 3; 5; 9.

4. Tìm số tự nhiên n sao cho : $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là số chính phương?

5. Hai xe ô tô khởi hành từ hai địa điểm A,B đi ngược chiều nhau. Xe thứ nhất khởi hành từ A lúc 7 giờ. Xe thứ hai khởi hành từ B lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB. Xe thứ nhất cần 2 giờ, xe thứ hai cần 3 giờ. Hỏi sau khi đi 2 xe gặp nhau lúc mấy giờ?

6. Cho góc xOy có số đo bằng 120° . Điểm A nằm trong góc xOy sao cho: $\angle AOy = 75^\circ$. Điểm B nằm ngoài góc xOy mà : $\angle BOx = 135^\circ$. Hỏi 3 điểm A,O,B có thẳng hàng không? Vì sao?

ĐÁP ÁN

Câu 1 : Tính giá trị biểu thức :

a) Tổng : $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ có 100 số hạng .

$$S = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + 950 + 51) \text{ có } 50 \text{ cặp .}$$

$$= 50 \cdot 10 = 5050$$

b) $A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3+\frac{1}{3}-\frac{3}{37}-\frac{3}{53})}{(3+\frac{1}{3}-\frac{3}{37}-\frac{3}{53})} : \frac{4+\frac{4}{17}+\frac{4}{19}+\frac{4}{2003}}{5+\frac{5}{17}+\frac{5}{19}+\frac{5}{2003}}$

Ta có : $A = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4(1+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{2003})}{5(1+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{2003})} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4}{5} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4.5}{4} = -6$

c). $B = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$

Ta có : $B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$

2) Câu 2. So sánh .

a) Ta có : $3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$

$$2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100}$$

Vì $9^{100} > 8^{100}$ Nên $3^{200} > 2^{300}$

$$b) A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717} + \frac{121212:10101}{171717:10101} + \frac{2}{17} - \frac{404:101}{1717:101} \Rightarrow A = \frac{12}{17} + \frac{2}{17} - \frac{4}{17} = \frac{12+2-4}{17}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{10}{17} \text{ hay } A = B = \frac{10}{17}$$

3). Đề số có 4 chữ số $\overline{*26*}$, 4 chữ số khác nhau mà 4 chữ số $\overline{*26*}$ chia hết cho cả 4 số 2; 5; 3; 9. Ta cần thỏa mãn: Số đó đảm bảo chia hết cho 2 nên số đó là số chẵn.

Số đó chia hết cho 5 nên số đó phải có chữ số tận cùng là số 0 hoặc 5. Số đó vừa chia hết cho 3 và 9. Nên số đó phải có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Vậy: Chữ số tận cùng của số đó là 0 $\Rightarrow \overline{*260}$. Chữ số đầu là số 1

Do đó số đã cho là 1260

4) Bài 4. Tìm số tự nhiên n . Mà $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là bình phương của một số tự nhiên.

Xét: $n = 1 \quad 1! = 1^2$

$$n = 2 \Rightarrow 1! + 2! = 3$$

$$n = 3 \Rightarrow 1! + 2! + 3! = 9 = 3^2$$

$$n = 4 \Rightarrow 1! + 2! + 3! + 4! = 33$$

Với $n > 4$ thì $n! = 1.2.3 \dots n$ là một số chẵn. Nên $1! + 2! + \dots + n! = 33$ cộng với một số chẵn bằng số có chữ số tận cùng của tổng đó là chữ số 3. Nên nó không phải là số chính phương.

Vậy chỉ có hai giá trị $n = 1$ hoặc $n = 3$ thì $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n!$ là số chính phương.

5) Giải

1 giờ xe thứ nhất đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường AB.

1 giờ xe thứ 2 đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB.

1 giờ cả 2 xe đi được $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ quãng đường AB.

Sau 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ: Xe thứ nhất đi được $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ quãng đường AB.

Quãng đường còn lại là:

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \quad (\text{của AB})$$

Thời gian hai xe cùng đi quãng đường còn lại là:

$$\frac{11}{12} : \frac{5}{6} = \frac{11}{10} \text{ giờ} = 1 \text{ giờ } 6 \text{ phút.}$$

Hai xe gặp nhau lúc 7 giờ 10 phút + 1 giờ 6 phút = 8 giờ 16 phút.

Đáp án: 8 giờ 16 phút. (0,25đ)

6) Hình học. (tự vẽ hình) (2đ)

Vì: $\widehat{xOy} = 120^\circ$, $\widehat{AOy} = 75^\circ$, điểm A nằm trong góc xOy nên tia OA nằm giữa hai tia Ox và Oy.

$$\text{Ta có: } \widehat{xOA} = \widehat{xOy} - \widehat{AOy} = 120^\circ - 75^\circ = 45^\circ$$

Điểm B có thể ở hai vị trí: B và B'.

(0,75đ)

+, Tại B thì tia OB nằm ngoài hai tia Ox, OA nên $\widehat{BOx} + \widehat{xOA} = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$.

Do đó $\widehat{BOA} = \widehat{BOx} + \widehat{xOA} = 180^0$. Nên 3 điểm A,O,B thẳng hàng. (0,75đ)

+, Còn tại B' thì : $\widehat{xOB} = 135^0 < 180^0$, $\widehat{AOB'} = \widehat{xOB'} - \widehat{xOA} = 135^0 - 45^0 = 90^0$ Nên 3 điểm A,O, B' không thẳng hàng.(0,5đ)

ĐỀ SỐ 26

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: Tính tổng $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

Câu 2: Tìm số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất sao cho:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}; \frac{b}{c} = \frac{12}{21}; \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$$

Câu 3: Cho 2 dãy số tự nhiên 1, 2, 3, ..., 50

a-Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho ƯCLN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

b-Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho BCNN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4: Cho bốn tia OA, OB, OC, OD, tạo thành các góc AOB, BOC, COD, DOA không có điểm chung. Tính số đo của mỗi góc ấy biết rằng: $\angle BOC = 3 \angle AOB$; $\angle COD = 5 \angle AOB$; $\angle DOA = 6 \angle AOB$

HƯỚNG DẪN

Câu 1: Ta có

$$3A = 1 + 1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{99}$$

$$\text{vậy: } 3A - A = (1 + 1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{99}) - (1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{100})$$

$$2A = 1 - 1/3^{100} = (3^{100} - 1) / 3^{100}$$

$$\text{suy ra } A = (3^{100} - 1) / 2 \cdot 3^{100}$$

Câu 2: Ta có $12/21 = 4/7$, các phân số $3/5, 4/5, 6/11$ tối giản nên tồn tại các số tự nhiên k, l, m sao cho $a=3k, b=5k, b=4n, c=7n, c=6m, d=11m$. Từ các đẳng thức $5k=4n$, và $7k=6m$ ta có $4n:5$ và $7n:6$ mà $(4,5)=1; (7,6)=1$ nên

$n:5, n:6$ mặt khác $(5,6)=1$ do đó $n:30$

để các số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất và phải khác 0, ta chọn n nhỏ nhất bằng 30 suy ra: $k=24, m=35$

vậy $a=72, b=120, c=210, d=385$.

câu 3: Gọi a và b là hai số bất kì thuộc dãy 1, 2, 3, ..., 50. Giả sử $a > b$.

a.Gọi d thuộc ƯC(a,b) thì $a-b: d$ ta sẽ chứng minh $d \leq 25$ thật vậy giả sử $d > 25$ ta có $a \leq 50$ mà $b > 25$ nên $0 < a-b < 25$, không thể xảy ra

$a-b: d; d=25$ xảy ra khi $a=50; b=25$

vậy hai số có ƯCLN đạt giá trị lớn nhất là 50 và 25

b. BCNN(a,b) $\leq a.b \leq 50.49=2450$ vậy hai số có BCNN đạt giá trị lớn nhất là 50 và 49

câu 4: (Học sinh tự vẽ hình)

Ta thấy: $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOD} > 180^0$

vì nếu trái lại thì góc AOD có điểm trong chung với ba góc kia. Đặt $\widehat{AOB} = \alpha$

ta có: $\Rightarrow \widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOD} + \widehat{COD} = 360^0 \Rightarrow \hat{o} + 3\hat{o} + 5\hat{o} + 6\hat{o} = 360^0 \Rightarrow \hat{o} = 24^0$.

Vậy: $\widehat{AOB} = 24^0$, $\widehat{BOC} = 72^0$, $\widehat{COD} = 120^0$, $\widehat{AOD} = 144^0$

ĐỀ SỐ 27

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (3đ).

a. Kết quả điều tra ở một lớp học cho thấy: Có 20 học sinh thích bóng đá, 17 học sinh thích bơi, 36 học sinh thích bóng chuyền, 14 học sinh thích đá bóng và bơi, 13 học sinh thích bơi và bóng chuyền, 15 học sinh thích bóng đá và bóng chuyền, 10 học sinh thích cả ba môn, 12 học sinh không thích môn nào. Tính xem lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

b. Cho số: $A = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ \dots\dots 58\ 59\ 60$.

- Số A có bao nhiêu chữ số?

- Hãy xóa đi 100 chữ số trong số A sao cho số còn lại là:

+ Nhỏ nhất

+ Lớn nhất

Câu 2: (2đ).

a. Cho $A = 5 + 5^2 + \dots + 5^{96}$. Tìm chữ số tận cùng của A.

b. Tìm số tự nhiên n để: $6n + 3$ chia hết cho $3n + 6$

Câu 3: (3đ).

a. Tìm một số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho 3 dư 2, cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 10 dư 9.

b. Chứng minh rằng: $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ Chia hết cho 133.

Câu 4: (2đ). Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n?

ĐÁP ÁN

Câu 1: (3đ).

a. Vẽ được sơ đồ cho (1,5đ).

- Số học sinh thích đúng 2 môn bóng đá và bơi: $14 - 10 = 4$ (hs)

- Số học sinh thích đúng hai môn bơi và bóng chuyền: $13 - 10 = 3$ (hs).

- Số học sinh thích đúng hai môn bóng đá và bóng chuyền: $15 - 10 = 5$ (hs)

- Số học sinh chỉ thích bóng đá: $20 - (4 + 10 + 5) = 1$ (hs)

- Số học sinh chỉ thích bơi: $17 - (4 + 10 + 3) = 0$ (hs).

- Số học sinh chỉ thích bóng chuyền: $36 - (5 + 10 + 3) = 18$ (hs).

Vậy: Số học sinh của lớp là: $1 + 0 + 18 + 4 + 10 + 5 + 3 + 12 = 53$ (hs).

b. (1,5 đ)

$A = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ \dots\dots 58\ 59\ 60$.

* Từ 1 đến 9 có : 9 chữ số

Từ 10 đến 60 có: $51 \cdot 2 = 102$ chữ số.

Vậy: Số A có $9 + 102 = 111$ chữ số. (0,5đ)

* Nếu xóa 100 chữ số trong số A thì số A còn 11 chữ số. Trong số A có 6 chữ số 0 nhưng có 5 chữ số 0 đứng trước các chữ số 51 52 53 58 59 60.

⇒ Trong số nhỏ nhất có 5 chữ số 0 đứng trước ⇒ số nhỏ nhất là số có 6 chữ số.
⇒ Số nhỏ nhất là 00000123450 = 123450 (0,5đ).
* Trong số A có 6 chữ số 9. Nếu số lớn nhất có 6 chữ số 9 đứng liền nhau thì số đó là: 99999960
⇒ Số này chỉ có 8 chữ số không thỏa mãn.
⇒ Số lớn nhất chỉ có 5 chữ số 9 liền nhau số đó có dạng 99999....
⇒ Các chữ số còn lại 78 59 60.
Vậy số lớn nhất: 99999785860.

Câu 2: (2,5đ).

a.(1,5đ).

$$\Rightarrow A = 5 + 5^2 + \dots + 5^{96} \Rightarrow 5A = 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{96} + 5^{97}$$

$$\Rightarrow 5A - A = 5^{97} - 5 \Rightarrow A = \frac{5^{97} - 5}{4}$$

Tacó: 5^{97} có chữ số tận cùng là 5 $\rightarrow 5^{97} - 5$ có chữ số tận cùng là 0.

Vậy: Chữ số tận cùng của A là 0.

b. (1đ).

$$\text{Có: } 6n + 3 = 2(3n + 6) - 9$$

$$\Rightarrow 6n + 3 \text{ chia hết } 3n + 6$$

$$\Rightarrow 2(3n + 6) - 9 \text{ chia hết } 3n + 6$$

$$\Rightarrow 9 \text{ chia hết } 3n + 6$$

$$\Rightarrow 3n + 6 = \pm 1; \pm 3; \pm 9$$

$3n + 6$	- 9	- 3	- 1	1	3	9
n	- 5	- 3	- 7/3	- 5/3	- 1	1

Vậy: Với $n = 1$ thì $6n + 3$ chia hết cho $3n + 6$.

Câu 3: (2,5đ).

a. (1đ).

Gọi số tự nhiên cần tìm là a ($a > 0, a \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra ta có:

$$- a \text{ chia cho } 3 \text{ dư } 2 \Rightarrow a - 2 \text{ chia hết cho } 3$$

$$- a \text{ chia cho } 4 \text{ dư } 3 \Rightarrow a - 3 \text{ chia hết cho } 4$$

$$- a \text{ chia cho } 5 \text{ dư } 4 \Rightarrow a - 4 \text{ chia hết cho } 5$$

$$- a \text{ chia cho } 10 \text{ dư } 9 \Rightarrow a - 9 \text{ chia hết cho } 10$$

$$\Rightarrow a = \text{BCNN}(3, 4, 5, 10) = 60.$$

b.(1,5đ).

$$11^{n+2} + 12^{2n+1} = 121 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$$

$$= (133 - 12) \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n = 133 \cdot 11^n + (144^n - 11^n) \cdot 12$$

Tacó: $133 \cdot 11^n$ chia hết 133; $144^n - 11^n$ chia hết $(144 - 11)$

$$\Rightarrow 144^n - 11^n \text{ chia hết } 133 \Rightarrow 11^{n+1} + 12^{2n+1}$$

Câu 4: (2đ).

$$\text{Số đường thẳng vẽ được qua } n \text{ điểm: } \frac{n(n-1)}{2} = 105$$

$$\Rightarrow n \cdot (n - 1) = 210 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = 10 \cdot 14$$

$$\Rightarrow n \cdot (n - 1) = 6 \cdot 35 = 15 \cdot 14.$$

Vì n và n - 1 là 2 số tự nhiên liên tiếp nên: $n = 14$

Vậy $n = 14$.

ĐỀ SỐ 28

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1:(2,25 điểm) Tìm x biết

a) $x + \frac{1}{5} = \frac{7}{25}$

b) $x - \frac{4}{9} = \frac{5}{11}$

c) $(x-32).45=0$

Bài 2:(2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

a) $A = 11 + 12 + 13 + 14 + \dots + 20.$

b) $B = 11 + 13 + 15 + 17 + \dots + 25.$

c) $C = 12 + 14 + 16 + 18 + \dots + 26.$

Bài 3:(2,25 điểm) Tính:

a) $A = \frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \dots + \frac{5}{61.66}$

b) $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

c) $C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1989.1990} + \dots + \frac{1}{2006.2007}$

Bài 4:(1 điểm)

Cho: $A = \frac{10^{2001} + 1}{10^{2002} + 1}; \quad B = \frac{10^{2002} + 1}{10^{2003} + 1}.$

Hãy so sánh A và B.

Bài 5:(2,25 điểm)

Cho đoạn thẳng AB dài 7cm. Trên tia AB lấy điểm I sao cho AI = 4 cm. Trên tia BA lấy điểm K sao cho BK = 2 cm.

a) Hãy chứng tỏ rằng I nằm giữa A và K.

b) Tính IK.

ĐÁP ÁN

Bài 1:(2,25 điểm)

a) $x = \frac{7}{25} - \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$; b) $x = \frac{5}{11} - \frac{4}{9} = \frac{45+44}{99} = \frac{89}{99}$;

c) $x = 32$

Bài 2:(2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

a) $A = (11 + 20) + (12 + 19) + (13 + 18) + (14 + 17) + (15 + 16)$
 $= 31 + 31 + 31 + 31 + 31 = 31.5 = 155$

b) $B = (11+25)+(13+23)+(15 + 21)+(17 +19) = 36.4 = 144.$

c) $C = (12 +26)+(14+24)+(16 +22)+(18 +20) = 38.4 = 152.$

Bài 3:(2,25 điểm) Tính:

a) $A = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{66} = \frac{1}{11} - \frac{1}{66} = \frac{5}{66}$

$$b) \quad B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$c) \quad C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1989} - \frac{1}{1990} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$$

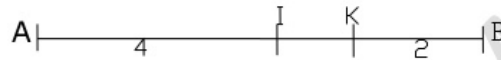
Bài 4: (1 điểm)

$$\text{Ta có: } 10A = \frac{10^{2002} + 10}{10^{2002} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2002} + 1} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } 10B = \frac{10^{2003} + 10}{10^{2003} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2003} + 1} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta thấy: } \frac{9}{10^{2002} + 1} > \frac{9}{10^{2003} + 1} \Rightarrow 10A > 10B \Rightarrow A > B$$

Bài 5: (2,25 điểm)



a) Trên tia BA ta có $BK = 2$ cm. $BA = 7$ cm nên $BK < BA$ do đó điểm K nằm giữa A và B. Suy ra $AK + KB = AB$ hay $AK + 2 = 7 \Rightarrow AK = 5$ cm. Trên tia AB có điểm I và K mà $AI < AK$ (và $4 < 5$) nên điểm I nằm giữa A và K

b) Do I nằm giữa A và K nên $AI + IK = AK$. Hay $4 + IK = 5 \Rightarrow IK = 5 - 4 = 1$.

ĐỀ SỐ 29

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (3 điểm)

a. Chứng tỏ rằng tổng sau không chia hết cho 10:

$$A = 405^n + 2^{405} + m^2 \quad (m, n \in \mathbb{N}; n \neq 0)$$

b. Tìm số tự nhiên n để các biểu thức sau là số tự nhiên:

$$B = \frac{2n+2}{n+2} + \frac{5n+17}{n-2} - \frac{3n}{n+2}$$

c. Tìm các chữ số x, y sao cho: $C = \overline{x1995y}$ chia hết cho 55

Bài 2 (2 điểm)

$$a. \text{ Tính tổng: } M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$$

$$b. \text{ Cho } S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}. \text{ Chứng minh rằng: } 1 < S < 2$$

Bài 3 (2 điểm)

Hai người đi mua gạo. Người thứ nhất mua gạo nếp, người thứ hai mua gạo tẻ. Giá gạo tẻ rẻ hơn giá gạo nếp là 20%. Biết khối lượng gạo tẻ người thứ hai mua nhiều hơn khối lượng gạo nếp là 20%. Hỏi người nào trả tiền ít hơn? ít hơn mấy % so với người kia?

Bài 4 (3 điểm)

Cho 2 điểm M và N nằm cùng phía đối với A, nằm cùng phía đối với B. Điểm M nằm giữa A và B.

Biết $AB = 5$ cm; $AM = 3$ cm; $BN = 1$ cm. Chứng tỏ rằng:

- a. Bốn điểm A,B,M,N thẳng hàng
b. Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB
c. Vẽ đường tròn tâm N đi qua B và đường tròn tâm A đi qua N, chúng cắt nhau tại C, tính chu vi của $\triangle CAN$.

ĐÁP ÁN

Bài 1 (3 điểm)

a.(1 điểm)

Ta có $405^n = \dots 5$ (0,25 điểm)

$$2^{405} = 2^{404} \cdot 2 = (\dots 6) \cdot 2 = \dots 2 \text{ (0,25 điểm)}$$

m^2 là số chính phương nên có chữ số tận cùng khác 3. Vậy A có chữ số tận cùng

khác không $\Rightarrow A \div 10$ ✓

b. (1điểm)

$$B = \frac{2n+9}{n+2} + \frac{5}{n+2} - \frac{n+17}{n+2} - \frac{3n}{n+2} = \frac{2n+9+5n+17-3n}{n+2} = \frac{4n+26}{n+2} \text{ (0,25 điểm)}$$

$$B = \frac{4n+26}{n+2} = \frac{4(n+2)+18}{n+2} = 4 + \frac{18}{n+2} \text{ (0,25 điểm)}$$

Để B là số tự nhiên thì $\frac{18}{n+2}$ là số tự nhiên

$$\Rightarrow 18 \div (n+2) \Rightarrow n+2 \in \text{Ư}(18) = \{1;2;3;6;9;18\} \text{ (0,25 điểm)}$$

$$+, n+2=1 \Leftrightarrow n=-1 \text{ (loại)}$$

$$+, n+2=2 \Leftrightarrow n=0$$

$$+, n+2=3 \Leftrightarrow n=1$$

$$+, n+2=6 \Leftrightarrow n=4$$

$$+, n+2=9 \Leftrightarrow n=7$$

$$+, n+2=18 \Leftrightarrow n=16$$

Vậy $n \in \{0;1;4;7;16\}$ thì $B \in \mathbb{N}$ (0,25điểm)

c. (1 điểm)

Ta có $55 = 5 \cdot 11$ mà $(5;1) = 1$ (0,25 điểm)

$$\text{Do đó } C = \overline{x1995y} : 55 \Leftrightarrow \begin{cases} C:5 & (1) \\ C:11 & (2) \end{cases} \text{ (0.25 điểm)}$$

(1) $\Rightarrow y = 0$ hoặc $y = 5$

$$+, y=0 : (2) \Rightarrow x+9+5 - (1+9+0) : 11 \Rightarrow x=7 \text{ (0,25 điểm)}$$

$$+, y=5 : (2) \Rightarrow x+9+5 - (1+9+5) : 11 \Rightarrow x=1 \text{ (0,25 điểm)}$$

Bài 2 (2 điểm)

a(1điểm)

$$M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400} = \frac{5}{4 \cdot 7} + \frac{5}{7 \cdot 10} + \frac{5}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{5}{25 \cdot 28} \text{ (0,25 điểm)}$$

$$= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right) \text{ (0, 25 điểm)}$$

$$= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{5}{14} \text{ (0,5 điểm)}$$

b. (1 điểm)

$$S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} > \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} \Rightarrow S > \frac{15}{15} = 1 \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} < \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \Rightarrow S < \frac{15}{10} < \frac{20}{10} = 2 \quad (2) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 1 < S < 2$

Bài 3:

Gọi giá gạo nếp là a (đồng/kg) ; khối lượng gạo nếp đã mua là b (kg) (0,25 điểm)

Suy ra giá gạo tẻ là $\frac{80}{10}.a$; khối lượng gạo tẻ đã mua là $\frac{120}{100}.b$ (0,25 điểm)

Số tiền người thứ nhất phải trả là a.b (đồng) (0,25 điểm)

Số tiền người thứ hai phải trả là $\frac{80}{100}.a.\frac{120}{100}.b = \frac{96}{100} a.b$ (0,75 điểm)

Vậy người thứ hai trả ít tiền hơn người thứ nhất . Tỷ lệ % ít hơn là:

$$\left(a.b - \frac{96}{100}.a.b \right) : a.b = 4\% \quad (0,5 \text{ điểm})$$

BÀI 4

Vẽ hình chính xác (0,5 điểm)

a. Bốn điểm A,B, M, N thẳng hàng vì chúng cùng nằm trên đường thẳng MN (0,5 điểm)

b. (1 điểm)

$$BM = AB - AM = 2 \text{ (cm)} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

M,N $\in$ tia AB mà $BM > BN$ ($2 > 1$) $\Rightarrow$ N nằm giữa B và M. (0,25 điểm)

$MN = BM - BN = 1 \text{ cm} = BN \Rightarrow$ N là đường trung điểm của BM. (0,5 điểm).

c. Đường tròn tâm N đi qua B nên $CN = NB = 1 \text{ cm}$ (0,25 điểm)

Đường tròn tâm A đi qua N nên $AC = AN = AM + MN = 4 \text{ cm}$ (0,25 điểm)

Chu vi $\Delta CAN = AC + CN = NA = 4 + 4 + 1 = 9 \text{ (cm)}$ (0,5 điểm)

ĐỀ SỐ 30

Bài 1 : Tìm x biết

a) $x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+30) = 620$

b) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2x = 210$

Bài 2 : a) chứng tỏ rằng trong 3 số tự nhiên liên tiếp luôn có 1 số chia hết cho 3

b) cho $A = (17^n + 1)(17^n + 2) : 3$ với mọi $n \in \mathbb{N}$

Bài 3:

Cho $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{48} + 3^{49}$

a) chứng tỏ S chia hết cho 4

b) Tìm chữ số tận cùng của S

c) Chứng tỏ $S = \frac{3^{50} - 1}{2}$

Bài 4 : Tìm 2 số a, b $\in \mathbb{N}$ thỏa mãn : $12a + 36b = 3211$

Bài 5 : Cho $(2a + 7b) : 3$ ($a, b \in \mathbb{N}$) Chứng tỏ : $(4a + 2b) : 3$

Bài 6 : Lấy 1 tờ giấy cắt ra thành 6 mảnh .Lấy 1 mảnh bất kỳ cắt ra thành 6 mảnh khác . Cứ như thế tiếp tục nhiều lần

- a) Hỏi sau khi đã cắt một số mảnh nào đó ,có thể được tất cả 75 mảnh giấy nhỏ không ?
b) Giả sử cuối cùng đếm được 121 mảnh giấy nhỏ .Hỏi đã cắt tất cả bao nhiêu mảnh giấy ?

Bài 7 : Cho đoạn thẳng AB .Hãy xác định vị trí của điểm C trên đoạn thẳng AB sao cho
 $CA \leq CB$

Bài 8 : Vẽ đoạn thẳng AB =5 cm .Lấy 2 điểm C ,D nằm giữa A và B sao cho : $AC +BD=6$ cm

- a) chứng tỏ điểm C nằm giữa B và D
b) Tính độ dài đoạn thẳng CD

ĐÁP ÁN

Bài 1 :

$$a) \quad 31x + \frac{(1+30)30}{2} = 620 \Rightarrow 31x = 620 - 31.15 = 155$$

$$x = 155 : 31 = 5$$

$$b) \quad \frac{(2x+2)x}{2} = 210 \Rightarrow (x+1)x = 210 \quad 210 = 2.3.5.7 = (2.7)(3.5) = 14.15$$

$$\text{Vậy } x = 14$$

Bài 2 :

a) gọi 3 số tự nhiên liên tiếp là $x, x+1, x+2$ ($x \in \mathbb{N}$)

- Nếu $x = 3k$ (thỏa mãn) .Nếu $x = 3k+1$ thì $x+2 = 3k+1+2 = (3k+3) : 3$

- Nếu $x = 3k+2$ thì $x+1 = 3k+1+2 = (3k+3) : 3$

Vậy trong 3 số tự nhiên liên tiếp có 1 số chia hết cho 3

b) Nhận thấy $17^n, 17^n+1, 17^n+2$ là 3 số tự nhiên liên tiếp mà 17^n không chia hết cho 3 ,Nên trong 2 số còn lại 1 số phải $:3$

$$\text{Do đó : } A = (17^n+1)(17^n+2) : 3$$

Bài 3:

$$a) \text{Ta có : } S = (1+3) + (3^2+3^3) + \dots + (3^{48}+3^{49}) = 4+3^2(1+3) + \dots + 3^{48}(1+4) : 4$$

$$b) \quad S = (1+3+3^2+3^3) + (3^4+3^5+3^6+3^7) + \dots + (3^{44}+3^{45}+3^{46}+3^{47}) + 3^{48} + 3^{49}$$

Các tổng 4 số hạng đều chia hết cho 10 ,do đó tận cùng bằng 0

$$\text{Mặt khác } 3^{38} + 3^{49} = 3^{4.12} + 3^{48} .3 = \dots 1 + \dots 1 .3 = \dots 4$$

Vậy S có tận cùng bằng 4

$$c) \quad \begin{aligned} S &= 1+3+3^2+3^3+\dots+3^{48}+3^{49} \\ 3S &= 3+3^2+3^3+\dots+3^{48}+3^{49}+3^{50} \\ \Rightarrow 3S-S &= 3^{50}-1 \end{aligned}$$

$$2S = 3^{50}-1 \quad \text{Suy ra } S = \frac{3^{50}-1}{2}$$

Bài 4 :

Nhận thấy $12a : 4$ và $36b : 4$ mà 3211 không chia hết cho 4 , Vậy không có 2 số tự nhiên nào thỏa mãn

Bài 5 : Ta có $(6a + 9b) : 3$ hay $(2a + 7b + 4a + 2b) : 3$. Mà $(2a + 7b) : 3$
Nên $(4a + 2b) : 3$

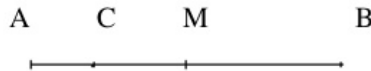
Bài 6 :

a) Khi ta cắt 1 tờ giấy thành 6 mảnh thì số mảnh giấy tăng thêm 5 .Cắt nhiều lần như thế thì tổng số mảnh giấy tăng thêm $5k$ (k là tờ giấy đem cắt) .Ban đầu chỉ có 1 tờ giấy ,Vậy tổng số các mảnh giấy là $5k + 1$

Số này chia 5 dư 1 : vậy không thể có được tất cả 75 mảnh giấy nhỏ (vì $75:5$)

b) Ta có $5k + 1 = 121 \Rightarrow k = 24$.Vậy ta đã cắt được tất cả 24 mảnh giấy

Bài 7 :



- Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MA = MB$ và $M \in AB$

Xét 3 trường hợp

a) $C \equiv M$ ta có $MA = MB$ suy ra $CA = CB$

b) C nằm giữa A và M $\Rightarrow CA < MA \Rightarrow CA < MB$ (1)

M nằm giữa C và B nên $MB < CB$ (2)

Từ (1) & (2) $\Rightarrow CA < CB$

c) C nằm giữa M và B $\Rightarrow CB < MB \Rightarrow CB < MA$ (3)

M nằm giữa A và C nên $MA < CA$ (4)

Từ (3) và (4) $CA < CB$

Tóm lại $C \in MA$ thì ta luôn có $CA \leq CB$

Bài 8 :



C nằm giữa A và B nên : $AC + CB = AB = 5$

Và $AC + BD = 6$

$\Rightarrow AC + CB < AC + BD \Rightarrow CB < BD \Rightarrow C$ nằm giữa D và B

b) $BD = BC + CD$

vì $AC + BD = 6$ nên $AC + BC + CD = 6 \Rightarrow (BC + AC) + CD = 6$

$\Rightarrow CD = 6 - AB = 6 - 5 = 1$

Vậy $CD = 1$

ĐỀ SỐ 31

Thời gian làm bài: 150 phút

Năm học 2009 - 2010

Câu 1 (2 điểm)

Tính

$$a/ A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1} \quad b/ B = \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$$

Câu 2 (2 điểm)

a/ Chứng minh rằng: $10^{28} + 8$ chia hết cho 72

b/ Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2001} + 2^{2002}$ $B = 2^{2003}$ So sánh A và B

c/ Tìm số nguyên tố p để p + 6; p + 8; p + 12; p + 14 đều là các số nguyên tố.

Câu 3 (2 điểm) Người ta chia số học sinh lớp 6A thành các tổ, nếu mỗi tổ 9 em thì thừa 1 em, còn nếu mỗi tổ 10 em thì thiếu 3 em.

Hỏi có bao nhiêu tổ, bao nhiêu học sinh ?

Câu 4 (3 điểm) Cho tam giác ABC có BC = 5,5 cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho CM = 3 cm.

a/ Tính độ dài BM

b/ Biết $\widehat{BAM} = 80^\circ$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính $\widehat{CAM}$

c/ Tính độ dài BK thuộc đoạn BM biết CK = 1 cm.

Câu 5 (1 điểm) Chứng minh rằng: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$a/ A = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101 \quad (1 \text{ điểm})$$

$$b/ B = \frac{423133 \cdot 846267 + 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134} = 1 \quad (1 \text{ điểm})$$

Câu 2:

a/ Vì $10^{28} + 8$ có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên tổng đó chia hết cho 9

Lại có $10^{28} + 8$ có 3 chữ số tận cùng là 008 nên chia hết cho 8

Vậy $10^{28} + 8$ chia hết cho 72 (1/2 điểm)

b/ Có $2A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2002} + 2^{2003} \Rightarrow 2A - A = 2^{2003} - 1$

$\Rightarrow A = B - 1$. Vậy $A < B$. (1/2 điểm)

c/ Xét phép chia của p cho 5 ta thấy p có 1 trong 5 dạng sau:

$p = 5k$; $p = 5k + 1$; $p = 5k + 2$; $p = 5k + 3$; $p = 5k + 4$ ($k \in \mathbb{N}$; $k > 0$)

+ Nếu $p = 5k$ thì do p nguyên tố nên $k = 1 \Rightarrow p = 5$

+ Nếu $p = 5k + 1 \Rightarrow p + 14 = 5(k + 3) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

+ Nếu $p = 5k + 2 \Rightarrow p + 8 = 5(k + 2) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

+ Nếu $p = 5k + 3 \Rightarrow p + 12 = 5(k + 3) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

+ Nếu $p = 5k + 4 \Rightarrow p + 6 = 5(k + 2) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

Thử lại với $p = 5$ thỏa mãn (1 điểm)

Câu 3: Giả sử có thêm 4 học sinh nữa thì khi chia mỗi tổ 10 em thì cũng còn thừa 1 em như khi chia mỗi tổ 9 em. Vậy cách chia sau hơn cách chia trước 4 học sinh. Mỗi tổ 10 học sinh hơn mỗi tổ 9 học sinh là: $10 - 9 = 1$ (học sinh)

(1 điểm)

Do đó số tổ là: $4 : 1 = 4$ (tổ)

(1/2 điểm)

Số học sinh là: $4 \cdot 10 - 3 = 37$ (học sinh) (1/2 điểm)

Câu 4: Vẽ hình, ghi giả thiết + kết luận (1/2 điểm)

a/ C nằm giữa B và M $\Rightarrow BC + CM = BM$ (1/2 điểm) $\Rightarrow BM = 3 + 5,5 = 8,5$ (1/2 điểm)

b/ C nằm giữa B và M $\Rightarrow$ AC là tia nằm giữa 2 tia AB và AM (1/2 điểm)

$$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{CAM} = \widehat{BAM}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BAM} - \widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{CAM} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ (1/2 \text{ điểm})$$

c/ Xét 2 trường hợp:

+ Nếu K nằm giữa C và M tính được BK = BC + CK = 5,5 + 1 = 6,5 (cm)

+ Nếu K nằm giữa C và B tính được BK = 4,5 (cm) (1/2 điểm)

Câu 5: Ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{2^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \end{cases} \quad (1/2 \text{ điểm}) \Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1 \quad (1/2 \text{ điểm})$$

ĐỀ SỐ 32

Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 6 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1991-1992)

Bài 1: (5 điểm)

$$\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600} \right) : \frac{21}{9}}{7^2 - 18,25 + 13\frac{15}{36} - 16\frac{17}{102}}$$

Bài 2: (5 điểm) Tìm hai số tự nhiên a,b thỏa mãn điều kiện:

$$a + 2b = 48 \quad \text{và} \quad (a,b) + 3[a,b] = 114$$

Bài 3: Hình học (6 điểm)

- Cho 3 điểm A,B,C thẳng hàng và AB + BC = AC. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Tại sao?
- Cho góc aOb và tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob. Od là tia đối của tia Oc .Chứng minh rằng:
 - Tia Od không nằm giữa hai tia Oa và Ob.

b. Tia Ob không nằm giữa hai tia Oa và Od.

Bài 4: (4 điểm) Tính tỷ số $\frac{A}{B}$ biết

$$A = \frac{4}{7.31} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57} \quad B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1

$$\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{0,96 \cdot \frac{7}{3}}{30 \frac{9}{12} + 13 \frac{5}{12} - 16 \frac{1}{6}} = \frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{2,24}{28} = \frac{8}{9}$$

Bài 2:

$$a + 2b = 48 \Rightarrow a : 2 ; 144 : 3 ; 3[a, b] : 3 \Rightarrow (a, b) : 3 \Rightarrow a : 3 \Rightarrow a : 6 ; a + 2b = 48 \Rightarrow a < 48 \\ \Rightarrow a \in \{6; 12; 18; 24; 30; 36; 42\}$$

<u>A</u>	6	12	18	24	30	36	42
B	21	18	15	12	9	6	3
(a,b)	3	6	3	12	3	6	3
[a,b]	42	36	90	24	90	36	42
(a,b) + [a,b]	129	114	273	84	114	114	129

Vậy $a = 12$; $b = 18$ hoặc $a = 36$; $b = 6$

Bài 4:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{5}A &= \frac{4}{7.31} + \frac{6}{35.41} + \frac{9}{50.41} + \frac{7}{50.57} = \frac{1}{31} - \frac{1}{57} \\ \frac{1}{2}B &= \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57} = \frac{1}{31} - \frac{1}{57} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{5}A = \frac{1}{2}B \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5}{2}$$

ĐỀ SỐ 33

Đề thi học sinh giỏi lớp 6 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1993-1994)

Câu 1: (6 điểm) Thực hiện tính dãy

$$\frac{\frac{3}{67} (17\frac{21}{56} - 13\frac{21}{45}) : (\frac{3}{5.22} + \frac{54}{44.65} + \frac{18}{65.72})}{(29^3 : 100 - 29^3 : 0,47)}$$

Câu 2: (5 điểm) Tìm 2 số tự nhiên thoả mãn:

- Tổng của BSCNN và ƯSCLN của 2 số ấy là 174.
- Tổng của số nhỏ và trung bình cộng của 2 số ấy là 57

Câu 3 : (4 điểm) Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.

- Có bao nhiêu đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng nối 2 trong 5 điểm đã cho. Kể tên các đoạn thẳng ấy.
- Có thể dựng được một đường thẳng không đi qua điểm nào trong 5 điểm đã cho mà cắt đúng 5 đoạn thẳng trong các đoạn thẳng nói trên không? Giải thích vì sao:

Câu 4 : (5 điểm)

Lúc 8 giờ, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 12km /h. Lúc sau người thứ 2 cũng đi từ A đến B với vận tốc 20km /h. Tính ra hai người sẽ gặp nhau tại B. Người thứ 2 đi được nửa quãng đường AB thì tăng vận tốc lên thành 24km /h. Vì vậy 2 người gặp nhau cách B 4 km. Hỏi 2 người gặp nhau lúc mấy giờ?

ĐÁP ÁN

Bài 1: $= \frac{7}{36}$

Bài 2: $(a,b) + [a,b] = 174$; $3a + b = 114 \Rightarrow b : 3$; $[a,b] : 3$ và $174 : 3 \Rightarrow (a,b) : 3 \Rightarrow a : 3$

Mà $3a + b = 114 \Rightarrow 3a < 114 \Rightarrow a < 38$

a..	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
b..	105	96	87	78	69	60	51	42	33	24	15	6
(a,b)	3	6	3	6	3	6	3	6	3	6	3	6
[a,b]	105	96	261	156	345	180	357	168	297	120	165	36
Tổng	108	112	264	162	348	186	360	174	300	126	168	42

Bài 4:

Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường đầu là : $20 - 12 = 8$ (km/h)

Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường sau là : $24 - 12 = 12$ (km/h)

Hiệu vận tốc của nửa quãng đường đầu theo dự định bằng $\frac{2}{3}$ hiệu vận tốc trên nửa quãng đường sau. Chỉ xét nửa quãng đường sau thời gian xe II đuổi kịp xe I trên thực tế bằng $\frac{2}{3}$ thời gian xe hai đuổi kịp xe I theo dự định

Thời gian hai xe đuổi kịp nhau sớm hơn là : $4 : 12 = \frac{1}{3} h = 20'$

Thời gian hai xe đuổi kịp nhau theo dự định: $20 \cdot 3 = 60' = 1h$

Thời gian xe hai cần để đuổi kịp xe một trên cả quãng đường : $1 \cdot 2 = 2h$

Quãng đường xe I đi trước là: $16 : 2 = \frac{4}{3} h = 1h 20'$

Thời gian hai xe gặp nhau theo dự định: $8 h + 1h 20' + 2h = 11h 20'$

Do hai xe trên thực tế gặp nhau sớm hơn dự định 20'

Hai xe gặp nhau lúc $11h 20' - 20' = 11h$

ĐỀ SỐ 34

Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 6 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1993-1994)

Bài1: (4 điểm)

Cho

$$A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49}$$

$$B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49}$$

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$

Bài 2: (4 điểm) Tìm các chữ số a,b sao cho số $\overline{7a4b}$ chia hết cho 4 và chia hết cho 7.

Bài 3 : (4 điểm)

Lúc 8 giờ một người đi từ A đến B với vận tốc 25 km/h. Khi còn cách B 20km người ấy tăng vận tốc lên 30 km/h. Sau khi làm việc ở B trong 30 phút, rồi quay trở về A với vận tốc không đổi 30 km/h và đến A lúc 12 giờ 2 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 4: (4 điểm) Trên tia Ax ta lấy các điểm B, C, D sao cho AB = 5cm; AC = 1cm; AD = 3 cm.

Chứng minh rằng điểm D nằm giữa hai điểm C và B. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M sao cho CM = 3 cm. Chứng minh rằng điểm C nằm giữa hai điểm A và M

Bài 5: (4 điểm) Tìm phân số $\frac{a}{b}$ thỏa mãn điều kiện: $\frac{4}{7} < \frac{a}{b} < \frac{2}{3}$ và $7a + 4b = 1994$

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49} = \frac{34}{6} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13} \right) + \dots + \frac{68}{12} \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{49} \right) = \frac{17}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right)$$

$$B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49} = \frac{39}{9} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16} \right) + \dots + \frac{26}{6} \left(\frac{1}{43} - \frac{1}{49} \right) = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{34}{49} : \frac{26}{49} = \frac{17}{13}$$

Bài 2:

$$\overline{7a4b} : 4 \Rightarrow \overline{4b} : 4 \Rightarrow b \in \{0; 4; 8\}$$

$$\overline{7a4b} : 7 \Rightarrow \overline{a4b} : 7 \Rightarrow (7040 + 100a + b) : 7 \Rightarrow (2a + b + 5) : 7$$

$$\bullet b=0 \Rightarrow (2a+5) : 7 \Rightarrow a \in \{1; 8\}$$

$$\bullet b=4 \Rightarrow (2a+9) : 7 \Rightarrow a = 6$$

$$\bullet b=8 \Rightarrow (2a+13) : 7 \Rightarrow a = 4$$

Vậy số đó là: 7140 ; 7840 ; 7644 hoặc 7448

Bài 3:

Gọi điểm cách B 20km là C.

Thời gian đi quãng đường CB và BC là: $(20 : 2) : 30 = 1\text{h } 20'$

Thời gian đi quãng đường AC và CA là: $12\text{h } 2' - 8\text{h } - 30' - 1\text{h } 20' = 132'$

Tỷ số vận tốc trên quãng đường AC và CA là $\frac{5}{6}$ nên tỷ số vận tốc trên quãng đường AC và

CA là $\frac{6}{5}$

Thời gian đi quãng đường AC là: $132 : 11 \cdot 6 = 72' = \frac{6}{5}\text{ h}$

Chiều dài quãng đường AC là $\frac{6}{5} \cdot 25 = 30\text{ (km)}$

Chiều dài quãng đường AB là: 50 km

Bài 5:

$$7a+4b=1994 \Rightarrow a = \frac{1994-4b}{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1994-4b}{7b} \Rightarrow \frac{4}{7} < \frac{1994-4b}{7b} < \frac{2}{3} \Rightarrow 4 < \frac{1994-4b}{b} < \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1994}{b} - 4 > 4 \Rightarrow \frac{1994}{b} > 8 \Rightarrow b < \frac{1994}{8} \Rightarrow b < 249\frac{1}{4} \\ \frac{1994}{b} - 4 < \frac{14}{3} \Rightarrow \frac{1994}{b} > \frac{26}{3} \Rightarrow b > 230\frac{1}{13} \end{cases} \Rightarrow 231 < b < 249$$

$$7a+4b=1994 \Rightarrow 4b=7k+6 \ (k \in N) \Rightarrow b = \frac{7k+6}{4}; b \in N \Rightarrow k=4l+2 \ (l \in N) \Rightarrow b=7l+5$$

$$\Rightarrow 231 < 7l+5 < 249 \Rightarrow \frac{236}{7} < l < \frac{244}{7} \Rightarrow l=34 \Rightarrow b=243 \Rightarrow a=146$$

ĐỀ SỐ 35

(Quận Ba Đình - Năm học 1994-1995)

Bài 1: (6 điểm)

Thực hiện dãy tính:

$$\frac{\left(23\frac{5}{9} - 22\frac{7}{12}\right) \left(\frac{24}{42} + \frac{21}{165} + \frac{39}{143}\right)}{3,1^2 - 8,76}$$

Bài 2: (5 điểm)

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có chữ số hàng đơn vị là 5, chia cho 11 dư 4, chia cho 13 dư 6 và chia hết cho 7.

Bài 3: (5 điểm)

Trên tia Ox cho ba điểm A, B, C phân biệt. Chứng minh rằng:

a. Nếu $OA + OB < OC$ thì điểm B nằm giữa hai điểm O và C.

b. Nếu $OA + AB + BC = OC$ thì điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Bài 4: (4 điểm)

Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn, nếu dùng cả máy một và máy hai thì sau 1 giờ 20 phút bể sẽ đầy, dùng máy hai và máy ba thì sau 1 giờ 30 phút bể sẽ đầy còn nếu dùng máy một và máy ba thì bể sẽ đầy sau 2 giờ 24 phút.

Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng một mình thì bể sẽ đầy sau bao lâu?

ĐÁP ÁN

Bài 1: $\frac{10}{9}$

Bài 2:

Gọi số đó là x

$$x:5; x:7 \Rightarrow x:35 \Rightarrow x=35q \Rightarrow 2q=11k+4 \Rightarrow q=\frac{11k+4}{2} \Rightarrow k:2 \Rightarrow k=2n \ (n \in N) \Rightarrow q=11n+2$$

$$35q=13q'+6 \Rightarrow 9q=13l+6 \Rightarrow q=\frac{13l+6}{9} \Rightarrow (4l+6):9 \Rightarrow 4l=9r+3 \Rightarrow l=\frac{9r+3}{4} \Rightarrow (r+3):4$$

$$\Rightarrow r=4m+1 \ (m \in N) \Rightarrow l=9m+3 \Rightarrow q=13m+5 \Rightarrow 11n+2=13m+5 \Rightarrow n=\frac{13m+3}{11} \Rightarrow (2m+3):11$$

Theo đề bài x là giá trị nhỏ nhất $\Rightarrow 2m + 3 = 11 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow q = 57 \Rightarrow x = 35 \cdot 57 = 1985$

Bài 4:

Một giờ máy một và hai bơm được $\frac{3}{4}$ bể, máy hai và ba bơm $\frac{2}{3}$ bể, máy một và ba bơm $\frac{5}{12}$ bể. $\Rightarrow$ một giờ cả ba máy bơm $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) : 2 = \frac{11}{12}$ bể.
 Máy ba bơm một mình 6 giờ sẽ đầy bể
 Máy một bơm một mình 4 giờ sẽ đầy bể
 Máy hai bơm một mình 2 giờ sẽ đầy bể

ĐỀ SỐ 36

Đề thi vào lớp 7 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1992-1993)

Bài 1: (6 điểm) Tìm x biết:

$$\frac{\left(27\frac{5}{19} - 26\frac{4}{13}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{19}{59} - \frac{3}{118}\right)}{\left(\frac{3}{4} + x\right)\frac{27}{33}} = \frac{\frac{1}{13 \cdot 16} + \frac{1}{14 \cdot 17}}{\frac{1}{13 \cdot 15} + \frac{1}{14 \cdot 16} + \frac{1}{15 \cdot 17}}$$

Bài 2: (5 điểm)

Tìm số tự nhiên a, b thỏa mãn điều kiện: $a + 2b = 49$ và $[a, b] + (a, b) = 56$

Bài 3: (3 điểm)

Tìm các chữ số a, b sao cho số $\overline{2a3b}$ chia hết cho 6 và chia hết cho 7.

Bài 4: (5 điểm)

Cho góc $AMC = 60^\circ$. Tia Mx là tia đối của tia MA , My là phân giác của góc CMx , Mt là tia phân giác của góc xMy .

a. Tính góc AMy .

b. Chứng minh rằng MC vuông góc với Mt .

Bài 5: (2 điểm)

Chứng minh rằng: $2^{1993} < 7^{714}$

ĐÁP ÁN

Bài 1:

Từ số về trái = 1

Từ số về phải:

$$\frac{1}{13 \cdot 16} + \frac{1}{14 \cdot 17} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} \right)$$

Mà số về phải

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} \right) \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{3}{4} + x\right) \cdot \frac{27}{33}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{3}{4} + x\right) \cdot \frac{27}{33} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{13}{12}$$

Bài 2:

Gọi $(a,b) = d$

$$a + 2b = 49 \Rightarrow 49 : d ; [a,b] + d = 56 \Rightarrow 56 : d \Rightarrow (56,49) : d \Rightarrow d \in \{0 ; 7\}$$

$$\text{Nếu } d = 1 \Rightarrow ab = [a,b] \Rightarrow [a,b] + 1 = 56 \Rightarrow [a,b] = 55 \Rightarrow ab = 55$$

A	1	55	5	11
B	55	1	11	5

Thay vào $a + 2b = 49$ cả 4 giá trị trên đều không thỏa mãn

$$\text{Nếu } d = 7 \Rightarrow ab = 7. [a,b] \Rightarrow a = 7a' ; b = 7b' (a',b') = 1 \Rightarrow a'b' = 7$$

$$a' = 1 ; b' = 7 \Rightarrow a = 7 ; b = 49 \text{ (loại)}$$

$$a' = 7 ; b' = 1 \Rightarrow a = 49 ; b = 7 \text{ (loại)}$$

Vậy không có hai số a và b thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài 3:

$$\overline{2a3b} : 7, : 6 \Rightarrow b \in \{0;2;4;6;8\}$$

$$\overline{2a3b} : 3 \Rightarrow (2030 + 10a + b) : 3 \Rightarrow (a + b + 2) : 3 \Rightarrow a + b \in \{1;4;7;10;13;16\}$$

$$(2030 + 10a + b) : 7 \Rightarrow (2a + b) : 7$$

$$b = 0 \Rightarrow 2a : 7 \Rightarrow a \in \{0;7\} \Rightarrow a + b \in \{0;7\} \Rightarrow a = 7$$

$$b = 2 \Rightarrow (2a + 2) : 7 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a + b = 8$$

$$b = 4 \Rightarrow (2a + 4) : 7 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a + b = 9$$

$$b = 6 \Rightarrow (2a + 6) : 7 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a + b = 10$$

$$b = 8 \Rightarrow (2a + 8) : 7 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 11$$

Vậy $a = 7 ; b = 0$ hoặc $a = 4 ; b = 6$

Bài 5

$$\begin{cases} 2^{10} = 1025 \\ 7^3 = 343 \end{cases} \Rightarrow 2^{10} < 3 \cdot 7^3 \Rightarrow (2^{10})^{238} < 3^{238} \cdot (7^3)^{238} \Rightarrow 2^{2380} < 3^{238} \cdot 7^{714}$$

$$\begin{cases} 2^8 = 256 \\ 3^5 = 243 \end{cases} \Rightarrow 3^5 < 2^8$$

$$\text{Mặt khác } 3^{238} = 3^3 \cdot 3^{235} = 3^3 \cdot (3^5)^{47} < 3^3 \cdot (2^8)^{47} < 2^5 \cdot 2^{376} = 2^{381} \Rightarrow 3^{238} < 2^{381}$$

$$2^{2380} < 3^{238} \cdot 7^{714} \Rightarrow 2^{2380} < 2^{381} \cdot 7^{714} \Rightarrow 2^{1999} < 7^{714}$$

ĐỀ SỐ 37

Đề thi vào lớp 7 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1995-1996)

Bài 1: Thực hiện dãy tính: (5 điểm)

$$\frac{13.4^6 \left(28\frac{7}{13} - 27\frac{5}{18} \right)}{59.2^{12} \left(\frac{5}{14} + \frac{5}{84} + \frac{5}{204} + \frac{5}{374} \right)}$$

Bài 2: (5 điểm) Tìm các chữ số $\overline{14a8b}$ chia cho 7 và chia cho 8 đều dư 2.

Bài 3: (5 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB = BC$ và M, N là các điểm nằm giữa 2 điểm A và C sao cho $AM + NC < AC$.

- a) Chứng minh điểm M nằm giữa 2 điểm A và N.
b) Chứng minh $AM = NC$ thì $BM = BN$

Bài 4: Tìm phân số $\frac{a}{b}$ thỏa mãn các điều kiện: (3 điểm) $\frac{4}{9} < \frac{a}{b} < \frac{10}{21}$ và $5a - 2b = 3$

Bài 5: (2 điểm) Cho 4 số tự nhiên tùy ý. Chứng minh rằng ta có thể chọn được hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 5.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$A = \frac{13 \cdot 4^6 \cdot \frac{295}{13 \cdot 18}}{59 \cdot 2^{12} \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 7} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 17} + \frac{1}{2 \cdot 11 \cdot 17} \right)} = \frac{2^{12} \cdot 295}{59 \cdot 5 \cdot 2^{12} \cdot 18} \cdot \frac{2 \cdot 11 \cdot 17}{5 \cdot 7} = \frac{187}{315}$$

Bài 2: $\overline{14a8b} : 7$ và $: 8$ dư 2

Xét $b \geq 2 \Rightarrow (\overline{14a8b} - 2) : 7, 8 \Rightarrow \overline{14a8c} : 7, 8 \quad (c < 8)$

$\overline{14a8c} : 4 \Rightarrow \overline{8c} : 4 \Rightarrow c = 0, 4, 8 \Rightarrow c = 0 ; 4$

$\overline{14a8c} : 7 \Rightarrow \overline{a8c} : 7 \Rightarrow (100a + c + 80) : 7$

$$\Rightarrow [7(14a + 11) + 2a + c + 3] : 7$$

$$\Rightarrow (2a + c) : 7 \text{ dư } 4 \Rightarrow 2a + c = 4 ; 11 ; 18 ; 25$$

Vì $C : 4 \Rightarrow (2A + C) : 2 \Rightarrow 2A + C = 4 ; 18$

$\overline{a8c} : 8 \Rightarrow (100a + c) : 8 \Rightarrow (4a + c) : 8$

• Xét $c = 0$ Nếu $2a + c = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 4a + c = 8 : 8 \Rightarrow$ Thỏa mãn

NẾU $2A + C = 18 \Rightarrow A = 9 \Rightarrow 4A + C = 36 : 8 \Rightarrow$ LOẠI

• Xét $c = 4$ Nếu $2a + c = 4 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow 4a + c = 4 : 8 \Rightarrow$ loại

NẾU $2A + C = 18 \Rightarrow A = 7 \Rightarrow 4A + C = 32 : 8 \Rightarrow$ THỎA MÃN

• Xét $b = 0 \Rightarrow \overline{14a80} : 7, : 8 \text{ dư } 2 \Rightarrow \overline{14a78} : 7, 8$

Có $78 : 4 \Rightarrow \overline{14a78} : 8 \Rightarrow$ loại

• Xét $b = 1 \Rightarrow \overline{14a81} : 7, : 8 \text{ dư } 2 \Rightarrow \overline{14a79} : 7, 8$

Có $79 : 8 \Rightarrow$ loại

Vậy $a = 2, b = 2$ hoặc $a = 7, b = 6$

Bài 4 $\frac{4}{9} < \frac{2n+1}{5n+1} < \frac{10}{21}$ và $5a - 2b = 3 \Rightarrow a = (3 + 2b) / 5$

Có $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow 2b : 5 \text{ dư } 2 \Rightarrow 2b = 5k + 2 \Rightarrow k : 2 \Rightarrow k = 2n$

Đặt $b = 5n + 1, a = 2n + 1$

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} &< \frac{2n+1}{5n+1} \\ 20n + 4 &< 18n + 9 \\ 2n &< 5 \\ \Rightarrow n &\in \{0; 1; 2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{5n+1} &< \frac{10}{21} \\ 42n + 12 &< 50n + 10 \\ 9n &> 11 \\ n &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } n = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{11}$$

Bài 5. Nếu trong 4 số ta chọn có 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 5

$\Rightarrow$ Hiệu của chúng chia hết cho 5 $\Rightarrow$ đpcm

Xét 4 số có số dư khác nhau trong phép chia cho 5

+ Số dư là 0,1,2,3 $\Rightarrow$ tổng 2 số có số dư là 2 và 3 chia hết cho 5

+ Số dư là 0,1,2,4 $\Rightarrow$ tổng 2 số có số dư là 1 và 4 chia hết cho 5

+ Số dư là 0,1,3,4 $\Rightarrow$ tổng 2 số có số dư là 1 và 4 chia hết cho 5

+ Số dư là 0,2,3,4 $\Rightarrow$ tổng 2 số có số dư là 2 và 3 chia hết cho 5

+ Số dư là 1,2,3,4 $\Rightarrow$ tổng 2 số có số dư là 2 và 3 chia hết cho 5

Vậy khẳng định đề bài cho là đúng.

ĐỀ SỐ 38

(Trường THCS Lê Ngọc Hân-Năm học 1994-1995)

Bài 1: Tìm x :

$$\frac{(3,75 \cdot \frac{1}{4} + 2\frac{2}{5} \cdot 1,25) - (\frac{7}{2} \cdot 0,8 - 1,2 \cdot \frac{3}{2})}{(1\frac{1}{2} + 0,75)x} = 64$$

Bài 2: Tìm số có bốn chữ số $\overline{xyzt}$ biết $\overline{xyzt} \cdot 10001 = \overline{1a8bc9d7}$

(Trong đó a; b; c; d là các chữ số)

Bài 3: Chứng minh rằng: $A = (1999 + 1999^2 + 1999^3 + \dots + 1999^{1998}) : 2000$

Bài 4: Trên quãng đường AB, Hai ô tô đi ngược chiều nhau và cùng khởi hành thì sau 6 giờ sẽ gặp nhau, biết vận tốc của xe đi từ A bằng $1\frac{1}{3}$ vận tốc xe đi từ B. Hỏi xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B bao lâu để hai xe có thể gặp nhau ở chính giữa đường?

Bài 5: Trong số học sinh tham gia lao động ngày hôm qua có 40% là học sinh khối 6; 36% là học sinh khối 7, còn lại là khối 8. Ngày hôm nay số học sinh khối 6 giảm 75%. Số học sinh khối 7 tăng 37,5%; Số học sinh khối 8 tăng 75%. Hỏi số học sinh tham gia lao động ngày hôm nay thay đổi thế nào so với số học sinh ngày hôm qua.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\frac{\left(\frac{15}{4} \cdot 4 - \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{4}\right) - \left(\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3}\right)}{\frac{9}{4}x} = 64 \Rightarrow 16 = 64 \cdot \frac{9}{4}x \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

Bài 2

$$\overline{xyzt} \cdot 10001 = \overline{xyzt} \cdot 10000 + \overline{xyzt} = \overline{xyztxyzt}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \overline{xyztxyz} &= \overline{1a8bc9d7} \\ \Rightarrow c=1, a=9, d=8, b=7 \\ \Rightarrow \overline{xyzt} &= 1987\end{aligned}$$

Bài 3

$$\begin{aligned}A &= 1999(1+1999) + 1999^3(1+1999) + \dots + 1999^{1997}(1+1999) \\ &= 2000(1999 + 1999^3 + \dots + 1999^{1997}) \cdot 2000 \Rightarrow A : 2000\end{aligned}$$

Bài 4

Vì vận tốc xe đi từ A $= \frac{4}{3}$ vận tốc xe đi từ B nên nếu 2 xe cùng khởi hành thì đến khi gặp nhau, quãng đường xe đi từ A đi được bằng $\frac{4}{3}$ quãng đường xe đi từ B đi được.
Xe đi từ A đi được $\frac{4}{7}$ quãng đường AB, xe đi từ B đi $\frac{3}{7}$ quãng đường AB hết 6 giờ.
 $\Rightarrow$ Thời gian xe đi từ A đi nửa quãng đường AB là $6 : \frac{4}{7} : 2 = 21/4$ (h)
 $\Rightarrow$ Thời gian xe đi từ B đi nửa quãng đường AB là $6 : \frac{3}{7} : 2 = 7$ (h)
Để 2 xe gặp nhau ở chính giữa quãng đường AB thì xe đi từ B phải đi trước $7 - 21/4 = 7/4$ (h) = 1h 45 phút

Bài 5

So với tổng số học sinh hôm qua, số học sinh khối 6 hôm nay chiếm số phần:
 $40\% \cdot 25\% = 10\%$
So với tổng số học sinh hôm qua, số học sinh khối 7 hôm nay chiếm số phần
 $36\% \cdot 137,5\% = 49,5\%$
So với tổng số học sinh hôm qua, số học sinh khối 8 hôm nay chiếm số phần
 $24\% \cdot 175\% = 42\%$
So với tổng số học sinh hôm qua, tổng số học sinh hôm nay chiếm số phần
 $10\% + 49,5\% + 42\% = 101,5\%$
Vậy so với hôm qua, hôm nay số học sinh tăng 1,5%

ĐỀ SỐ 39 (Quận Ba Đình - Năm học 1995-1996)

Bài 1: (5 điểm)

Cho:

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{3.8} + \frac{1}{8.13} + \frac{1}{13.18} + \dots + \frac{1}{33.38} \\ B &= \frac{1}{3.10} + \frac{1}{10.17} + \frac{1}{17.24} + \frac{1}{24.31} + \frac{1}{31.38}\end{aligned}$$

Tìm x biết:

$$\frac{\left(28\frac{3}{7} - 27\frac{5}{9}\right)(2^{26} + 5 \cdot 4^{12})}{8^8(x-4)} = \frac{B}{A}$$

Bài 2: (4 điểm) Tìm số chia và thương của phép chia số 2541562 biết rằng các số dư trong phép chia lần lượt là 5759 ; 5180 ; 5938.

Bài 3: (4 điểm)Tìm hai số có tổng là 504 , số ước số chung của chúng là 12 và số lớn không chia hết cho số nhỏ.

Bài 4: (5 điểm)Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia BA lấy BD = BA, trên tia Dx song song với BC trong nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AD chứa điểm C, Lấy DM = BC. Chứng minh rằng:

a. BM = AC

b. MC// AD

Bài 5: (2 điểm) Chứng minh rằng : $2^{1995} < 5^{863}$

ĐÁP ÁN

Bài1.

$$A = \frac{1}{3 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 18} + \dots + \frac{1}{33 \cdot 38} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{38} \right)$$

$$B = \frac{1}{3 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 17} + \dots + \frac{1}{31 \cdot 38} = \frac{1}{7} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{38} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{1}{5} : \frac{1}{7} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{\frac{55}{63} \cdot 9 \cdot 2^{24}}{2^{24}(x-4)} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{55}{7(x-4)} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{11}{x-4} = 1 \Rightarrow x=15$$

Bài 3. Gọi a là số lớn, b là số nhỏ

$$a+b=504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

(a,b)=d $\Rightarrow$ d có 12 ước số

$$504 = d \Rightarrow d = 2^m \cdot 3^n \cdot 7^p \quad (m \leq 3, n \leq 2, p \leq 1)$$

$$\text{có : } (m+1)(n+1)(p+1) = 12 = 2^2 \cdot 3$$

m+1	4	3	2
n+1	3	2	3
p+1	1	2	2
m	3	2	1
n	2	1	2
p	0	1	1
d	72	84	126

Có $a = a'd$, $b = b'd$, với $(a', b') = 1$

Vì $a > b \Rightarrow a' > b'$, $a \cdot b \Rightarrow b' \neq 1$

Nếu $d = 72 \Rightarrow a' + b' = 7 \Rightarrow$ có bảng

a'	5	4
b'	2	3
A	360	144
B	288	216

Nếu $d = 84 \Rightarrow a' + b' = 6 \Rightarrow$ không có giá trị của a' và b'

Nếu $d = 126 \Rightarrow a' + b' = 4 \Rightarrow$ không có giá trị của a' và b'

Bài 5. Chứng minh $2^{1995} < 5^{863}$

$$\text{Có : } 2^{10} = 1024, 5^5 = 3025 \Rightarrow 2^{10} \cdot 3 < 5^5 \\ \Rightarrow 2^{1720} \cdot 3^{172} < 5^{860}$$

$$\begin{aligned} &\text{Có } 3^7 = 2187; 2^{10} = 1024 \Rightarrow 3^7 > 2^{11} \\ &3^{172} = (3^7)^{24} \cdot 3^4 > (2^{11})^{24} > (2^{11}) \cdot 2^6 = 2^{270} \\ &\Rightarrow 2^{1720} \cdot 2^{270} < 2^{1720} \cdot 3^{172} < 5^{860} \\ &\text{Vậy } 2^{1990} < 5^{860} \\ &2^5 < 5^3 \quad \Rightarrow \quad 2^{1995} < 5^{863} \end{aligned}$$

ĐỀ SỐ 40

(Quận Ba Đình - Năm học 1995-1996)

Bài 1: (4 điểm)

Tìm các chữ số a, b sao cho số $\overline{12a4b1996}$ chia hết cho 63.

Bài 2: (4 điểm) **Tính tỷ số A/B**

$$A = \frac{40}{3139} + \frac{35}{3916} + \frac{30}{2392} + \frac{25}{2964} \quad B = \frac{91}{1931} + \frac{65}{1943} + \frac{39}{989} + \frac{143}{131}$$

Bài 3: (4 điểm)

Một người đi xe đạp từ A về B với vận tốc 12 km/h. Lát sau một người thứ hai cũng đi từ A về B với vận tốc 21 km/h. Tính ra hai người sẽ gặp nhau tại B. Sau khi đi được nửa quãng đường người thứ hai tăng vận tốc lên 24 km/h vì vậy hai người gặp nhau khi còn cách B 7 km. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB = AC$. M là một điểm nằm giữa A và C. N là điểm nằm giữa A và B sao cho $CM = BN$.

- Chứng minh rằng đoạn thẳng BM cắt đoạn thẳng CN.
- Chứng minh rằng góc B bằng góc C và $BM = CN$.

Bài 5: (4 điểm)

Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{11}{17} < \frac{a}{b} < \frac{23}{29} \quad \text{và} \quad 8b - 9a = 31$$

ĐÁP ÁN

Bài 1: Đặt $\overline{12a4b1996} = N$

$$N : 63 \Rightarrow N : 9 \text{ và } N : 7$$

$$N : 9 \Rightarrow (1+2+a+4+b+1+9+9+6) : 9 \Rightarrow (a+b+5) : 9 \Rightarrow (a+b) \in \{4, 13\}$$

$$N = 120401996 + 1000000a + 10000b : 7 \Rightarrow (a+4b+1) : 7$$

$$+ \text{ Nếu } a+b = 4 \Rightarrow (4+3b+1) : 7 \Rightarrow (3b+5) : 7 \Rightarrow 3b : 7 \text{ dư } 2$$

$$\Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$+ \text{ Nếu } a+b = 13 \Rightarrow (13+3b+1) : 7 \Rightarrow 3b : 7 \Rightarrow b : 7 \Rightarrow b \in \{0; 7\}$$

$$\Rightarrow b = 7; a = 6$$

a	1	6
B	3	7
$\overline{12a4b1996}$	121431996	126471996

Bài 2:

$$A = \frac{40}{31.39} + \frac{35}{39.46} + \frac{30}{46.52} + \frac{25}{52.57}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{40}{8} \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{39} \right) + \frac{35}{7} \left(\frac{1}{39} - \frac{1}{46} \right) + \frac{30}{6} \left(\frac{1}{46} - \frac{1}{52} \right) + \frac{25}{5} \left(\frac{1}{52} - \frac{1}{57} \right) \\
 &= 5 \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{57} \right) = \frac{5.26}{31.57} \\
 B &= \frac{91}{19.31} + \frac{65}{19.43} + \frac{39}{23.43} + \frac{143}{69.19} \\
 &= \frac{13}{19} \left(\frac{7}{31} + \frac{5}{43} \right) + \frac{13}{23} \left(\frac{3}{43} + \frac{11}{57} \right) = 13 \left(\frac{24}{31.19} + \frac{28}{43.57} \right) = \frac{13.52}{57} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5.26}{31.57} : \frac{13.52}{57} = \frac{5}{62}
 \end{aligned}$$

Bài 3:

Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường đầu là $21 - 12 = 9$ (km/h)

sau là : $24 - 12 = 12$ (km/h)

Do trên nửa quãng đường sau hiệu vận tốc bằng $\frac{4}{3}$ hiệu vận tốc trên nửa quãng đường

đầu (theo dự định). Nên thời gian xe thứ 2 đi từ giữa quãng đường đến chỗ gặp bằng $\frac{3}{4}$ thời gian xe 2 đi nửa quãng đường đầu

Thời gian xe 2 đi nửa quãng đường là: $\frac{7}{12} \cdot 4 = \frac{7}{3}$ (h)

Quãng đường AB dài là: $\frac{7}{3} \cdot 21 = 98$ (km)

Bài 5: Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ sao cho $\frac{11}{7} < \frac{a}{b} < \frac{23}{29}$ và $8b - 9a = 31$

$$8b - 9a = 31 \Rightarrow b = \frac{31 + 9a}{8} = \frac{32 - 1 + 8a + a}{8} \in \mathbb{N} \Rightarrow (a-1) : 8 \Rightarrow a = 8q + 1 (q \in \mathbb{N})$$

$$b = \frac{31 + 9(8q+1)}{8} = 9q + 5 \Rightarrow \frac{11}{17} < \frac{8q+1}{9q+5} < \frac{23}{29}$$

$$11(9q+5) < 17(8q+1) \Rightarrow 37q > 38 \Rightarrow q > 1$$

$$29(8q+1) < 23(9q+5) \Rightarrow 25q < 86 \Rightarrow q < 4 \Rightarrow q \in \{2; 3\}$$

$$q = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{23}{17} \quad q = 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{32}{25}$$

ĐỀ SỐ 41

(Quận Ba Đình - Năm học 1990-1991)

Câu 1: (6 điểm) Thực hiện dãy tính $\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600} \right) : \frac{21}{49}}{7^2 - 18,25 + 13 \frac{15}{36} - 16 \frac{12}{102}}$

Câu 2: (5 điểm) Tìm 2 số tự nhiên, a, b , thỏa mãn: $a + 2b = 48$ và $(a, b) + 3[a, b] = 114$

Câu 3: (4 điểm)

a , Cho 3 điểm A, B, C, thẳng hàng và $AB + BC = AC$. Điểm nào nằm giữa 2 điểm còn lại? Tại sao?

b, Cho góc aOb và tia Oc nằm giữa 2 tia Oa và Ob. Od là tia đối của tia Oc. Chứng minh rằng:

- Tia Od không nằm giữa 2 tia Oa và Ob.
- Tia Ob không nằm giữa 2 tia Oa và Od.

Câu 4: (6 điểm) Cho

$$A = \frac{4}{31.7} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57}$$

$$B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57}$$

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$

ĐÁP ÁN

Bài 1: $\frac{7}{18} + \frac{1}{25} : \left(\frac{3}{5} + \frac{83}{200} - \frac{11}{200} \right) : \frac{3}{7} = \frac{7}{18} + \frac{1}{25} : \frac{56}{102} = \frac{7}{18} + \frac{1}{25} : \frac{2861}{25102} = \frac{7}{18} + \frac{1}{25} \cdot \frac{25102}{2861} = \frac{7}{18} + \frac{1004.08}{2861} = \frac{7}{18} + \frac{15247}{56102} = \frac{15247}{2.3^2 \cdot 7.8.17}$

Bài 2: $a+2b = 48$ và $(a,b) + 3[a,b] = 114$
 $114 : 3 = 38 \Rightarrow (a,b) : 3$ và $a + 2b = 48 \Rightarrow a : 2 \Rightarrow a : 6$
 $\Rightarrow a \in \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42\}$

a	6	12	18	24	30	36	42
b	21	8	15	12	9	6	3
(a,b)	3	16	3	12	3	6	3
[a,b]	42	36	90	24	90	36	42
3[a,b]	126	108	270	72	270	108	126
(a,b)+3[a,b]	129	114	360	84	360	114	168

Bài 4: $A = \frac{4}{31.7} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57} = \frac{1}{7} \left(\frac{4}{31} + \frac{6}{41} \right) + \frac{1}{10} \left(\frac{9}{41} + \frac{7}{57} \right) = \frac{50}{31.41} + \frac{80}{41.57} = \frac{130}{31.57}$

$$B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57} = \frac{1}{19} \left(\frac{7}{31} + \frac{5}{43} \right) + \frac{1}{23} \left(\frac{3}{43} + \frac{11}{57} \right) = \frac{24}{31.43} + \frac{28}{43.57} = \frac{52}{31.57}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{130}{52}$$

ĐỀ SỐ 42

(Trường THCS Lê Ngọc Hân-Năm học 1997-1998)

Câu 1: a, Cho $\overline{abc} + \overline{deg}$ chia hết cho 37. Chứng minh rằng $\overline{abcdeg}$ chia hết cho 11.

b, Tìm x biết $\overline{20x20x20x20x}$ chia hết cho 7

Câu 2 : Tìm x:
$$\left[\frac{6\frac{3}{5} - 1\frac{1}{16} \cdot \frac{6}{7}}{4\frac{1}{5} \cdot \frac{10}{11} + 5\frac{2}{11}} - \frac{(\frac{3}{20} + \frac{1}{2} - \frac{1}{15}) \cdot \frac{12}{49}}{3\frac{1}{3} + \frac{2}{9}} \right] \cdot x = 2\frac{23}{96}$$

Câu 3 : So sánh: $M = \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{2000} + 1}$ và $N = \frac{1999^{1989} + 1}{1999^{2009} + 1}$

Câu 4 : Tính tổng:

$$A = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{27.28.29.30}$$

$$B = \frac{4}{5.8} + \frac{4}{8.11} + \frac{4}{11.14} + \dots + \frac{4}{305.308}$$

Câu 5 : Một cửa hàng bán trứng trong một số ngày. Ngày thứ nhất bán 100 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại.

Ngày thứ hai bán 20 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Ngày thứ nhất bán 300 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Cứ bán như vậy thì vừa hết số trứng và số trứng bán mỗi ngày đều bằng nhau. Tính tổng số trứng đã bán và số ngày cửa hàng đã bán.

ĐÁP ÁN

Bài 1: Không chứng minh được điều này vì:

$$\text{Xét : } \overline{abc} + \overline{deg} = 127 + 465 = 592 : 37$$

$$\overline{abcdeg} = 127465 : 11$$

$$\text{b) } \overline{20x20x20x20x} = \overline{20x.1001001}$$

$$\Rightarrow \overline{20x} : 7 \Rightarrow (200 + x) : 7 \Rightarrow (4 + x) : 7 \Rightarrow x = 3$$

Bài 2:

$$\begin{aligned} & 6 : \frac{5}{3} - \frac{17}{16} \cdot \frac{6}{7} - \frac{35}{60} \cdot \frac{12}{49} = \frac{10}{56} - \frac{51}{56} - \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{32} \\ & \frac{21}{5} \cdot \frac{10}{11} + \frac{57}{11} - \frac{5}{9} = \frac{42}{11} + \frac{57}{11} - \frac{5}{9} \\ & = \frac{509}{56} \cdot \frac{11}{99} - \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{32} = \frac{509}{504} - \frac{9}{224} = \frac{1955}{2016} \\ & \frac{1955}{2016} x = \frac{215}{96} \Rightarrow x = \frac{215}{96} \cdot \frac{2016}{1955} = \frac{903}{391} = 2\frac{121}{391} \end{aligned}$$

Bài 3:

$$\begin{aligned} & 1999^{1999} + 1 > 1999^{1989} + 1 \\ & 1999^{2000} + 1 < 1999^{2009} + 1 \\ & \Rightarrow \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{2000} + 1} > \frac{1999^{1989} + 1}{1999^{2009} + 1} \end{aligned}$$

Bài 4:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} &= \frac{3}{3n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{3+n-n}{3n(n+1)(n+2)(n+3)} \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{n+3}{n(n+1)(n+2)(n+3)} - \frac{n}{n(n+1)(n+2)(n+3)} \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{n(n+1)(n+2)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right] \\ A &= \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{27.28.29.30} \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{28.29.30} \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{4059}{28.29.30} = \frac{451}{8120} \\ B &= \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11} \right) + \dots + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{305} + \frac{1}{308} \right) = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{308} \right) = \frac{4.303}{3.5.308} = \frac{303}{485} \end{aligned}$$

Bài 5: Ngày thứ nhất bán 100 quả và $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại. Ngày thứ hai bán 200 quả và $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại mà số trứng hai ngày bán như nhau $\Rightarrow \frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau khi lấy 100 quả nhiều hơn $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau khi lấy 200 quả là 100 quả. Cứ như vậy $\Rightarrow$ số trứng chênh lệch trước khi lấy $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau mỗi lần lấy là 1000 quả. Lần cuối cùng còn $\frac{9}{10}$ số trứng còn lại là 900 quả $\Rightarrow$ ngày thứ nhất lấy 900 quả trứng

$$\text{Số trứng là } (900 - 100) : \frac{1}{10} + 100 = 8100 \text{ (quả)}$$

$$\text{Số lần lấy trứng là } 8100 : 900 = 9 \text{ (lần)}$$

ĐỀ SỐ 43

Câu 1: (3 điểm) Tìm các chữ số a, b sao cho $\overline{12a96b}$ chia hết cho 63.

Câu 2: (6 điểm) Thực hiện dãy tính
$$\frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{1414}{4545} + \frac{34}{153} \right) : 3 \frac{3}{23} - \frac{3}{11} \left(2 \frac{2}{3} - 1,75 \right)}{\left(\frac{3}{7} - 0,25 \right)^2 : \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24} \right)}$$

Câu 3: (4 điểm) Tìm số tự nhiên có 4 chữ số mà khi ta đem số ấy nhân với 5 rồi cộng thêm 6 ta được kết quả là số có 4 chữ số viết bởi các chữ số như số ban đầu nhưng viết theo thứ tự ngược lại

Câu 4: (4 điểm) Trên tia Ox lấy các điểm A, B, C, D sao cho OA=1cm, OB=5cm, AC=3cm, BD=6cm.

a, Chứng minh rằng điểm C nằm giữa 2 điểm A và B.

b, Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Câu 5: (3 điểm) Cho 7 số tự nhiên tùy ý. Chứng minh rằng bao giờ ta cũng có thể chọn được 4 số mà tổng của chúng chia hết cho 4.

(Hướng dẫn: Trước hết nhận xét rằng trong 3 số tự nhiên tùy ý bao giờ cũng có ít nhất 2 số cùng chẵn hoặc cùng lẻ)

ĐÁP ÁN

Bài 1: $\overline{12a96b} : 63$ giống bài 1 đề số 5

Bài 2:

$$\frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{14}{45} + \frac{2}{9}\right) : \frac{72}{23} - \frac{3}{11} \left(\frac{8}{3} - \frac{7}{4}\right)}{\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24}\right)} = \frac{\frac{23}{72} - \frac{1}{4}}{\frac{25}{28} \cdot \frac{6}{11}} = \frac{5}{72} \cdot \frac{28 \cdot 11}{25 \cdot 6} = \frac{77}{540}$$

Bài 3: Gọi số đó là $\overline{abcd}$

$$\overline{abcd} \cdot 5 + 6 = \overline{abcd} \Rightarrow a < 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow d \geq 5$$

$$\overline{abcd} \cdot 5 + 6 = \overline{dcbl} \Rightarrow d \text{ là số lẻ} \Rightarrow d \in \{5, 7, 9\}$$

$$d = 5 \Rightarrow \overline{1bc5} \cdot 5 + 6 = \overline{5cb1}$$

$$\Rightarrow 5000 + 500b + 50c + 31 = 5000 + 100c + 10b + 1$$

$$\Rightarrow c = \frac{49b - 196}{5} = 9b + \frac{4b - 196}{5} \in N$$

$$\Rightarrow \frac{4b - 196}{5} \in N \rightarrow b = 5q + 4 \rightarrow b \in \{4, 9\}$$

$$b = 4 \Rightarrow c = 0$$

$$b = 9 \Rightarrow c = 51 \Rightarrow \text{Loại}$$

$$\text{Nếu } d = 9 \Rightarrow c = 9b + \frac{4b - 395}{5} \rightarrow b \in \{0; 5\} \rightarrow \text{loại}$$

Số đó là 1407

Bài 5: Gọi 7 số đó là $a_1; a_2; \dots; a_7$

Trong 3 số tự nhiên tùy ý bao giờ cũng có 2 số cùng chẵn hoặc cùng lẻ $\Rightarrow$ Tổng của chúng là một số chẵn. Xét a_1, a_2, a_3 :

Không mất tính tổng quát giả sử $a_{1,2} = a_1 + a_2$ là số chẵn

Xét $a_4, a_5, a_6 \Rightarrow a_{4,5}$ là số chẵn

Xét $a_3, a_6, a_7 \Rightarrow a_{3,6}$ là số chẵn

Xét $a_{1,2}; a_{4,5}; a_{3,6}$ là số chẵn ta chia số này cho 2 $\Rightarrow b_{1,2}; b_{4,5}; b_{3,6}$

$b_{1,2,4,5} = b_{1,2} + b_{4,5}$ là số chẵn

$$a_{1,2} + a_{4,5} = 2(b_{1,2} + b_{4,5}) \quad \text{vì } (b_{1,2} + b_{4,5}) : 2$$

$$\Rightarrow (a_{1,2} + a_{4,5}) : 4$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_4 + a_5) : 4$$

Vậy trong 7 số tự nhiên tùy ý bao giờ có thể chọn được số mà tổng của chúng : 4

ĐỀ SỐ 44

(Trường THCS Lê Ngọc Hân-Năm học 1997-1998)

Bài 1 Tính

$$a) 26 : \left[\frac{3 : (0,2 - 0,1)}{(2,5 \cdot (0,8 + 1,2))} + \frac{(34,06 - 33,81) \cdot 4}{(6,84 \cdot (28,75 - 25,15))} \right] + \frac{2}{3} : \frac{4}{21}$$

$$3 - \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

Bài 2 Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5.

Bài 3 Hai ô tô đi từ hai điểm A và B về phía nhau. Xe 1 khởi hành lúc 7 giờ, xe 2 khởi hành lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB xe 1 cần đi 2 giờ, xe 2 cần đi 3 giờ. Hai xe sẽ gặp nhau lúc mấy giờ?

Bài 4 Vẽ tam giác ABC trên cạnh BC lấy điểm D (D không trùng B, C), trên đoạn thẳng DC lấy điểm E (E không trùng D, C).

a, Những điểm nào gọi là điểm nằm giữa hai điểm nào? Những tia nào nằm giữa hai tia nào?

b, Nếu $BD=3cm$, $DE=2cm$, $EC=4cm$. Tính BC

c, Giả sử góc $BAD=m^\circ$, góc $DAE=n^\circ$, góc $EAC=t^\circ$. Tính số đo góc BAC

Bài 5 Tổng kết năm học của 100 học sinh giỏi về 3 môn Văn, Toán, Ngoại ngữ có 70 học sinh giỏi Toán, 50 giỏi Văn. Trong đó 40 học sinh giỏi Toán+ Ngoại ngữ, 35 học sinh giỏi Toán+ Văn, 20 Học sinh giỏi Văn+ Ngoại ngữ. Hỏi :

a, Có bao nhiêu học sinh giỏi cả 3 môn.

b, Có bao nhiêu học sinh giỏi Ngoại ngữ.

c, Có bao nhiêu học sinh chỉ giỏi 1 môn

ĐÁP ÁN

Bài 1 a. $26: \left(\frac{30}{5} + \frac{0,25}{1,9} \right) + 1 = 26: \left(6 + \frac{25}{190} + 1 \right) = 26 \cdot \frac{38}{233} + 1 = \frac{988 + 233}{233} = \frac{1221}{233} = 5 \frac{56}{233}$

b. $\frac{\left(1 - \frac{1}{9} \right) + \left(1 - \frac{2}{10} \right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100} \right)}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{500}} = \frac{\frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{100}}{\frac{1}{5} \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100} \right)} = 8: \frac{1}{5} = 40$

Bài 2: Gọi số đó là n

$$\Rightarrow n = 5q + 1; n = 7r + 5 \Rightarrow q = \frac{7r + 4}{5}$$

$$\Rightarrow (7r + 4) : 5 \Rightarrow r = 3k + 3$$

$$\text{Tìm số nhỏ nhất} \Rightarrow r = 3 \Rightarrow q = 5 \Rightarrow n = 26$$

Bài 3: Chọn quãng đường AB làm đơn vị qui ước

Trong 1 h xe 1 đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường AB

Trong 1h xe 2 đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB

Trong 1h cả 2 xe đi được $\frac{5}{6}$ quãng đường AB

Trong 10 phút đi trước xe 1 đi $\frac{1}{12}$ quãng đường AB

Thời gian xe 2 đi để gặp nhau $\frac{11}{12} : \frac{5}{6} = \frac{11}{10}h = 16$ phút

Hai xe gặp nhau lúc 7h 10ph + 1h 6 ph = 8h 16ph

ĐỀ SỐ 45

Quận Hai Bà Trưng 1996 - 1997

Câu 1: (5 điểm) Chứng minh rằng các số có dạng $\overline{abcabc}$ chia hết ít nhất cho 3 số nguyên tố.

Câu 2 : (5 điểm) Cho dãy phân số được viết theo qui luật: $\frac{2}{11.16} ; \frac{2}{16.21} ; \frac{2}{21.26} ; \dots$

a, Tìm phân số thứ 45 của dãy số này.

b, Tính tổng của 45 phân số này.

Câu 3 : (5 điểm) Hai trường A và B có 1500 học sinh. Số học sinh giỏi trường A chiếm 20%; Số học sinh giỏi trường B chiếm 15%. Tổng cộng hai trường có 255 học sinh giỏi. Tính số học sinh mỗi trường?

Câu 4 : Một người đi từ A đến B với vận tốc 12km /h. Một lát sau một người khác cũng đi từ A đến B với vận tốc 20km /h. Tính ra 2 người sẽ gặp nhau tại B. Người thứ 2 đi được nửa quãng đường AB thì tăng vận tốc lên thành 24km /h. Hỏi hai người sẽ gặp nhau tại địa điểm cách B bao nhiêu km? Biết rằng quãng đường AB dài 80km.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$\overline{abcabc} = \overline{abc} . 1000 + \overline{abc} = 1001 \overline{abc} = 7 . 11 . 13 \overline{abc} \Rightarrow \overline{abcabc} : 7 ; 11 ; 13$$

Vậy số đó chia hết cho ít nhất 3 số nguyên tố là 7 , 11, 13

Câu 2:

$$a) \frac{2}{231.236}$$

$$b) = \frac{2}{5} \left(\frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \dots + \frac{5}{231.236} \right) = \frac{2}{5} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{231} - \frac{1}{236} \right) = \frac{45}{1298}$$

Câu 3: 20% số học sinh cả hai trường là: 1500 . 20% = 300(học sinh)

5% số học sinh trường B là: 300 - 255 = 45 (học sinh)

Số học sinh trường B là: 45 : 5% = 900 (học sinh)

Số học sinh trường A là : 1500 - 900 = 600 (học sinh)

Câu 4: Hiệu vận tốc của hai người là: 20 - 12 = 8 (km/h)

Thời gian người thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $80 : 12 = \frac{20}{3}h = 6h40'$

Thời gian người thứ hai đi hết quãng đường AB là: $80 : 20 = 4 (h)$

Quãng đường người thứ nhất đi trước là: $\frac{8}{3} \cdot 12 = 32$ (km)

Thời gian từ khi người thứ hai tăng vận tốc đến lúc gặp nhau là: $16: (24 - 12) = \frac{4}{3}$ h

Chỗ gặp cách B là: $80 - 72 = 8$ (km)

Quân Hai Bà Trưng 1997 - 1998

Câu 3 : (4 điểm) Tính các tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

$$\text{b, } \frac{191}{210} + \frac{161}{240} + \frac{129}{272} + \frac{95}{306}$$

Giỏi và Trung bình chiếm $\frac{5}{8}$ số học sinh cả lớp. Số học sinh Khá và Trung bình có 34 bạn, số học sinh giỏi hơn số học sinh Yếu là 10 bạn, lớp không có học sinh kém. Hỏi lớp 6A có bao nhiêu bạn học sinh Giỏi? bao nhiêu học sinh khá? bao nhiêu học sinh Trung bình?

Câu 2: Gọi số bị chia là a ; số chia là b ($b \neq 0$)

Số bị chia chia cho tổng số chia và số dư được thương là 3 và số dư là 18 $\Rightarrow$ Số bị chia bớt 18 bằng 3 lần tổng số chia và số dư $\Rightarrow a = (b + 12) \cdot 3 + 18 = 3b + 54$

$$\Rightarrow 5b + 12 = 3b + 54 \Rightarrow b = 21 \Rightarrow a = 117$$

Câu 3:

Thầy Thích – 0919.281.916

b) Nhận xét các phân số đều có tổng của tử và mẫu là 401

Câu 4:

Cách 1

Phân số chỉ số học sinh giỏi hơn yếu là: $\left(\frac{7}{12} + \frac{5}{8}\right) - 1 = \frac{5}{24}$ (học sinh cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $10 \cdot \frac{24}{5} = 48$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và yếu là: $48 - 34 = 14$ (học sinh)

Số học sinh giỏi là: $(14 + 10) : 2 = 12$ (học sinh)

Số học sinh yếu là: $12 - 10 = 2$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và trung bình là: $48 \cdot \frac{5}{8} = 30$ (học sinh)

Số học sinh trung bình là: $30 - 12 = 18$ (học sinh)

Số học sinh khá là: $48 - (18 + 2 + 14) = 16$ (học sinh)

Cách 2

Lớp chia 24 phần $\Rightarrow$ một phần có: $10 : 5 = 2$ (học sinh)

Số học sinh trung bình hơn khá là: $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = \frac{1}{24}$ (học sinh lớp) $= 2$ (học sinh)

Số học sinh trung bình là: $(34 + 2) : 2 = 18$ (học sinh)

Số học sinh khá là: $18 - 2 = 16$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và yếu là: $48 - (18 + 16) = 14$ (học sinh)

Số học sinh giỏi là: $(14 + 10) : 2 = 12$ (học sinh)

Số học sinh yếu là: $12 - 10 = 2$ (học sinh)

ĐỀ SỐ 47

Quận Hai Bà Trưng 1998 - 1999

Câu 1 : Một người đem 6000000đ gửi tiền tiết kiệm " Không kỳ hạn" với lãi suất 0,8% một tháng. Hỏi sau 3 tháng người đó thu được bao nhiêu tiền lãi (sau 3 tháng mới rút hết cả vốn lẫn lãi)

Câu 2 : Một xí nghiệp làm một số dụng cụ, giao cho 3 phân xưởng thực hiện. Số dụng cụ phân xưởng I làm bằng 28% tổng số. Số dụng cụ phân xưởng II làm gấp rưỡi số dụng cụ phân xưởng I. Phân xưởng III làm ít hơn phân xưởng II là 72 chiếc. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng đã làm.

Câu 3 : Hãy viết phân số $\frac{11}{15}$ dưới dạng tổng của 3 phân số có tử số đều bằng 1 và có mẫu số khác nhau.

Câu 4 : a, Tìm một số có 3 chữ số biết rằng tích của số đó và tổng các chữ số của nó là 1360.

b, Chứng tỏ rằng có thể tìm được nhiều số tự nhiên chỉ gồm chữ số 1 và chữ số 0 chia hết cho 1999

ĐÁP ÁN

Câu 1: Số tiền người đó có sau tháng 1 là: $6000000 \cdot 100,8\% = 6048000$ (đồng)

Số tiền người đó có sau tháng 2 là: $6048000 \cdot 100,8\% = 6096384$ (đồng)

Số tiền người đó có sau tháng 3 là: $6096384 \cdot 100,8\% = 6145155$ (đồng)

Câu 2: So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 2 làm chiếm số phần là: $28\% \cdot \frac{3}{2} = 42\%$

So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 3 làm chiếm số phần là:

$$100\% - (42\% + 28\%) = 30\%$$

So với tổng số, 72 chiếc chiếm số phần là: $42\% - 30\% = 12\%$

Tổng số sản phẩm cả ba phân xưởng làm là: $72 : 12\% = 600$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 1 làm là: $600 \cdot 28\% = 168$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 2 làm là: $600 \cdot 42\% = 252$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 3 làm là: $600 \cdot 30\% = 180$ (dụng cụ)

Câu 3:

$$\frac{11}{15} = \frac{44}{60} \Rightarrow U(60) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$$

$$30 + 10 + 4 = 44 \Rightarrow \frac{44}{60} = \frac{10}{60} + \frac{30}{60} + \frac{4}{60} \Rightarrow \frac{11}{15} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{15}$$

Câu 4:

a. Gọi số đó là $\overline{abc} \Rightarrow (a+b+c) \cdot \overline{abc} = 1360$

$$1360 = 5 \cdot 16 \cdot 17 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17.$$

Ta có $2^4 \cdot 5 < 100$ 17 không phải là tổng các chữ số $\Rightarrow \overline{abc} : 17 \Rightarrow \overline{abc} = 17 \cdot x \Rightarrow x > 5$

$$\Rightarrow a + b + c < 16$$

a + b + c	2	4	8	10
-----------	---	---	---	----

$\overline{abc}$	680	340	170	136
Tích	1360	1360	1360	1360

Vậy số đó là: 680 ; 340; 170; 136

b. Xét dãy số:

$$1 ; 11 ; ; \underbrace{11...11}_{1999 \text{ cs}}$$

Dãy số trên có 1999 chữ số $\Rightarrow$ chỉ có hai trường hợp xảy ra

- Có ít nhất một số chia hết cho 1999. Giả sử số đó là: $11...11$ (n chữ số) $\Rightarrow 11...10$ (n+1 chữ số) cũng chia hết cho 1999 $\Rightarrow$ Khẳng định đề bài cho là đúng.
- Trong đó không có số nào chia hết cho 1999 $\Rightarrow$ phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư trong phép chia cho 1999 $\Rightarrow$ Hiệu hai số này là một số chỉ gồm toàn chữ số 0 và chữ số 1 chia hết cho 1999. Lý luận tương tự như trên ta có khẳng định đề bài cho là đúng.

ĐỀ SỐ 48

Hai Bà Trưng 1999 - 2000

Câu 1 : Hãy so sánh hai phân số sau bằng tất cả các cách có thể được:

a) $a, \frac{1999}{2000}; \frac{19992000}{20002000}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32} > 2$

Câu 2 : Kết thúc học kỳ I lớp 7A có số học sinh xếp loại văn hoá bằng $\frac{3}{8}$ số học sinh được xếp loại khá. Đến cuối năm có 7 học sinh vươn lên đạt loại giỏi và 1 học sinh loại giỏi bị chuyển loại xuống khá nên số học sinh giỏi chỉ bằng $\frac{9}{13}$ số học sinh khá. Tính số học sinh lớp 7A biết cả hai học kỳ lớp 7A chỉ có học sinh xếp loại văn hoá Khá và Giỏi.

Câu 3 : Một thùng đầy nước có khối lượng 5,7 kg. Nếu trong thùng chỉ còn 25% nước thì thùng nước có khối lượng 2,4 kg. Tính khối lượng thùng không.

Câu 4 : Có bao nhiêu số có 4 chữ số có tính chất sau: Chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó chia hết cho 11.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

a) Cách 1 :Qui đồng mẫu số rồi so sánh từ.

Cách 2: $\frac{1999}{2000} = \frac{19991999}{20002000} < \frac{19992000}{20002000}$

Cách 3: $\frac{1999}{2000} + \frac{1}{2000} = \frac{19992000}{20002000} + \frac{10000}{20002000} = 1 \Rightarrow \frac{1999}{2000} < \frac{19992000}{20002000}$

b)

$$\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} = \frac{4n-1}{4n^2-2n} > \frac{1}{n} \quad (n \in \mathbb{N}; n \geq 2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32} > \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{16} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{8} > 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > 2$$

Bài 2: Số học sinh cả lớp là : $3 + 8 = 11$ (phần)

Số học sinh giỏi kỳ I chiếm : $\frac{3}{11}$ học sinh cả lớp

Số học sinh giỏi kỳ II chiếm : $\frac{9}{22}$ học sinh cả lớp

6 học sinh ứng với số phần cả lớp: $\frac{9}{22} - \frac{3}{11} = \frac{3}{22}$ (cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $6 : \frac{3}{22} = 44$ học sinh

Vậy số học sinh 7A là 44 bạn

Bài 3: $25\% = \frac{1}{4}$

Khối lượng của $\frac{3}{4}$ nước trong thùng là: $5,7 - 2,4 = 3,3$ (kg)

Khối lượng nước trong thùng đầy nước là $3,3 : \frac{3}{4} = 4,4$ (kg)

Khối lượng thùng không là : $5,7 - 4,4 = 1,3$ (kg)

Bài 4: Số phải tìm là: $A = \overline{abcd}$ ($0 < a < 10$; $0 \leq b, c, d \leq 9$)

$$A : 11 \Rightarrow ((b + d) - (a + c)) : 11 \text{ và } (a + b + c + d) : 11$$

$$\Rightarrow 2(a + c) : 11 \text{ và } 2b + d : 11 \Rightarrow a + c \text{ và } b + d \text{ chỉ có thể là } 0 \text{ hoặc } 11$$

* $a + c = 11$ và $b + d = 0$ ($b = d = 0$) Có 8 cặp (a, c) để $a + c = 11$ là : $(2, 9); (3, 8)...$

Có 8 số có 4 chữ số : 11

* $a + c = 11$ và $b + d = 11$ thì sẽ có 8 cặp (a, c) và 8 cặp (b, d) ghép các cặp ta được 64 số có 4 chữ số chia hết cho 11

* $a + c = 0$ $a = c = 0$ không tồn tại số có 4 chữ số nữa

Vậy có 72 số có 4 chữ số thỏa mãn yêu cầu đề bài

ĐỀ SỐ 49

Thời gian làm bài: 120 phút

Năm học: 2009 – 2010

Câu 1: (4đ) a) Rút gọn phân số sau sau: $\frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2^4 \cdot 5^3 \cdot 14}$

b) Tính $B = 14 : (4\frac{1}{12} - 2\frac{5}{8}) + 14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$

Câu 2: (4đ) Tìm x biết:

a/ $3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$

b/ $(x+1) + (x+2) + (x+3) + ... + (x+100) = 205550$

c/ $|x-5| = 18 + 2 \cdot (-8)$

d/ $(3x - 2^4) \cdot 7^5 = 2 \cdot 7^6 \cdot \frac{1}{2009^0}$

Câu 3: (2đ) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho : $(2x+1)(y-5)=12$

Câu 4: (4đ)

a) Tính tổng: $S = \frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + + \frac{2}{98 \cdot 99} + \frac{2}{99 \cdot 100}$

b) Chứng minh rằng: $(3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + + 3^{100}) : 40$

Câu 5: (2đ) Cho biểu thức $A = \frac{-5}{n-2}$

a, Tìm các số nguyên n để biểu thức A là phân số.

b, Tìm các số tự nhiên n để biểu thức A là số nguyên

Câu 6: (4đ)

Cho góc $AMC = 60^\circ$. Tia Mx là tia đối của tia MA, My là phân giác của góc CMx, Mt là tia phân giác của góc xMy.

c. Tính góc AMy.

d. Chứng minh rằng MC vuông góc với Mt.

ĐÁP ÁN

Câu 1: (4đ) Mỗi câu 2 đ

a/ Kết quả 18 b/ Kết quả $11\frac{14}{15}$

Câu 2: (4đ)

a) $3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$
 $3 + 2^{x-1} = 24 - 4^2 + 3$
 $2^{x-1} = 24 - 4^2$
 $2^{x-1} = 2^2$ (0,5đ)
 $x - 1 = 2$
 $x = 3$ (0,5đ)

b) $(x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+100) = 205550$

$x + x + x + \dots + x + 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = 205550$
 $100x + 5050 = 205550$ (0,5đ)
 $100x = 200500$

$x = 2005$ (0,5đ)

c/ $x=7$ hoặc $x=3$; (1đ mỗi nghiệm 0,5 đ)

d/ $x=30$ (1đ)

Câu 3: (2đ)

Ta có $2x+1$; $y-5$ Là ước của 12

$12 = 1.12 = 2.6 = 3.4$ (0,5đ)

do $2x+1$ lẻ $\Rightarrow 2x+1 = 1$ hoặc $2x+1 = 3$ (0,5đ)

$\Rightarrow 2x+1 = 1 \Rightarrow x=0$; $y-5=12 \Rightarrow y=17$

hoặc $2x+1=3 \Rightarrow x=1$; $y-5=4 \Rightarrow y=9$ (0,5đ)

vậy $(x,y) = (0,17); (1,9)$ (0,5đ)

Câu 4: (4đ) $S = \frac{2}{1.2} + \frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \dots + \frac{2}{98.99} + \frac{2}{99.100}$
 $= 2 \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right)$ (0,5đ)

$= 2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$ (0,5đ)

$= 2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = 2 \cdot \frac{99}{100} = \frac{99}{50} = 1\frac{49}{50}$ (1đ)

Câu 5: (2đ) a/ $n \in \mathbb{Z}$ và $n \neq 2$ (1đ)

$b/(n-2) \in U(-5) = \{\pm 1; \pm 5\}$ (0,5 đ)

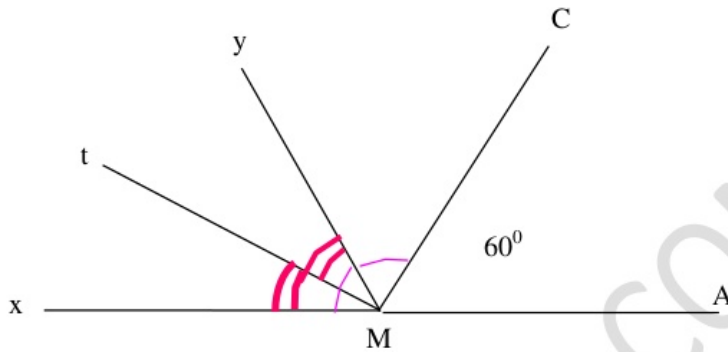
$$\Leftrightarrow \begin{cases} n-2=-1 \\ n-2=1 \\ n-2=-5 \\ n-2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \in N \\ n=3 \in N \\ n=-3 \notin N \\ n=7 \in N \end{cases} \quad (0,5 \text{ đ})$$

Vậy $n = 1; 3; 7$

Câu 6: (4đ)

Hình vẽ:

(0,5đ)



a) Tia Mx là tia đối của tia MA góc AMx là góc bẹt: $AMx = 180^\circ \Rightarrow MC$ nằm giữa MA và Mx
(0,5đ)

nên: $AMC + CMx = AMx$ thay số: $60^\circ + CMx = 180^\circ \Rightarrow CMx = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (0,5đ)

My là tia phân giác của góc CMx nên: My nằm giữa MC và Mx và

$$xMy = yMC = \frac{1}{2} xMC = \frac{1}{2} 120^\circ = 60^\circ \quad (0,5\text{đ})$$

Tia Mx là tia đối của tia MA góc AMx là góc bẹt: $AMx = 180^\circ \Rightarrow My$ nằm giữa MA và Mx
(0,5đ)

nên: $AMy + yMx = AMx$ thay số: $60^\circ + yMx = 180^\circ \Rightarrow yMx = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (0,5đ)

b) Do My là tia phân giác của góc CMx nên Mx và MC nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là tia My. Mt là phân giác của góc yMx nên Mt nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia My. Vậy Mt và MC nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa tia My hay My nằm giữa MC và Mt nên: $CMt + yMt = CMx$ (*) (0,5đ)

Lại có tia Mt là phân giác của góc xMy nên: $xMt = tMy = \frac{1}{2} xMy = \frac{1}{2} 60^\circ = 30^\circ$ thay số vào (*) ta

có: $CMt = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ hay MC vuông góc với Mt. (Đpcm) (0,5đ)

ĐỀ SỐ 50

Bài 1(2 điểm).

Một dãy số cộng có 45 số hạng. Biết số hạng ở chính giữa là 50. Hãy xác định dãy số cộng.

Bài 2:(2 điểm). Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}$

a. Tính S

b. Chứng minh $S \vdots 126$

Bài 3:(2 điểm). a.Chứng minh rằng : nếu $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì $\overline{abcdeg} : 11$.

b.Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$. Chứng minh : $A \vdots 3 ; 7 ; 15$.

Bài 4(2 điểm). Chứng minh :

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1.$$

Bài 5 (2 điểm).

a.Cho đoạn thẳng AB = 8cm. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho BC = 4cm. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b. Hai đoạn thẳng AB và CD không cùng nằm trên một đường thẳng. Chúng có thể có mấy điểm chung? Vì sao?

ĐÁP ÁN

Bài 1(2 điểm).

Trước số hạng chính giữa có 22 số hạng, sau số hạng chính giữa có 22 số hạng.

*Nếu công sai $d=1$ thì $u_1=50-22=28$ (0,5đ)

$$u_{45}=50+22=72$$

Dãy số đó là 28, 29, 30,...50,...71, 72. (0,5đ)

*Nếu công sai $d=2$ thì $u_1=50-22.2=6$

$$u_{45}=50+22.2=94$$

Dãy số đó là 6, 8, 10,...50,...92, 94. (0,5đ)

Dễ thấy công sai d không thể lớn hơn 2. (0,5đ)

Bài 2:(2 điểm). (0,5đ)

a. (1,5đ)

$$\text{Ta có } 5S = 5(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006})$$

$$5S = 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007} \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow 5S - S = (5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}) \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow 4S = 5^{2007} - 5$$

$$\text{Vậy } S = \frac{5^{2007} - 5}{4} \quad (0,5đ)$$

b. (0,5đ)

$$S = (5 + 5^4) + (5^2 + 5^5) + (5^3 + 5^6) + \dots + (5^{2003} + 5^{2006})$$

$$S = 5(1+5^3) + 5^2(1+5^3) + 5^3(1+5^3) + \dots + 5^{2003}(1+5^3) \quad (0,25đ)$$

$$S = 126.(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2003})$$

$$\text{Vì } 126 \vdots 126 \Rightarrow S \vdots 126 \quad (0,25đ)$$

Bài 3:(2 điểm).

a. 1đ

Tách như sau :

$$\overline{abcdeg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}). \quad (0,5đ)$$

$$= 99(101\overline{ab} + \overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) \Rightarrow (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) : 11$$

$$\text{Theo bài ra } (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11 \text{ nên } \overline{abcdeg} : 11. \text{ (đpcm)} \quad (0,5đ)$$

b. (1đ)

$$*A = (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{59} + 2^{60})$$

$$= 2(1 + 2) + 2^3(1 + 2) + \dots + 2^{59}(1 + 2)$$

$$= 3(2 + 2^3 + \dots + 2^{59}) : 3. \quad (0,5đ)$$

$$*A = (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) =$$

$$= 2(1 + 2 + 2^2) + 2^4(1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{58}(1 + 2 + 2^2) = 7(2 + 2^4 + \dots + 2^{58}) : 7. \quad (0,25đ)$$

$$*A = (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{57} + 2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) =$$

$$= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^5(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{57}(1 + 2 + 2^2 + 2^3) =$$

$$= 15(2 + 2^5 + \dots + 2^{57}) : 15. \quad (0,25đ)$$

Bài 4: (2 điểm).

$$\text{Ta có: } \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$$

$$\text{Áp dụng: } \frac{1}{2^2} < 1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1 - \frac{1}{n} < 1.$$

A B C

Bài 5 (2 điểm).

a. (1đ)

Xét hai trường hợp :

(0,5đ)

1. Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau $\Rightarrow$

B nằm giữa A và C

$$\Rightarrow AC = AB + BC = 12 \text{ cm.}$$

2. C thuộc tia BA. C nằm giữa A và B

(vì BA > BC)

$$\Rightarrow AC + BC = AB$$

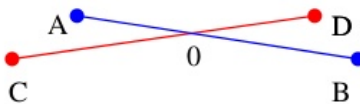
$$\Rightarrow AC = AB - BC = 4 \text{ cm.}$$

(0,5đ)



b. (1đ)

Hai đoạn thẳng AB và CD chỉ có nhiều nhất 1 điểm chung, vì nếu có 2 điểm chung thì A, B, C, D thuộc 1 đường thẳng, trái với giả thiết. (0,5đ)



ĐỀ SỐ 51
Huyện Trữc Ninh 2008 2009
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (6 điểm)

Câu 1: Tính:

a) $[-2008.57 + 1004.(-86)] : [32.74 + 16.(-48)]$

b) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - \dots + 2006 - 2007 - 2008 + 2009$

Câu 2: Cho: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}$

$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$ Tính $\frac{A}{B}$?

Bài 2: (5 điểm)

Câu 1: Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

Câu 2: Tìm x biết: $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$

Bài 3: (3 điểm) Cho a ; b là hai số chính phương lè liên tiếp. Chứng minh rằng: $(a - 1).(b - 1) : 192$

Bài 4: (4 điểm)

Tìm số tự nhiên có 4 chữ số $\overline{abcd}$ biết nó thoả mãn cả 3 điều kiện sau:

1) c là chữ số tận cùng của số $M = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{101}$

2) $\overline{abcd} : 25$

3) $\overline{ab} = a + b^2$

Bài 5: (2 điểm)

Câu 1: Có hay không một số nguyên tố mà khi chia cho 12 thì dư 9? Giải thích?

Câu 2: Chứng minh rằng: Trong 3 số nguyên tố lớn hơn 3, luôn tồn tại 2 số nguyên tố mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 12.

ĐÁP ÁN

Bài 1: (6 điểm)

Câu 1:

a) Kết quả : $\frac{-251}{2} = -125,5$ (2 điểm)

b) Kết quả: 1 (2 điểm)

Câu 2: (2 điểm)

$$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$$

$$B = \left(1 + \frac{307}{2}\right) + \left(1 + \frac{306}{3}\right) + \left(1 + \frac{305}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{3}{306}\right) + \left(1 + \frac{2}{307}\right) + \left(1 + \frac{1}{308}\right) + 1 \quad (0,75đ)$$

$$B = \frac{309}{2} + \frac{309}{3} + \frac{309}{4} + \dots + \frac{309}{307} + \frac{309}{308} + \frac{309}{309} \quad (0,5đ)$$

$$B = 309 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}\right)$$

$$B = 309 \cdot A \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{A}{309 \cdot A} = \frac{1}{309} \quad (0,25đ)$$

Bài 2: (5đ)

a) (2,75 đ) Gọi số tự nhiên phải tìm là x.

- Từ giả thiết suy ra $(x+20):25$ và $(x+20):28$ và $(x+20):35 \Rightarrow x+20$ là bội chung của 25; 28 và 35. (1 đ)

- Tìm được BCNN (25; 28; 35) = 700 suy ra $(x+20) = k \cdot 700$ ($k \in \mathbb{N}$). (1 đ)

- Vì x là số tự nhiên có ba chữ số suy ra $x \leq 999 \Rightarrow x+20 \leq 1019$ suy ra $k = 1$ suy ra $x+20 = 700$ suy ra $x = 680$. (0,75 đ)

b) (2,25 đ)

- Từ giả thiết ta có: $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{16}$ (1) (0,25 đ).

- Vì $\frac{1}{16} = \left(\pm \frac{1}{4}\right)^2$ nên (1) xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ hoặc $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{4}$ (1 đ)

- Từ đó tìm ra kết quả $x = \frac{12}{11}$ hoặc $x = \frac{12}{5}$ (1 đ)

Bài 3: (3đ)

- Chỉ ra dạng của a, b là: $a = (2k-1)^2$ và $b = (2k+1)^2$ (Với $k \in \mathbb{N}^*$) (0,5đ)

- Suy ra $a-1 = (2k-1)(2k-1) - 1 = \dots = 4k^2 - 4k + 1 - 1 = 4k(k-1)$ (0,5đ)

$b-1 = (2k+1)(2k+1) - 1 = \dots = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k(k+1)$ (0,5đ)

$(a-1)(b-1) = 16k(k-1)k(k+1)$ (0,5đ)

Từ đó lập luận $k(k-1)k(k+1) : 4$ và $k(k-1)(k+1) : 3$ (0,75đ)

mà $(4; 3) = 1 \Rightarrow k(k-1)k(k+1) : 4 \cdot 3$ suy ra $(a-1)(b-1) : 16 \cdot 4 \cdot 3$

$$\Rightarrow (a - 1)(b - 1) : 192 \text{ (đpcm)} \quad (0,25đ)$$

Bài 4: (4đ)

- Từ giả thiết dẫn đến điều kiện: $a, b, c, d \in \mathbb{N}; 1 \leq a \leq 9; 0 \leq b; c; d \leq 9$ (0,5 đ)
- Lý luận dẫn đến M có chữ số tận cùng là 5 $\Rightarrow c = 5$ (0,75 đ)
- Từ điều kiện: $\overline{abcd} : 25$, lý luận dẫn đến $(10c + d) : 25$, từ đó tìm được $d = 0$ (0,75 đ)
- Từ điều kiện: $\overline{ab} = a + b^2$
 $\Rightarrow 10a + b = a + b^2$
 $\Rightarrow 9a = b^2 - b$
 $9a = b(b - 1)$ (0,5 đ)

Lý luận dẫn đến $b(b - 1) \neq 0$ và $b(b - 1) : 9$ (0,5 đ)

Mà b và $b - 1$ là hai số nguyên tố cùng nhau; $0 < b - 1 < 9 \Rightarrow b(b - 1) : 9$ chỉ khi $b : 9$
 $\Rightarrow a = 8$ (0,75 đ)

Kết luận: Số cần tìm 8950 (0,25 đ)

Bài 5: (2 điểm):.

Câu 1:

- Không thể có một số nguyên tố mà khi chia cho 12 thì dư 9. Vì: nếu có số tự nhiên a mà khi chia cho 12 dư 9 thì $a = 12.k + 9$; ($k \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow a : 3$ và $a > 3 \Rightarrow a$ là hợp số, không thể là số nguyên tố. (0,75 đ).

Câu 2: (1,25 đ).

- Một số tự nhiên bất kỳ khi chia cho 12 thì có số dư là một trong 12 số sau: 0; 1; 2; ...; 11
- Chứng minh tương tự **câu 1** ta có: một số nguyên tố lớn hơn 3 (bất kỳ) khi chia cho 12 không thể có số dư là 2; 3; 4; 6; 8; 10. (0,25 đ)
- Suy ra một số nguyên tố lớn hơn 3 khi đem chia cho 12 thì được số dư là một trong 4 giá trị: 1; 5; 7; 11. (0,25 đ)
- Chia các số nguyên tố lớn hơn 3 thành hai nhóm:
 - + Nhóm 1: Gồm các số nguyên tố khi chia cho 12 thì dư 1 hoặc 11.
 - + Nhóm 2: Gồm các số nguyên tố khi chia cho 12 thì dư 5 hoặc 7. (0,25 đ)
- Giả sử $p_1; p_2; p_3$ là ba số nguyên tố bất kỳ lớn hơn 3. Có ba số nguyên tố, chỉ nằm ở hai nhóm, theo nguyên lý Dirichle thì trong ba số nguyên tố trên, tồn tại ít nhất hai số nguyên tố cùng thuộc một nhóm, chẳng hạn p_1 và p_2 cùng thuộc một nhóm:
 - + Nếu p_1 và p_2 khi chia cho 12 có số dư khác nhau (tức là dư 1 và 11; hoặc 5 và 7) thì
 $p_1 + p_2 = 12k_1 + 1 + 12k_2 + 11 = 12(k_1 + k_2) + 12$; ($k_1; k_2 \in \mathbb{N}$) suy ra $p_1 + p_2 : 12$.
 - hoặc $p_1 + p_2 = 12n_1 + 5 + 12n_2 + 7 = 12(n_1 + n_2) + 12$; ($n_1; n_2 \in \mathbb{N}$) suy ra $p_1 + p_2 : 12$.
 - + Nếu p_1 và p_2 khi chia cho 12 có số dư bằng nhau thì hiệu $p_1 - p_2 : 12$. (0,5 đ)

ĐỀ SỐ 52

Huyện Đà Nẵng Quảng Lợi năm 2007 - 2008

Thời gian làm bài 150 phút

Câu 1: (2 điểm) Tìm x , biết $2.3^x = 162$.

Câu 2: (2 điểm) Tính tổng. $A = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$ $B = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$

Câu 3: (4 điểm) Tính các tổng sau bằng phương pháp hợp lý nhất:

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{49.50} \quad B = \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \dots + \frac{2}{37.39}$$

Câu 4: (2 điểm) Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ biết: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 225$.

Câu 5: (4 điểm) Hiện nay mẹ 40 tuổi, con 12 tuổi. Sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi con bằng $\frac{3}{7}$ tuổi mẹ.

Câu 6: (6 điểm) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vẽ điểm N nằm giữa M và B.
Cho biết $MN = a$ (cm); $NB = b$ (cm).

a) Tính AB.

b) Lấy điểm O nằm ngoài đường thẳng AB. Giả sử $\angle AOB = 100^\circ$; $\angle AOM = 60^\circ$; $\angle MON = 20^\circ$.
Hỏi tia ON có phải là tia phân giác của góc MOB không? Vì sao.

ĐÁP ÁN

Câu 1: $2.3^x = 162 \Rightarrow 3^x = 162 : 2$ 0,5 đ
 $3^x = 81$ 0,5 đ
 $3^x = 3^4$ Vậy $x = 4$. 1 đ

Câu 2: $A = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{3}{24} + \frac{12}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ 1 đ
 $B = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{30} + \frac{3}{30} + \frac{6}{30} + \frac{15}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ 1 đ

Câu 3: $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{49.50} =$ 2 đ
 $= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} = \frac{1}{1} - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$
 $B = \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \dots + \frac{2}{37.39} =$ 2 đ
 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} = \frac{1}{3} - \frac{1}{39} = \frac{12}{39} = \frac{4}{13}$ 0,5 đ

Câu 4: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \frac{(1 + 2n - 1)n}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2$ 0,5 đ
Ta có: $n^2 = 225$ 0,5 đ
 $n = 15$ 0,5 đ

Câu 5:

Đến năm mà tuổi con bằng $\frac{3}{7}$ tuổi mẹ thì tuổi mẹ hơn tuổi con là: 1,5 đ
 $n^2 = 15^2$

$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ (tuổi mẹ) và bằng 28 tuổi. 1,5 đ

Vậy lúc đó tuổi của mẹ là: $28 : \frac{4}{7} = 49$ (tuổi) 1 đ

Từ nay đến lúc đó là: $49 - 40 = 9$ (năm)

*) Cách khác: Gọi số năm cần tìm là x :

$$\text{Ta có: } \frac{12+x}{40+x} = \frac{3}{7} \Rightarrow x = 9$$

Vậy từ nay đến lúc đó là: 9 (năm)

1 đ

2 đ

Câu 6: Vẽ hình đúng.

a) $AB = 2MB = 2(MN + NB) = 2(a + b)$

b) Ta có: $\angle AOB = \angle AOM + \angle MOB$
 $= \angle AOM + \angle MON + \angle NOB$

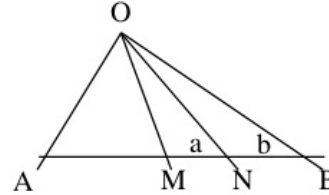
$$\Rightarrow \angle NOB = \angle AOB - (\angle AOM + \angle MON)$$

$$= 100^\circ - (60^\circ + 20^\circ) = 20^\circ$$

Vậy tia ON là tia phân giác của góc MOB.

Vì: Tia ON nằm giữa hai tia OM, OB

$$\text{Và } \angle NOB = \angle MON = 20^\circ$$



1 đ

1 đ

1 đ

ĐỀ SỐ 53

Bài 1: (5 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau :

$$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$$

$$B = \frac{7.6^{10}.2^{20}.3^6 - 2^{19}.6^{15}}{9.6^{19}.2^9 - 4.3^{17}.2^{26}} \quad C = \frac{16}{15.31} + \frac{14}{31.45} + \frac{7}{45.52} + \frac{7}{52.65} + \frac{1}{13.70}$$

Bài 2: (5 điểm)

a) Tìm các cặp số nguyên (a, b) biết $3|a| + 5|b| = 33$.

b) Cho n là số tự nhiên, tìm số nguyên tố p có 2 chữ số sao cho $p = \text{UCLN}(2n - 3; 3n + 15)$

c) Cho $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2010}$

Tìm các số dư khi chia S cho 2, cho 10, cho 13.

Bài 3: (5 điểm)

a) Cho a, b, c, d là các số tự nhiên khác 0 và biểu thức:

$$M = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{a+c+d} + \frac{d}{b+c+d}$$

Hỏi M có giá trị là số tự nhiên hay không? Vì sao?

b) Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho $0 < x \leq y \leq z$ và $xy + yz + zx = xyz$.

Bài 4: (4 điểm) Cho $\angle xOy$ và $\angle yOz$ là hai góc kề bù thỏa mãn $\angle xOy = \frac{5}{4} \angle yOz$.

a) Tính số đo các góc $\angle xOy$ và $\angle yOz$.

b) Kẻ tia Ot sao cho $\angle tOy = 80^\circ$. Tia Oy có là tia phân giác của $\angle tOz$ không? Tại sao?

c) Qua O kẻ thêm 50 đường thẳng nữa sao cho các đường thẳng này đều không chứa các tia Ox, Oy, Oz. Vẽ đường tròn tâm O bán kính r . Gọi A là tập hợp các giao điểm của đường tròn nói trên với các tia gốc O có trong hình vẽ, tính số tam giác mà các đỉnh của nó đều thuộc tập hợp A.

(Cho biết 3 điểm cùng nằm trên một đường tròn thì không thẳng hàng).

Bài 5 : (1 điểm) Cho một lưới vuông kích thước 5×5 . Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số -1; 0; 1. Xét tổng của các số được tính theo từng cột, theo từng hàng và theo từng đường chéo. Hãy chứng tỏ rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

BÀI	ĐÁP ÁN NỘI DUNG	ĐIỂM
	Tính giá trị các biểu thức sau :	
	$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$	(1,5 điểm)
	$A = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + (2006 - 2007 - 2008 + 2009) + 2010$	1
	$A = 1 + 0 + 0 + \dots + 0 + 2010 = 2011$	0.5
	$B = \frac{7 \cdot 6^{10} \cdot 2^{20} \cdot 3^6 - 2^{19} \cdot 6^{15}}{9 \cdot 6^{19} \cdot 2^9 - 4 \cdot 3^{17} \cdot 2^{26}}$	(2 điểm)
	$B = \frac{7 \cdot 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 2^{20} \cdot 3^6 - 2^{19} \cdot 2^{15} \cdot 3^{15}}{3^2 \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} \cdot 2^9 - 2^2 \cdot 2^{26} \cdot 3^{17}}$	0.5
	$B = \frac{2^{30} \cdot 3^{16} \cdot 7 - 2^{34} \cdot 3^{15}}{2^{28} \cdot 3^{21} - 2^{28} \cdot 3^{17}}$	0.5
BÀI 1 : (5 ĐIỂM)	$B = \frac{2^{30} \cdot 3^{15} \cdot (7 \cdot 3 - 2^4)}{2^{28} \cdot 3^{17} (3^4 - 1)}$	0.5
	$B = \frac{2^2(21-16)}{3^3(81-1)}$	0.25
	$B = \frac{2^2(21-16)}{3^3(81-1)} = \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 80} = \frac{1}{36}$	0.25
	$C = \frac{16}{15 \cdot 31} + \frac{14}{31 \cdot 45} + \frac{7}{45 \cdot 52} + \frac{7}{52 \cdot 65} + \frac{1}{13 \cdot 70}$	(1,5 điểm)
	$C = \frac{1}{15} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{45} - \frac{1}{52} + \frac{1}{52} - \frac{1}{65} + \frac{5}{65 \cdot 70}$	0.5
	$C = \frac{1}{15} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{45} - \frac{1}{52} + \frac{1}{52} - \frac{1}{65} + \frac{1}{65} - \frac{1}{70}$	0.5
	$C = \frac{1}{15} - \frac{1}{70} = \frac{14-3}{15 \cdot 14} = \frac{11}{210}$	0.5

TOANIQ.COM

**BÀI 2 :
(5 ĐIỂM)**

- a) Tìm các cặp số nguyên (a, b) biết $3 \mid a + 5 \mid b = 33$ (1) (2 điểm)
- Vì a, b nguyên $\Rightarrow 3 \mid a \mid 3, 33:3 \Rightarrow 5 \mid b \mid 3$ 0,25
- mà $(3, 5) = 1 \Rightarrow b \mid 3$ 0,25
- $3 \mid a + 5 \mid b = 33 \Rightarrow 5 \mid b \leq 33 \Rightarrow b \leq 6,6$ (2) 0,25
- Từ (1), (2) và b nguyên $\Rightarrow b \in \{0; 3; 6\}$ 0,25
- Nếu $|b| = 0$ thì $3 \mid a = 33 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow a = \pm 11; b = 0$ 0,25
- Ta có các cặp $(0; 11), (0; -11)$
- Nếu $|b| = 3$ thì $3 \mid a = 33 - 15 = 18 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a = \pm 6; b = \pm 3$ 0,25
- Ta có các cặp $(6; 3), (6; -3), (-6; 3), (-6; -3)$
- Nếu $|b| = 6$ thì $3 \mid a = 33 - 30 = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a = \pm 1; b = \pm 6$ 0,25
- Ta có các cặp $(1; 6), (1; -6), (-1; 6), (-1; -6)$
- KL: Ta có các cặp $(0; 11), (0; -11), (6; 3), (6; -3), (-6; 3), (-6; -3)$ 0,25
- $(1; 6), (1; -6), (-1; 6), (-1; -6)$ thỏa mãn đề bài.
- b) Cho n là số tự nhiên, tìm số nguyên tố p có 2 chữ số sao cho $p = \text{ƯCLN}(2n - 3; 3n + 15)$ (1 điểm)
- vì $p = \text{ƯCLN}(2n - 3; 3n + 15) \Rightarrow \begin{cases} 2n - 3 : p \\ 3n + 15 : p \end{cases}$ 0,25
- $\Rightarrow \begin{cases} 6n - 9 : p \\ 6n + 30 : p \end{cases}$ 0,25
- $\Rightarrow (6n + 30) - (6n - 9) : p$ 0,25
- $\Rightarrow 39 : p$ do p là số nguyên tố có 2 chữ số $\Rightarrow p = 13$ 0,25
- c) Cho $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2010}$ (2 điểm)
- Tìm các số dư khi chia S cho 2, cho 10, cho 13.
- S gồm 2011 số hạng đều là số lẻ nên S lẻ $\Rightarrow S$ chia cho 2 dư 1. 0,5
 - S gồm 2010 số hạng chia hết cho 5 và một số hạng chia cho 5 dư 1 $\Rightarrow S$ chia cho 5 dư 1. 0,25
- $\Rightarrow S$ có tận cùng là 6 hoặc 1 mà S lẻ nên S có tận cùng là 1. 0,25
- Vậy S chia cho 10 dư 1.

BÀI 2 :
(Tiếp)

$$S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2010}$$

$$S = 1 + 5 + 5^2 + (5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6) + (5^7 + 5^8 + 5^9 + 5^{10}) + \dots + (5^{2007} + 5^{2008} + 5^{2009} + 5^{2010}) \quad 0,5$$

$$S = 1 + 5 + 25 + 5^3(1 + 5 + 5^2 + 5^3) + 5^7(1 + 5 + 5^2 + 5^3) + \dots + 5^{2007}(1 + 5 + 5^2 + 5^3) \quad 0,25$$

$$S = 26 + 5 + 5^3 \cdot 156 + 5^7 \cdot 156 + \dots + 5^{2007} \cdot 156 \quad 0,25$$

Ta có 26 và 156 đều chia hết cho 13 vậy S chia cho 13 dư 5.

a) Cho a, b, c, d là các số tự nhiên khác 0 và biểu thức:

$$M = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{a+c+d} + \frac{d}{b+c+d} \quad (2 \text{ điểm})$$

Hỏi M có giá trị là số tự nhiên hay không? Vì sao ?

$$\text{Vì } a, b, c, d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a+b+c < a+b+c+d \Rightarrow \frac{a}{a+b+c} > \frac{a}{a+b+c+d} \quad 0,5$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b}{a+b+d} > \frac{b}{a+b+c+d}$$

$$\frac{c}{a+c+d} > \frac{c}{a+b+c+d} \quad 0,25$$

$$\frac{d}{b+c+d} > \frac{d}{a+b+c+d}$$

$$\Rightarrow M > \frac{a+b+c+d}{a+b+c+d} = 1 \quad 0,25$$

BÀI 3 :
(5 ĐIỂM)

$$\text{Vì } a, b, c, d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a+b+c > a+b \Rightarrow \frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{a+b} \quad 0,5$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b}{a+b+d} < \frac{b}{a+b};$$

$$\frac{c}{a+c+d} < \frac{c}{c+d}; \frac{d}{b+c+d} < \frac{d}{c+d} \quad 0,25$$

$$\Rightarrow M < \frac{a+b}{a+b} + \frac{c+d}{c+d} = 2 \quad 0,25$$

Vậy $1 < M < 2$ nên M không là số tự nhiên. 0, 5

b) Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho $0 < x \leq y \leq z$
và $xy + yz + zx = xyz$. (1)

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \quad 0, 75$$

Lý luận được $1 < x \leq 3 \Rightarrow x \in \{2, 3\}$

- *) Trường hợp $x = 2$ tìm được $y \in \{3, 4\}$ 0, 5
 +) $y = 3$ tìm được $z = 6$ 0,25
 +) $y = 4$ tìm được $z = 4$ 0,25
 *) Trường hợp $x = 3$ tìm được $y = z = 3$ 0, 5
 Vậy $x = 2, y = 3, z = 6$ hoặc $x = 2, y = 4, z = 4$ hoặc $x = y = z = 3$ 0,25
 Cho xOy và yOz là hai góc kề bù thỏa mãn $xOy = \frac{5}{4}yOz$. (2 điểm)
 a) Tính số đo các góc xOy và yOz .
 Vẽ hình đúng. 0, 5
 Lập luận $xOy + yOz = 180^\circ$. 0,25
 mà $xOy = \frac{5}{4}yOz \Rightarrow \frac{5}{4}yOz + yOz = 180^\circ$. 0, 5
 $\frac{9}{4}yOz = 180^\circ \Rightarrow yOz = 80^\circ$ 0, 5
 $\Rightarrow xOy = 100^\circ$ 0,25
 b) Kẻ tia Ot sao cho góc $tOy = 80^\circ$. Tia Oy có là tia phân giác của góc tOz không? Tại sao? (1 điểm)
 Trường hợp tia Ot thuộc nửa mặt phẳng chứa tia Oz bờ là đường thẳng chứa tia Oy thì tia Ot trùng với tia Oz (do góc $tOy = \text{góc } yOz = 80^\circ$) nên tia Oy không là tia phân giác của góc tOz 0, 5
 Trường hợp tia Ot thuộc nửa mặt phẳng chứa tia Ox bờ là đường thẳng chứa tia Oy thì tia Oy nằm giữa 2 tia Oz và Ot mà góc $tOy = \text{góc } yOz (= 80^\circ)$ nên tia Oy là tia phân giác của góc tOz 0,5
 c) Qua O kẻ thêm 50 đường thẳng nữa sao cho các đường thẳng này đều không chứa các tia Ox, Oy, Oz . Vẽ đường tròn tâm O bán kính r . Gọi A là tập hợp các giao điểm của đường tròn nối trên với các tia gốc O có trong hình vẽ, tính số tam giác mà các đỉnh của nó đều thuộc tập hợp A . (Cho biết 3 điểm cùng nằm trên một đường tròn thì không thẳng hàng). (1 điểm)
 Lập luận có $50.2 + 4 = 104$ tia gốc $O \Rightarrow A$ có 104 điểm. 0,25
 Lập luận để có $104.103/2 = 5356$ đoạn thẳng nối 2 trong 104 điểm của A 0,25
 Nối 2 đầu của mỗi đoạn thẳng với 1 điểm thuộc 102 điểm còn lại (không phải là các mút của đoạn thẳng đó) được 102 tam giác. 0,25
 Vậy có 5356.102 tam giác. Nhưng như thế thì mỗi tam giác được tính 3 lần, vậy ta có $5356.102 : 3 = 182104$ tam giác. 0,25

Bài 5 :
(1 điểm)

Bài 5 : (1 điểm)

Cho một lưới vuông kích thước 5×5 . Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số $-1; 0; 1$. Xét tổng của các số được tính theo từng cột, theo từng hàng và theo từng đường chéo. Hãy chứng tỏ rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

Vì lưới vuông có kích thước 5×5 thì có 5 cột, 5 hàng và 2 đường chéo, do đó có tất cả 12 tổng. Do chọn điền vào ô các số $-1, 0, 1$ nên giá trị mỗi tổng S là một 0,5

số nguyên thỏa mãn : $-5 \leq S \leq 5$.

Vậy có 11 số mà 12 tổng , theo nguyên tắc Đi-rích-lê tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

0,5

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 54

Đề Olympic huyện năm học 2006 2007
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Tìm chữ số x để:

- a) $137 + \overline{3x}$ chia hết cho 13.
b) $\overline{137x137x}$ chia hết cho 13.

Bài 2. a) So sánh phân số: $\frac{15}{301}$ Với $\frac{25}{499}$

b) So sánh tổng $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots + \frac{2007}{2^{2007}}$ với 2. ($n \in \mathbb{N}^*$)

Bài 3. Với giá trị nào của số tự nhiên a thì:

- a) $\frac{8a+19}{4a+1}$ có giá trị nguyên b) $\frac{5a-17}{4a-23}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 4. Tìm chữ số tận cùng của số $6^{2006}, 7^{2007}$

Bài 5. Trong một cuộc thi có 50 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, còn trả lời sai bị trừ 15 điểm. Một học sinh được tất cả 650 điểm. Hỏi bạn đó trả lời được mấy câu đúng ?

ĐÁP ÁN

Bài 1. Tìm chữ số x để:

- a) $137 + \overline{3x}$ chia hết cho 13.

$$A = 137 + \overline{3x} = 137 + 30 + x = 12.13 + (11 + x) \Rightarrow A : 13 \text{ Khi } 11 + x : 13$$

Vì x là chữ số từ 0 $\rightarrow 9 \Rightarrow x = 2$

- b) $\overline{137x137x}$ chia hết cho 13.

$$B = \overline{137x137x} = 13.10^6 + \overline{7x}.10^4 + 13.10^2 + \overline{7x}$$
$$= 13.(10^6 + 10^2) + \overline{7x}.10001$$

10001 không chia hết cho 13 $\Rightarrow B : 13$ Khi $\overline{7x} : 13 \Rightarrow x = 8$

Bài 2. a) So sánh phân số: $\frac{15}{301}$ Với $\frac{25}{499}$

$$\frac{15}{301} < \frac{15}{300} = \frac{1}{20} = \frac{25}{500} < \frac{25}{499}. \text{ Vậy } \frac{15}{301} < \frac{25}{499}$$

b) So sánh tổng $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots + \frac{2007}{2^{2007}}$ với 2. ($n \in \mathbb{N}^*$)

Với $\forall n \geq 2$ ta có: $\frac{n}{2^n} = \frac{n+1}{2^{n+1}} - \frac{n+2}{2^n}$. Từ đó ta có:

$$S = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{2^2}\right) + \left(\frac{4}{2^2} - \frac{5}{2^3}\right) + \dots + \left(\frac{2008}{2^{2006}} - \frac{2009}{2^{2007}}\right) = 2 - \frac{2009}{2^{2007}} < 2. \text{ Vậy } S < 2$$

Bài 3. Với giá trị nào của số tự nhiên a thì:

a) $\frac{8a+19}{4a+1}$ có giá trị nguyên

$$N = \frac{8a+19}{4a+1} = \frac{8a+2+17}{4a+1} = 2 + \frac{17}{4a+1}$$

Để N nguyên thì $4a+1$ là ước số của 17 $\Rightarrow a=0, a=4$

b) $\frac{5a-17}{4a-23}$ có giá trị lớn nhất.

$$\frac{5a-17}{4a-23} = \frac{20a-68}{4(4a-23)} = \frac{5(4a-23)+47}{4(4a-23)} = \frac{5}{4} + \frac{47}{4(4a-23)}$$

Như vậy bài toán đưa về tìm số tự nhiên a để $4a-23$ là số tự nhiên nhỏ nhất.

$$\text{Vậy } a=6 \Rightarrow \frac{5a-17}{4a-23} = 13$$

Bài 4. Tìm chữ số tận cùng của số $6^{2006}, 7^{2007}$

Ta có: $6^2 = 36 \equiv 6 \pmod{10}$, vậy $6^n \equiv 6 \pmod{10} \quad \forall$ số nguyên dương n

$\Rightarrow 6^{2006} \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow$ chữ số tận cùng của 6^{2006} là 6

$7^4 = 2401 \equiv 1 \pmod{10}$, mà $7^{2007} = 7^{4 \cdot 501} \cdot 7^3$

$(7^4)^{501} \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow$ chữ số tận cùng của 7^{2004} là 1,

Mà chữ số tận cùng của 7^3 là 3 $\Rightarrow$ chữ số tận cùng của 7^{2007} là 3

Bài 5. Nếu bạn đó trả lời được 50 câu thì tổng số điểm là $50 \times 20 = 1.000$ (điểm)

Nhưng bạn chỉ được 650 điểm còn thiếu $1.000 - 650 = 350$ (điểm). Thiếu 350 điểm vì trong số 50 câu bạn đã trả lời sai một số câu. Giữa câu trả lời đúng và trả lời sai chênh lệch nhau $20 + 15 = 35$ (điểm). Do đó câu trả lời sai của bạn là $350:35 = 10$ (câu)

Vậy số câu bạn đã trả lời đúng là $50 - 10 = 40$ (câu)

ĐỀ SỐ 55

Bài 1: Hãy chọn Kết quả đúng.

Tìm x biết rằng: $\frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{6}$

a. $x = 27$

c. $x = 25$

b. $x = 35$

d. $x = 205$

Bài 2: Hãy chọn Kết quả đúng.

Góc xOy có hai tia phân giác khi:

a. Góc xOy là góc bẹt.

b. Góc xOy là góc tù.

c. Góc xOy là góc vuông.

d. Góc xOy là góc nhọn.

Bài 3: Hãy chọn Kết quả đúng.

Cho 2 số: $x = \frac{222221}{222222}$; $y = \frac{444443}{444445}$; ta có:

a. $x = y$

c. $x < y$

b. $x > y$

Bài 4: So sánh giá trị của biểu thức: $A = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \dots + \frac{9999}{10.000}$ với số 99.

Bài 5: Một người đi xe đạp từ A đến B, đi từ A với vận tốc 10km/h, nhưng từ chính giữa đường đến B với vận tốc 15km/h. Tính xem trên cả quãng đường người đó đi với vận tốc trung bình là bao nhiêu.

Bài 6: Tìm cặp số nguyên dương (x;y) sao cho $(x-1)(5y+2) = 16$.

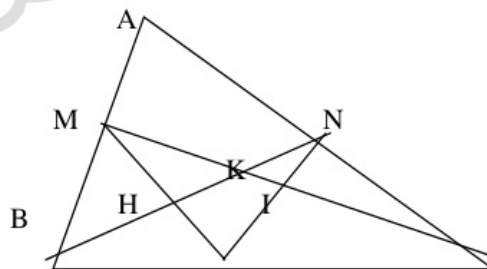
Bài 7: Xét hình vẽ bên:

a. Có những tam giác nào có cạnh NC.

b. Có tất cả bao nhiêu góc có đỉnh là N; hãy kể ra.

c. Nếu biết góc $\angle MPB = 60^\circ$, $\angle NPC = 50^\circ$

thì PN có là phân giác của góc MPC hay không? vì sao?



ĐÁP ÁN

Bài 1:	2 điểm
Chọn câu a: $x = 27$	
Bài 2:	2 điểm
Chọn câu a:	
Bài 3:	2 điểm
Chọn câu c: $x < y$	
Bài 4:	2 điểm
Biến đổi:	
$A = (1 - \frac{1}{4}) + (1 - \frac{1}{9}) + \dots + (1 - \frac{1}{10000})$	0.5
	0.5

$= (1 - \frac{1}{2^2}) + (1 - \frac{1}{3^2}) + \dots + (1 - \frac{1}{100^2})$ $= 99 - (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2}) = 99 - B$ Trong đó $B = (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2})$ Vì $B > 0$ nên $A < 99$	0.5
	0.5
Bài 5:	3 điểm
Trên quãng đường AB cứ 2km thì có 1km đi với vận tốc 10km/h (hết 1/10h);	1.0
1km đi với vận tốc 15km/h (hết 1/15h)	1.0
Nên cứ 2km người đó đi hết:	0.5
$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$ (h)	0.5
Vậy vận tốc trung bình của người đó là:	
$2 : \frac{1}{6} = 12\text{km/h}$	
Bài 6:	3 điểm
Vì x,y nguyên dương nên x - 1 là ước của 16	0.5
Mà $U(16) = \{1;2;4;8;16\}$	
Ta có:	
$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$	
$x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$	
$x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$	
$x - 1 = 8 \Rightarrow x = 9$	
$x - 1 = 16 \Rightarrow x = 17$	
Thay lần lượt các giá trị của x vừa tìm được vào	
$(x - 1)(5y + 2) = 16$	
x = 2 ta có: $5y + 2 = 16 \Rightarrow y = 14/5$ loại	
x = 3 ta có: $2(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = 6/5$ loại	
x = 5 ta có: $4(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = 2/5$ loại	1.0
x = 9 ta có: $8(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = 0$	
x = 17 ta có: $16(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = -1/5$ loại	0.5
Kết luận: Cặp số nguyên dương cần tìm là (9;0)	
Bài 7:	6 điểm
a. Những tam giác có cạnh NC:	
$\Delta NCI; \Delta NCP; \Delta NCK; \Delta NCB$.	2.0
b. Những góc có đỉnh là N:	
$\angle ANC, \angle ANB, \angle ANP$	2.0
$\angle BNP, \angle BNC, \angle PNC$	
c. Ta có tia PM và PN nằm giữa hai tia PB và PC	
Nên $\angle BPM + \angle MPN + \angle NPC = \angle BPC = 180^\circ$	0.5
Mà $\angle BPM = 60^\circ; \angle MPC = 50^\circ$	
Suy ra: $\angle MPN = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$	0.5

Ta thấy: $\angle MPN \neq \angle NPC$ Nên PN không phải là phân giác của góc MPC.	1.0
--	-----

ĐỀ SỐ 56

Hãy khoanh tròn chữ a, b, c hoặc d nếu đó là câu đúng.

Bài 1: Cho 2 số nguyên m và n:

- a. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n.
- b. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n cùng dấu.
- c. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n trái dấu.
- d. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n cùng dương.

Bài 2: Biết $\frac{5}{6}$ của x bằng $2\frac{1}{10}$; tìm x:

- a. $\frac{63}{25}$
- b. $\frac{7}{4}$
- c. $\frac{10}{21}$
- d. $\frac{4}{7}$

Bài 3: Kết quả tổng $A = \frac{9}{10} - \frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \dots - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$ là:

- a. $\frac{1}{2}$
- b. 2
- c. $\frac{9}{10}$
- d. 0

Bài 4: Chứng minh : $A = (2005 + 2005^2 + \dots + 2005^{10}) : 2006$

Bài 5: Tìm hai số nguyên dương biết tích của hai số ấy gấp đôi tổng của hai số ấy.

Bài 6: So sánh 2 số: $2^{2^{2^3}}$ và $3^{2^{3^2}}$

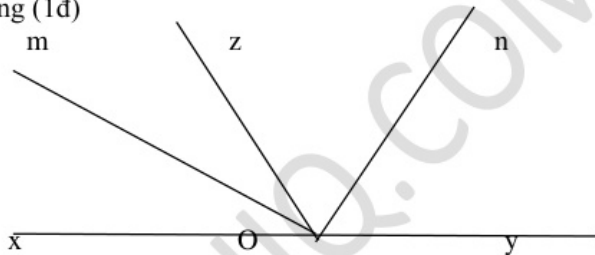
Bài 7: Tìm x biết: $4|x - 5| + 2|3x - 4| + 12 = 0$

Bài 8: Cho điểm O trên đường thẳng xy. Trên nửa mặt phẳng có bờ là xy vẽ tia Oz sao cho góc xOz nhỏ hơn 90° .

- a. Vẽ tia Om; On lần lượt là phân giác của góc xOz và góc zOy.
- b. Tính số đo các góc nhọn trong hình nếu số đo góc mOz bằng 30° .

ĐÁP ÁN

Bài 1:	2 điểm
Chọn câu d:	
Bài 2:	2 điểm
Chọn câu a:	
Bài 3:	2 điểm
Chọn câu d:	
Bài 4:	2 điểm
Ta có: $A = (2005 + 2005^2 + \dots + 2005^9 + 2005^{10}) =$ $= 2005 (1 + 2005) + 2005^3 (1 + 2005) + \dots + 2005^9 (1 + 2005)$ $= 2006 (2005 + 2005^3 + \dots + 2005^9) : 2006$ Vậy A : 2006.	
Bài 5:	4 điểm
Gọi 2 số nguyên dương phải tìm là a và b.	0.5
Ta có: $2(a + b) = ab$ (1)	0.5
Do vai trò của a và b như nhau; ta giả sử $a < b$ nên $a + b < 2b$.	

Do đó $2(a + b) < 4b$ (2)	1.0
Từ (1) và (2) suy ra: $ab < 4b$.	
Chia 2 vế cho $b > 0$ ta được $a \leq 4$	0.5
Thay $a = 1$ vào (1) ta được $2b + 2 = b$ loại	
Thay $a = 2$ vào (1) ta được $4 + 2b = 2b$ loại	0.5
Thay $a = 3$ vào (1) ta được $6 + 2b = 3b \Rightarrow b = 6$	0.5
Thay $a = 4$ vào (1) ta được $8 + 2b = 4b \Rightarrow b = 4$	0.5
Vậy có 2 cặp số thỏa mãn là 3 và 6; 4 và 4.	0.5
Bài 6:	2 điểm
Ta có $3^{2^3} = 3^8 = 9^4 > 8^4 = 2^{12} > 2^{10}$	1.0
Từ đó: $2^{3^{2^3}} > 2^{2^{10}} = 2^{2 \cdot 2^9} = 4^{2^9} > 3^{2^9} = 3^{2^{3^2}}$	1.0
Suy ra: $2^{3^{2^3}} > 3^{2^{3^2}}$	
Bài 7:	2 điểm
Không tìm được x vì vế trái luôn lớn 0 với mọi x.	
Bài 8:	4 điểm
a. Vẽ hình đúng (1đ)	
	0.5
b. Vì Om là phân giác của góc xOz nên $\angle xOm = \angle mOz = \frac{1}{2}\angle xOz$ mà $\angle mOz = 30^\circ$ Suy ra: $\angle xOm = 30^\circ$ $\angle xOz = 60^\circ$ + vì góc $\angle xOz$ và $\angle zOy$ kề bù nên $\angle xOz + \angle zOy = 180^\circ$ Suy ra: $\angle zOy = 180^\circ - \angle xOz$ $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ + Vì On là phân giác của góc zOy nên $\angle zOn = \angle nOy = \frac{1}{2}\angle zOy = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$ Kết luận: $\angle xOm = 30^\circ$ $\angle xOm = \angle nOy = 60^\circ$	0.5 0.5 0.5 0.5 1

ĐỀ SỐ 57

Khoanh tròn chữ a, b, c, d nếu đó là câu đúng.

Bài 1: Cho 2 số nguyên m và n:

- $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n.
- $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n cùng dấu.
- $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n trái dấu.

d. $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n cùng âm.

Bài 2: Với a là số nguyên:

Tổng: $\frac{a}{3} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{6}$ không phải là số nguyên.

Khẳng định trên là: a. Đúng

b. sai

Bài 3: Qua ba điểm bất kỳ A,B,C ta có:

a. $AB + BC = AC$

c. $AB + BC \geq AC$

b. $AB + BC > AC$

b. $AB + BC \leq AC$

Bài 4: Chứng minh rằng:

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}} < \frac{1}{2}$$

Bài 5: Tìm số nguyên tố p sao cho các số $p + 2$ và $p + 4$ Cũng là các số nguyên tố.

Bài 6: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có tính chất sau:

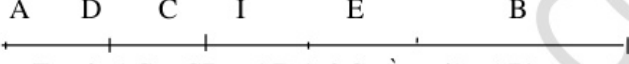
Số đó chia cho 3 thì dư 1; chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4 và chia hết cho 13.

Bài 7: Tìm x biết: $|x - 1| = 2x + 3$

Bài 8: Cho đoạn thẳng $AB = 7\text{cm}$. Điểm C nằm giữa A và B sao cho $AC = 2\text{cm}$. Các điểm D, E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB . Gọi I là trung điểm của DE . tính DE và CI .

ĐÁP ÁN

Bài 1:	2 điểm
Chọn câu a:	
Bài 2:	2 điểm
Chọn câu b:	
Bài 3:	2 điểm
Chọn câu c:	
Bài 4:	2 điểm
Ta có: $3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}}$	0,5
Nên $3A - A = 1 - \frac{1}{3^{99}}$	0.5
Hay $2A = 1 - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{99}} < \frac{1}{2}$	0.5
Vậy $A < \frac{1}{2}$	0.5
Bài 5:	3 điểm
Số p có một trong 3 dạng $3k; 3k + 1; 3k + 2$ với $k \in \mathbb{N}^*$	0.5
Nếu $p = 3k$ thì $p = 3$ (vì p là số nguyên tố)	0.5
Khi đó $p + 2 = 5; p + 4 = 7$ đều là các số nguyên tố.	0.5
Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 2 = 3k + 3$ chia hết cho 3 và lớn hơn 3 nên $p + 2$ là hợp số trái với đề bài.	0.5
Nếu $p = 3k + 2$ thì $p + 4 = 3k + 6$ chia hết cho 3 lớn hơn 3 nên $p + 4$ là hợp số; trái với đề bài.	0.5
Vậy $p = 3$ là giá trị duy nhất phải tìm.	
Bài 6:	3 điểm
Gọi x là số phải tìm thì $x + 2$ chia hết cho 3; 4; 5; 6 nên $x + 2$ là bội chung	0.5

của 3; 4; 5; 6	
BCNN (3,4,5,6) = 60 nên $x + 2 = 60n$	0.5
Do đó $x = 60n - 2$ ($n = 1, 2, 3 \dots$)	0.5
Do x là số nhỏ nhất có tính chất trên và x phải chia hết cho 13.	0.5
Lần lượt cho $n = 1, 2, 3 \dots$ ta thấy đến $n = 10$	
Thì $x = 598$ chia hết cho 13.	0.5
Số nhỏ nhất cần tìm là 598.	0.5
Bài 7:	2 điểm
$ x - 1 = 2x + 3$ ta có: $x - 1 = 2x + 3$ hoặc $x - 1 = -(2x + 3)$	0.5
* $x - 1 = 2x + 3$	
$2x - x = -1 - 3$	
$x = -4$	0.5
* $x - 1 = -(2x + 3)$	
$x + 2x = -3 + 1$	
$x = -2/3$	
Vậy $x = -4$; $x = -2/3$	0.5
Bài 8:	4 điểm
Vẽ hình đúng	
	0.5
+ Ta có: $AC + CB = AB$ (vì C nằm giữa AB)	
nên $CB = AB - AC = 7\text{cm} - 2\text{cm} = 5\text{cm}$	
+ Vì D và E nằm giữa A,B nên	0.5
$AD + DE + EB = AB$	
Suy ra: $DE = AB - AD - EB$	0.5
$AD = 1/2 AC = 1/2 \cdot 2 = 1(\text{cm})$ (vì D là trung điểm AC)	
$EB = 1/2 BC = 1/2 \cdot 5 = 2,5(\text{cm})$ (vì E là trung điểm BC)	
Vậy $DE = 7 - 1 - 2,5 = 3,5(\text{cm})$	0.5
+ Vì I là trung điểm của DE	0.5
Nên $DI = 1/2 DE = 1/2 \cdot 3,5 = 1,75(\text{cm})$	
Suy ra $AI = AD + DI = 1 + 1,75 = 2,75$	
+ Ta thấy $AD < AC < AI$ nên (nằm giữa D và I)	0.5
nên $DC + CI = DI$	
Suy ra: $CI = DI - DC = 1,75 - 1 = 0,75(\text{cm})$.	
Kết luận: $DE = 3,5\text{cm}$; $CI = 0,75\text{cm}$.	0.5
	0.5

ĐỀ SỐ 58
Đề Olympic huyện năm học 2005 2006
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Thực hiện phép tính:

$$\frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}}$$

Bài 2. Thay dấu “ * ” bằng các chữ số thích hợp để 359** chia cho 5; 6; và 7 đều có số dư là 1

Bài 3. Một Đoàn khách 300 người đi du lịch tham quan thắng cảnh Vịnh Hạ Long. Trong đó có ba loại thuyền để chở: Loại thứ nhất 1 người lái chở được 30 khách, loại thứ hai 2 người lái chở được 30 khách, loại thứ ba 2 người lái chở được 24 khách. Tính toán sao cho số thuyền, số người lái thuyền để chở hết số khách không thừa, không thiếu người trên thuyền. Đoàn đã dùng 11 chiếc thuyền và 19 người lái. Tính số thuyền mỗi loại ?

Bài 4. Số 2^{50} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số ?

Bài 5. Tìm ƯCLN của 77...7, (51 chữ số 7) và 77777.

HƯỚNG DẪN

Bài 1. (4 điểm) Thực hiện phép tính:

$$\frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}} = \frac{3^2 \cdot 5^{20} \cdot 3^{27} - 3 \cdot 3^{30} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{10} \cdot 3^{19} \cdot 5^{19}} =$$

$$= \frac{3^{29} \cdot 5^{20} - 3^{31} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{29} \cdot 5^{19}} = \frac{3^{29} \cdot 5^{18} (5^2 - 3^2)}{3^{29} \cdot 5^{18} (7 - 5)} = 8 \quad (\text{Mỗi bước 1 đ})$$

Bài 2. (5 điểm)

Thay dấu “ * ” bằng các chữ số thích hợp để 359** chia cho 5; 6; và 7 đều có số dư là 1

Theo bài ra suy ra:

$$(359** - 1) \text{ chia hết cho BCNN } (5; 6; 7); \text{ BCNN } (5; 6; 7) = 210 \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Hay } \overline{359ab} = 35700 + 200 + \overline{ab} \quad (a; b \in \mathbb{N}; 0 \leq a; b \leq 9) \quad (1 \text{ đ})$$

$$\Rightarrow \overline{359ab} - 1 = 210 \cdot 170 + 199 + \overline{ab} \quad (1 \text{ đ})$$

$$\Rightarrow 199 + \overline{ab} \text{ chia hết cho } 210 \Rightarrow \overline{ab} = k \cdot 210 - 199 \quad (k \in \mathbb{N}) \quad (1,5 \text{ đ})$$

$$\Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow \overline{ab} = 11. \text{ Vậy số cần tìm là } 35911 \quad (1,5 \text{ đ})$$

Bài 3. (4 điểm)

$$\text{Giả sử mỗi thuyền đều chở 30 người thì 11 thuyền chở được: } 30 \cdot 11 = 330 \text{ (người)}. \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Nên số thuyền 2 người lái chở 24 người / thuyền là } (330 - 300) : (30 - 24) = 5 \text{ (thuyền)} \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Giả sử mỗi thuyền đều có 2 người lái, thì số người lái thuyền là: } 11 \cdot 2 = 22 \text{ (người)}. \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Nên số thuyền 1 người lái chở 30 người là: } 22 - 19 = 3 \text{ (thuyền)}$$

$$\text{Suy ra số thuyền 2 người lái chở 30 người / thuyền là: } 11 - (3 + 5) = 3 \text{ (thuyền)} \quad (1 \text{ đ})$$

Bài 4. (4 điểm)

Số 2^{50} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số ?

$$\text{Nhận xét: Số } a \text{ có } n \text{ chữ số khi và chỉ khi: } 10^{n-1} \leq a \leq 10^n \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Ta thấy: } 2^{50} = 2^{16} \cdot 2^{34} = 2^{16} \cdot (2^9)^3 \cdot 2^7 = 2^{16} \cdot 512^3 \cdot 128 \quad (1) \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$10^{16} = 2^{16} \cdot 5^{16} = 2^{16} \cdot (5^4)^4 = 2^{16} \cdot 625^4 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } 2^{50} < 10^{16} \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$\text{Mặt khác: } 2^{50} = 2^{15} \cdot 2^{35} = 2^{15} \cdot (2^7)^5 = 2^{15} \cdot 128^5 \quad (3) \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$10^{15} = 2^{15} \cdot 5^{15} = 2^{15} \cdot (5^3)^5 = 2^{15} \cdot 125^5 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $10^{15} < 2^{50}$ (0.5 đ)

Vậy ta có: $10^{15} < 2^{50} < 10^{16}$; Nên số 2^{50} có 16 chữ số viết trong hệ thập phân
(1đ)

Bài 5. (3 điểm)

Tìm ƯCLN của $77...7$, (51 chữ số 7) và 777777.

Ta có: $\underbrace{77...7}_{51 \text{ chữ số } 7} = 777777 \cdot 10^{45} + 777777 \cdot 10^{39} + \dots + 777777 \cdot 10^3 + 777$ (0.5 đ)

$$= 777777(10^{45} + 10^{39} + \dots + 10^3) + 777 \quad (0.5 \text{ đ})$$

Suy ra: $\underbrace{77...7}_{51 \text{ chữ số } 7}$ chia cho 777 777 dư 777 (0.5 đ)

Đặt $\underbrace{77...7}_{51 \text{ chữ số } 7} = A$; $777\ 777 = B$; $10^{45} + 10^{39} + \dots + 10^3 = C$ (0.5 đ)

Ta có $A = B \cdot C + 777$ hay $A - B \cdot C = 777$. Từ đó mọi ước chung của A và B đều là ước của 777. Mặt khác 777 là ước số của A và B (0.5 đ)

$$(A = 777 \cdot (10^{48} + 10^{45} + \dots + 1); B = 777 \cdot 1001)$$

Vậy 777 chính là ƯCLN của A và B. (0.5 đ)

ĐỀ SỐ 59

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$

a, Rút gọn biểu thức

b, Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

Câu 2: (1 điểm)

Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ sao cho $\overline{abc} = n^2 - 1$ và $\overline{cba} = (n - 2)^2$

Câu 3: (2 điểm)

a. Tìm n để $n^2 + 2006$ là một số chính phương

b. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $n^2 + 2006$ là số nguyên tố hay là hợp số.

Câu 4: (2 điểm)

a. Cho a, b, n $\in \mathbb{N}^*$ Hãy so sánh $\frac{a+n}{b+n}$ và $\frac{a}{b}$

b. Cho $A = \frac{10^{11} - 1}{10^{12} - 1}$; $B = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$. So sánh A và B.

Câu 5: (2 điểm)

Cho 10 số tự nhiên bất kỳ: $a_1, a_2, \dots, a_{10}$. Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 10.

Câu 6: (1 điểm)

Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng qui. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Ta có: $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1} = \frac{(a+1)(a^2 + a - 1)}{(a+1)(a^2 + a + 1)} = \frac{a^2 + a - 1}{a^2 + a + 1}$

Điều kiện đúng $a \neq -1$ (0,25 điểm).

Rút gọn đúng cho 0,75 điểm.

b. Gọi d là ước chung lớn nhất của $a^2 + a - 1$ và $a^2 + a + 1$ (0,25 điểm).

Vì $a^2 + a - 1 = a(a+1) - 1$ là số lẻ nên d là số lẻ

Mặt khác, $2 = [a^2 + a + 1 - (a^2 + a - 1)] : d$

Nên $d = 1$ tức là $a^2 + a + 1$ và $a^2 + a - 1$ nguyên tố cùng nhau. (0, 5 điểm)

Vậy biểu thức A là phân số tối giản. (0,25 điểm)

Câu 2: $\overline{abc} = 100a + 10b + c = n^2 - 1$ (1)

$\overline{cba} = 100c + 10b + a = n^2 - 4n + 4$ (2) (0,25 điểm)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 99(a-c) = 4n - 5 \Rightarrow 4n - 5 : 99$ (3) (0,25 điểm)

Mặt khác: $100 [n^2 - 1] : 999 \Leftrightarrow 101 [n^2] : 1000 \Leftrightarrow 11 [n] : 31 \Leftrightarrow 39 [4n - 5] : 119$ (4) (0, 25 điểm)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow 4n - 5 = 99 \Rightarrow n = 26$

Vậy: $\overline{abc} = 675$ (0, 25 điểm)

Câu 3: (2 điểm)

a) Giả sử $n^2 + 2006$ là số chính phương khi đó ta đặt $n^2 + 2006 = a^2$ ($a \in \mathbb{Z}$) $\Leftrightarrow a^2 - n^2 = 2006 \Leftrightarrow (a-n)(a+n) = 2006$ (*) (0,25 điểm).

+ Thấy : Nếu a, n khác tính chất chẵn lẻ thì vế trái của (*) là số lẻ nên không thỏa mãn (*) (0,25 điểm).

+ Nếu a, n cùng tính chẵn hoặc lẻ thì $(a-n) : 2$ và $(a+n) : 2$ nên vế trái chia hết cho 4 và vế phải không chia hết cho 4 nên không thỏa mãn (*) (0,25 điểm).

Vậy không tồn tại n để $n^2 + 2006$ là số chính phương. (0,25 điểm).

b) n là số nguyên tố > 3 nên không chia hết cho 3. Vậy n^2 chia hết cho 3 dư 1 do đó $n^2 + 2006 = 3m + 1 + 2006 = 3m + 2007 = 3(m + 669)$ chia hết cho 3.

Vậy $n^2 + 2006$ là hợp số. (1 điểm).

Bài 4: Mỗi câu đúng cho 1 điểm

Ta xét 3 trường hợp $\frac{a}{b} = 1$ $\frac{a}{b} > 1$ $\frac{a}{b} < 1$ (0,5 điểm).

TH1: $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a=b$ thì $\frac{a+n}{b+n}$ thì $\frac{a+n}{b+n} = \frac{a}{b} = 1$. (0, vì ,5 điểm).

TH1: $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow a+n > b+n$.

Mà $\frac{a+n}{b+n}$ có phần thừa so với 1 là $\frac{a-b}{b+n}$

$\frac{a}{b}$ có phần thừa so với 1 là $\frac{a-b}{b}$, vì $\frac{a-b}{b+n} < \frac{a-b}{b}$ nên $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$ (0,25 điểm).

TH3: $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow a+n < b+n$.

Khi đó $\frac{a+n}{b+n}$ có phần bù tới 1 là $\frac{a-b}{b}$, vì $\frac{a-b}{b} < \frac{b-a}{b+b+n}$ nên $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b}$ (0,25 điểm).

b) Cho $A = \frac{10^{11} - 1}{10^{12} - 1}$;

rõ ràng $A < 1$ nên theo a, nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b} \Rightarrow A < \frac{(10^{11} - 1) + 11}{(10^{12} - 1) + 11} = \frac{10^{11} + 10}{10^{12} + 10}$ (0,5

điểm).

Do đó $A < \frac{10^{11} + 10}{10^{12} + 10} = \frac{10(10^{10} + 1)}{10(10^{11} + 1)} = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$ (0,5 điểm).

Vậy $A < B$.

Bài 5: Lập dãy số.

Đặt $B_1 = a_1$.

$$B_2 = a_1 + a_2.$$

$$B_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$B_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}.$$

Nếu tồn tại B_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$). nào đó chia hết cho 10 thì bài toán được chứng minh. (0,25 điểm).

Nếu không tồn tại B_i nào chia hết cho 10 ta làm như sau:

Ta đem B_i chia cho 10 sẽ được 10 số dư (các số dư $\in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$). Theo nguyên tắc Di-ric-lê, phải có ít nhất 2 số dư bằng nhau. Các số $B_m - B_n$ chia hết cho 10 ($m > n$) $\Rightarrow$ ĐPCM.

Câu 6: Mỗi đường thẳng cắt 2005 đường thẳng còn lại tạo nên 2005 giao điểm. Mà có 2006 đường thẳng $\Rightarrow$ có : 2005×2006 giao điểm. Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần $\Rightarrow$ số giao điểm thực tế là:

$$(2005 \times 2006) : 2 = 1003 \times 2005 = 2011015 \text{ giao điểm.}$$

ĐỀ SỐ 60

Phòng GD huyện Ngọc Lạc Trường Cao Thịnh năm 2006 2007

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (4 điểm) :

Tính giá trị của biểu thức :

a/ $A = 1 + (-2) + 3 + (-2) + \dots + 2003 + (-2004) + 2005$

b/ $B = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$ (B có 2005 số hạng)

Bài 2(5 điểm) :

a/ Chứng minh : $C = (2004 + 2004^2 + 2004^3 + \dots + 2004^{10})$ chia hết cho 2005

b/ Tìm số nguyên n sao cho n + 4 chia hết cho n + 1.

Bài 3(4 điểm) : Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 3 thì dư 1 ; chia cho 4 dư 2 ; chia cho 5 dư 3 ; chia cho 6 dư 4 và chia hết cho 13.

Bài 4(2 điểm) : Tìm x là số nguyên biết : $|x - 5| + x - 5 = 0$.

Bài 5 (5 điểm): Cho đoạn thẳng $AB = 7$ cm ; điểm C nằm giữa A và b sao cho $AC = 2$ cm ; các điểm D, E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB ,Gọi I là trung điểm của DE.Tính độ dài của DE và CI.

ĐÁP ÁN

Bài 1 : a/ $A = 1 + (-2+3) + (-3+4) + \dots + (-2002+2003) + (-2004 + 2005)$

$$\begin{aligned}
 &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 \quad (\text{có } 1002 \text{ số hạng}) \\
 &= 1003 \\
 \text{b/ } B &= 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots \quad (\text{B có } 2005 \text{ số hạng}) \\
 &= 1 + C \\
 C &= (-7+13) + (-19+25) + (-31+37) + \dots \quad (\text{C có } 1002 \text{ cặp}) \\
 &= 6 + 6 + 6 + \dots \\
 &= 6012
 \end{aligned}$$

Vậy $B = 6013$

Bài 2 : a/ $C = (2004 + 2004^2) + (2004^3 + 2004^4) + \dots + (2004^9 + 2004^{10})$
 $= 2004 \cdot 2005 + 2004^3 \cdot 2005 + \dots + 2004^9 \cdot 2005$
 $= 2005 \cdot (2004 + 2004^3 + \dots + 2004^9) : 2005$

b/ $n + 4 = (n + 1) + 3 \Rightarrow \frac{n+4}{n+1} = 1 + \frac{3}{n+1} \in \mathbb{Z}$
 $\Leftrightarrow \frac{3}{n+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

Vậy $n \in \{-4; -2; 0; 2\}$

Bài 3 : Gọi số phải tìm là a (a nguyên dương)

Theo gt : chia cho 3 dư 1, chia cho 4 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 6 dư 4 suy ra $a+2$ chia hết cho 3, 4, 5, 6. $BCNN(3; 4; 5; 6) = 60$ suy ra $a+2 : 60$ hay $a = 60k - 2$ ($k \in \mathbb{N}$)

Mặt khác $a : 13$ suy ra $60k - 2 : 13$ hay $8k - 2 : 13$

Do a nhỏ nhất suy ra k nhỏ nhất. Vậy $8k - 2 = 78 \Rightarrow k = 10$ suy ra $a = 598$

Bài 4 : $|x - 5| + x - 5 = 0$

Nếu $x \geq 5$: $x - 5 + x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ (TM)

Nếu $x < 5$: $5 - x + x - 5 = 0 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 0$ phương trình thỏa mãn với mọi $x < 5$

Vậy với các số nguyên $x \leq 5$ thỏa mãn bài ra.

Bài 5 : C nằm giữa A và B : $CB = AB - AC = 5$ cm

D là trung điểm AI : $AD = DC = 1$ cm

E là trung điểm CB : $CE = EB = 2,5$ cm

$\Rightarrow DE = DC + CE = 3,5$ cm

I là trung điểm DE : $DI = 1,75$ cm $\Rightarrow CI = DI - DC = 0,75$ cm

ĐỀ SỐ 61

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2013-2014

MÔN THI : TOÁN 6

Ngày thi: 12/4/2014

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1: (6,0 điểm).

Tính nhanh:

a) $A = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$

b) $B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$

c) $M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$

Bài 2: (4,0 điểm).

a) Với n là số tự nhiên chẵn, chứng minh: $(20^n + 16^n - 3^n - 1) : 323$

b) Tìm số x có chữ số tận cùng bằng 2, biết rằng $x, 2x, 3x$ đều là các số có 3 chữ số và 9 chữ số của 3 số đó đều khác nhau và $\neq 0$.

Bài 3: (4,0 điểm).

Cho phân số $M = \frac{6n-1}{3n+2}$ ($n \in \mathbb{Z}$)

- a) Tìm n để M có giá trị là số nguyên
b) Tìm n để M có giá trị nhỏ nhất

Bài 4: (4,0 điểm). Trên đường thẳng AM lấy một điểm O . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB, OC sao cho: $\widehat{MOC} = 115^\circ$; $\widehat{BOC} = 70^\circ$. Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD (Điểm O nằm trong nửa mặt phẳng với B, C qua bờ là AM) sao cho $\widehat{AOD} = 45^\circ$

- a) Tia OB nằm giữa hai tia OM, OC không? vì sao?
b) Tính góc $\widehat{AOC}; \widehat{MOB}$
c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D, O, B thẳng hàng.

Bài 5: (2,0 điểm).

Tính tổng: $S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9}$

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

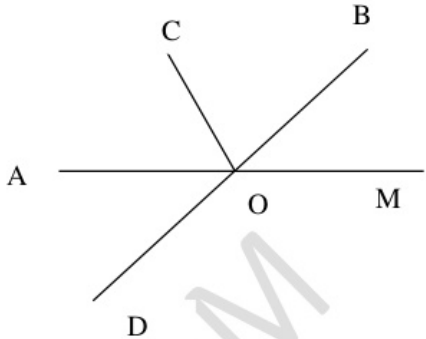
**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI
CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
KÌ THI NGÀY 12/4/2014
MÔN THI : TOÁN 6**

Ghi chú: Đáp án chỉ là sơ lược từng bước giải và cách cho điểm từng phần của mỗi bài. Bài làm của học sinh yêu cầu phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, hình vẽ sai không chấm điểm. Nếu HS giải cách khác đúng thì chấm điểm từng phần tương ứng.

Bài 1 (6,0 điểm)

Đặt $A=B.C$ $B = \frac{24.47 - 23}{24 + 47 - 23} = \frac{1128 - 23}{71 - 23} = \frac{1105}{48}$	0.5đ
$C = \frac{3\left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13}\right)}{9\left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{13} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + 1\right)} = \frac{1}{3}$	1.0đ
Suy ra $A = \frac{1105}{144}$	0.5đ
b) $B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$ $B = (-329 - 101 - 10) + 440 + (2019 - 5)$	1.0đ
$B = (-440) + 440 + 2014$	0.5đ
$B = 2014$	0.5đ
c) $M = \frac{1+2+2^2+2^3+\dots+2^{2012}}{2^{2014}-2}$ - Đặt $A = 1+2+2^2+2^3+\dots+2^{2012}$ - Tính được $A = 2^{2013} - 1$	1.0 đ
- Đặt $B = 2^{2014} - 2$ - Tính được $B = 2.(2^{2013} - 1)$	0.5đ
- Tính được $M = \frac{1}{2}$	0.5đ
Bài 2	4 điểm
a) Ta có $323 = 17.19$ và $20^n + 16^n - 3^n - 1 = (20^n - 1) + (16^n - 3^n) \vdots 19$ (1)	0.5 đ
Vì $20^n - 1 \vdots 20 - 1 = 19$ và $16^n - 3^n \vdots 19$ do n chẵn	0.5đ
$20^n + 16^n - 3^n - 1 = (20^n - 3^n) + (16^n - 1) \vdots 17$ (2) Vì $20^n - 3^n \vdots 20 - 3 = 17$ và $16^n - 1 \vdots 16 + 1 = 17$ do n chẵn	0.5đ

Từ (1) và (2) và do $(17;19) = 1$ suy ra $20^n + 16^n - 3^n - 1 \vdots 17.19 = 323$ đpcm	0.5đ
b) Ta biết rằng một số và tổng các chữ số của nó có cùng số dư khi chia cho 9. Tổng các chữ số của x ; của $2x$; của $3x$ cộng lại là $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, chia hết cho 9, do đó tổng $x + 2x + 3x$ cũng chia hết cho 9, tức là $6x \vdots 9 \Rightarrow x \vdots 3$	0.5 đ
Do x có tận cùng bằng 2 nên $2x$ tận cùng bằng 4 và $3x$ tận cùng bằng 6 Gọi a và b là các chữ số hàng trăm, hàng chục của $3x$ thì $a, b \in \{1;3;5;7;8;9\}$ (Trừ các số 2, 4, 6) mặt khác $x \vdots 3$ nên $3x \vdots 9$.	0.5đ
Tức là: $\overline{abc} \vdots 9$ do đó $a + b + 6 \vdots 9$ chú ý rằng $4 \leq a + b \leq 17$. Nên $a + b + 6 = 18 \Rightarrow a + b = 12 = 5 + 7 = 3 + 9$	0.5đ
Xét 4 trường hợp $3x = 576 \Rightarrow x = 192$, $2x = 384$ (đúng) $3x = 756 \Rightarrow x = 252$, loại vì $3x$ và x trùng chữ số 5 $3x = 396 \Rightarrow x = 132$ loại vì $3x$ và x trùng chữ số 3 $3x = 936 \Rightarrow x = 312$ loại vì $3x$ và x trùng chữ số 3.	0.5đ
Bài 3	4 điểm
$M = \frac{6n-1}{3n+2} = \frac{6n+4-5}{3n+2} = \frac{2(3n+2)-5}{3n+2} = 2 - \frac{5}{3n+2}$	0.5 đ
a) $\frac{5}{3n+2}$ là số nguyên khi $5 \vdots (3n+2)$ hay $(3n+2) \in U(5)$	0.5đ
$\Rightarrow U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$ $n \in \mathbb{Z}$ nên $(3n+2)$ chia 3 dư 2	0.5đ
$\Rightarrow (3n+2) \in \{-1; 5\}$ Nếu $3n+2 = -1 \Rightarrow n = -1$ $3n+2 = 5 \Rightarrow n = 1$ Vậy $n \in \{-1; 1\}$ thì A là số nguyên	0.5đ
b) $M = 2 - \frac{5}{3n+2}$ cú giỏ trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \frac{5}{3n+2}$ cú giỏ trị lớn nhất	0.5 đ

$\Leftrightarrow 3n + 2$ là số nguyên dương nhỏ nhất	0.5đ
$\Rightarrow n = 0$ Khi đó $M = -\frac{1}{2}$	1.0đ
Bài 4	4 điểm
a) Nếu OB nằm giữa 2 tia OA, OC thì ta có : $\text{MOC} + \text{COB} = \text{MOB}$ $\Rightarrow \text{MOB} = 185^\circ > 180^\circ$ (vô lý) Vậy OB nằm giữa 2 tia OM, OC.	1.0đ
	
b) Do tia OB nằm giữa 2 tia OM, OC nên :	0.5đ
$\text{MOB} + \text{BOC} = \text{MOC}$	
$\Rightarrow \text{MOB} = \text{MOC} - \text{BOC} = 115^\circ - 70^\circ = 45^\circ$	0.5đ
Hai góc AOC, COM là 2 góc kề bù nên : $\text{AOC} + \text{COM} = 180^\circ$ $\Rightarrow \text{AOC} = 180^\circ - \text{COM} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$	0.5đ
c) Hai góc AOB và BOM là 2 góc kề bù $\Rightarrow \text{AOB} + \text{BOM} = 180^\circ$	0.5đ
$\Rightarrow \text{AOB} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$	
Hai góc DOA và AOB là góc có cạnh chung OA. Còn 2 cạnh OD, OB nằm trong 2 nửa mặt phẳng đối nhau bờ AM nên : $\text{DOA} + \text{AOB} = 45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$	0.5đ
$\Rightarrow \text{OD, OB}$ là 2 tia đối nhau.	
$\Rightarrow \text{D, O, B}$ thẳng hàng.	0.5đ
Bài 5	2 điểm

$S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9}$ $= 3 + \frac{1}{2} \left(3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^8} \right)$	0.5đ
Mà $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^8} = S - \frac{3}{2^9}$	0.5đ
Suy ra $S = 3 + \frac{1}{2} \left(S - \frac{3}{2^9} \right)$ hay $2S = 6 + S - \frac{3}{2^9}$	0.5đ
Suy ra $S = 6 - \frac{3}{2^9} = 6 - \frac{3}{512} = \frac{3069}{512}$	0.5đ

ĐỀ SỐ 62

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Môn Toán lớp 6 (Thời gian làm bài 120 phút)

==***==

Phòng GD-ĐT Hưng Hà
Trường THCS Lê Quý Đôn

Bài tập 1 (3 điểm):

a) Trong một đợt thi đua, lớp 6a có 42 bạn được từ một điểm 10 trở lên, 39 bạn được từ hai điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ ba điểm 10 trở lên, 5 bạn được bốn điểm 10, không có ai được trên bốn điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua lớp 6a được bao nhiêu điểm 10?

b) Tìm hai chữ số tận cùng của 2^{100} ?

Bài tập 2 (4,5 điểm):

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = (-1).(-1)^2.(-1)^3.(-1)^4.....(-1)^{2014}$$

$$B = \frac{1}{7} \left(\frac{555}{222} + \frac{4444}{12221} + \frac{33333}{244442} + \frac{11}{330} + \frac{13}{60} \right)$$

b) Cho $E = 92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}$; $F = \frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}$. Tính $\frac{E}{F}$

Bài tập 3 (4,75 điểm):

a) Cho $M = 1/2 + 2/3 + 3/4 + 4/5 + 5/6 + 6/7 + 7/8 + 8/9 + 9/10$

So sánh M với 1

b) Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}$

c) Tìm tất cả các giá trị tự nhiên n để phân số $\frac{7n+6}{6n+7}$ chưa phải là phân số tối giản.

Bài tập 4 (3,75 điểm):

a) Tìm phân số bằng phân số $\frac{20}{39}$, biết ƯCLN của cả tử và mẫu của phân số đó là 36.

b) Viết dạng tổng quát của số tự nhiên chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5. Tìm số nhỏ nhất?

Bài tập 5 (4 điểm):

Cho hai góc xOy và yOz kề bù sao cho xOy = 4yOz.

a) Tính số đo mỗi góc có trên hình vẽ?

b) Vẽ tia Ot sao cho xOt = 108°. Tính tOy?

c) Trên mỗi tia Ox, Oy, Oz, Ot vẽ 10 điểm phân biệt khác điểm O. Hỏi trên hình vẽ có tất cả bao nhiêu tia?

--- H ết ---

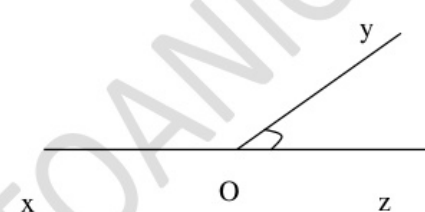
Phòng GD-ĐT Hưng Hà
Trường THCS Lê Quý Đôn

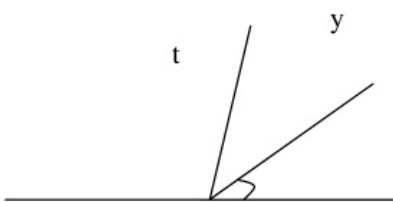
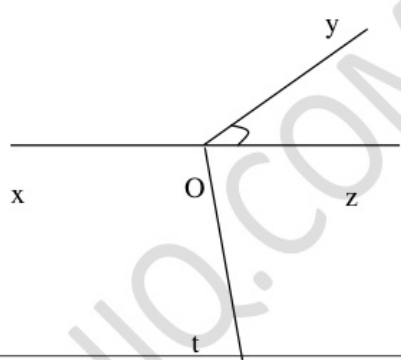
ĐÁP ÁN
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Môn Toán lớp 6 (Thời gian làm bài 120ph)
==***==

Bài /câu	Đáp án	Biểu điểm
Bài tập 1 (3 điểm):	a) Trong một đợt thi đua, lớp 6a có 42 bạn được từ một điểm 10 trở lên, 39 bạn được từ hai điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ ba điểm 10 trở lên, 5 bạn được bốn điểm 10, không có ai được trên bốn điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua lớp 6a được bao nhiêu điểm 10?	
	Lớp 6a có số bạn được một điểm 10 là: $42-39=3$ (bạn)	0,25 đ
	Lớp 6a có số bạn được hai điểm 10 là: $39-14=25$ (bạn)	0,25đ
	Lớp 6a có số bạn được ba điểm 10 là: $14-5=9$ (bạn)	0,25đ
	Trong đợt thi đua đó lớp 6a được số điểm 10 là: $3.1+25.2+9.3+5.4=100$ (điểm)	0,75đ
	b) Tìm hai chữ số tận cùng của 2^{100} ?	
	$2^{10} = 1024$ Ta có: $2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10} = (1024^2)^5$	0,25đ 0,5đ
	Mà 1024^2 có hai chữ số tận cùng là 76	0,25đ
	$\Rightarrow (1024^2)^5$ có hai chữ số tận cùng là 76	0,25đ
	Vậy 2^{100} có hai chữ số tận cùng là 76	0,25đ
Bài tập 2 (4,5 điểm):	a) Tính giá trị của biểu thức: $A = (-1).(-1)^2.(-1)^3.(-1)^4.....(-1)^{2014}$	
	Ta thấy A là tích các lũy thừa cơ số là (-1) với các số mũ tự nhiên liên tiếp tăng dần từ 1 tới 2014	0,25 đ
	Số các thừa số của A là: $2014-1+1=2014$ (thừa số)	0,25 đ
	$A = (-1).1.(-1).1. \dots . (-1).1$	0,5 đ
	A có $2014:2=1007$ thừa số (-1) và 1007 thừa số 1	0,25 đ
	Vậy $A=1$	0,25 đ
	$B = \frac{1}{7} \left(\frac{555}{222} + \frac{4444}{12221} + \frac{33333}{244442} + \frac{11}{330} + \frac{13}{60} \right)$	
	$B = \frac{1}{7} \left(\frac{5}{2} + \frac{4}{11} + \frac{3}{22} + \frac{1}{30} + \frac{13}{60} \right)$	0,25 đ
	$B = \frac{1}{7} \left(\frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} \right)$	0,5 đ
	$B = \left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28} \right)$	0,25 đ

	$B = \frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28}$	0,25 đ
	Vậy $B = \frac{1}{2} - \frac{1}{28} = \frac{13}{28}$	0,25 đ
	b) Cho $E = 92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}$; $F = \frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}$. Tính $\frac{E}{F}$	
	$E = 92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}$	
	Số các số hạng của A là: $1 + (92 - 1 + 1) = 93$ (số hạng)	0,25 đ
	$E = (1 - \frac{1}{9}) + (1 - \frac{2}{10}) + (1 - \frac{3}{11}) + \dots + (1 - \frac{92}{100})$ (Có 92 nhóm)	0,25 đ
	$E = \frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{11} + \dots + \frac{8}{100}$	0,25 đ
	$E = 8(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100})$	0,25 đ
	Mà $F = \frac{1}{5}(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100})$	0,25 đ
	$\Rightarrow \frac{E}{F} = 8 : \frac{1}{5} = 40$	0,25 đ
Bài tập 3 (4,75 điểm):	a) Cho. So sánh M với 1 (với $n! = 1.2.3.4. \dots .(n-1).n$; $n \in N^*$).	
	$M = \frac{2-1}{2!} + \frac{3-1}{3!} + \frac{4-1}{4!} + \dots + \frac{9-1}{9!} + \frac{10-1}{10!}$	0,5 đ
	$M = (1 - \frac{1}{2!}) + (\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}) + (\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}) + \dots + (\frac{1}{8!} - \frac{1}{9!}) + (\frac{1}{9!} - \frac{1}{10!})$	0,5 đ
	$M = 1 - \frac{1}{10!}$	0,25 đ
	Vậy $M < 1$ (vì $0 < \frac{1}{10!} < 1$)	0,25 đ
	b) Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}$	
	$\frac{5}{x} = \frac{1}{6} + \frac{y}{3}$	0,25 đ
	$\frac{5}{x} = \frac{1+2y}{6}$	
	$x(1+2y) = 5.6 = 30$ (4)	0,25 đ
	$\Rightarrow x, 1+2y \in U(30)$ (1)	0,25 đ
	Mà $U(30) = \{-30; -15; -10; -6; -5; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ (2)	
	Mặt khác $1+2y$ là số lẻ (3)	0,25 đ
	Từ (1), (2), (3), (4) ta có bảng sau:	

	<table><tr><td>1+2y</td><td>-15</td><td>-5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>15</td></tr><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-6</td><td>-10</td><td>-30</td><td>30</td><td>10</td><td>6</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-8</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>7</td></tr></table>	1+2y	-15	-5	-3	-1	1	3	5	15	x	-2	-6	-10	-30	30	10	6	2	y	-8	-3	-2	-1	0	1	2	7	0,25 đ
1+2y	-15	-5	-3	-1	1	3	5	15																					
x	-2	-6	-10	-30	30	10	6	2																					
y	-8	-3	-2	-1	0	1	2	7																					
	Vậy các cặp số nguyên (x,y) cần tìm là: (-2;8), (-6;-3), (-10;2) ; (-30;-1) ; (30;0) ; (10;1) ; (6;2) ; (2;7) ;	0,25 đ																											
	c) Tìm tất cả các giá trị tự nhiên n để phân số $\frac{7n+6}{6n+7}$ chưa phải là phân số tối giản.																												
	Gọi d là ước nguyên tố của 7n+6 và 6n+7 (d là số nguyên tố)																												
	$\Rightarrow \begin{cases} 7n+6:d \\ 6n+7:d \end{cases}$	0,25 đ																											
	$\Rightarrow \begin{cases} 42n+36:d \\ 42n+49:d \end{cases}$	0,25 đ																											
	$\Rightarrow (42n+49)-(42n+36):d$	0,25 đ																											
	$\Rightarrow 13:d$																												
	Mà d là số nguyên tố	0,25 đ																											
	$\Rightarrow d=13$																												
	Để phân số $\frac{7n+6}{6n+7}$ chưa phải là phân số tối giản thì tử và mẫu của phân số đó phải chia hết cho 13	0,25 đ																											
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 7n+6:13 \\ 6n+7:13 \end{cases}$																												
	$\Rightarrow 7n+6-13:13$																												
	$\Rightarrow 7n-7:13$																												
	$\Rightarrow n-1:13$	0,5 đ																											
	Vậy với $n=13t+1$ ($t \in \mathbb{N}$) thì $\frac{7n+6}{6n+7}$ chưa phải là phân số tối giản																												
Bài tập 4 (3,75điểm):	a) Tìm phân số bằng phân số $\frac{20}{39}$, biết ƯCLN của cả tử và mẫu của phân số đó là 36.																												
	Ta thấy $\text{ƯCLN}(20,39)=1$	0,25 đ																											
	$\Rightarrow$ phân số $\frac{20}{39}$ là phân số tối giản	0,25 đ																											
	Mà ƯCLN của cả tử và mẫu của phân số cần tìm là 36	0,25 đ																											
	Nên phân số cần tìm đã được rút gọn thành $\frac{20}{39}$ bằng cách chia cả tử và mẫu cho 36	0,5 đ																											
	Vậy phân số cần tìm là: $\frac{20 \cdot 36}{39 \cdot 36} = \frac{720}{1404}$	0,5 đ																											
	b) Viết dạng tổng quát của số tự nhiên chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5. Tìm số nhỏ nhất ?																												

	Gọi số tự nhiên chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5 là x ($x \in N, x > 5$)	0,25 đ
	Vì x chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5 $\Rightarrow \begin{cases} x = 5n + 1 \\ x = 7m + 5 \end{cases}$ với $m, n \in N$	0,25 đ
	$\Rightarrow \begin{cases} x + 9 = 5n + 10 = 5(n + 2) \\ x + 9 = 7m + 14 = 7(m + 2) \end{cases}$	0,25 đ
	$\Rightarrow \begin{cases} x + 9 : 5 \\ x + 9 : 7 \end{cases}$	0,25 đ
	$\Rightarrow x + 9 \in BC(5, 7)$	0,25 đ
	Mà $BCNN(5, 7) = 35$	
	$\Rightarrow x = 35t - 9$ (với $t \in N^*$)	0,25 đ
	Vậy dạng tổng quát của số tự nhiên chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5 là $35t - 9$ (với $t \in N^*$)	
	Và số nhỏ nhất ứng với $t = 1$ là $35.1 - 9 = 26$	0,5 đ
	Cho hai góc xOy và yOz kề bù sao cho $xOy = 4yOz$. c) Tính số đo mỗi góc có trên hình vẽ? d) Vẽ tia Ot sao cho $xOt = 108^\circ$. Tính tOy? e) Trên mỗi tia Ox, Oy, Oz, Ot vẽ 10 điểm phân biệt khác điểm O. Hỏi trên hình vẽ có tất cả bao nhiêu tia?	
Bài tập 5 (4 điểm):		
	a) Ta có hai góc xOy và yOz kề bù nên tia Ox và Oz là hai tia đối nhau $\Rightarrow xOz = 180^\circ$	0,5 đ
	và $xOy + yOz = 180^\circ$ (kề bù) $4yOz + yOz = 180^\circ$	0,5 đ
	$5yOz = 180^\circ$	0,5 đ
	$yOz = 36^\circ$	
	$\Rightarrow xOy = 4. 36^\circ = 144^\circ$	0,5 đ
	Vậy $xOz = 180^\circ, yOz = 36^\circ, xOy = 144^\circ$	
	b) Vẽ tia Ot sao cho $xOt = 108^\circ$. Ta vẽ được hai tia Ot thỏa mãn đề bài +) Trường hợp 1: Ot nằm trên nửa mp bờ xz chứa tia Oy $\Rightarrow Ot$ nằm giữa Ox và Oy	0,5 đ

		
	$\Rightarrow xOt + yOt = xOy$	
	$yOt = 36^0$	
	+) Trường hợp 2: Ot nằm trên nửa mp bờ xz không chứa tia Oy 	0,5 đ
	$\Rightarrow$ tia Oz nằm giữa tia Oy và Ot	
	$\Rightarrow yOz + zOt = yOt$	
	Mặt khác $xOt + zOt = 180^0$ (kề bù) $108^0 + zOt = 180^0$ $zOt = 72^0$ $\Rightarrow yOt = 36^0 + 72^0 = 108^0$	
	c) Trên mỗi tia Ox, Oy, Oz, Ot vẽ 10 điểm phân biệt khác điểm O. Vì mỗi điểm nằm trên 1 tia tạo ra 1 tia mới; mỗi điểm nằm trên 1 đường thẳng tạo ra 2 tia mới	0,25 đ
	$\Rightarrow$ Trên mỗi tia Oy, Ot vẽ 10 điểm phân biệt khác điểm O tạo ra số tia là: 11 tia và do tia Ox và Oz là hai tia đối nhau nên trên mỗi tia này vẽ 10 điểm phân biệt khác điểm O thì có tất cả 21 điểm nằm trên xz tạo ra $21.2=42$ tia	0,5 đ
	Vậy số tia tạo thành trên hình vẽ là $11.2+42=64$ tia	0,25 đ

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6

Năm học 2012 - 2013

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

(Đề này gồm có 04 câu)

ĐỀ SỐ 63

Câu I: (6,0 điểm).

Tìm x biết:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$

b) $|3x + 1| - 17 = -12$

c) $x = \frac{\frac{5}{22} + \frac{3}{13} - \frac{1}{2}}{\frac{4}{13} - \frac{2}{11} + \frac{3}{2}}$

d) $\left(\frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \dots + \frac{2}{19 \cdot 21} \right) \cdot 462 - [2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 19$

Câu II: (8,0 điểm).

1. Cho $S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$

a) Chứng minh rằng $S \vdots 15$

b) Tìm chữ số tận cùng của S.

c) Tính tổng S.

2. Tổng của n số tự nhiên lẻ đầu tiên có phải là một số chính phương không? Tại sao?

3. Chứng minh rằng:

a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}$

b) $\frac{51}{2} \cdot \frac{52}{2} \cdot \dots \cdot \frac{100}{2} = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99$

Câu III: (3,0 điểm).

Một ô tô đi từ A lúc 8h. Đến 9h một ô tô khác cùng đi từ A. Xe thứ nhất đến B lúc 2h chiều. Xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất nửa giờ. Hỏi xe thứ hai đuổi kịp xe thứ nhất ở cách A bao nhiêu km nếu vận tốc của nó lớn hơn vận tốc của xe thứ nhất là 20km/h.

Câu IV: (3,0 điểm).

1. Cho $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{9999}{10000}$

So sánh A với 0,01.

2. Chứng minh rằng: $\left[(1 + 2 + 3 + \dots + n) - 7 \right] \nmid 10$, với $\forall n \in \mathbb{N}$.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu I: (6,0 điểm)	a) (1,5 điểm)	
	$\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$	
	$\frac{2}{3}x = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$	0,25đ
	$\frac{2}{3}x = \frac{-1}{12}$	0,25đ
	$x = \frac{-1}{12} : \frac{2}{3}$	0,25đ
	$x = \frac{-1 \cdot 3}{12 \cdot 2}$	0,25đ
	$x = \frac{-1}{8}$	0,5đ
	b) (1,5 điểm)	
	$ 3x+1 - 17 = -12$	
	$ 3x+1 = -12 + 17$	
	$ 3x+1 = 5$	0,25đ
	$3x+1 = 5$ hoặc $3x+1 = -5$	
	$3x = 4$ $3x = -6$	0,5đ
	$x = \frac{4}{3}$ $x = -2$	0,5đ
	Vậy $x = \frac{4}{3}$; $x = -2$	0,25đ
	c) (1,5 điểm)	
	$x = \frac{\frac{5}{22} + \frac{3}{13} - \frac{1}{2}}{\frac{4}{13} - \frac{2}{11} + \frac{3}{2}}$	
	$= \frac{\left(\frac{5}{22} + \frac{3}{13} - \frac{1}{2}\right) \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13}{\left(\frac{4}{13} - \frac{2}{11} + \frac{3}{2}\right) \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13}$	0,5đ
	$= \frac{65 + 66 - 143}{88 - 52 + 429}$	0,5đ
	$= \frac{-12}{465} = \frac{-4}{155}$	0,5đ
	d) (1,5 điểm)	

	$\text{Vì } \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \dots + \frac{2}{19 \cdot 21}$ $= \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21}$ $= \frac{1}{11} - \frac{1}{21} = \frac{10}{231}$ Nên ta có $\frac{10}{231} \cdot 462 - [2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 19$ $20 - [2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 19$ $[2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 20 - 19$ $[2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 1$ $2,04 : (x + 1,05) = 1 \cdot 0,12$ $x + 1,05 = 2,04 : 0,12$ $x + 1,05 = 17$ $x = 17 - 1,05$ $x = 15,95$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu II: (8 điểm)	1. (3,0 điểm)	
	a) (1,25 điểm)	
	$S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$ Tổng trên gồm 100 số hạng được chia thành 4 nhóm, mỗi nhóm có 4 số hạng ta có: $S = (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{97} + 2^{98} + 2^{99} + 2^{100})$ $= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^5(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{97}(1 + 2 + 2^2 + 2^3)$ $= 2 \cdot 15 + 2^5 \cdot 15 + \dots + 2^{97} \cdot 15$ $= 15(2 + 2^5 + \dots + 2^{97}) : 15 \text{ (ĐPCM)}$	0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ
	b) (0,75 điểm)	
	Vì $S : 15 \Rightarrow S : 5 \quad (1)$	0,25đ
	Lại có tất cả các số hạng của S đều chia hết cho 2 nên $S : 2 \quad (2)$	0,25đ
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow S : 10$ hay S có chữ số tận cùng là 0.	0,25đ
	c) (1,0 điểm)	
	$2S - S = 2(2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}) - (2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100})$ $S = (2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{101}) - (2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100})$ hay $S = 2^{101} - 2$	0,5đ 0,25đ 0,25đ
	2. (2,0 điểm)	
	Gọi số tự nhiên lẻ thứ n kể từ số đầu tiên là x	0,25đ
	Ta có: $(x - 1) : 2 + 1 = n$	0,25đ
	$\Rightarrow (x - 1) : 2 = n - 1$	
	$\Rightarrow x - 1 = (n - 1) \cdot 2$	
	$\Rightarrow x - 1 = 2n - 2$	
	$\Rightarrow x = 2n - 2 + 1$	
	$\Rightarrow x = 2n - 1$	0,25đ
	Nên n số tự nhiên lẻ đầu tiên là 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; ... ; 2n - 1	0,25đ

	Ta có tổng n số tự nhiên lẻ đầu tiên là: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ $= (2n - 1 + 1) \cdot n : 2 = 2n \cdot n : 2 = n^2 \text{ là một số chính phương.}$ Vậy tổng của n số tự nhiên lẻ đầu tiên là một số chính phương.	0,75đ 0,25đ
	3. (3,0 điểm)	
	a) (1,5 điểm)	
	Ta có $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{200}$ $= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{199} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200} \right)$ $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{200} \right)$ $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right)$ $= \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200} \text{ (ĐPCM)}$	0,5đ 0,5đ 0,5đ
	b) (1,5 điểm)	
	Ta có: $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99 = \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99) (2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100)}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100)}$ $= \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100)}{(1 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot \dots \cdot (2 \cdot 50)}$ $= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50) \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{50 \text{ thừa số } 2}}$ $= \frac{51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{50 \text{ thừa số } 2}}$ $= \frac{51}{2} \cdot \frac{52}{2} \cdot \frac{53}{2} \cdot \dots \cdot \frac{100}{2} \text{ (ĐPCM)}$	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu III: (3 điểm)	Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường AB là : $14h - 8h = 6h$. Thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là : $(14h - 0,5h) - 9h = 4,5h = \frac{9}{2}h$ Một giờ xe thứ nhất đi được : $\frac{1}{6}$ (quãng đường AB).	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

	Một giờ xe thứ hai đi được : $\frac{2}{9}$ (quãng đường AB). Phần số chỉ 20km là : $\frac{2}{9} - \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$ (quãng đường AB) Vậy quãng đường AB dài : $20 : \frac{1}{18} = 360$ (km) Vận tốc xe thứ nhất là : $360 \cdot \frac{1}{6} = 60$ (km/h) Khi hai xe cùng bắt đầu đi chúng cách nhau 60km (vì xe thứ nhất đi trước xe thứ hai 1 giờ). Do đó, chúng gặp nhau (kể từ khi xe thứ hai đi) sau: $60 : 20 = 3$ (h) Nơi gặp nhau cách A là: $60 + 60 \cdot 2 = 240$ km.	0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ
Câu IV: (3 điểm)	1. (1,5 điểm) $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{9999}{10000}$ Đặt $B = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdots \frac{10000}{10001}$ Vì $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$; $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$; $\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$; ...; $\frac{9999}{10000} < \frac{10000}{10001}$ Nên $A < B$ mà $A > 0$; $B > 0$ $\Rightarrow A^2 < A \cdot B = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{9999}{10000} \right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdots \frac{10000}{10001} \right)$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdots \frac{9999}{10000} \cdot \frac{10000}{10001}$ $= \frac{1}{10001} < \frac{1}{10000} = \left(\frac{1}{100} \right)^2 = (0,01)^2$ $\Rightarrow A^2 < (0,01)^2$ Hay $A < 0,01$	0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ
	2. (1,5 điểm) Ta có: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ Vì $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \cdot (n+1)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên chỉ có thể có các tận cùng là: 0; 2; 6 $\Rightarrow \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ không bao giờ có tận cùng là 7. $\Rightarrow [(1+2+3+\dots+n) - 7]$ không bao giờ có tận cùng là 0. $\Rightarrow [(1+2+3+\dots+n) - 7] \not\equiv 10$, với $\forall n \in \mathbb{N}$ (ĐPCM)	0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ

* **Lưu ý:** - Mọi cách làm khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Tùy theo bài làm của học sinh, giám khảo có thể chia nhỏ biểu điểm.

----- Hết -----

ĐỀ SỐ 64

UBND HUYỆN NGHĨA ĐÀN
PHÒNG GD & ĐT HUYỆN NGHĨA ĐÀN

KỶ THI HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2012 – 2013
MÔN TOÁN 6

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (6.0 điểm). Thực hiện phép tính một cách hợp lý:

a. $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013}{2012} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2012} + \frac{1}{3}$

b. $(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201}) \cdot (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6})$.

c. $C = 1500 - \{5^3 \cdot 2^3 - 11 \cdot [7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8 \cdot (11^2 - 121)]\}$

Bài 2 (4.0 điểm). Tìm x biết:

a. $12(2x + 5) = 72$

b. $|2x - 3| + 4 \cdot 5^2 = 103$

Bài 3 (5.0 điểm)

a. Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{2012}$.

Chứng tỏ S chia hết cho 65.

b. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 11 dư 6, chia cho 4 dư 1 và chia cho 19 dư 11.

c. Chứng tỏ: $A = 10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 (với n là số tự nhiên)

Bài 4. (5.0 điểm).

Trên đoạn thẳng $AB = 5\text{cm}$, lấy điểm M. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$

a. Tính độ dài đoạn thẳng BN khi $BM = 2\text{cm}$.

b. Trên cùng nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ hai tia Ax, Ay sao cho

$\angle BAx = 40^\circ$, $\angle BAy = 110^\circ$. Chứng tỏ rằng Ay là tia phân giác của $\angle NAx$.

c. Hãy xác định vị trí của M trên đoạn AB để BN có độ dài lớn nhất

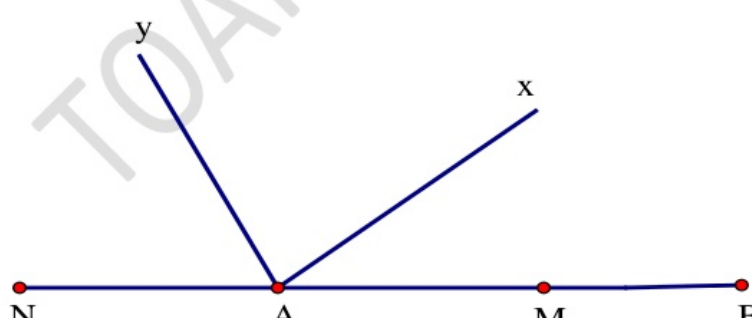
..... Hết

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh :.....

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng máy tính, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN 6

Câu	Ý	Nội dung	Biểu điểm
1 6.0đ	a 2.0đ	$A = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2013}{2012} - \frac{1}{2012} \right) + \frac{1}{3}$ $A = \frac{2}{3} \cdot \frac{2013-1}{2012} + \frac{1}{3}$ $A = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ $A = 1$	0.5 0.5 0.5 0.5
	b 2.0đ	$B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \cdot \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \right)$ $B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \cdot \left(\frac{3}{6} - \frac{3}{6} \right)$ $B = \left(\frac{12}{199} + \frac{23}{200} - \frac{34}{201} \right) \cdot 0 = 0$ Vậy: $B = 0$	0.5 0.5 0.5 0.5
	c 2.0đ	$C = 1500 - \left\{ 5^3 \cdot 2^3 - 11 \cdot \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8 \cdot (11^2 - 121) \right] \right\}$ $= 1500 - \left\{ 125 \cdot 8 - 11 \cdot [49 - 5 \cdot 8 + 8 \cdot (121 - 121)] \right\}$ $= 1500 - \left\{ 1000 - 11 \cdot [49 - 40 + 8 \cdot 0] \right\}$ $= 1500 - \{ 1000 - 11 \cdot 9 \}$ $= 599$	0.5 0.5 0.5 0.5
2 4.0 đ	a 2.0đ	$12(2x + 5) = 72$ $2x + 5 = 72 : 12 = 6$ $2x = 6 - 5 = 1$ $x = \frac{1}{2}$	0.5 0.5 0.5

	b 2.0đ	$ 2x-3 +4.5^2=103$ $ 2x-3 =103-100=3$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x-3=3 \\ 2x-3=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=0 \end{cases}$ Vậy $x=0, x=3$	0.5 0.5 0.5 0.5
3 5 đ	a 1.5đ	$S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{2012}$ $S = (5+5^2+5^3+5^4)+5^5(5+5^2+5^3+5^4)+\dots+5^{2009}(5+5^2+5^3+5^4)$ Vì $(5+5^2+5^3+5^4)=780:65$ Vậy S chia hết cho 65	0.5 0.5 0.5
	b 1.5đ	Gọi số cần tìm là a ta có: $(a-6):11; (a-1):4; (a-11):19$. $(a-6+33):11; (a-1+28):4; (a-11+38):19$. $(a+27):11; (a+27):4; (a+27):19$. Do a là số tự nhiên nhỏ nhất nên a+27 nhỏ nhất Suy ra: $a+27 = \text{BCNN}(4;11;19)$. Từ đó tìm được: $a=809$	0.5 0.5 0.5
	c 2.0đ	$A = 10^n + 18n - 1 = 10^n - 1 - 9n + 27n$ $= \underbrace{99\dots9}_n - 9n + 27n$ $= 9 \cdot \underbrace{(11\dots1)}_n - n + 27n$ Ta biết số n và số có tổng các chữ số bằng n có cùng số dư khi chia cho 9 do đó $\underbrace{11\dots1}_n - n : 9$ nên $9 \cdot \underbrace{(11\dots1)}_n - n : 27$. Vậy $A : 27$	0.5 0.5 0.5 0.5
5 5đ			0.5
	a 2đ	Vì M nằm giữa hai điểm A, B nên ta có $AB = AM + MB$ Suy ra $AM = AB - MB = 5-2=3$ (cm) Vì $AM = AN$ nên ta có $AN = 3$ (cm) Vì A nằm giữa hai điểm N và B nên ta có: $NB = AB + AN = 3 + 5 = 8$ (cm)	0.5 0.5 0.5 0.5
	b 2đ	Vì Ax; Ay nằm trên cùng nửa mp bờ AB và $\angle BAx < \angle BAy$ ($40^\circ < 110^\circ$) nên Ax nằm giữa hai tia AB và Ay	0.5 0.5

	HS lập luận để tính được: $\widehat{NAy} = \widehat{yAx} = 70^\circ$ nên tia Ay là tia phân giác góc NAx	0.5 0.5
b 0.5đ	Ta có $NB = AN + AB$, AB không đổi nên NB lớn nhất khi AN lớn nhất. Mà $AN = AM$ nên AN lớn nhất khi MA lớn nhất. MA lớn nhất khi M trùng với B khi đó $BN = 10$ (cm)	0.5

Lưu ý:

- Học sinh làm bài các cách khác nhau mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Bài hình không có hình vẽ hoặc vẽ sai cơ bản thì không chấm.
- Tổng điểm của bài cho điểm lẻ đến 0.25đ.

ĐỀ SỐ 65

Đề thi học sinh giỏi 6

Năm học 2006 – 2007

Môn: **Toán**

Thời gian: 120 phút

1. a, Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} + \frac{3}{293}}$$

b, Tính nhanh:

$$1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$$

2. a, Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$

Chứng minh rằng $A < \frac{3}{4}$

b, So sánh 17^{20} và 31^{15} .

3. a, Tìm các số $x, y \in \mathbb{N}$ biết

$$(x + 1) + (2y - 1) = 12$$

b, Tìm x biết:

$$(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 5750$$

4. Tìm số nguyên n sao cho $\frac{2n+1}{n-5}$ là số nguyên.

5. Tìm tất cả các số nguyên tố P sao cho $P^2 + 2^P$ cũng là số nguyên tố.

6. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4.

7. Số sách ở ngăn A bằng $\frac{2}{3}$ số sách ở ngăn B. Nếu chuyển 3 quyển từ ngăn A sang ngăn B thì số

sách ở ngăn A bằng $\frac{1}{7}$ số sách ở ngăn B. Tìm số sách ở mỗi ngăn.

8. Cho góc $XOY = 150^\circ$ kẻ tia OZ sao cho $XOZ = 40^\circ$

Tính số đo góc YOZ ?

9. Cho 100 điểm trong đó có đúng 3 điểm thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng

Đáp án môn Toán 6

Câu 1. a, (1 điểm)

$$A = \frac{2(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293})}{3(\frac{1}{17} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293})} = \frac{2}{3}$$

b, (1 điểm)

$$\begin{aligned} & 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399 \\ &= 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399 + 401 - 401 \\ &= 1 + (3 - 5 - 7 + 9) + \dots + (395 - 397 - 399 + 401) - 401 \\ &= 1 + 0 + \dots + 0 - 401 \\ &= 1 - 401 = -401 \end{aligned}$$

Câu 2.

a, (1 điểm)

$$A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

$$\Leftrightarrow A < \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow A < \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow A < \frac{3}{4}$$

b, (1 điểm)

$$\begin{aligned} & 17^{20} > 16^{20} = (2^4)^{20} = 2^{80} \\ & 31^{15} < 32^{15} = (2^5)^{15} = 2^{75} \\ & 31^{15} < 2^{75} < 2^{80} < 17^{20} \\ & \Rightarrow 31^{15} < 17^{20} \end{aligned}$$

Câu 3.

$$\begin{aligned} (x+1)(2y-1) &= 12 = 1.12 = 2.6 = 3.4 \\ &= 12.1 = 6.2 = 4.3 \quad x, y \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Mà } 2y-1 &\text{ là số lẻ } \Rightarrow 2y-1 = 1; \\ &2y-1 = 3 \end{aligned}$$

$$\text{Với } 2y-1 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ thì } x+1 = 12 \Rightarrow x = 11$$

$$\text{Ta được } x = 11; y = 1$$

$$\text{Với } 2y-1 = 3 \Rightarrow y = 2 \text{ thì } x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Ta được } x = 3; y = 2$$

Kết luận: với $x = 11; y = 1$ hoặc $x = 3, y = 2$ thì $(x+1)(2y-1) = 12$.

Câu 4: (2,5 điểm)

$$B = \frac{2n+1}{n-5} = \frac{2n-10+11}{n-5} = \frac{2(n-5)+11}{n-5} = 2 + \frac{11}{n-5}$$

$$B \text{ nguyên} \Leftrightarrow 11 : n-5 \text{ hay } n-5 \in \text{Ư}(11) = \pm 1; \pm 11 \quad \}$$

$$n-5 = 1 \Rightarrow n = 6$$

$$n - 5 = -1 \Rightarrow n = 4$$

$$n - 5 = 11 \Rightarrow n = 16$$

$$n - 5 = -11 \Rightarrow n = -6$$

Vậy, với $n \in \{6; 4; 16; -6\}$ thì biểu thức $\frac{2n+1}{n-1}$ nguyên

Câu 5. (1 điểm)

$P^2 + 2^P$ (với P là nguyên tố).

Với $P = 2$ ta có: $P^2 + 2^P = 2^2 = 2^2 = 8$ không là số nguyên tố.

Với $P = 3$ ta có: $3^2 + 2^2 = 9 + 8 = 17$ là số nguyên tố.

Với $P > 3$ ta có: $P^2 + 2^P = (P^2 - 1) + (2^P + 1)$

Ta có $P^2 - 1 = (P - 1)(P + 1)$ là tích 2 số chẵn liên tiếp nên chia hết cho 3.

$2^P + 1 = (2 + 1)$. M luôn chia hết cho 3.

Nên $P^2 + P$ chia hết cho 3 nên $P^2 + 2^P$ là số nguyên tố.

Vậy, với $P = 3$ thì $P^2 + 2^P$ là số nguyên tố.

Câu 6.

Gọi a là số chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4 ta có:

$a + 17$ chia hết cho 5, chia hết cho 7

mà $a + 17$ là số nhỏ nhất $\Rightarrow 17 + a$ là BCNN (5, 7) = 35

$$a + 17 = 35$$

$$a = 18$$

Vậy, với $a = 18$ thì a là số nhỏ nhất chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4.

Bài 7. Số sách ở ngăn A bằng $\frac{2}{3}$ số sách ở ngăn B nên số sách ở ngăn A bằng

$$\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} \text{ số sách của cả 2 ngăn.}$$

Sau khi chuyển 3 quyển từ ngăn A sang ngăn B thì số sách ngăn A bằng $\frac{3}{7}$ số sách ở ngăn B hay

$$\text{bằng } \frac{3}{3+7} = \frac{3}{10} \text{ số sách ở cả 2 ngăn.}$$

Vì số sách ngăn A ban đầu hơn số sách ở ngăn A sau khi chuyển là 3 quyển. Nên ta có chỉ số 3

$$\text{quyển sách là: } \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Số sách cả hai ngăn là: } 3 : \frac{1}{10} = 30 \text{ (quyển)}$$

$$\text{Số sách ở ngăn A là } \frac{2}{5} \cdot 30 = 12 \text{ (quyển)}$$

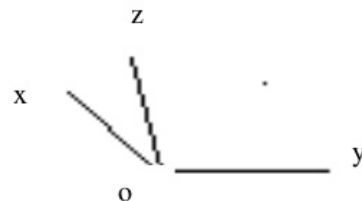
$$\text{Số sách ở ngăn B là: } 30 - 12 = 18 \text{ (quyển).}$$

Bài 8.

Trường hợp 1: OZ nằm trong góc XOY

$$\left. \begin{array}{l} XOZ = 40^\circ \\ XOY = 150^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow XOZ < XOY$$

$\Rightarrow$ OZ nằm giữa 2 tia OX, OY



$$XOZ + ZOY = XOY$$

$$\Leftrightarrow 40^0 + ZOY = 150^0$$

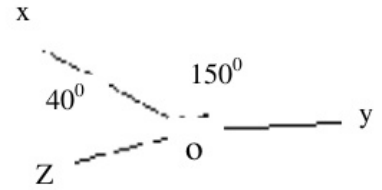
$$ZOY = 110$$

Trường hợp 2: OZ nằm giữa XOY

XOY kề với góc XOY

$$\Rightarrow XOZ + XOY = 40^0 + 150^0 > 180^0$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow YOZ &= 360^0 - (XOZ + XOY) \\ &= 360^0 - (40^0 + 150^0) \\ &= 170^0\end{aligned}$$



Câu 9:

Chia 100 điểm thành 2 tập hợp A gồm 3 điểm thẳng hàng, tập hợp B gồm 97 điểm còn lại.

Số đường thẳng trong tập hợp A là 1

Số đường thẳng trong tập hợp B là $\frac{97 \cdot 96}{2} = 4656$

Số đường thẳng qua 1 điểm thuộc tập hợp A và điểm thuộc tập hợp B là $3 \cdot 97 = 291$.

Vậy số đường thẳng đi qua 100 điểm trong đó có 3 điểm thẳng hàng là: $1 + 4656 + 291 = 4948$ đường thẳng.

ĐỀ SỐ 66

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

Năm học: 2013-2014

Môn Toán - Lớp 6

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (4.0 điểm) Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

a) $(-2013).2014+1007.26$

b) $\left(\frac{1313}{1414} + \frac{10}{160}\right) - \left(\frac{130}{140} - \frac{1515}{1616}\right)$

Câu 2: (6.0 điểm)

a) Tìm x, y, z biết: $x - y = 2011$; $y - z = -2012$; $z + x = 2013$

b) Tìm hai số tự nhiên a và b biết : $BCNN(a,b)=180$; $UCLN(a,b) = 12$

c) Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để phân số $A = \frac{4n-1}{2n+3}$ có giá trị nguyên.

Câu 3: (4.0 điểm)

Một hiệu sách có năm hộp bút bi và bút chì. Mỗi hộp chỉ đựng một loại bút. Hộp 1: 78 chiếc; Hộp 2: 80 chiếc; Hộp 3: 82 chiếc; Hộp 4: 114 chiếc; Hộp 5: 128 chiếc. Sau khi bán một hộp bút chì thì số bút bi còn lại gấp bốn lần số bút chì còn lại. Hãy cho biết lúc đầu hộp nào đựng bút bi, hộp nào đựng bút chì?

Câu 4: (4.0 điểm) Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. Biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D ; $OA = 7\text{cm}$; $OD = 3\text{cm}$; $BC = 8\text{cm}$ và $AC = 3BD$.

a) Tính độ dài AC.

b) Chứng tỏ rằng: Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Câu 5: (2.0 điểm) Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho sau khi viết tiếp số đó vào sau số 2014 ta được số chia hết cho 101.

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: SBD:

**HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2013 - 2014**

Môn thi: TOÁN - Lớp 6

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)

Câu	Ý	Lời giải	Điểm											
1 (4.0đ)	a (2.0đ)	$\begin{aligned} & (-2013).2014+1007.26 \\ & = (-2013).2014+2014.13 \\ & = 2014.(-2013+13) \\ & = 2014.(-2000) \\ & = - 4028000 \end{aligned}$	0.5 0.5 0.5 0.5											
	b (2.0đ)	$\begin{aligned} & \left(\frac{1313}{1414}+\frac{10}{160}\right)-\left(\frac{130}{140}-\frac{1515}{1616}\right) \\ & =\left(\frac{13}{14}+\frac{1}{16}\right)-\left(\frac{13}{14}-\frac{15}{16}\right) \\ & =\left(\frac{13}{14}-\frac{13}{14}\right)+\left(\frac{15}{16}+\frac{1}{16}\right) \\ & =1 \end{aligned}$	1.0 0.5 0.5											
2 (6.0đ)	a (2.0đ)	Từ đề bài ta có: $(x-y)+(y-z)+(z+x)=2011+(-2012)+2013$ $\Rightarrow 2x=2012 \Rightarrow x=1006$ Vì $x-y=2011 \Rightarrow y=x-2011=1006-2011=-1005$ Vì $x+z=2013 \Rightarrow z=2013-x=2013-1006=1007$ Vậy: $x=1006$; $y=-1005$; $z=1007$	0.5 0.5 0.5 0.5											
	b (2.0đ)	Ta có: $ab=180.12=2160$ Giả sử $a \leq b$. Vì $UCLN(a,b)=12$ nên $a=12m$, $b=12n$ với $(m,n)=1$ và $m \leq n$ Suy ra : $12m.12n=2160$ $\Rightarrow m.n=15$. Ta có bảng sau: <table><tr><td>m</td><td>n</td><td>a</td><td>b</td></tr><tr><td>1</td><td>15</td><td>12</td><td>180</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>36</td><td>60</td></tr></table>	m	n	a	b	1	15	12	180	3	5	36	60
m	n	a	b											
1	15	12	180											
3	5	36	60											
c (2.0đ)	$A=\frac{4n-1}{2n+3}=\frac{2(2n+3)}{2n+3}-\frac{7}{2n+3}=2-\frac{7}{2n+3}$ A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 2n+3 \in U(7)=\{\pm 1;\pm 7\}$ Ta có bảng sau: <table><tr><td>2n+3</td><td>1</td><td>-1</td><td>7</td><td>-7</td></tr><tr><td>n</td><td>-1</td><td>-2</td><td>2</td><td>-</td></tr></table>	2n+3	1	-1	7	-7	n	-1	-2	2	-	0.5 0.5 1.0		
2n+3	1	-1	7	-7										
n	-1	-2	2	-										

[illegible]

Chú yí:

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2) Bài hình không vẽ hình thì không chấm điểm.

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 67
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6
NĂM HỌC 2013-2014
Môn: Toán - Lớp 6

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (3 điểm)

- a. Cho $\overline{ababab}$ là số có sáu chữ số. Chứng tỏ số $\overline{ababab}$ là bội của 3.
b. Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 \dots + 5^{2004}$. Chứng minh S chia hết cho 126 và chia hết cho 65.

Bài 2 : (3,0 điểm)

Tìm số tự nhiên x biết :

- a. $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 2010) = 2029099$
b. $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2x = 210$

Bài 3: (6,0 điểm)

Thực hiện so sánh:

- a. $A = \frac{2009^{2008} + 1}{2009^{2009} + 1}$ với $B = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1}$
b. $C = 1.3.5.7 \dots 99$ với $D = \frac{51}{2} \cdot \frac{52}{2} \cdot \frac{53}{2} \dots \frac{100}{2}$
c. Chứng minh rằng $10^{2011} + 8$ chia hết cho 72.

Bài 4: (4 điểm)

Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kỳ I bằng $\frac{3}{7}$ số còn lại. Cuối năm có thêm 4 học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng $\frac{2}{3}$ số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

Bài 5: (4,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó.

- a. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm thuộc tia đối của tia BA thì $CM = \frac{CA + CB}{2}$
b. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm nằm giữa M và B thì $CM = \frac{CA - CB}{2}$.

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1: (3 điểm)

a)- $\overline{ababab} = \overline{ab} \cdot 10000 + \overline{ab} \cdot 100 + \overline{ab} = 10101 \overline{ab}$.	0,75
- Do 10101 chia hết cho 3 nên $\overline{ababab}$ chia hết cho 3 hay $\overline{ababab}$ là bội của 3.	0,75
Có: $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 = 5(1 + 5^3) + 5^2(1 + 5^3) + 5^3(1 + 5^3)$ $= 5 \cdot 126 + 5^2 \cdot 126 + 5^3 \cdot 126$ $\Rightarrow 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6$ chia hết cho 126.	0,50
$S = (5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6) + 5^6(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6) + \dots + 5^{1998}(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6)$. Tổng trên có (2004: 6 =) 334 số hạng chia hết cho 126 nên nó chia hết cho 126.	0,25
Có: $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 = 5 + 5^3 + 5(5 + 5^3) = 130 + 5 \cdot 130$. $\Rightarrow 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4$ chia hết cho 130.	0,25
$S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^4(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4) + \dots + 5^{2000}(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4)$ Tổng trên có (2004: 4 =) 501 số hạng chia hết cho 130 nên nó chia hết cho 130.	0,25
Có S chia hết cho 130 nên chia hết cho 65.	0,25

Bài 2: (3,0 điểm)

a)- $\Rightarrow 2011x + 1 + 2 + \dots + 2010 = 2029099$	0,25
- $\Rightarrow 2011x + \frac{2010 \cdot 2011}{2} = 2029099$	0,50
- $\Rightarrow 2011x = 2029099 - \frac{2010 \cdot 2011}{2}$	0,25
- $\Rightarrow x = \left(2029099 - \frac{2010 \cdot 2011}{2} \right) : 2011 = 4$	0,50
b) $\Rightarrow 2(1 + 2 + 3 + \dots + x) = 210$	0,50
- $\Rightarrow 2 \frac{x(x+1)}{2} = 210$	0,25
- $\Rightarrow x(x+1) = 210$	0,25
- Giải được x = 14 (Do 210 = 2.3.5.7 = 14.15)	0,50

Bài 3: (6,0 điểm)

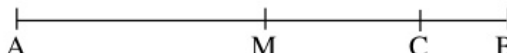
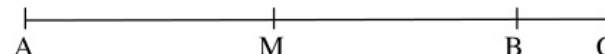
a) Thực hiện qui đồng mẫu số: $A = \frac{(2009^{2008} + 1)(2009^{2010} + 1)}{(2009^{2009} + 1)(2009^{2010} + 1)} = \frac{2009^{4018} + 2009^{2010} + 2009^{2008} + 1}{(2009^{2009} + 1)(2009^{2010} + 1)}$	0,50
---	------

$B = \frac{(2009^{2009} + 1)(2009^{2009} + 1)}{(2009^{2010} + 1)(2009^{2009} + 1)} = \frac{2009^{4018} + 2009^{2009} + 2009^{2009} + 1}{(2009^{2010} + 1)(2009^{2009} + 1)}$	0,50
$2009^{2010} + 2009^{2008} = 2009^{2008}(2009^2 + 1)$ $2009^{2009} + 2009^{2009} = 2009^{2008}(2009 + 2009)$	0,50
Do $(2009^2 + 1) > (2009 + 2009)$ nên $A > B$ (Có thể chứng tỏ $A - B > 0$ để kết luận $A > B$).	0,50
Cách khác: Có thể so sánh 2009 A với 2009 B trước.	
b) $C = 1.3.5.7 \dots 99 = \frac{1.3.5.7 \dots 99.2.4.6 \dots 100}{2.4.6 \dots 100}$	0,50
$= \frac{1.3.5.7 \dots 99.2.4.6 \dots 100}{(1.2).(2.2).(3.2) \dots (50.2)}$	0,50
$= \frac{1.2.3 \dots 50.51.52.53 \dots 100}{1.2.3 \dots 50.2.2.2 \dots 2}$	0,50
$= \frac{51}{2} \cdot \frac{52}{2} \cdot \frac{53}{2} \dots \frac{100}{2} = D$ Vậy $C = D$	0,50
c) Vì $10^{2011} + 8$ có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên tổng chia hết cho 9	0,75
Lại có $10^{2011} + 8$ có 3 chữ số tận cùng là 008 nên chia hết cho 8	0,75
Vậy $10^{2011} + 8$ chia hết cho 72	0,50

Bài 4: (1,5 điểm)

- Số học sinh giỏi kỳ I bằng $\frac{3}{10}$ số học sinh cả lớp.	0,50
- Số học sinh giỏi cuối bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh cả lớp.	0,25
- 4 học sinh là $\frac{2}{5} - \frac{3}{10}$ số học sinh cả lớp.	0,50
- $\frac{1}{10}$ số học sinh cả lớp là 4 nên số học sinh cả lớp là $4 : \frac{1}{10} = 40$.	0,25

Bài 5: (4,0 điểm)

	0,50
$CA = MA + CM$	0,50
$CB = MB - CM$	0,25
Trừ được $CA - CB = 2CM$ (Do $MA = MB$)	0,50
$\Rightarrow CM = \frac{CA - CB}{2}$	0,25
	0,50
$CA = CM + MA$	0,50
$CB = CM - MB$	0,25

Cộng được $CA + CB = 2CM$ (Do $MA = MB$)	0,50
$\Rightarrow CM = \frac{CA + CB}{2}$	0,25

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 68

Câu 1: (4,5 điểm).

1) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $2 \cdot [(6^2 - 24) : 4] + 2014.$

b) $\left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}\right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2}\right).$

2) Tìm x, biết: $x - \left(\frac{5}{6} - x\right) = x - \frac{2}{3}$

Câu 2: (4,5 điểm).1) Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết: $x - \{x - [x - (-x + 1)]\} = 1.$ 2) Tìm các chữ số x, y sao cho $\overline{2014xy} \vdots 11$ 3) Tìm các số nguyên a, b biết rằng: $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+1}$ **Câu 3: (4,0 điểm).**1) Tìm số tự nhiên n để $(n+3)(n+1)$ là số nguyên tố.2) Cho $n = \overline{7a5 + 8b4}$. Biết $a - b = 6$ và n chia hết cho 9. Tìm a và b.3) Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ lớn nhất ($a, b \in \mathbb{N}^*$) sao cho khi chia mỗi phân số $\frac{4}{75}; \frac{6}{165}$ cho $\frac{a}{b}$ ta được kết quả là số tự nhiên.**Câu 4: (5,0 điểm).**

1) Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho OM = 3cm và ON = 7cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho MP = 2cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

c) Trong trường hợp M nằm giữa O và P. Chứng tỏ rằng P là trung điểm của đoạn thẳng MN.

2) Cho 2014 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là 3 trong 2014 đỉnh đó.

Câu 5: (2,0 điểm).1) Cho tổng gồm 2014 số hạng: $S = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \frac{4}{4^4} + \dots + \frac{2014}{4^{2014}}$. Chứng minh rằng: $S < \frac{1}{2}$.2) Tìm tất cả các số tự nhiên n, biết rằng: $n + S(n) = 2014$, trong đó S(n) là tổng các chữ số của n.

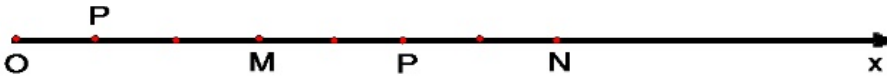
_____ Hết. _____

Họ và tên thí sinh:..... SBD.....

Giám thị 1:..... Giám thị 2:.....

NĂM HỌC: 2013 – 2014.

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1 (4,5đ)	1) a) (1,5đ) 2. $\left[(6^2 - 24) : 4 \right] + 2014 = 2 \cdot [(36 - 24) : 4] + 2014 = 2 \cdot [12 : 4] + 2014$ $= 2 \cdot 3 + 2014 = 6 + 2014 = 2020$	1,0 đ 0,5 đ
	b) (1,5đ) $\left(1 + 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4} \right) : \left(1 + 3\frac{7}{12} - 4\frac{1}{2} \right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{12} : \frac{1}{12} = 1$	1,5 đ
	2) (1,5đ) $x - \left(\frac{5}{6} - x \right) = x - \frac{2}{3} \Leftrightarrow x - \frac{5}{6} + x - x = \frac{-2}{3}$ $\Leftrightarrow x = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
2 (4,5 đ)	1) (1,5đ) $x - \{ x - [x - (-x + 1)] \} = 1 \Leftrightarrow x - \{ x - [x + x - 1] \} = 1$ $\Leftrightarrow x - \{ x - 2x + 1 \} = 1 \Leftrightarrow x - x + 2x - 1 = 1$ $\Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
	2) (1,5đ) $2014xy = 201400 + \overline{xy} = 42.4795 + 10 + \overline{xy} \cdot 12 \Leftrightarrow 10 + \overline{xy} \cdot 12$ Do $0 \leq \overline{xy} < 100$ nên $\overline{xy} \in \{32; 74\}$. Vậy $(x; y) = (3; 2), (7; 4)$	0,75 đ 0,75 đ
	3) (1,5đ) $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+1} \Rightarrow \frac{2a-7}{14} = \frac{1}{b+1} \Rightarrow (2a-7)(b+1) = 14.$ Do $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $2a-7 \in U(14) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 7; \pm 14\}$. Vì $2a-7$ lẻ nên $2a-7 \in \{-7; -1; 1; 7\} \Rightarrow a \in \{0; 3; 4; 7\}$. Từ đó tính được: $(a; b) = (0; -3), (3; -15), (4; 13), (7; 1)$	0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ 0,5 đ
3 (4,0 đ)	1) (1,0đ). Để $(n+3)(n+1)$ là số nguyên tố thì một trong hai thừa số $n+3$ hoặc $n+1$ phải bằng 1. Mà $n+3 > n+1 \geq 1$. Suy ra $n+1 = 1 \Leftrightarrow n = 0$. Khi đó $n+3 = 3$ là số nguyên tố. Vậy $n = 0$ thì $(n+3)(n+1)$ là số nguyên tố	0, 25 đ 0, 5 đ 0,25 đ
	2) (1,5đ). Ta có: $n = \overline{7a5} + \overline{8b4} \cdot 10 \Leftrightarrow 7 + a + 5 + 8 + b + 4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 24 + a + b \cdot 10 \Rightarrow a + b \in \{3; 12\}$ (vì $a + b < 19$). Mà $a - b = 6$ nên $a + b > 3$. Do đó $a + b = 12$. Kết hợp với $a - b = 6$, suy ra $a = 9, b = 3$.	0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ 0,5 đ

	3) (1,5đ). Ta có: $\frac{14}{75} : \frac{a}{b} = \frac{14b}{75a} \in N \Rightarrow 14 \nmid M$ và $b \nmid 15$ Tương tự: $\frac{16}{165} : \frac{a}{b} = \frac{16b}{165a} \in N \Rightarrow 16 \nmid M$ và $b \nmid 15$ Để $\frac{a}{b}$ là số lớn nhất thì $a = \text{ƯCLN}(14; 16) = 2$ Và $b = \text{BCNN}(75; 165) = 825$. Vậy $\frac{a}{b} = \frac{2}{825}$	0,5 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
		
	1) (1,5đ). a) Do M, N cùng thuộc tia Ox mà $OM < ON$ nên M nằm giữa hai điểm O và N $\Rightarrow OM + MN = ON$ $\Rightarrow 3 + MN = 7 \Rightarrow MN = 7 - 3 = 4(\text{cm})$ Vậy $MN = 4(\text{cm})$	0,25 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,25 đ
	b) (1,5đ). TH1: Nếu P nằm giữa M và N thì M nằm giữa O và P $\Rightarrow OP = OM + MP \Rightarrow OP = 3 + 2 = 5(\text{cm})$. TH2: Nếu P nằm giữa O và M $\Rightarrow OM = OP + PM$ $\Rightarrow 3 = OP + 2 \Rightarrow OP = 1(\text{cm})$.	0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ 0,5 đ
	c) (1,0 đ). M nằm giữa O và P $\Rightarrow OP = 5(\text{cm}) < ON = 7(\text{cm})$ nên P nằm giữa O và N suy ra $OP + PN = ON \Rightarrow 5 + PN = 7 \Rightarrow PN = 2(\text{cm})$ Do đó: $MP = PN$, mà P nằm giữa M và N nên P là trung điểm của MN	0,25 đ 0,5 đ 0,25 đ
4 (5,0 đ)	2) (1,0 đ). Cách 1: Với n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Nối các điểm với nhau cho ta $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng. Chọn một đoạn thẳng trong $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng này và từng n – 2 điểm còn lại, ta được n – 2 tam giác. Có $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng nên có $\frac{n(n-1)}{2} \cdot (n-2) = \frac{n(n-1)(n-2)}{2}$ tam giác. Tuy nhiên mỗi tam giác được tính ba lần(Chẳng hạn: $\triangle ABC, \triangle ACB, \triangle BCA$). Do đó số tam giác được tạo thành là: $\frac{n(n-1)(n-2)}{2} : 3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$.	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ

	Áp dụng với $n = 2014$ thì số tam giác được tạo thành là: $\frac{2014 \cdot 2013 \cdot 2012}{6} = 1359502364$ Cách 2: Số tam giác cần đếm có dạng ABC, đỉnh A có n cách chọn, đỉnh B có $(n - 1)$ cách chọn, đỉnh C có $(n - 2)$ cách chọn. Như vậy có: $n(n - 1)(n - 2)$ tam giác. Nhưng mỗi tam giác được tính 6 lần ($\triangle ABC, \triangle ACB, \triangle BAC, \triangle BCA, \triangle CAB, \triangle CBA$). Do đó số tam giác có được là: $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$	
	1) (1,5đ). Ta có $4S = 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{2014}{4^{2013}}$. Suy ra: $3S = 4S - S = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2013}} - \frac{2014}{4^{2014}}$ $\Rightarrow 3S < 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2013}}$. Đặt $M = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2013}}$. $\Rightarrow 4M = 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2012}}$ Ta có: $3M = 4M - M = 4 - \frac{1}{4^{2013}} < 4 \Rightarrow M < \frac{4}{3}$ Do đó: $3S < \frac{4}{3} \Rightarrow S < \frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
5 (2,0 đ)	2) (1,5 đ). Nếu n là số có ít hơn 4 chữ số thì $n \leq 999$ và $S(n) \leq 27$ Suy ra: $n + S(n) \leq 999 + 27 = 1026 < 2014$ (không thỏa mãn). Mặt khác $n \leq n + S(n) = 2014$ nên n là số có ít hơn 5 chữ số. Vậy n là số có 4 chữ số, suy ra $S(n) \leq 9 \cdot 4 = 36$. Do vậy $n \geq 2014 - 36 = 1978$. Vì $1978 \leq n \leq 2014$ nên $n = \overline{19ab}$ hoặc $n = \overline{20cd}$ * Nếu $n = \overline{19ab}$. Ta có: $\overline{19ab} + (1 + 9 + a + b) = 2014$ $\Leftrightarrow 1910 + 11a + 2b = 2014 \Leftrightarrow 11a + 2b = 104 \Rightarrow a \equiv 10 \pmod{11}$ và $11a = 104 - 2b \geq 104 - 2 \cdot 9 = 86 \Rightarrow 8 \leq 10 < a$, mà $a \equiv 10 \pmod{11}$ nên $a = 8$ $\Rightarrow b = 8 \Rightarrow n = 1988$ (thỏa mãn). * Nếu $n = \overline{20cd}$. Ta có: $\overline{20cd} + (2 + 0 + c + d) = 2014$ $\Rightarrow 2002 + 11c + 2d = 2014 \Rightarrow 11c + 2d = 12 \Rightarrow c \equiv 12 \pmod{11}$ Và $11c \leq 12$, nên $c = 0$ hoặc $c = 1$. + Với $c = 0$ thì $d = 6$, ta có $n = 2006$ (thỏa mãn) + Với $c = 1$ thì $2d = 1$ (không thỏa mãn). Vậy $n \in \{1988; 2006\}$	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ

ĐỀ SỐ 69**Câu 1: (6,0 điểm)**

- a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.
 b) Thay các dấu * bởi các chữ số thích hợp để: $\overline{*1994*}$ chia hết cho 99
 c) Tìm số tự nhiên n sao cho $4n-5$ chia hết $2n-1$.

Câu 2: (5,0 điểm)

- a) Một số tự nhiên chia cho 7 thì dư 5, chia cho 13 thì dư 4. Nếu đem số đó chia cho 91 thì dư bao nhiêu?

b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} < \frac{1}{3}$

c) Tìm số tự nhiên x biết: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2013}{2015}$

Câu 3: (2,0 điểm)

so sánh:

$$A = \frac{2013^{2012} + 1}{2013^{2013} + 1} \quad \text{với} \quad B = \frac{2013^{2013} + 1}{2013^{2014} + 1}$$

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho x, y, z là các số nguyên dương. Chứng minh rằng biểu thức sau không có giá trị nguyên.

$$A = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}$$

Câu 5: (5,0 điểm)

- a) Cho góc xOy bằng 80° , góc xOz bằng 30° . Tính số đo góc yOz ?
 b) Cho 4 điểm A; B; C; D không nằm trên đường thẳng a. Chứng minh rằng đường thẳng a hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong số các đoạn thẳng sau : AB; AC; BC; BD; CD; AD.

----- Hết -----

(giỏm thị coi thi khụng giở i thóch gỡ thòm)

Câu 1: (6 điểm)

- a) (2 điểm) Gọi số tự nhiên phải tìm là x.

- Từ giả thiết suy ra $(x+20):25$ và $(x+20):28$ và $(x+20):35 \Rightarrow x+20$ là bội chung của 25; 28 và 35. 0,5 đ

- Tìm được BCNN (25; 28; 35) = 700 suy ra $(x+20) = k \cdot 700$ ($k \in \mathbb{N}$). 0,5 đ

- Vì x là số tự nhiên có ba chữ số suy ra $x \leq 999 \Rightarrow x+20 \leq 1019 \Rightarrow k=1$ 0,5 đ
 $\Rightarrow x+20=700 \Rightarrow x=680$. 0,5 đ

b) (2 đ iếm) Đặt $A = \overline{x1994y} : 99 \Leftrightarrow A : 11$ và $A : 9$ 0,5 đ

Từ $A : 11$ tìm được $x - y = 3$

Từ $A : 9$ tìm được $x + y = 4$ hoặc $y + x = 13$

1 đ

($x + y$ và $x - y$ phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ)

TH: $y - x = 3; x + y = 4$ (loại)

TH: $y - x = 3; y + x = 13 \Rightarrow x = 5, y = 8$

0,5 đ

Đ/S: 519948

c) (2 đ iếm) $(4n-5):(2n-1)$ mà $2(2n-1):(2n-1)$

Nên $(4n-5)-2(2n-1):(2n-1)$

Hay $-3:(2n-1)$

0.75 đ

Để $(4n-5):(2n-1) \Rightarrow 3:(2n-1)$

$\Rightarrow 2n-1 \in U_{(3)} = \{1; 3\}$

0.5 đ

$\Rightarrow \begin{cases} 2n-1=1 \Rightarrow n=1 \\ 2n-1=3 \Rightarrow n=2 \end{cases}$

0.5

đ

Do đó $n \in \{1; 2\}$

0.25 đ

Câu 2 : (5 điểm)

a, (2 điểm) Gọi số phải tìm là a . 0,25 đ

Ta có: $a = 7m + 5$ và $a = 13n + 4$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ 0,25 đ

Cộng thêm 9 vào số a ta được:

$a + 9 = 7m + 14 = 7(m + 2) : 7$ 0,25 đ

$a + 9 = 13n + 13 = 13(n + 1) : 13$ 0,25 đ

$a + 9 : 7$ và $a + 9 : 13$ mà $(7, 13) = 1$ nên $a + 9 : 7 \cdot 13$

hay $a + 9 : 91$. 0,25 đ

Do đó: $a = 91k - 9 = 91k - 91 + 82$ 0,25 đ

$a = 91(k - 1) + 82$ 0,25 đ

Vậy a chia cho 91 dư 82 0,25 đ

b) (2 điểm) Xét $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6}$

0,25 đ

$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5}$

0,5 đ

$$\Rightarrow 2A + A = 3A = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{2^6 - 1}{2^6} < 1 \quad 0,75 \text{ đ}$$

$$\Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3} \quad 0,5 \text{ đ}$$

c) (1 điểm) Nhân $\frac{1}{2}$ vào hai vế ta được : $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$ 0.25đ

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015} \quad 0.25\text{đ}$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{2(x+1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{2013}{2015} \quad 0.25\text{đ}$$

$$\Rightarrow 2015x - 2015 = 2013x + 2013$$

$$\Rightarrow 2x = 4028 \Rightarrow x = 2014 \quad 0.25\text{đ}$$

Câu 3) (2 điểm)

- Thực hiện qui đồng mẫu số:

$$C = \frac{(2013^{2012} + 1)(2013^{2014} + 1)}{(2013^{2013} + 1)(2013^{2014} + 1)} = \frac{2013^{4026} + 2013^{2012} + 2013^{2014} + 1}{(2013^{2013} + 1)(2013^{2014} + 1)} \quad 0,5\text{đ}$$

$$D = \frac{(2013^{2013} + 1)(2013^{2013} + 1)}{(2013^{2014} + 1)(2013^{2013} + 1)} = \frac{2013^{4026} + 2013^{2013} + 2013^{2013} + 1}{(2013^{2014} + 1)(2013^{2013} + 1)} \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$2013^{2014} + 2013^{2012} = 2013^{2012}(2013^2 + 1) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$2013^{2013} + 2013^{2013} = 2013^{2012}(2013 + 2013) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$\text{Do } (2013^2 + 1) > (2013 + 2013) \text{ nên } C > D \quad 0,5 \text{ đ}$$

(Có thể chứng tỏ $C - D > 0$ để kết luận $C > D$).

Cách khác: Có thể so sánh $2013 C$ với $2013 D$ trước.

Câu 4 (2 điểm)

*) Chứng minh được:

$$\begin{cases} \frac{x}{x+y} > \frac{x}{x+y+z} \\ \frac{y}{y+z} > \frac{y}{x+y+z} \\ \frac{z}{z+x} > \frac{z}{x+y+z} \end{cases} \Rightarrow A > 1$$

1,0 điểm

*) Chứng minh được:

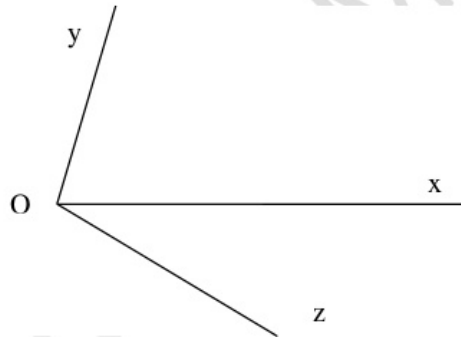
1,0 @iỐm

$$\begin{cases} \frac{x}{x+y} < \frac{x+z}{x+y+z} \\ \frac{y}{y+z} < \frac{y+x}{x+y+z} \\ \frac{z}{z+x} < \frac{z+y}{x+y+z} \end{cases} \Rightarrow A < 2$$

Vậy $1 < A < 2$ nên A không là số nguyên

Câu 5 (5 điểm) a) +) TH1: Hai tia Oy và Oz nằm trên hai nửa mp đối nhau bờ chứa tia Ox
:

Lập luận => Tia Ox nằm giữa hai tia Oy và Oz

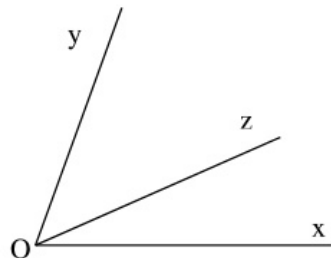


0,5

0,5

$$\Rightarrow \text{góc } yOz = 80^0 + 30^0 = 110^0$$

+) TH2: Hai tia Oy và Oz cùng nằm trên một nửa mp bờ chứa tia Ox



0,5

0,5

Lập luận => Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy .

0,5

$$\Rightarrow \text{góc } yOz = 80^0 - 30^0 = 50^0$$

b)+) TH1: Bốn điểm A; B; C; D cùng thuộc một nửa mp bờ là a. 0,5

$\Rightarrow$ Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng AB; AC; AD; BC; BD; CD 0,5

+) TH2: Trong hai nửa mp đối nhau bờ a, mỗi nửa mp chứa 2 trong bốn điểm A; B; C; D 0,5

$\Rightarrow$ Đường thẳng a cắt 4 đoạn thẳng trong số 6 đoạn thẳng AB; AC; AD; BC; BD; CD. 0,5

+) TH2: Trong hai nửa mp đối nhau bờ a, một nửa mp chứa 1 điểm, nửa mp còn lại chứa 3 trong số bốn điểm A; B; C; D 0,5

$\Rightarrow$ Đường thẳng a cắt 3 đoạn thẳng trong số 6 đoạn thẳng AB; AC; AD; BC; BD; CD.

Suy ra điều phải chứng minh .

(Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

ĐỀ SỐ 70
Đề thi học sinh giỏi

Môn thi : Toán lớp 6 (150 phút)

Câu 1 : (2 điểm)

- a) Tính $A = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238} + \frac{1}{340}$.
- b) So sánh $2004^{10} + 2004^9$ và 2005^{10} .

Câu 2 : (2 điểm)

- a) Tìm các số nguyên x sao cho $4x-3$ chia hết cho $x-2$.
- b) Tìm các số tự nhiên a và b thỏa mãn $\frac{5a+7b}{6a+5b} = \frac{29}{28}$ và $(a;b)=1$.

Câu 3 : (2 điểm)

Số học sinh của một trường học xếp hàng , mỗi hàng 20 người hoặc 25 người hoặc 30 người đều thừa 15 người . Nếu xếp mỗi hàng 41 người thì vừa đủ . Tính số học sinh của trường đó , biết số học sinh của trường chưa đến 1000.

Câu 4 : (3 điểm)

Cho 2 góc xOy và xOz , Om là tia phân giác của góc yOz . Tính góc xOm trong các trường hợp sau :

- a) Góc xOy bằng 100° ; góc xOz bằng 60° .
- b) Góc xOy bằng α ; góc xOz bằng β ($\alpha > \beta$).

Câu 5 : (1 điểm)

Chứng minh rằng : $A = 10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 (n là số tự nhiên).

Câu 1 : (2 điểm)

a)(1đ) $3A = \frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{3}{14.17} + \frac{3}{17.20}$ 0,25

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{20}$$
0,25

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{20} \quad 0,25$$

$$= \frac{9}{20}$$

Suy ra $A = \frac{3}{20}$ 0,25

b)(1đ) $2004^{10} + 2004^9 = 2004^9(2004 + 1) = 2004^9 \cdot 2005$ 0,25

$2005^{10} = 2005^9 \cdot 2005$ 0,25

Ta thấy $2004^9 \cdot 2005 < 2005^9 \cdot 2005$ 0,25

Suy ra $2004^{10} + 2004^9 < 2005^{10}$ 0,25

Câu 2 : (2 điểm)

a) (1đ) Ta có $4x - 3 = 4x - 8 + 5 = 4(x - 2) + 5$ 0,25

Vì $4(x - 2)$ chia hết cho $x - 2$ nên để $4(x - 2) + 5$ chia hết cho $x - 2$

thì 5 phải chia hết cho $x - 2$ hay $x - 2$ là ước của 5, $U(5) = \{-1; 1; -5; 5\}$ 0,25

Từ đó ta có các trường hợp :

. $x - 2 = -1$ suy ra $x = 1$

. $x - 2 = 1$ suy ra $x = 3$

. $x - 2 = -5$ suy ra $x = -3$

. $x - 2 = 5$ suy ra $x = 7$

Vậy $x \in \{1; -3; 3; 7\}$ 0,5

b) (1đ) $140a + 196b = 174a + 145b$

$2a = 3b$ (*) 0,25

Vì $(a; b) = 1$ và $(2; 3) = 1$ nên (*) xảy ra khi a chia hết cho 3

và b chia hết cho 2, suy ra $a = 3p$; $b = 2q$ ($p; q$ là số tự nhiên) 0,25

Thay vào (*): $6p = 6q$, suy ra $p = q$ 0,25

Vì $(a; b) = 1$ nên $(3p; 2q) = 1$ và $p = q$, suy ra $p = q = 1$

Vậy $a = 3$; $b = 2$. 0,25

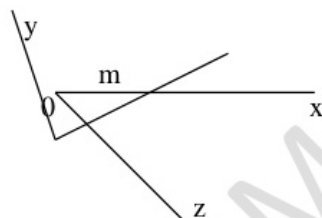
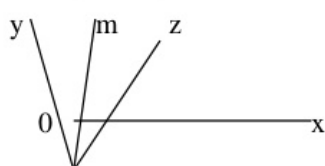
Câu 3 : (2 điểm)

Gọi số học sinh của trường là x 0,25

$x : 20$ dư 15, suy ra $x - 15$ chia hết cho 20

$x:25$ dư 15 , suy ra $x-15$ chia hết cho 25
 $x:30$ dư 15 , suy ra $x-15$ chia hết cho 30 0,5
 Suy ra $x-15$ là BC(20;25;30) 0,25
 $BCNN(20,25,30)=300$ và $x<1000$ nên $x \in \{315;615;915\}$ 0,5
 315 và 915 không chia hết cho 41
 615 chia hết cho 41 0,25
 Vậy số học sinh của trường là 615. 0,25

Câu 4 (3 điểm)



Vẽ hình 2 trường hợp

(0,5đ)

a) Xét 2 trường hợp :

- Nếu hai tia Oy , Oz thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ Ox thì :

góc yOz bằng $100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$, từ đó suy ra góc zOm bằng 20° và góc xOm bằng 80°

(0,5đ)

- Nếu hai tia Oy , Oz thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ Ox thì :

góc yOz = $100^\circ + 60^\circ = 160^\circ$, từ đó suy ra góc zOm = 80° và góc xOm = 20° (0,5đ)

b) Xét 2 trường hợp :

- Nếu hai tia Oy , Oz thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ Ox thì ta tính được

$$\text{góc xOm bằng } \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (0,5\text{đ})$$

- Nếu hai tia Oy , Oz thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ Ox thì góc xOm bằng:

$$\frac{\alpha - \beta}{2} \text{ nếu } \alpha + \beta \leq 180^\circ \quad (0,5\text{đ})$$

$$180^\circ - \frac{\alpha - \beta}{2} \text{ nếu } \alpha + \beta > 180^\circ \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 5 : (1 điểm)

$$A = 10^n - 1 - 9n + 27n = \underbrace{99\dots9}_n - 9n + 27n = 9(\underbrace{11\dots1}_n - n) + 27n \quad 0,5$$

Vì n là tổng các chữ số của $\underbrace{11\dots1}_n$ nên $(\underbrace{11\dots1}_n - n)$ chia hết cho 3 0,25

Vậy A chia hết cho 27 0,25

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 71

PHÒNG GD&ĐT THANH CHƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

ĐỀ THI HSG

NĂM HỌC 2013-2014 - Môn thi: TOÁN 6
Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1.

a. So sánh 2^{2013} và 3^{1344}

b. Tính $A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69}$

Câu 2.

a. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng số đó khi chia cho 3, cho 4, cho 5, cho 6 đều dư là 2, còn chia cho 7 thì dư 3.

b. Tìm hai số tự nhiên biết tổng UCLL và BCNN của chúng bằng 23

c. Tìm số tự nhiên $x; y$ biết $\overline{32x1y}$ chia hết cho 45

Câu 3.

a. Tìm $x \in N$ biết: $2 + 4 + 6 + \dots + 2x = 156$

b. Tìm số nguyên n để $P = \frac{-n+2}{n-1}$ là số nguyên

c. Tìm số tự nhiên n để phân số $M = \frac{6n-3}{4n-6}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu 4. Cho đường thẳng xy . Trên xy lấy 3 điểm A; B; C sao cho $AB = a$ cm; $AC = b$ cm ($b > a$). Gọi I là trung điểm của AB.

a. Tính IC ?

b. Lấy 4 điểm M; N; P; Q nằm ngoài đường thẳng xy . Chứng tỏ rằng đường thẳng xy hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong các đoạn thẳng sau: MN, MP, MQ, NP, NQ, PQ.

Hết./

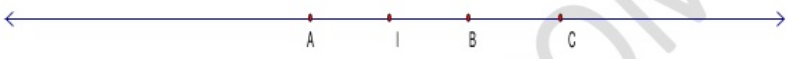
Họ và tên:Số báo danh.....

PHÒNG GD&ĐT THANH CHƯƠNG

ĐỀ THI HSG NĂM HỌC 2013-2014

MÔN THI: TOÁN 6

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1	a	$2^{2013} = (2^3)^{671} = 8^{671}$; $3^{1344} = (3^2)^{672} = 9^{672}$ Ta có $8 < 9$; $671 < 672$ nên $8^{671} < 9^{672}$ hay $2^{2013} < 3^{1344}$	0.5 0.5
	b	$A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{64.69} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{64} - \frac{1}{69} \right)$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69} \right) = \frac{13}{4.69}$	0.5 0.5
Câu 2	a	Gọi số tự nhiên đó là a, ta có $a = BC(3; 4; 5; 6) + 2$. Mà $BC(3; 4; 5; 6) = 60; 120; 180; 240; \dots$ Nên a nhận các giá trị 62; 122; 182; 242 Mặt khác a là số nhỏ nhất chia cho 7 thì dư 3 nên $a = 12$	0,25 0,5 0.25
	b	Gọi hai số tự nhiên đó là a ; b (a ; b ∈ N) Gọi d = ƯCLN(a ; b) ta có : $a = a'.d$; $b = b'.d$ (a' ; b')=1 Khi đó $BCNN(a ; b) = \frac{a.b}{ƯCLN(a;b)} = \frac{a'.b'.d^2}{d} = a'.b'.d$	0.25 0,25
		Theo bài ra ta có : $ƯCLN(a ; b) + BCNN(a ; b) = 23$ nên $d + a'.b'.d = 23 = d(1 + a'.b') = 23$ Nên $d = 1$; $1 + a'.b' = 23$ suy ra $a'.b' = 22$ mà (a' ; b') = 1 nên $a' = 1$; $b' = 22$ hoặc $a' = 11$; $b' = 2$ và ngược lại. Từ đó HS tìm được a và b.	0.25
	c	vì $\overline{32x1y}$ chia hết cho 45 = 5 . 9 nên $y = 0$ hoặc $y = 5$ *) Nếu $y = 0$ ta có $\overline{32x10}$ chia hết cho 9 nên $3 + 2 + x + 1$ chia hết cho 9 nên $x = 3$ *) Nếu $y = 5$ ta có $\overline{32x15}$ chia hết cho 9 nên $3 + 2 + x + 1 + 5$ chia hết cho 9 nên $x = 7$ Vậy số cần tìm là $\overline{32310}$ hoặc $\overline{32715}$	0.5 0.25 0.25
Câu 3	a	$2 + 4 + 6 + \dots + 2x = 156 \Leftrightarrow 2(1 + 2 + \dots + x) = 156$	0.25
		$2. \frac{(1+x).x}{2} = 156 \Leftrightarrow x(x+1) = 156 = 12.13$ (vì x và x + 1 là hai số tự nhiên liên tiếp) nên x = 12	0.5

Câu 4	b	$P = \frac{-n+2}{n-1} = \frac{-n+1+1}{n-1} = -1 + \frac{1}{n-1}$ Đề $P \in \mathbb{Z}$ thì $n-1$ là ước của 1 nghĩa là $n-1 = 1$ hoặc $n-1 = -1$ nên $n = 2$ hoặc $n = 0$	0,5 0,25
	c	$M = \frac{6n-3}{4n-6} = \frac{3(2n-3)+6}{2(2n-3)} = \frac{3}{2} + \frac{6}{2(2n-3)}$ *) Nếu $n \leq 1$ thì $M < \frac{3}{2}$ *) Nếu $n > 1$ thì $M > \frac{3}{2}$. Khi đó để M đạt giá trị lớn nhất thì $2(2n-3)$ đạt giá trị dương nhỏ nhất khi đó $n = 2$. GTLN của $M = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$ khi $n = 2$	0.5 0.25
		TH1. B ; C nằm cùng phía với nhau so với điểm A  HS tính được $IC = b - \frac{a}{2}$	0.75
		TH2. B; C nằm khác phía so với điểm A.  HS tính được $IC = b + \frac{a}{2}$	0.75
	b	*) TH 1: Nếu cả 4 điểm cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy không cắt các đoạn thẳng: MN, MP, MQ, NP, NQ, PQ. *) TH 2: Nếu có 3 điểm (giả sử M ; N ; P) cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy cắt 3 đoạn thẳng sau: MQ, NQ, PQ. *) TH 3: Nếu có 2 điểm (giả sử M ; N) cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy còn 2 điểm (P ; Q) nằm khác phía bờ là đường thẳng xy thì đường thẳng xy cắt 4 đoạn thẳng sau: MP; MQ, NP; NQ.	0.5 0.5 0,5

Lưu ý:

- Học sinh giải cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm bài hình.

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 72

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2012-2013
MÔN : TOÁN LỚP 6
THỜI GIAN LÀM BÀI: 120 PHÚT
(không tính thời gian giao đề)

Bài 1:(3,0 điểm)

Tìm x biết :

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$

b) $|3x+1|-17=-12$

c) $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+2013) = 6079260$

Bài 2: (4,5 điểm)

- a) Chứng tỏ rằng tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 5.
b) Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất có 4 chữ số biết rằng khi chia a cho 5; 6; 7; 8 có số dư lần lượt là 1; 2; 3; 4.
c) Chứng minh: $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$ là bội của 15

Bài 3: (4,5 điểm)

- a) Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b}$ nhỏ nhất (với $\frac{a}{b} > 0$) biết khi chia $\frac{a}{b}$ cho $\frac{7}{15}$ và $\frac{12}{25}$ được thương là các số nguyên.
b) Tìm tất cả các số tự nhiên (khác 0) x,y sao cho y+1 chia hết cho x và x+1 chia hết cho y.
c) Trong một can có 16 lít xăng. Làm thế nào để chia số xăng đó thành hai phần bằng nhau, mỗi phần 8 lít; nếu chỉ có thêm một can 11 lít và một can 6 lít để không? (với can 6 lít và can 11 lít không có vạch chia).

Bài 4: (4,0 điểm)

Hai ô tô cùng đi từ A đến B. Ô tô thứ nhất xuất phát từ A lúc 8 giờ sáng và đến B lúc 2 giờ chiều. Ô tô thứ hai xuất phát từ A lúc 9 giờ sáng và đến B sớm hơn xe thứ nhất nửa giờ. Hỏi ô tô thứ hai đuổi kịp ô tô thứ nhất ở cách A bao nhiêu ki - lô- mét nếu vận tốc của nó lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 20km/h.

Bài 5: (4,0 điểm)

- Cho góc BOC có số đo là 85° . A là một điểm nằm trong góc BOC. Số đo góc BOA là 50° .
a) Tính số đo của góc AOC.
b) Vẽ tia OD là tia đối của tia OA. So sánh góc BOD và góc COD.

Hết

Họ và tên thí sinh:

Chữ ký của giám thị 1:

Số báo danh:

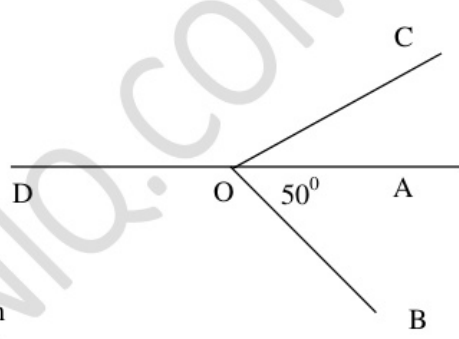
Chữ ký của giám thị 2:

PHÒNG GD&ĐT HOÀNG HÓA
TRƯỜNG THCS NHỮ BẮC SỸ
THỊ TRẤN BÚT SƠN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 6
KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2012-2013

Câu	Nội dung	Điểm
Bài 1 (3,0 điểm)	a. $x = \frac{-1}{8}$	1.0
	b. $x = \frac{4}{3}$; $x = -2$	1.0
	c. $(x+1)+(x+2)+(x+3)+...+(x+2013) = 6079260$	0.5
	$x + x + x + ... + x + 1 + 2 + 3 + ... + 2013 = 6079260$ $2013x + 2027091 = 6079260$ $2013x = 4052169$ $x = 2013$	0.5
Bài 2 (4,5 điểm)	a. (1,5 điểm) Gọi 5 số tự nhiên liên tiếp là $a; a+1; a+2; a+3; a+4$ ($a \in \mathbb{N}^*$) Tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp là: $S = a + a+1 + a+2 + a+3 + a+4 = 5.a + 10$ vì $5a$ chia hết cho 5; 10 chia hết cho 5 nên S chia hết cho 5 Hay tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 5	0,5đ 0,5đ 0,5đ
	b. (1,5 điểm) Vì khi chia a cho 5;6;7;8 có số dư lần lượt là 1;2;3;4 nên $a+4$ chia hết cho 5;6;7;8 do đó $a \in BC(5;6;7;8)$ $BCNN(5;6;7;8) = 840$ $BC(5;6;7;8) = 0; 840; 1680; 2520; \dots$ Vì a là số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số nên $a+4 = 1680$ $a = 1676$	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ
	c. (1,5 điểm) $S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$ Tổng trên gồm 100 số hạng được chia thành 25 nhóm, mỗi nhóm có 4 số hạng ta có:	0,5đ
	$S = (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{97} + 2^{98} + 2^{99} + 2^{100})$ $= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^5(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{97}(1 + 2 + 2^2 + 2^3)$ $= 2 \cdot 15 + 2^5 \cdot 15 + \dots + 2^{97} \cdot 15$ $= 15(2 + 2^5 + \dots + 2^{97}) : 15 \text{ (ĐPCM)}$	0,5đ
		0,5đ
		0,5đ

Bài 3 (4.5 điểm)	a. (1,5 điểm) Ta có $\frac{a}{b} : \frac{7}{15} = \frac{a.15}{b.7}; \frac{a}{b} : \frac{12}{25} = \frac{a.25}{b.12}$ Vì $\frac{a}{b}$ tối giản nên ƯCLN(a;b) = 1 và $\frac{a.15}{b.7}; \frac{a.25}{b.12}$ là các số nguyên nên a chia hết cho 7 và 12 còn 15 và 25 chia hết cho b Do đó $a \in BC(7;12)$ và $b \in ƯC(15;25)$ Vì $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản nhỏ nhất lớn hơn 0 nên $a=BCNN(7;12)$ và $b = ƯCLN(15;25)$ nên $a=84$; $b= 5$ Phân số cần tìm là $\frac{84}{5}$	0.5 đ
	b. (1,5 điểm) Từ điều kiện đề bài ta có: $x+1 \geq y$; $y+1 \geq x \Rightarrow x-1 \leq y \leq x+1$ vì x, y là những số tự nhiên nên $y = x-1$ hoặc $y = x$ hoặc $y=x+1$ Trường hợp 1: Nếu $y = x-1$ thì y là ước của x -1 và x +1 , suy ra y là ước của $x-1 - (x+1) = -2$, Suy ra $y=1$ hoặc $y=2$ +> Với $y = 1$ thì $x=2$ (thỏa mãn) +> với $y = 2$ thì $x = 3$ (Thỏa mãn) Trường hợp 2: $y = x$ thì y là ước của x và x +1 , suy ra y là ước của $x+1 - x = 1$, Suy ra $y = 1$ thì $x=1$ (thỏa mãn) Trường hợp 3: Nếu $y = x+1$ thì x là ước của x +2 suy ra x là ước của 2, Suy ra $x=1$ hoặc $x=2$ +> Với $x = 1$ thì $y=2$ (thỏa mãn) +> với $x = 2$ thì $y = 3$ (Thỏa mãn) Kết luận: Vậy có 5 cặp số phải tìm là (x;y) là (1;1);(1;2);(2;3);(2;1);(3;2)	0.5đ
	c. (1,5 điểm) Kí hiệu : (a,b,c) là số lít xăng có trong can Can 16 lít xăng có a lít, Can 11 lít có b lít và Can 6 lít có c lít xăng (16,0,0) $\Rightarrow$ (10,0,6) : đổ can 16 lít vào đầy can 6 lít can 16 lít còn 10 lít (10,0,6) $\Rightarrow$ (10,6,0) : đổ can 6 lít vào can 11 lít (10,6,0) $\Rightarrow$ (4,6,6) : đổ can 16 lít (có 10 lít xăng) vào can 6 lít còn lại 4 lít xăng (4,6,6) $\Rightarrow$ (4,11,1) : đổ can 6 lít vào can 11 lít (đầy) can 6 lít còn lại 1 lít xăng (4,11,1) $\Rightarrow$ (15,0,1) đổ can 11 lít vào can 16 lít (có 15 lít xăng) (15,0,1) $\Rightarrow$ (15,1,0) : đổ can 6 lít (có 1lít xăng) vào can 11 lít (được 1 lít xăng) (15,1,0) $\Rightarrow$ (9,1,6) : đổ can 16 lít xăng vào can 6 lít xăng (can 16 lít còn 9 lít) (9,1,6) $\Rightarrow$ (9,7,0):..... (9,7,0) $\Rightarrow$ (3,7,6):..... (3,7,6) $\Rightarrow$ (3,11,2):..... (3,11,2) $\Rightarrow$ (14,0,2):..... (14,0,2) $\Rightarrow$ (14,2,0):..... (14,2,0) $\Rightarrow$ (8,2,6):..... (8,2,6) $\Rightarrow$ (8,8,0):.....	Mỗi lần đổ 0,1 điểm
	Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường AB là : $14h - 8h = 6h$. Thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là : $(14h - 0,5h) - 9h = \frac{9}{2} h$	0,25
		0,25

Bài 4: (4,0 điểm)	Một giờ xe thứ nhất đi được : $\frac{1}{6}$ (quãng đường AB).	0,5
	Một giờ xe thứ hai đi được : $\frac{2}{9}$ (quãng đường AB).	0,5
	Phân số chỉ 20km là : $\frac{2}{9} - \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$ (quãng đường AB)	0,5
	Vậy quãng đường AB dài : $20 : \frac{1}{18} = 360$ (km)	0,5
	Vận tốc xe thứ nhất là : $360 : \frac{1}{6} = 60$ (km/h)	0,5
	Khi hai xe cùng bắt đầu đi chúng cách nhau 60km (vì xe thứ nhất đi trước xe thứ hai 1 giờ). Do đó, chúng gặp nhau (kể từ khi xe thứ hai đi) sau: $60 : 20 = 3$ (h) Nơi gặp nhau cách A là: $60 + 60 \cdot 2 = 240$ km.	0,5
Bài 5 (4,0 điểm)		vẽ hình đúng cho 1đ
	a. Vì điểm A nằm trong góc BOC nên tia OA nằm giữa hai tia OB và OC. Do đó : $\angle BOA + \angle AOC = \angle BOC$ Mà $\angle BOA = 50^\circ$, $\angle BOC = 85^\circ$ nên $\angle AOC = 85^\circ - 50^\circ = 35^\circ$.	0,5đ 0,5đ 0,5đ
	b. Vì OD là tia đối của tia OA nên các góc AOB và BOD; AOC và COD là hai góc kề bù, do đó: $\angle AOB + \angle BOD = 180^\circ$ Từ đó suy ra $\angle BOD = 130^\circ$ (1) Lập luận tương tự ta được : $\angle COD = 145^\circ$ (2) Từ (1) và (2) suy ra góc BOD nhỏ hơn góc COD	0,5đ 0,5đ 0,5đ

Ghi chú: - Bài hình học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không chấm điểm
- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Hết

ĐỀ SỐ 73

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VIỆT YÊN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN 6

Ngày thi: 12/4/2014

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1: (6,0 điểm).

Tính nhanh:

$$a) A = \frac{24.47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$$

$$b) B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$$

$$c) M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

Bài 2: (4,0 điểm).

a) Với n là số tự nhiên chẵn, chứng minh: $(20^n + 16^n - 3^n - 1) : 323$

b) Tìm số x có chữ số tận cùng bằng 2, biết rằng $x, 2x, 3x$ đều là các số có 3 chữ số và 9 chữ số của 3 số đó đều khác nhau và $\neq 0$.

Bài 3: (4,0 điểm).

Cho phân số $M = \frac{6n-1}{3n+2}$ ($n \in \mathbb{Z}$)

- c) Tìm n để M có giá trị là số nguyên
d) Tìm n để M có giá trị nhỏ nhất

Bài 4: (4,0 điểm). Trên đường thẳng AM lấy một điểm O . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB, OC sao cho: $\angle MOC = 115^\circ$; $\angle BOC = 70^\circ$. Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD (Điểm D nằm trong nửa mặt phẳng với B, C qua bờ là AM) sao cho $\angle AOD = 45^\circ$

- a) Tia OB nằm giữa hai tia OM, OC không? vì sao?
b) Tính góc $\angle MOB$; $\angle AOC$
c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D, O, B thẳng hàng.

Bài 5: (2,0 điểm).

$$\text{Tính tổng: } S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9}$$

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VIỆT YÊN**

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI
CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
KÌ THI NGÀY 12/4/2014
MÔN THI : TOÁN 6**

Ghi chú: Đáp án chỉ là sơ lược từng bước giải và cách cho điểm từng phần của mỗi bài. Bài làm của học sinh yêu cầu phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, hình vẽ sai không chấm điểm. Nếu HS giải cách khác đúng thì chấm điểm từng phần tương ứng.

Bài 1 (6,0 điểm)	
Đặt $A=B.C$ $B = \frac{24.47 - 23}{24 + 47 - 23} = \frac{1128 - 23}{71 - 23} = \frac{1105}{48}$ $C = \frac{3\left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13}\right)}{9\left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{13} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + 1\right)} = \frac{1}{3}$	0.5đ 1.0đ
Suy ra $A = \frac{1105}{144}$	0.5đ
b) $B = (-329) + (-15) + (-101) + 440 + 2019$ $B = (-329 - 101 - 10) + 440 + (2019 - 5)$	1.0đ
$B = (-440) + 440 + 2014$	0.5đ
$B = 2014$	0.5đ
c) $M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$ - Đặt $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$ - Tính được $A = 2^{2013} - 1$	1.0 đ
- Đặt $B = 2^{2014} - 2$ - Tính được $B = 2.(2^{2013} - 1)$	0.5đ
- Tính được $M = \frac{1}{2}$	0.5đ

Bài 2	4 điểm
a) Ta có $323 = 17.19$ và $20^n + 16^n - 3^n - 1 = (20^n - 1) + (16^n - 3^n) : 19$ (1)	0.5 đ
Vì $20^n - 1 : 20 - 1 = 19$ và $16^n - 3^n : 19$ do n chẵn	0.5đ
$20^n + 16^n - 3^n - 1 = (20^n - 3^n) + (16^n - 1) : 17$ (2) Vì $20^n - 3^n : 20 - 3 = 17$ và $16^n - 1 : 16 + 1 = 17$ do n chẵn	0.5đ
Từ (1) và (2) và do $(17;19) = 1$ suy ra $20^n + 16^n - 3^n - 1 : 17.19 = 323$ đpcm	0.5đ
b) Ta biết rằng một số và tổng các chữ số của nó có cùng số dư khi chia cho 9. Tổng các chữ số của x; của $2x$; của $3x$ cộng lại là $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, chia hết cho 9, do đó tổng $x + 2x + 3x$ cũng chia hết cho 9, tức là $6x : 9 \Rightarrow x : 3$	0.5 đ
Do x có tận cùng bằng 2 nên $2x$ tận cùng bằng 4 và $3x$ tận cùng bằng 6 Gọi a và b là các chữ số hàng trăm, hàng chục của $3x$ thì $a, b \in \{1;3;5;7;8;9\}$ (Trừ các số 2, 4, 6) mặt khác $x : 3$ nên $3x : 9$.	0.5đ
Tức là: $\overline{abc} : 9$ do đó $a + b + 6 : 9$ chú ý rằng $4 \leq a + b \leq 17$. Nên $a + b + 6 = 18 \Rightarrow a + b = 12 = 5 + 7 = 3 + 9$	0.5đ
Xét 4 trường hợp $3x = 576 \Rightarrow x = 192$, $2x = 384$ (đúng) $3x = 756 \Rightarrow x = 252$, loại vì $3x$ và x trùng chữ số 5 $3x = 396 \Rightarrow x = 132$ loại vì $3x$ và x trùng chữ số 3 $3x = 936 \Rightarrow x = 312$ loại vì $3x$ và x trùng chữ số 3.	0.5đ
Bài 3	4 điểm
$M = \frac{6n-1}{3n+2} = \frac{6n+4-5}{3n+2} = \frac{2(3n+2)-5}{3n+2} = 2 - \frac{5}{3n+2}$	0.5 đ
a) $\frac{5}{3n+2}$ là số nguyên khi $5 : (3n + 2)$ hay $(3n + 2) \in U(5)$	0.5đ
$\Rightarrow U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$ $n \in \mathbb{Z}$ nên $(3n + 2)$ chia 3 dư 2	0.5đ

$\Rightarrow (3n + 2) \in \{-1; 5\}$ Nếu $3n + 2 = -1 \Rightarrow n = -1$ $3n + 2 = 5 \Rightarrow n = 1$ Vậy $n \in \{-1; 1\}$ thì A là số nguyên	0.5đ
c) $M = 2 - \frac{5}{3n+2}$ cú giỏ trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \frac{5}{3n+2}$ cú giỏ trị lớn nhất	0.5 đ
$\Leftrightarrow 3n + 2$ là số nguyên dương nhỏ nhất	0.5đ
$\Rightarrow n = 0$ Khi đó $M = -\frac{1}{2}$	1.0đ
Bài 4	4 điểm
a) Nếu OB nằm giữa 2 tia OA, OC thì ta có : $MOC + COB = MOB$ $\Rightarrow MOB = 185^0 > 180^0$ (vô lý) Vậy OB nằm giữa 2 tia OM, OC.	1.0đ
b) Do tia OB nằm giữa 2 tia OM, OC nên : $MOB + BOC = MOC$	0.5đ
$\Rightarrow MOB = MOC - BOC = 115^0 - 70^0 = 45^0$	0.5đ
Hai góc AOC, COM là 2 góc kề bù nên : $AOC + COM = 180^0$ $\Rightarrow AOC = 180^0 - COM = 180^0 - 115^0 = 65^0$	0.5đ
c) Hai góc AOB và BOM là 2 góc kề bù $\Rightarrow AOB + BOM = 180^0$ $\Rightarrow AOB = 180^0 - 45^0 = 135^0$	0.5đ

Hai góc DOA và AOB là góc có cạnh chung OA . Còn 2 cạnh OD, OB nằm trong 2 nửa mặt phẳng đối nhau bờ AM nên : $DOA + AOB = 45^0 + 135^0 = 180^0$	0.5đ
$\Rightarrow OD, OB$ là 2 tia đối nhau. $\Rightarrow D, O, B$ thẳng hàng.	0.5đ
Bài 5	2 điểm
$S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^9}$ $= 3 + \frac{1}{2} \left(3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^8} \right)$	0.5đ
Mà $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{3}{2^8} = S - \frac{3}{2^9}$	0.5đ
Suy ra $S = 3 + \frac{1}{2} \left(S - \frac{3}{2^9} \right)$ hay $2S = 6 + S - \frac{3}{2^9}$	0.5đ
Suy ra $S = 6 - \frac{3}{2^9} = 6 - \frac{3}{512} = \frac{3069}{512}$	0.5đ

ĐỀ SỐ 74

PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN THANH OAI
TRƯỜNG THCS HỒNG DƯƠNG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
NĂM HỌC 2013-2014

Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (5đ)

- a) Tìm các số tự nhiên a, b biết: $a+b = 96$ và $ƯCLN(a;b) = 6$
b) So sánh A và B biết: $A = 2011^{2012} - 2011^{2011}$; $B = 2011^{2013} - 2011^{2012}$

Câu 2: (5đ)

- a) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 9 dư 5, chia cho 7 dư 4, chia cho 5 dư 3.

b) Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{10}\right)\left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{190}\right)$

Câu 3: (4đ)

Giáo viên chủ nhiệm lớp 6A điều học sinh đi lao động, theo kế hoạch ban đầu số học sinh nữ bằng 25% số học sinh nam, sau đó có một học sinh nữ có lý do xin vắng nên giáo viên thay bằng một bạn nam để số lượng không thay đổi, vì vậy số học sinh nữ bằng 20% số học sinh nam. Tìm số học sinh nam, nữ trong buổi lao động?

Câu 4 (4 đ)

Cho $\widehat{xOy} = 100^\circ$ tia Oz sao cho: $\widehat{xOz} = 60^\circ$

- a) Tính $\widehat{vOz}$
b) Tính $\widehat{xOm}$ biết Om là tia phân giác của $\widehat{yOz}$.

Câu 5: (2đ)

Tìm số nguyên tố $\overline{abcd}$ sao cho $\overline{ab}$; $\overline{ac}$ là các số nguyên tố và $b^2 = \overline{cd} + b - c$.

-----Hết-----

phòng Gd & ̣t Thanh oai
TRƯỜNG THCS HỒNG DƯƠNG

H-íng dẸn chỀm thi olympic
Năm hằc 2013 - 2014

M«n thi : To, n Líp 6

Câu 1: (5đ)

a) (3đ)

Từ ƯCLN(a; b) = 6, ặặ a = 6m; b = 6n vớí (m; n) = 1 1 đ

Ta có : a+b = 6(m+n) hay : 6(m+n) = 96 => m+n = 16. 1.5 đ

Ta có các trường hợp sau :

m	15	1	13	3	11	5	9	7
n	1	15	3	13	5	11	7	9
a	90	6	78	18	66	30	54	42
b	6	90	18	78	30	66	42	54

KL : ... 0.5 đ

b) (2đ)

Ta có:

$$A = 2011^{2012} - 2011^{2011} = 2011^{2011} (2011 - 1) = 2011^{2011} \cdot 2010 \quad 1đ$$

$$B = 2011^{2013} - 2011^{2012} = 2011^{2012} (2011 - 1) = 2011^{2012} \cdot 2010 \quad 0.5 đ$$

Do $2011^{2012} > 2011^{2011}$ nên $B > A$. 0.5 đ

Câu 2: (5đ)

a) (3đ) Ta có:

$$A = 9k + 5 \quad (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow 2A = 9k_1 + 10 \quad \text{Hay: } (2A - 1) \div 9 \quad 0.5 đ$$

$$A = 7m + 4 \quad (m \in \mathbb{N}) \Rightarrow 2A = 7m_1 + 8 \quad \text{Hay: } (2A - 1) \div 7 \quad 0.5 đ$$

$$A = 5n + 3 \quad (n \in \mathbb{N}) \Rightarrow 2A = 5n_1 + 6 \quad \text{Hay: } (2A - 1) \div 5 \quad 0.5 đ$$

Mặt khác: BCNN(9;7;5) = 315 nên $(2A - 1) \div 315$ mà A nhỏ nhất nên

$$2A - 1 = 315. \quad 1 đ$$

$$\text{Hay } A = 158. \quad 0.5 đ$$

$$b) (2 đ) \text{ Ta có: } P = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{190}\right)$$

$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{189}{190} \dots \text{Ta tìm quy luật các mẫu là: } \frac{2.3}{2}; \frac{3.4}{2}; \frac{4.5}{2}; \frac{5.6}{2} \dots \frac{19.20}{2} \quad 1 đ$$

Thay vào P ta ặặ:

$$P = \frac{2.2}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{2.9}{4.5} \cdot \frac{2.14}{5.6} \cdots \frac{2.189}{19.20} = \frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \cdot \frac{3.6}{4.5} \cdot \frac{4.7}{5.6} \cdots \frac{18.21}{19.20} = 0.5 \text{ đ}$$

$$\frac{1.2.3.4 \dots 18.(4.5.6.7 \dots 21)}{2.3.4.5 \dots 19(3.4.5.6 \dots 20)} = \frac{1}{19} \cdot \frac{21}{3} = \frac{7}{19} \quad 0.5 \text{ đ}$$

Câu 3: (4đ)

Ta thấy theo kế hoạch số học sinh nữ bằng 25% số học sinh nam tức là số học sinh nữ bằng $\frac{1}{4}$ số

học sinh nam hay số học sinh nữ bằng $\frac{1}{5}$ tổng số học sinh. Lý luận tương tự ta có thực tế số học

sinh nữ bằng $\frac{1}{6}$ tổng số học sinh. 1.5 đ

$\Rightarrow$ 1 học sinh chiếm số phần là: $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ (Tổng số học sinh đi lao động)

Số học sinh đi lao động là: $1 : \frac{1}{30} = 30$ (em). 1.5

Vậy: Số học sinh nữ là: $\frac{1}{6} \cdot 30 = 5$ (em) 1 đ

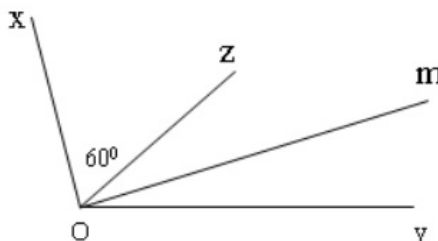
số học sinh nam là: $30 - 5 = 25$ (em).

Câu 4: (4đ)

Xét hai trường hợp:

(Mỗi trường hợp 2đ, trong đó hình vẽ: 0,5đ, câu a: 1đ, câu b: 0,5đ)

Trường hợp 1: (2 đ) Nếu hai tia Oy; Oz thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox thì:



a) $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$ suy ra:

$$\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ \quad 1 \text{ đ}$$

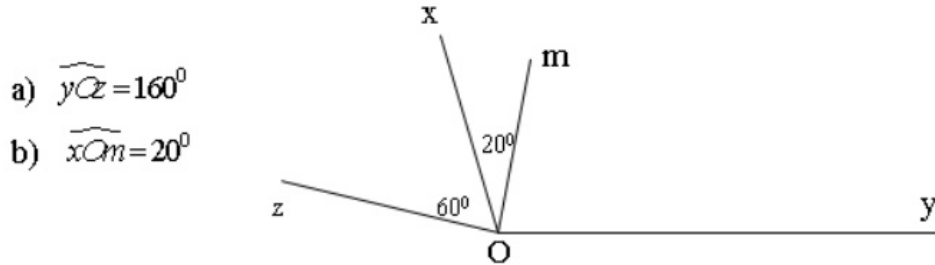
b) Do Om là phân giác của $\widehat{yOz}$ nên: $\widehat{yOm} = 20^\circ$

Ta có: Tia Om nằm giữa hai tia Ox; Oy nên: $\widehat{xOm} + \widehat{mOy} = \widehat{xOy}$ suy ra:

$$\widehat{xOm} = \widehat{xOy} - \widehat{mOy} = 100^\circ - 20^\circ = 80^\circ$$

0.5 đ

Trường hợp 2 (2 đ): Nếu hai tia Oy, Oz Thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa tia Ox ta có kết quả: câu a: 1đ, câu b: 0,5đ)



a) $\widehat{yOz} = 160^\circ$

b) $\widehat{xOm} = 20^\circ$

Câu 5: (2đ)

Vì $\overline{abcd}$; $\overline{ab}$; $\overline{ac}$ là các số nguyên tố nên b, c, d là các số lẻ và khác 5.

Ta có: $b^2 = \overline{cd} + b - c \Leftrightarrow b(b-1) = 9c+d$

Do: $9c+d \geq 10$ nên $b \geq 4 \Rightarrow b = 7$ hoặc $b = 9$

a) (1đ) Với $b = 7$ ta có: $9c+d = 42 \Rightarrow d \div 3$ nên $d = 3$ hoặc $d = 9$

+ Nếu $d = 3$ thì $c = \frac{39}{9}$ (loại)

+ Nếu $d = 9$ thì $c = \frac{33}{9}$ (loại)

b) (1đ) Với $b = 9$ ta có $9c+d = 72 \Rightarrow d \div 9$ nên $d = 9$; $c = 7$

$\overline{a9}$; $\overline{a7}$ là các số nguyên tố nên $a = 1$.

Vậy số cần tìm là $\overline{abcd} = 1979$ (Thỏa mãn yêu cầu bài toán)

ĐỀ SỐ 75

PHÒNG GD & ĐT THANH OAI
Trường THCS Dân Hoà

ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 6

Năm học 2013 – 2014

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (4 điểm)

1) Chứng minh rằng: $3^{1999} - 7^{1997} : 5$

2) Thay các dấu * bởi các chữ số thích hợp để: * 1994 * chia hết cho 99

Câu 2: (5 điểm)

1) Cho $A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}$; $B = 4^{100}$

Chứng minh rằng: $A < \frac{B}{3}$

2) So sánh C và D

$$C = \frac{2013^{2013} + 1}{2013^{2014} + 1}$$

$$D = \frac{2013^{2012} + 1}{2013^{2013} + 1}$$

3) Tìm các số nguyên x, y sao cho:

$$(x + 1). (xy - 1) = 3$$

Câu 3: (2 điểm)

Tìm GTNN của hiệu giữa 1 số tự nhiên có hai chữ số với tổng các chữ số của nó.

Câu 4: (4 điểm)

Một xe tải khởi hành từ A lúc 7h và đến B lúc 12h. Một xe con khởi hành từ B lúc 7 giờ rưỡi và đến A lúc 11 giờ rưỡi

a. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ?

b. Biết vận tốc xe con hơn vận tốc xe tải là 10km/h. Tính quãng đường AB?

Câu 5: (5 điểm)

Cho đoạn thẳng AB có độ dài là a. Gọi C là điểm thuộc tia đối của tia AB. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC, N là trung điểm của đoạn thẳng CB. Tính độ dài đoạn thẳng MN

----- Hết -----

(giỏm thị coi thi khụng giãi i thóch gỡ thờm)

HƯỚNG DẪN CHẤM OLYMPIC TOÁN 6

Câu 1: (4 điểm)

1) $3^{1999} = (3^4)^{499} . 3^3 = 81^{499} . 27$ cú chữ số tận cùng là 7 **(0,75đ)**

$7^{1997} = (7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7$ có chữ số tận cùng là 7 (0,75đ)
Vậy $3^{1999} - 7^{1997}$ có chữ số tận cùng là 0 nên chia hết cho 5 (0,5đ)

2) Đặt $A = \overline{x1994y} : 99 \Leftrightarrow A : 11$ và $A : 9$ (0,5đ)

Từ $A : 11$ tìm được $x - y = 3$

Từ $A : 9$ tìm được $x + y = 4$ hoặc $y + x = 13$ (1đ)

($x + y$ và $x - y$ phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ)

TH: $y - x = 3; x + y = 4$ (loại)

TH: $y - x = 3; y + x = 13 \rightarrow x = 5, y = 8$ (0,5đ)

Đ/S: 519948

Câu 2: (5 điểm)

1) $4A = 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots + 4^{100}$ (0,5đ)

$A = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{99}$

$3A = 4A - A = 4^{100} - 1$ (0,5đ)

$\rightarrow A = \frac{4^{100} - 1}{3} < \frac{4^{100}}{3} = \frac{B}{3}$ (1đ)

Vậy $A < \frac{B}{3}$

2)

$C = \frac{2013^{2013} + 1}{2013^{2014} + 1} \rightarrow 2013C = \frac{2013^{2014} + 2013}{2013^{2014} + 1} = 1 + \frac{2012}{2013^{2014} + 1}$ (0,5đ)

$D = \frac{2013^{2012} + 1}{2013^{2013} + 1} \rightarrow 2013D = \frac{2013^{2013} + 2013}{2013^{2013} + 1} = 1 + \frac{2012}{2013^{2013} + 1}$ (0,5đ)

Vỡ $\frac{2012}{2013^{2014} + 1} < \frac{2012}{2013^{2013} + 1}$ nên $2013C < 2013D$ (0,5đ)

Vậy $C < D$

3) Vỡ $(x + 1) \cdot (xy - 1) = 3$ và $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$ nên $x + 1 \in \mathbb{Z}, xy - 1 \in \mathbb{Z}$

Do đó: $x + 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$ (0,5đ)

Ta có:

$x + 1$	1	-1	3	-3
$xy - 1$	3	-3	1	-1
x	0	-2	2	-4
y		1	1	0

(1đ)

Vậy các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là: $(-2; 1); (2; 1); (-4; 0)$

Câu 3: (2 điểm)

$\overline{ab} - (a + b) = 9a$ (1đ)

Biểu thức này có GTNN bằng 9 khi và chỉ khi $a = 1$, còn b tùy ý $(0, 1, 2, \dots, 9)$ (1đ)

Câu 4: (4 điểm)

a. Chọn quãng đường AB làm đơn vị quy ước.

Thời gian xe tải đi từ A đến B là 5h, xe con đi từ B đến A là 4h

Trong 1h, hai xe gần nhau được là: $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ (quãng đường AB) (0,5đ)

Xe con khởi hành sau xe tải là: $7h30p - 7h = 30p = \frac{1}{2}h$

Khi xe con khởi hành thì hai xe cách nhau là: $1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$ (quãng đường AB)

(1đ)

Hai xe gặp nhau sau: $\frac{9}{10} : \frac{9}{20} = 2h$

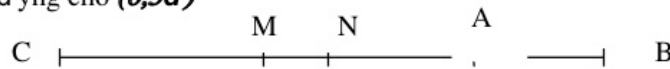
Hai xe gặp nhau lúc: $7h30p + 2h = 9h30p$ **(1đ)**

b. 10km chính là: $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ (quãng đường AB) **(0,5đ)**

Vậy quãng đường AB dài là: $10 : \frac{1}{20} = 200(km)$ **(1đ)**

Câu 5: (5 điểm)

- Vẽ hình đúng cho **(0,5đ)**



Gọi độ dài đoạn thẳng AC là b. **(0,5đ)**

Vì C nằm trên tia đối của tia AB nên A nằm giữa C và B

ta có: $CB = CA + AB = b + a$ **(1đ)**

M là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $CM = MA = \frac{b}{2}$ **(0,5đ)**

N là trung điểm của đoạn thẳng CB nên $CN = NB = \frac{a+b}{2}$ **(0,5đ)**

M và N đều nằm trên tia CA vì $CM < CN$ ($\frac{b}{2} < \frac{a+b}{2}$)

nên $MN = CN - CM = \frac{a+b}{2} - \frac{b}{2} = \frac{a}{2}$ **(2đ)**

Vậy $MN = \frac{a}{2}$

(Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 76
HỒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS TÂN ƯỚC

ĐỀ THI OLYMPIC MÔN: TOÁN LỚP 6
NĂM HỌC: 2013 - 2014
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (4đ)

1. Tìm các cặp số $(x; y)$ sao cho $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36
2. Tìm hai số a, b biết bội chung nhỏ nhất của $a; b$ là 420, ước chung lớn nhất của $a; b$ là 21 và $a + 21 = b$

Câu 2: (5đ) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết

1. $2|x| + 5 = 23$
2. $(x + 5)(x - 2) < 0$
3. $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 5750$

Câu 3: (2đ)

- Cho phân số $A = \frac{6n-1}{3n+2}$. Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để A có giá trị nhỏ nhất

Câu 4: (4đ)

Hiện nay tuổi mẹ bằng $2\frac{1}{2}$ tuổi con. Bốn năm trước tuổi mẹ bằng 3 lần tuổi con. Tính tuổi mẹ, tuổi con hiện nay

Câu 5: (5đ)

Cho góc xAy . Trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 6\text{cm}$. Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = 4\text{cm}$

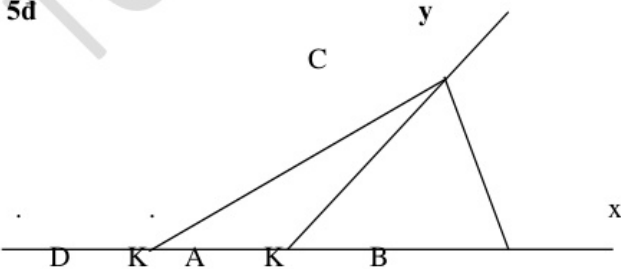
1. tính BD
2. Lấy C là một điểm trên tia Ay sao cho góc $BCD = 80^\circ$ góc $BCA = 45^\circ$. tính góc ACD ?
3. Biết $AK = 2\text{cm}$ ($K \in BD$) Tính BK ?

----- **Hết** -----

TRƯỜNG THCS TÂN ƯỚC

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6

Câu 1: (4 điểm)	
1/ (2đ) Để $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36 thì $\overline{34x5y}$ chia hết cho 4 và 9 vì $(4;9)=1$	0,25đ
Để $\overline{34x5y}$ chia hết cho 9 khi $3 + 4 + x + 5 + y$ chia hết cho 9 $\Rightarrow 12 + x + y$ chia hết cho 9 (1)	0,25đ
$\overline{34x5y}$ chia hết cho 4 khi $5y$ chia hết cho 4 $\Rightarrow y = 2$ hoặc $y = 6$	
Với $y = 2$ thay vào (1) ta có $14 + x$ chia hết cho 9 $\Rightarrow x = 4$	0,5đ
Với $y = 6$ thay vào 1 ta có $18 + x$ chia hết cho 9 $\Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 9$	
Vậy các cặp $(x ; y)$ cần tìm là $(4 ; 2)$, $(0 ; 6)$, $(9 ; 6)$	0,5đ
2/ Ta có $a.b = \text{UCLN}(a,b) \times \text{BCNN}(a,b) = 420.21 = 8820$	0,5đ
Vì $\text{UCLN}(a,b) = 21$ nên $a = 21m$, $b = 21n$ ĐK $(m,n)=1$, $m+1 = n$	0,5đ
$\Rightarrow a.b = 21m \cdot 21n = 441m.n = 8820 \Rightarrow m.n = 20$.	0,5đ
Vì $m + 1 = n \Rightarrow m = 4$, $n = 5 \Rightarrow a = 21 \cdot 4 = 84$, $b = 21 \cdot 5 = 105$	0,5đ
Câu 2: (5 điểm) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết	0,5đ
1/ $2 x + 5 = 23$	
$2 x = 23 - 5$	
$2 x = 18$	0,5đ
$ x = \frac{18}{2}$	
$ x = 9$	
$x = 9$ hoặc -9	0,5đ
2/ $(x+5)(x-2) < 0 \Rightarrow (x+5)$ và $(x-2)$ trái dấu	0,5đ
Mà $x+5 > x-2 \Rightarrow x+5 > 0$ và $x-2 < 0$	0,5đ
$\Rightarrow -5 < x < 2 \Rightarrow x = -4$ hoặc $-3; -2; -1; 0; 1$.	0,5đ
3/ $100x + 5050 = 5750$	
$100x = 700$	1đ

$x = 7$	1đ
Câu 3: (2 điểm)	
Ta có $A = \frac{6n-1}{3n+2} = \frac{2(3n+2)-5}{3n+2} = 2 - \frac{5}{3n+2}$	1đ
A có GTNN khi $\frac{5}{3n+2}$ có GTLN $\Leftrightarrow 3n+2$ là số nguyên dương nhỏ nhất	1đ
$\Leftrightarrow n = 0$	
Câu 4: (4 điểm)	
Bốn năm trước mẹ hơn con 2 lần tuổi con lúc đó .Hiện nay tuổi mẹ hơn tuổi con $1\frac{1}{2}$ lần tuổi con hiện nay .hiều giữa tuổi mẹ và tuổi con không đổi nên ta có 2 lần tuổi con cách đây 4 năm $= 1\frac{1}{2}$ tuổi con hiện nay	
Hay $2(\text{tuổi con hiện nay} - 4) = 1\frac{1}{2} \text{ lần tuổi con hiện nay}$	1,5đ
tức là $2 \text{ lần tuổi con hiện nay} - 8 = 1\frac{1}{2} \text{ lần tuổi con hiện nay}$	
$\Rightarrow \frac{1}{2} \text{ lần tuổi con hiện nay} = 8$	1,5đ
$\Rightarrow$ tuổi con hiện nay là 16 tuổi	1đ
Tuổi mẹ hiện nay là $16 \cdot 2\frac{1}{2} = 40$ tuổi	
Câu 5: (5 điểm)	
	0,25đ
Vì B thuộc tia A x ,D thuộc tia đối của tia A x	0,5đ
$\Rightarrow$ A nằm giữa B và D	0,5đ
$\Rightarrow BD = BA + AD = 6+4 = 10$ cm	0,25đ
kết luận	0,5đ
b) Vì A nằm giữa D và B $\Rightarrow$ tia CA nằm giữa 2 tia CB và CD	

$\Rightarrow \angle ACD + \angle ACB = \angle BCD \Rightarrow \angle ACD = \angle BCD - \angle ACB = 80^\circ - 45^\circ = 35^\circ$	0,75đ
KL	0,25đ
c) * Trường hợp 1 :K thuộc tia Ax	
Lập luận chỉ ra K nằm giữa A và B	0,5đ
$\Rightarrow AK + KB = AB$	0,25đ
Tính được KB	0,25đ
* Trường hợp 2 K thuộc tia đối của tia Ax	
Lập luận chỉ ra A nằm giữa K và B	0,5đ
$\Rightarrow KA + AB = KB$	0,25đ
$\Rightarrow KB = 8 \text{ cm}$	0,25đ

ĐỀ SỐ 77

TRƯỜNG THCS ĐỖ ĐỘNG

Đề thi học sinh giỏi toán 6

Câu 1 (4đ)

- a) Chứng minh rằng $2n+11 \dots 1$ (n chữ số 1) chia hết cho 3 (n là số tự nhiên)
- b) Cho $x, y \in \mathbb{N}$ chứng minh rằng $3x+2y$ chia hết cho 17 thì $10x+y$ chia hết cho 17
- c) Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết $10x + 23$ chia hết cho $2x + 1$

Câu 2 (5đ)

- a) Tính giá trị của biểu thức $A=3x^2y - x^3$ tại $x=-2$ và $y=1$
- b) Tìm cặp số nguyên x, y thỏa mãn : $3x + 4y - xy = 15$
- c) Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn : $a + b = c + d$ và $a^{2014} + b^{2014} = c^{2014} + d^{2014}$ Chứng minh rằng $a^{2014} + b^{2014} = c^{2014} + d^{2014}$

Câu 3 (2đ) : Tìm giá trị nhỏ nhất của của biểu thức sau :

$$A = \frac{6n-1}{3n+2} \quad (\text{với } n \text{ là số nguyên})$$

Câu 4 (4đ) Một ca nô xuôi khúc sông từ A đến B hết 2 giờ và ngược dòng khúc sông đó hết 3 giờ. Biết vận tốc của dòng nước là 3km/ h .
Tính quãng sông AB

Câu 5 (5đ) Cho ba tia OA, OB, OC chung gốc biết $\angle AOB = 130^\circ$; $\angle AOC = 30^\circ$.

Tính góc $\angle BOC$

Câu 1 (4đ)	NỘI DUNG	Điểm
	a) $2n + 111 \dots 1$ (n chữ số 1) $= 3n + (111 \dots 1 - n)$ Chứng minh $11 \dots 1 - n$ chia hết cho 3 Suy ra đpcm b) xét $2(10x + y) - (3x + 2y)$ $= 17x$ Có $17x : 17 \Rightarrow 2(10x + y) - (3x + 2y) : 17$ Mà $3x + 2y : 17$ do đó $2(10x + y) : 17$ Mà $(2 : 17) = 1 \Rightarrow 10x + y : 17$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ
Câu 2(5đ)	C) $10x + 23 = 5(2x + 1) + 18$ Suy ra $18 : 2x + 1$ nên $2x + 1 \in U(18) = \{1; 3; 6; 9; 18\}$ $2x + 1$ là số lẻ nên $2x + 1$ nhận $1; 3; 9$ Nên $x : 0; 1; 4$	0,5đ 0,25đ 0,25đ
	a) thay $x = -2$ và $y = 1$ vào biểu thức A và tính đúng $A = 20$ b) biến đổi $(3 - y)(x - 4) = 3$ tìm đúng $(x; y)$ là $(7; 2)$ $(1; 4)$ $(3; 6)$ $(5; 0)$ c) $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \Rightarrow a^2 - c^2 = d^2 - b^2$ (1) $(a - c)(a + c) = (d + b)(d - b)$ từ $a + b = c + d \Rightarrow a - c = d - b$ (2)	1,0đ 1,0đ 1,0đ 0,5đ
Câu 3(2đ)	do đó $(a + c)(a - c) = (d + b)(a - c)$ (3) nếu $a = c$ từ (2) suy ra $d = b$ nếu $a \neq c$ từ (3) suy ra $a + c = d + b$ kết hợp với (2) nên $2a = 2d$ suy ra $a = d$ với $a = d$ kết hợp với (2) nên $b = c$ vậy $a = c$ thì $d = b$	0,5đ 0,75đ
Câu 4(4đ)	a) d thì $b = c$ do đó suy ra đpcm $A = \frac{6n - 1}{3n + 2} = \frac{6n + 4 - 5}{3n + 2} = \frac{6n + 4}{3n + 2} - \frac{5}{3n + 2} = 2 - \frac{5}{3n + 2}$	0,25đ 1,0đ
Câu 5 (5đ)	Để A có GTNN $\Leftrightarrow \frac{5}{3n + 2}$ có GTLN $\Leftrightarrow 3n + 2$ có giá trị nhỏ nhất do đó $n = 0$ Vậy GTNN $A = \frac{-1}{2}$ Lập luận tính được hiệu hai vận tốc là 6km/h Tính tỉ số hai vận tốc xuôi và ngược là $\frac{3}{2}$ Tính được vận tốc lúc xuôi hay ngược	1,0đ 1,0đ 1đ 1đ 1,0đ

	Tính $S_{AB} = 36 \text{ km}$	1,0đ
	Xét hai trường hợp a) tia OB, OC cùng thuộc 1 nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA Nên $\angle AOC + \angle COB = \angle AOB$ Thay số tính $\angle BOC = 90^\circ$	2,0đ
	b) tia OB, OC nằm hai nửa mặt đối nhau bờ là tia OA $\angle AOB + \angle AOC = \angle AOB + \angle AOC = \angle BOC$ Thay số $\angle BOC = 160^\circ$	2,0đ

ĐỀ SỐ 78

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN THANH OAI
TRƯỜNG THCS THANH MAI

ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 6
Năm học 2013-2014
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1:

- a) Chứng minh rằng $10^{28} + 8 \vdots 72$
- b) Cho số $\overline{155*710*4*16}$. Chứng minh rằng nếu thay các dấu * bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1,2,3 một cách tùy ý thì số đó luôn chia hết cho 396.

Bài 2:

- a) Tính nhanh: $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$
- b) Cho $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006}$. Tìm x để $2A + 3 = 3^x$

Bài 3: Chứng minh rằng: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

Bài 4: Tìm ba số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{10}$ số thứ hai và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ ba.

Bài 5: Trên đường thẳng xy lấy điểm O. Vẽ các tia Om, On trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng xy. Cho biết góc mOy bằng hai lần góc nOy. Tìm số đo góc nOy để cho góc nOx bằng 3 lần số đo góc mOx.

—————(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)—————

Người ra đề

Phạm Tuyết Mai

PHÒNG GD & ĐT THANH OAI ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN 6
TRƯỜNG THCS THANH MAI

Đáp án	Điểm
Bài 1: a) $10^{28} + 8 : 8$ vì $10^{28} : 8$ và $8 : 8$ $10^{28} + 8 = 10...08$. Số này có tổng các chữ số $: 9$ nên nó $: 9$ $\Rightarrow 10^{28} + 8$ chia hết cho 8 và 9. Vậy $10^{28} + 8 : 72$ b) Ta có: $396 = 4.9.11$ $155*710*4*16 : 4$ vì nó có hai chữ số tận cùng $: 4 (1)$ $155*710*4*16$ có tổng các chữ số là $30 + * + * + * = 30 + 1 + 2 + 3 = 36 : 9$ nên $155*710*4*16 : 9 (2)$ $155*710*4*16$ có tổng các chữ số ở hàng chẵn là $5 + * + 1 + * + * + 6 = 18$, tổng các chữ số ở hàng lẻ là $1 + 5 + 4 + 7 + 1 = 18$ Nên $155*710*4*16 : 11 (3)$ Từ 1,2,3 suy ra $155*710*4*16 : 396$	0,5đ 0,5đ 1đ 1đ 1đ
Bài 2: $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{2.(1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45)}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1}{2}$	2đ
b) $3A = 3^2 + 3^3 + ... + 3^{2007}$ suy ra $3A - A = 3^{2007} - 3$ hay $2A = 3^{2007} - 3$ $2A + 3 = 3^{2007} - 3 + 3 = 3^{2007} = 3^x$ Vậy $x = 2007$	1đ 1đ 1đ
Bài 3: Ta có: $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} = 1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; ...; \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ Suy ra $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + ... + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + ... + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100}$ Vậy $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + ... + \frac{1}{100^2} < 1$ Bài 4: Số thứ nhất bằng $\frac{9}{11} : \frac{6}{7} = \frac{21}{22}$ (Số thứ hai)	1đ 1đ

Số thứ ba bằng $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (Số thứ hai)	1đ
Tổng của ba số bằng $\frac{21+22+27}{22}$ (số thứ hai) = $\frac{70}{20}$ (số thứ hai)	1đ
Số thứ hai là : $210 : \frac{70}{22} = 66$	
Số thứ nhất là: $\frac{21}{22}.66 = 63$	
Số thứ ba là $\frac{27}{22}.66 = 81$	1đ
Bài 5: HS vẽ hình đúng Gọi số đo $\angle nOy = a$ thì số đo $\angle mOy = 2a$ Nên số đo $\angle xOn = 180 - a$ và $\angle mOx = 180 - 2a$ Theo đề bài $\angle nOx = 3. \angle mOx$ Suy ra $180 - a = .(180 - 2a)$ Suy ra $a = 72^0$ Khi đó số đo góc mOn là $360^0 - (\angle nOy + \angle mOy) = 360^0 - 216^0 = 144^0$	0,5đ 1đ 1đ 1đ 1,5đ

ĐỀ SỐ 79

TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRÜC
TT KIM BÀI

Bài 1 (4 điểm)

2. Cho phân số: $A = \frac{2n-3}{n-2}$ ($n \in \mathbb{Z}; n \neq 2$)

a) Tìm n để A nguyên.

b) Chứng minh rằng phân số A là phân số tối giản

1. Cho P và P + 4 là các số nguyên tố với P > 3. Chứng minh P - 2014 là hợp số.

Bài 2 (5 điểm)

1. Tìm x biết: $\left(\frac{2}{11.13} + \frac{2}{13.15} + \dots + \frac{2}{19.21} \right) . 462 - [2,04 : (x+1,05)] : 0,12 = 19$

2. Cho $a, b, c, d \neq 0$ biết $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$. Tính: $C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}$

Bài 3 (4 điểm)

Số thóc sau khi thu hoạch được người cha chia cho bốn người con. Số thóc của người anh cả được chia bằng $\frac{1}{2}$ số thóc của ba người kia, người anh thứ hai được số thóc bằng $\frac{1}{3}$ số thóc của ba người kia, người anh thứ ba được $\frac{3}{7}$ số thóc của ba người kia. Người em út được 630kg. hỏi số thóc mỗi người anh nhận được sau khi chia ?

Bài 4 : (5 điểm)

Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy vẽ tia Om và On sao cho góc xOm = 90°, góc yOn = 90°.

1. Chứng minh rằng $\widehat{xOn} = \widehat{yOm}$

2. Gọi Ot là tia nằm trong góc xOy sao cho góc xOt = góc tOy. Chứng minh Ot là phân giác của góc mOn.

Bài 5 (2 điểm)

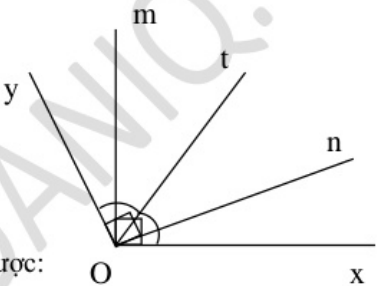
Cho x, y, z là các số nguyên dương. Chứng minh rằng biểu thức sau không có giá trị nguyên.

$$A = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}$$

.....HẾT.....

ĐÁP ÁN

Bùi 1(4 @iỐm) 3 điểm 1 điểm	1. a. $A = 2 + \frac{1}{n-2}$ $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow n-2 \in U(1) = \{-1, 1\} \Rightarrow n \in \{1, 3\}$ b. Gọi d = ƯC (2n-3; n-2) $\Rightarrow \begin{cases} 2n-3:d \\ n-2:d \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2n-3:d \\ 2(n-2):d \end{cases}$ $\Rightarrow 2n-3-2(n-2):d$ $\Rightarrow 1:d$ $\Rightarrow d = \pm 1$ KL: A là phân số tối giản 2. - Từ giả thiết ta có $P = 3k+1$ hoặc $P = 3k+2$ ($k \in \mathbb{N}^*$) - Nếu $P = 3k+2$ thì $P + 4 = 3k+6$ là hợp số (loại) - Nếu $P = 3k + 1$ thì $P - 2014 = 3k - 2013$ chia hết cho 3 Vậy p - 2014 là hợp số.	0,5 @iỐm 1,5 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm
Bùi 2(5 @iỐm) 3,0 @iỐm 2,0 @iỐm	1. $\Rightarrow 20 - [2,04 : (x+1,05)] : 0,12 = 19$ $\Rightarrow [2,04 : (x+1,05)] : 0,12 = 1$ $\Rightarrow (x+1,05) = 17$ $\Rightarrow x = 15,59$ 2. Đặt $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$	1,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 1,0 @iỐm

	Ta có $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$. $\Rightarrow C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} = \pm 4$	0,5 @iỐm
Bùi 3 (2 @iỐm)	Số thóc anh cả bằng $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ tổng số thóc. Số thóc anh hai bằng $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$ tổng số thóc Số thóc anh ba bằng $\frac{3}{3+7} = \frac{3}{10}$ tổng số thóc Số thóc của người em út bằng $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} = \frac{7}{60}$ tổng số thóc. Tổng số thóc thu được: $630 : \frac{7}{60} = 5400(kg)$ Số thóc anh cả nhận được: 1800kg Số thóc anh hai nhận được: 1350kg Số thóc anh ba nhận được: 1620	0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm
Bùi 4 (4 @iỐm)	 a) a) Lập luận được: +) $\angle xOm + \angle mOy = \angle xOy$ hay: $90^\circ + \angle mOy = \angle xOy$ +) $\angle yOn + \angle nOx = \angle xOy$ hay: $90^\circ + \angle nOx = \angle xOy$ $\Rightarrow \angle xOn = \angle yOm$ b) +) Chứng minh được Ot nằm giữa On và Oy +) Ot nằm giữa Om và Ox $\Rightarrow$ Ot nằm giữa On và Om +) Lập luận được : $\angle xOt = \angle tOy$ $\angle xOt = \angle xOn + \angle nOt$ $\angle tOy = \angle yOm + \angle mOt$ $\Rightarrow \angle nOt = \angle mOt$ $\Rightarrow$ Ot là tia phân giác của góc mOn	0,5 @iỐm 0,75 @iỐm 0,75 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,5 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm 0,25 @iỐm

	KL: Ot là phân giác của góc mOn	0,5 @iỐm
Bùi 5(2 @iỐm)	*) Chứng minh được: $\begin{cases} \frac{x}{x+y} > \frac{x}{x+y+z} \\ \frac{y}{y+z} > \frac{y}{x+y+z} \\ \frac{z}{z+x} > \frac{z}{x+y+z} \end{cases} \Rightarrow A > 1$ *) Chứng minh được: $\begin{cases} \frac{x}{x+y} < \frac{x+z}{x+y+z} \\ \frac{y}{y+z} < \frac{y+x}{x+y+z} \\ \frac{z}{z+x} < \frac{z+y}{x+y+z} \end{cases} \Rightarrow A < 2$ Vậy $1 < A < 2$ nên A không là số nguyên	1,0 @iỐm 1,0 @iỐm

Chú ý. Nếu học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

ĐỀ 80
PHÒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS BÌNH MINH

ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 6

Năm học 2013 - 2014

Môn thi : Toán

Thời gian làm bài : 120 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (5 điểm)

a) Tìm x biết $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 5750$.

b) Tìm x; y $\in \mathbb{Z}$ biết $2^x + 124 = 5^y$.

c) Tìm kết quả của phép nhân $A = \underbrace{666\dots 6}_{100\dots /s} \cdot \underbrace{999\dots 9}_{100\dots /s}$

Câu 2 : (4 điểm)

a) Chứng minh rằng : $\frac{10^{2014} + 8}{72}$ là một số tự nhiên.

b) Cho $\overline{abc} : 7$. Chứng tỏ rằng $2a + 3b + c : 7$

c) Cho các số tự nhiên từ 11 đến 21 được viết theo thứ tự tùy ý, sau đó đem cộng mỗi số đó với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Câu 3 : (2 điểm) Cho $S = \frac{5}{20} + \frac{5}{21} + \frac{5}{22} + \frac{5}{23} + \dots + \frac{5}{49}$. Chứng minh rằng $3 < S < 8$.

Câu 4 : (4 điểm) Tìm 3 số có tổng bằng 420, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ hai và bằng

$\frac{2}{3}$ số thứ ba.

Câu 5 : (5 điểm)

a) Cho góc xOy bằng 80° , góc xOz bằng 30° . Tính số đo góc yOz ?

b) Cho 4 điểm A; B; C; D không nằm trên đường thẳng a. Chứng minh rằng đường thẳng a hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng trong số các đoạn thẳng sau : AB; AC; BC; BD; CD; AD.

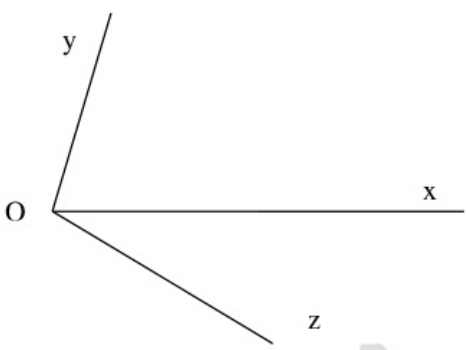
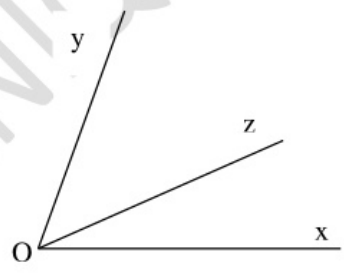
PHÒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS BÌNH MINH

HƯỚNG DẪN CHẤM THI OLYMPIC
Năm học 2013 - 2014

Môn thi : Toán - Lớp 6

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5 điểm)	a) Ta có $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 5750$. $\Rightarrow 100x + 101.50 = 5750$ $\Rightarrow 100x = 700 \Rightarrow x = 7$ b) +) $x = 0 \Rightarrow 2^0 + 124 = 5^y \Rightarrow 125 = 5^y$ $\Rightarrow 5^3 = 5^y \Rightarrow y = 3$ +) $x \neq 0 \Rightarrow 2^x + 124$ là số chẵn $\Rightarrow 2^x + 124 = 5^y$ là vô lý Vậy $x = 0$ và $y = 5$ thì thỏa mãn đề bài. c) $A = \underbrace{666\dots6}_{100c/s} \cdot \underbrace{999\dots9}_{100c/s} = A = \underbrace{666\dots6}_{100c/s} \cdot (\underbrace{100\dots0}_{100c/s} - 1)$ $= \underbrace{666\dots6}_{100c/s} \underbrace{000\dots0}_{100c/s} - \underbrace{666\dots6}_{100c/s}$ $= \underbrace{666\dots6}_{99c/s} \underbrace{5333\dots34}_{99c/s}$	0,75 0,75 0,5 0,25 0,5 0,25 0,5 0,5 1,0
Câu 2 (4 điểm)	a) Chứng minh : $10^{2014} + 8 \vdots 8$ $10^{2014} + 8 \vdots 9$ Mà $(8; 9) = 1 \Rightarrow 10^{2014} + 8 \vdots 72$ $\Rightarrow \frac{10^{2014} + 8}{72} \text{ là một số tự nhiên.}$ b) $\overline{abc} \vdots 7 \Rightarrow 100a + 10b + c \vdots 7 \Rightarrow 98a + 7b + (2a + 3b + c) \vdots 7$ $\Rightarrow 7(14a + b) + (2a + 3b + c) \vdots 7$ Mà $7(14a + b) \vdots 7 \Rightarrow (2a + 3b + c) \vdots 7$ c) Khi xét 1 số tự nhiên khi chia cho 10 $\Rightarrow \text{Có thể xảy ra 10 trường hợp về số dư } \in \{0; 1; 2; \dots; 9\} \quad (1)$ Mà các số tự nhiên từ 11 $\rightarrow$ 21 gồm $(21 -) + 1 = 11$ số.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5

	Biết mỗi số cộng với đúng số thứ tự của nó được 1 tổng => Có 11 tổng , mỗi tổng đều có giá trị là 1 số tự nhiên (2) Từ (1) và (2) => Trong 11 tổng trên chắc chắn có 2 tổng có cùng số dư khi chia cho 11 => Luôn $\exists$ hai tổng có hiệu chia hết cho 10.	0,5 0,5 0,5
Câu 3 (2 điểm)	Xét tổng $S = \frac{5}{20} + \frac{5}{21} + \frac{5}{22} + \frac{5}{23} + \dots + \frac{5}{49}$ có 30 số hạng Mà $\frac{5}{20} > \frac{5}{50}; \frac{5}{21} > \frac{5}{50}; \frac{5}{22} > \frac{5}{50}; \dots; \frac{5}{49} > \frac{5}{50}$ => $S > 30 \cdot \frac{5}{50} \Rightarrow S > 3$ (1) Lại có : $\frac{5}{20} = \frac{5}{20}; \frac{5}{21} < \frac{5}{20}; \frac{5}{22} < \frac{5}{20}; \dots; \frac{5}{49} < \frac{5}{20}$ => $S < 30 \cdot \frac{5}{20} = \frac{150}{20} \Rightarrow S < 8$ (2) Từ (1) và (2) => $3 < S < 8$.	0,25 0,5 0,25 0,5 0,25 0,25
Câu 4 (4 điểm)	Lập luận => Số thứ nhất bằng $\frac{21}{22}$ số thứ hai. Số thứ ba bằng $\frac{27}{22}$ số thứ hai. => Tổng của ba số bằng $\frac{22+21+27}{22} = \frac{70}{22}$ số thứ hai => Số thứ hai là : $420 : \frac{70}{22} = 132$ => Số thứ nhất là : $\frac{21}{22} \cdot 132 = 126$ => Số thứ ba là : $\frac{27}{22} \cdot 132 = 162$	0,75 0,75 0,75 0,75 0,5 0,5

Câu 5 (5 điểm)	a) +) TH1: Hai tia Oy và Oz nằm trên hai nửa mp đối nhau bờ chứa tia Ox : Lập luận => Tia Ox nằm giữa hai tia Oy và Oz  => góc $yOz = 80^0 + 30^0 = 110^0$ +) TH2: Hai tia Oy và Oz cùng nằm trên một nửa mp bờ chứa tia Ox  Lập luận => Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy . => góc $yOz = 80^0 - 30^0 = 50^0$ b) +) TH1: Bốn điểm A; B; C; D cùng thuộc một nửa mp bờ là a. => Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng AB; AC; AD; BC; BD; CD +) TH2: Trong hai nửa mp đối nhau bờ a, mỗi nửa mp chứa 2 trong bốn điểm A; B; C; D => Đường thẳng a cắt 4 đoạn thẳng trong số 6 đoạn thẳng AB; AC; AD; BC; BD; CD.	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
---------------------------	---	--

	+) TH2: Trong hai nửa mp đối nhau bờ a, một nửa mp chứa 1 điểm, nửa mp còn lại chứa 3 trong số bốn điểm A; B; C; D => Đường thẳng a cắt 3 đoạn thẳng trong số 6 đoạn thẳng AB; AC; AD; BC; BD; CD. Suy ra điều phải chứng minh .	0,5 0,5
--	--	-----------------------

TM NHÀ TRƯỞNG

NGƯỜI RA ĐỀ

TOANIQ.COM

ĐỀ 81

TRƯỜNG THCS THANH THỦY

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

Năm học 2013 – 2014

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1(4 điểm):

Cho số $155*710*4*16$ có 12 chữ số. Chứng minh rằng nếu thay các dấu $*$ bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1; 2; 3 một cách tùy ý thì số đó luôn chia hết cho 396.

Bài 2(5 điểm):

a) Tìm $x, y \in \mathbb{Q}$ sao cho $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}$.

b) Cho $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$. Biết tích ab là số liền sau của tích cd và $a + b = c + d$. Chứng minh rằng $a = b$.

Bài 3(2 điểm): Tìm số tự nhiên n để phân số $B = \frac{10n-3}{4n-10}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 4(4 điểm):

Cho các phân số $\frac{35}{396}$ và $\frac{28}{297}$. Tìm phân số nhỏ nhất mà khi chia cho mỗi phân số đó ta được một số nguyên?

Bài 5(5 điểm): Cho góc bẹt xOy , trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2\text{cm}$, trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1\text{cm}$; $OB = 4\text{cm}$.

- a) Chứng tỏ rằng điểm M nằm giữa hai điểm O và B ; điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB .
b) Từ O kẻ hai tia Ot và Oz sao cho $tOy = 130^\circ$, $zOy = 30^\circ$. Tính số đo tOz ?

Duyệt của tổ chuyên môn

Duyệt của BGH

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG TOÁN 6
Năm học 2013 -2014

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 (4 đ)	Ta nhận thấy vị trí của các chữ số thay thế ba dấu sao trong số trên đều ở hàng chẵn và vì ba số đó đôi một khác nhau, lấy từ tập hợp $\{1; 2; 3\}$ nên tổng của chúng luôn bằng $1 + 2 + 3 = 6$. Mặt khác $396 = 4.9.11$ trong đó 4; 9; 11 đôi một nguyên tố cùng nhau nên ta cần chứng minh $A = \overline{155*710*4*16}$ chia hết cho 4; 9 và 11. Thật vậy: +) $A : 4$ vì số tạo bởi hai chữ số tận cùng của A là 16. +) $A : 9$ vì tổng các chữ số chia hết cho 9. +) $A : 11$ vì hiệu số giữa tổng các chữ số hàng chẵn và tổng các chữ số hàng lẻ là 0. Vậy $A : 396$.	0,5đ 1,0đ 1,0đ 1,0đ 0,5đ
Bài 2 (5đ)	a) $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{y}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2y+1}{6}$ $\Rightarrow x(2y+1) = 30$, mà $2y+1$ là số lẻ nên $2y+1$ là ước lẻ của 30. Lập bảng tìm được x, y. Vậy có 8 cặp (x, y) thỏa mãn đề bài là (2; 7), (-2; -8), (6; 2), (-6; -3), (10; 1), (-10; -2), (30; 0), (-30; -1). b) Ta có: $a + b = c + d \Rightarrow d = a + b - c$. Vì ab là số liền sau của cd nên $ab - cd = 1$. Suy ra: $ab - c(a + b - c) = 1$ $\Leftrightarrow ab - ac - bc + c^2 = 1$ $\Leftrightarrow a(b - c) - c(b - c) = 1$ $\Leftrightarrow (b - c)(a - c) = 1$ $\Rightarrow a - c = b - c$ (vì cùng bằng 1 hoặc -1) $\Leftrightarrow a = b$ (đpcm).	0,5đ 1,0đ 1,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 3 (2đ)	$B = \frac{10n-3}{4n-10} = \frac{5(2n-5)+22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{11}{2n-5}$. B đạt GTLN khi $\frac{11}{2n-5}$ đạt GTLN. Vì $11 > 0$ và không đổi nên $\frac{11}{2n-5}$ đạt GTLN khi $2n - 5 > 0$ và đạt GTNN. Suy ra $2n - 5 = 1 \Leftrightarrow n = 3$. Vậy B đạt GTLN là $\frac{5}{2} + 11 = 13,5$ khi $n = 3$.	0,5đ 1,0đ 0,5đ

Bài 4 (4đ)	Gọi phân số phải tìm là $\frac{x}{y}$ ($x, y \in \mathbb{L}$ và $(x, y) = 1$) Ta có: $\frac{x}{y} : \frac{35}{396} = \frac{396x}{35y}$; $\frac{x}{y} : \frac{28}{297} = \frac{297x}{28y}$ Vì kết quả là một số nguyên nên $396x : 35y$ và $297x : 28y$ Mà $(396; 35) = 1$; $(297; 28) = 1$ và $(x; y) = 1$ $\Rightarrow 396 : y$ và $297 : y$; $x : 35$ và $x : 28$ Để $\frac{x}{y}$ nhỏ nhất khi x nhỏ nhất và y lớn nhất. Do đó: $x = \text{BCNN}(35; 28) = 140$ $y = \text{UCLN}(396; 297) = 99$ Vậy phân số phải tìm là $\frac{140}{99}$.	0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 1,0đ 0,25đ
Bài 5 (5đ)	a) Trên tia Oy có $OM < OB$ (vì $1\text{cm} < 4\text{cm}$) nên M nằm giữa O và B $\Rightarrow OM + MB = OB \Rightarrow MB = OB - OM = 3\text{cm}$ (1) Vì Ox, Oy đối nhau mà $A \in Ox$, $M \in Oy$ nên O nằm giữa A và M $\Rightarrow AM = AO + OM = 3\text{cm}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $MB = MA = 3\text{cm}$ hay M là trung điểm của AB. b) TH1: Ot và Oz cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ xy: $\angle Oz = 100^\circ$ TH2: Ot và Oz nằm về hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xy: $\angle Oz = 160^\circ$	0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ 1,5đ 1,5đ

Duyệt của tổ chuyên môn

Duyệt của BGH

ĐỀ SỐ 82

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS BÍCH HÒA

ĐỀ THI OLYMPIC
MÔN TOÁN 6

Năm học 2013 – 2014

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể giao đề)

Đề chính thức

Bài 1 (4 điểm)

- a, Chứng tỏ $4x + 3y$ chia hết cho 7 khi $2x + 5y$ chia hết cho 7
b, Tìm các số tự nhiên có bốn chữ số sao cho khi chia nó cho 130 , cho 150 được các số dư lần lượt là 88 và 108.

Bài 2 (5,0 điểm) :

- a) Tính $A = \left(\frac{7777}{8585} - \frac{77}{85} + \frac{7777}{16362} - \frac{77}{162} \right) \cdot \frac{123498766}{987661234}$
b, Tìm phân số lớn nhất, khi chia các phân số $\frac{24}{7}$ và $\frac{18}{11}$ cho nó ta đều được các thương là số nguyên.

Bài 3 (2,0 điểm) :

a, Cho biết $S = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{130}$. Chứng minh rằng $\frac{1}{4} < S < \frac{91}{330}$

Bài 4 (4,0 điểm): Tổng bình phương của 3 số tự nhiên là 2596. Biết rằng tỉ số giữa số thứ nhất và số thứ hai là $\frac{2}{3}$, giữa số thứ hai và số thứ ba là $\frac{5}{6}$. Tìm ba số đó.

Bài 5 (5,0 điểm) :

Cho tia Oz nằm trong góc vuông xOy. Vẽ tia Ot sao cho Ox là tia phân giác của góc tOz. Vẽ tia Om sao cho tia Oy là phân giác của góc zOm.

- a, Chứng minh rằng tia Om và tia Ot là hai tia đối nhau .
b, Gọi Ox' là tia đối của tia Ox, biết góc x'Oz bằng 30° . Tính góc tOz .
c, Vẽ thêm 2014 tia phân biệt gốc O (không trùng với các tia Ox,Oz,Oy,Om,Ox' và Ot).

Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu góc ?

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

PHÒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS BÍCH HÒA

HƯỚNG DẪN CHẤM và ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC
TOÁN 6
Năm học 2013 – 2014

Bài	Tóm tắt nội dung hướng dẫn	Điểm
Bài 1 (4,0 đ)	<u>Câu a (2 điểm)</u> Ta có $4x + 3y : 7$ $\Rightarrow 4(4x + 3y) : 7$ $\Rightarrow 16x + 12y : 7$ $\Rightarrow 14x + 7y + 2x + 5y : 7$ Mà $14x + 7y = 7(2x + y) : 7$ Nên $2x + 5y : 7$ Vậy $4x + 3y : 7$ khi $2x + 5y : 7$	0,5 đ
	<u>Câu b (2 điểm)</u> Gọi số phải tìm là a . Ta có a + 42 chia hết cho 130 và 150 nên a + 42 là BC(130,150) Tìm đúng a = 1908; 3858 ;5808; 7758; 9708 (mỗi giá trị 0,25 đ)	0,5 đ 0,5 đ 0,75đ 1,25đ
	<u>Câu a (2,0 điểm)</u> $\frac{7777}{8585} = \frac{7777 : 101}{8585 : 101} = \frac{77}{85}$	0,5 đ
	Ta có $\frac{7777}{16362} = \frac{7777 : 101}{16362 : 101} = \frac{77}{162}$	0,5 đ
	$A = \left(\frac{75}{85} - \frac{75}{85} + \frac{77}{162} - \frac{77}{162} \right) \cdot \frac{123498766}{987661234}$	0,5 đ
	Vậy $A = (0 + 0) \cdot \frac{123498766}{987661234} = 0$	0,5 đ
Bài 2 (5,0đ)	<u>Câu b(3,0 điểm)</u>	0,5 đ
		0,5 đ

	$S > \left(\frac{1}{110} + \dots + \frac{1}{110} \right) + \left(\frac{1}{120} + \dots + \frac{1}{120} \right) + \left(\frac{1}{130} + \dots + \frac{1}{130} \right)$ $S > \frac{1}{110} \cdot 10 + \frac{1}{120} \cdot 10 + \frac{1}{130} \cdot 10 = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}$ $S > \frac{156 + 143 + 132}{1716}$ $S > \frac{431}{1716} > \frac{429}{1716} \text{ Hay } S > \frac{1}{4}$ Từ (1) và (2) ta có $\frac{1}{4} < S < \frac{91}{330}$	0,25 đ 0,5 đ
Bài 4 (4 đ)	Gọi a, b, c là 3 số tự nhiên phải tìm. Theo đề bài ta có: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}; \frac{b}{c} = \frac{5}{6}$ (1) và $a^2 + b^2 + c^2 = 2596$ (2) Từ (1) suy ra $a = \frac{2}{3}b; c = \frac{6}{5}b$, thay vào (2) ta có: $\frac{4}{9}b^2 + b^2 + \frac{36}{25}b^2 = 2596$ $\Rightarrow \frac{649}{225}b^2 = 2596$ $\Rightarrow b^2 = 900$ Tính được b = 30, $a = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20; c = \frac{6}{5} \cdot 30 = 36$ Vậy 3 số tự nhiên cần tìm là: 30; 20; 36	1 đ 1 đ 1 đ 0,75 đ 0,25 đ
Bài 5 (5,0 đ)		0,5 đ

- Bài làm không có hình vẽ không cho điểm. - Hình vẽ chính xác phần a, b được 0,5 điểm	
Câu a : 2,0 điểm	
* Chứng minh góc tOz + góc zOm = 180 ⁰	
Tia Oz nằm trong góc xOy nên góc xOz + góc zOy = góc xOy = 90 ⁰	0,25 đ
Theo giả thiết có các tia phân giác nên góc xOz = $\frac{1}{2}$ góc tOz	
góc zOy = $\frac{1}{2}$ góc zOm	0,25 đ
Từ đó suy ra $\frac{1}{2}$ góc tOz + $\frac{1}{2}$ góc zOm = 90 ⁰	
Hay góc tOz + góc zOm = 180 ⁰	0,5 đ
* Chứng minh góc tOz và góc zOm là hai góc kề nhau:	0,5 đ
* Kết luận : Cho 0,5 điểm	0,25
Câu b : 1,5 điểm	
Chứng minh góc tOx = mOx' = 30 ⁰ (Cùng kề bù với góc mOx)	0,5 đ
Góc tOx = góc xOz = 30 ⁰	0,5 đ
Góc tOz = 60 ⁰	0,5 đ
Câu c : 1,0 điểm	
Giả sử vẽ thêm n tia phân biệt gốc O không trùng với các tia Ox,Oy,Oz,Ot,Om,Ox'. Tất cả trong hình vẽ có n+6 tia phân biệt .	
Cứ 1 tia trong n+6 tia đó tạo với n+5 tia còn lại thành n+5 góc .	0,25 đ
Có n+6 tia nên tạo thành (n+5)(n+6) góc , nhưng như thế mỗi góc được tính 2 lần . Vậy có tất cả là $\frac{(n+5)(n+6)}{2}$ góc	0,5 đ

	Thay = 2014 ta được số góc có là $(2014+6)(2014+5) : 2 = 2\,039\,190$ góc	0,25 đ
--	--	--------

***Chú ý :** Học sinh có thể giải cách khác, nếu chính xác thì hưởng trọn số điểm câu đó.

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 83
PHÒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS CỤ KHÊ

ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 6
Năm học 2013 – 2014

Môn thi : **Toán**
Thời gian làm bài : 120 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1(6 đ)

1. Tìm số nguyên x, y thỏa mãn một trong hai điều kiện sau:

a) $\frac{x}{15} = \frac{3}{y}$ và $x < y < 0$

b) $|x+3| + |y-2| = 0$

2. Cho phân số $A = \frac{3n-5}{n+4}$. Tìm n thuộc $\mathbb{Z}$ để A có giá trị nguyên.

Câu 2(4 đ)

Trong một lớp học chỉ gồm hai loại học sinh Khá và học sinh Giỏi. Cuối học kỳ I số học sinh Giỏi bằng $\frac{2}{7}$ số học sinh Khá. Đến cuối năm có 1 học sinh Khá được xếp vào loại Giỏi nên số học sinh

Giỏi bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh Khá. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Câu 3 (4 đ) Tìm x biết :

$$\frac{2}{3}x - 70 \frac{10}{11} : \left(\frac{131313}{151515} + \frac{131313}{353535} + \frac{131313}{636363} + \frac{131313}{999999} \right) = -5$$

Câu 4 (4 đ) Cho điểm O thuộc đường thẳng xy . Vẽ các tia OA, OB sao cho góc AOx bằng 40° , góc Boy bằng 60° . Tính số đo góc AOB .

Câu 5 (2 đ) Chứng minh rằng nếu $6x + 11y$ chia hết cho 31 (x, y thuộc $\mathbb{Z}$) thì $x + 7y$ chia hết cho 31.

.....Hết.....

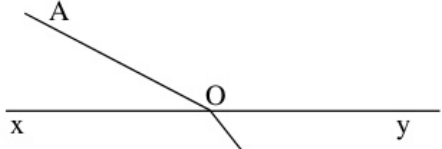
PHÒNG GD&ĐT THANH OAI
TRƯỜNG THCS CỤ KHÊ

HƯỚNG DẪN CHẤM THI OLYMPIC
Năm học 2013 – 2014

Môn thi : **Toán lớp 6**

Câu	Nội dung	Điểm						
Câu 1 (6 điểm)	1. a) Với $\frac{x}{15} = \frac{3}{y}$ nên $x.y = 45$	0,5 đ						
	Với $x < y < 0$ nên ta có bảng sau:	1,0 đ						
	<table><tr><td>x</td><td>-45</td><td>-15</td><td>-9</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>-3</td><td>-5</td></tr></table>		x	-45	-15	-9	y	-1
x	-45	-15	-9					
y	-1	-3	-5					

	b) Với $x+3 \geq 0$; $y-2 \geq 0$ nên tổng bằng 0 khi : $x + 3 = 0$ và $y - 2 = 0$ $x = - 3$ và $y = 2$ 2. Ta cú $A = \frac{3n-5}{n+4} = \frac{3n+12-17}{n+4} = \frac{3(n+4)-17}{n+4} = 3 - \frac{17}{n+4}$ Để A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow n+4 \in U(17)$ Mà $U(17) = \{\pm 1; \pm 17\}$ Ta có bảng sau: <table><tr><td>$n + 4$</td><td>-17</td><td>-1</td><td>1</td><td>17</td></tr><tr><td>n</td><td>-21</td><td>-5</td><td>-3</td><td>13</td></tr></table>	$n + 4$	-17	-1	1	17	n	-21	-5	-3	13	1,0 đ 0,5 đ 1,0 đ 1,0 đ 1,0 đ
$n + 4$	-17	-1	1	17								
n	-21	-5	-3	13								
Câu 2 (4 điểm)	Cuối học kỳ I số HSG bằng $\frac{2}{9}$ số học sinh cả lớp Cuối năm số HSG bằng $\frac{1}{4}$ số học sinh cả lớp Nên 1 học sinh ứng với $\frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36}$ (số học sinh cả lớp) Vậy số học sinh của lớp đó là $1 : \frac{1}{36} = 36$ (học sinh)	1,0 đ 1,0 đ 1,0 đ 1,0 đ										
Câu 3 (4 điểm)	$\frac{2}{3}x - 70 : \frac{10}{11} : \left(\frac{131313}{151515} + \frac{131313}{353535} + \frac{131313}{636363} + \frac{131313}{999999} \right) = -5$ $\frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left(\frac{13}{15} + \frac{13}{35} + \frac{13}{63} + \frac{13}{99} \right) = -5$ $\frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left[13 \cdot \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} \right) \right] = -5$ $\frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left[13 \cdot \left(\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \frac{1}{9.11} \right) \right] = -5$ $\frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left[\frac{13}{2} \cdot \left(\frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \frac{2}{9.11} \right) \right] = -5$ $\frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left[\frac{13}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) \right] = -5$ $\frac{2}{3}x - 45 = -5$ $x = 60$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 1,0 đ 1,0 đ										
Câu 4 (4 điểm)	Xét 2 trường hợp: a) Các tia OA, OB nằm cùng phía đối với xy 	0,5 đ										

	$\widehat{yOA} = 180^\circ - \widehat{AOx} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ Tia OB nằm giữa hai tia Oy và OA nên: $\widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{AOy}$ $\widehat{AOB} + 60^\circ = 140^\circ$ Vậy $\widehat{AOB} = 80^\circ$ b) Các tia OA, OB nằm khác phía đối với xy 	0,5 đ
	$\widehat{xOB} = 180^\circ - \widehat{BOy} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ Tia Ox nằm giữa hai tia OA và OB nên: $\widehat{AOB} = \widehat{AOx} + \widehat{xOB} = 40^\circ + 120^\circ = 160^\circ$	0,5 đ
		0,5 đ
Câu 5 (2 điểm)	Vì $(6x + 11y) \vdots 31 \Rightarrow (6x + 11y + 31y) \vdots 31$ $\Rightarrow (6x + 42y) \vdots 31$ $\Rightarrow 6(x + 7y) \vdots 31$ Mà $(6; 31) = 1$ Nên $(x + 7y) \vdots 31$	1,0 đ
		1,0 đ

ĐỀ SỐ 84

Câu 1: (4 điểm)

1) Chứng minh rằng số $A = 10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 (n là số tự nhiên)

2) Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n phân số sau tối giản: $\frac{16n+3}{12n+2}$

Câu 2: (5 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y sao cho: $(x - 1)(3 - y) = 2$

2) Tìm tập hợp số nguyên x, biết :

$$(1\frac{3}{4} - \frac{6}{4}) : (1\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5} + 20\%) < x < 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{4} + 3\frac{2}{11} : 2\frac{3}{21}$$

3) Tìm số tự nhiên x biết: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2013}{2015}$

Câu 3: (2 điểm)

Chứng minh rằng : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{1999}} > 1000$

Câu 4: (4 điểm)

Sau buổi biểu diễn văn nghệ, nhà trường tặng cam cho các tiết mục. Lần đầu tiết mục đồng ca hết $\frac{5}{6}$ số cam và $\frac{1}{6}$ quả; lần 2 tặng tiết mục tốp ca hết $\frac{6}{7}$ số cam còn lại và $\frac{1}{7}$ quả; lần 3 tặng tiết mục đơn ca hết $\frac{3}{4}$ số cam còn lại lần 2 và $\frac{1}{4}$ quả thì vừa hết. Tính số cam trường đó đã tặng và số cam riêng cho các tiết mục đồng ca, tốp ca và đơn ca.

Câu 5: (5 điểm)

Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120° . Chứng minh rằng:

a. $xOy = xOz = yOz$

b. Tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại.

.....**HẾT**.....

Câu	Nội dung	Điểm
-----	----------	------

Câu 1 (4điểm)	1) Ta viết số A dưới dạng sau : $A = 10^n + 18n - 1 = 10^n - 1 - 9n + 27n$ $= \underbrace{99\dots9}_n - 9n + 27n = 9(\underbrace{11\dots1}_n - n) + 27n$ n là tổng các chữ số của $\underbrace{11\dots1}_n$ nên $(\underbrace{11\dots1}_n - n) \vdots 3$ Từ đó $\Rightarrow A \vdots 27$ 2) Gọi ƯCLN của tử và mẫu là d ($d \in \mathbb{N}, d \geq 1$) thì $16n + 3 \vdots d$ và $12n + 2 \vdots d$ $3(16n + 3) \vdots d$ và $4(12n + 2) \vdots d$ Do đó $3(16n + 3) - 4(12n + 2) \vdots d$ $\Rightarrow 48n + 9 - 48n - 8 \vdots d$ $\Rightarrow 1 \vdots d$ Vậy $d = 1 \Rightarrow$ Phân số $\frac{16n+3}{12n+2}$ là phân số tối giản.	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 2 (5điểm)	1) Ta có: $(x - 1)(3 - y) = 2$ Vì 4 có các ước là -2; -1; 1; 2 và $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $(x - 1), (3 - y) \in \mathbb{Z}$. Do đó ta có: $+ \begin{cases} x - 1 = -1 \\ 3 - y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 1 \\ y = 3 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$ $+ \begin{cases} x - 1 = -2 \\ 3 - y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 + 1 \\ y = 3 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ $+ \begin{cases} x - 1 = 2 \\ 3 - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + 1 \\ y = 3 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ $+ \begin{cases} x - 1 = 1 \\ 3 - y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 1 \\ y = 3 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy các cặp số nguyên x; y thỏa mãn là: $(x; y) = \{(0; 5); (-1; 4); (3; 2); (2; 1)\}$ 2) $(1\frac{3}{4} - \frac{6}{4}) : (1\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5} + 20\%) < x < 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{4} + 3\frac{2}{11} : 2\frac{3}{21}$ $\Rightarrow (\frac{7}{4} - \frac{6}{4}) : (1\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5} + \frac{1}{5}) < x < \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{4} + \frac{32}{11} : \frac{245}{121}$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 1đ

	$\Rightarrow \frac{1}{4} : 3\frac{4}{5} < x < 3 + \frac{35}{11} \cdot \frac{121}{245} \Rightarrow \frac{5}{76} < x < \frac{32}{7} \text{ mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{1; 2; 3; 4\}$	0,5đ
	3. Nhân $\frac{1}{2}$ vào hai vế ta được : $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$ $\Rightarrow \frac{x-1}{2(x+1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2015}$ $\Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{2013}{2015}$ $\Rightarrow 2015x - 2015 = 2013x + 2013$ $\Rightarrow 2x = 4028 \Rightarrow x = 2014$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 3 (2điểm)	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{1999}} = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(\frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2^3}\right) + \left(\frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{2^4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{1998}} + \dots + \frac{1}{2^{1999}}\right)$ $> 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \cdot 2 + \frac{1}{2^3} \cdot 2^2 + \frac{1}{2^4} \cdot 2^3 + \dots + \frac{1}{2^{1999}} \cdot 2^{1998}$ $= 1 + \frac{1}{2} \cdot 1999 = 1000,5 > 1000 \text{ (ĐPCM)}$	0,5đ 1đ 0,5đ
Câu 4 (4điểm)	- Nhân xét : $\frac{1}{4}$ quả cuối cùng chính là $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ số cam còn lại sau lần 3. Vậy bài này phải tính ngược từ dưới lên. Tiết mục đơn ca được tặng $\frac{1}{4} : \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} = 1$ (quả). Tương tự trên, tiết mục đơn ca và tốp ca được tặng : $\left(\frac{1}{7} + 1\right) : \frac{1}{7} = 8 \text{ (quả)}.$ Tương tự số cam của trường đó đã tặng : $\left(8 + \frac{1}{6}\right) : \frac{1}{6} = 49 \text{ (quả)}$ Số cam tặng tiết mục tốp ca : $8 - 1 = 7$ (quả) Số cam tặng tiết mục đồng ca : $49 - 8 = 41$ (quả).	1đ 0,75đ 0,75đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 5		

(5điểm)	a) Kẻ tia Ox' là tia đối của tia Ox Ta có: $x'Oy + yOx = 180^0$ (kề bù) $\Rightarrow x'Oy = 180^0 - 120^0 = 60^0$ Tương tự: $x'Oz = 60^0$ Ta có : $x'Oy = 60^0, x'Oz = 60^0$ và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz nên $yOz = yOx' + x'Oz = 120^0$ vậy $xOy = yOz = zOx$ b) Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz và $x'Oy = x'Oz$ nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy, Oz. -Tương tự tia Oy' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân giác của góc xOz và xOy.	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 1đ 0,5đ 0,5đ 1đ
---------	---	---

ĐỀ SỐ 85

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH OAI
TRƯỜNG THCS XUÂN DƯƠNG

ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN CẤP HUYỆN

Năm học 2013-2014

Môn: Toán 6

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (4 điểm):

Cho biểu thức $A = \frac{-5}{n-2}$

- a, Tìm các số nguyên n để biểu thức A là phân số.
b, Tìm các số tự nhiên n để biểu thức A là số nguyên

Bài 2: (5 điểm):

1. **Tính nhanh** $A = 3.136.8 + 4.14.6 - 14.150$

$$B = \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} : \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{8}{33}$$

2. **Tìm x biết**

$$a/ 3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$$

$$b/ |x-5| = 18 + 2 \cdot (-8)$$

Bài 3: (5 điểm)

1. Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

- a) Chứng tỏ rằng $OA < OB$.
b) Trong ba điểm O, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

2. Cho góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù. Biết góc BOC bằng năm lần góc AOB.

- a) Tính số đo AOB, BOC.
b) Gọi OD là tia phân giác của góc BOC. Tính số đo góc AOD.

Bài 4. (4 điểm):

Bạn An nghĩ ra một số có 3 chữ số, nếu bớt số đó đi 8 đơn vị thì được một số chia hết cho 7, nếu bớt số đó đi 9 đơn vị thì được một số chia hết cho 8, nếu bớt số đó đi 10 đơn vị thì được 1 số chia hết cho 9. Hỏi bạn An nghĩ ra số nào?

Bài 5. (2 điểm):

$$\text{Chứng minh rằng } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{2011^2} + \frac{1}{2012^2} < 1$$

----- Hết -----

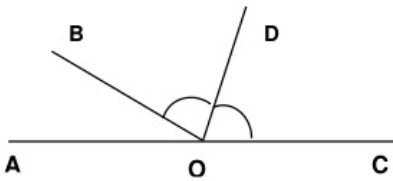
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM THI OLYMPIC CẤP HUYỆN

Thầy Thích – 0919.281.916

THANH OAI
TRƯỜNG THCS XUÂN DƯƠNG

Năm học 2013-2014
Môn: Toán 6
Thời gian làm bài: 120 phút

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Bài 1 (4,0 điểm)	a/ $n \in \mathbb{Z}$ và $n \neq 2$ b/ $(n - 2) \cup (-5) = \{\pm 1; \pm 5\}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} n-2=-1 \\ n-2=1 \\ n-2=-5 \\ n-2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \in N \\ n=3 \in N \\ n=-3 \notin N \\ n=7 \in N \end{cases}$ Vậy $n = 1; 3; 7$	2 1 0,5 0,5
Bài 2 (5 điểm)	1 $A = 24.136 + 24.14 - 14.150 = 24.(136 + 14) - 14.150$ $= 24.150 - 14.150 = 10.100 = 10.100$ $B = \left(\frac{11}{4} \cdot \frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{11}{4} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-5}{9} - \frac{4}{9} \right) \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \frac{-9}{9} \cdot \frac{8}{33} = \frac{11}{4} \cdot \frac{-8}{33} = \frac{2}{3}$ 2 a) $3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$ $3 + 2^{x-1} = 24 - 4^2 + 3$ $2^{x-1} = 24 - 4^2 = 2^2$ $x - 1 = 2$ $x = 3$ b/ $x = 7$ hoặc $x = 3$;	0,5 1 0,5 0,5 0,5 1
Bài 3 (5đ)	 1.(2 điểm) Hai tia AO, AB đối nhau, nên điểm A nằm giữa hai đ O và B $\Rightarrow OA < OB$. Ta có M và N thứ tự là trung điểm của OA, OB, nên : $\Rightarrow OM = \frac{OA}{2}; \quad ON = \frac{OB}{2}$ Vì $OA < OB$, nên $OM < ON$. Hai điểm M và N thuộc tia OB, mà $OM < ON$ nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N. 2.(3 điểm) Vẽ hình đúng  a) Vì AOB và BOC là hai góc kề bù nên: $AOB + BOC = 180^\circ$ mà $BOC = 5.AOB$ nên: $6.AOB = 180^\circ$ Do đó: $AOB = 180^\circ : 6 = 30^\circ$; $BOC = 5.30^\circ = 150^\circ$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

	b) Vì OD là tia phân giác của BOC nên $\angle BOD = \angle DOC = \frac{1}{2} \angle BOC = 75^\circ$. Vì góc AOD và góc DOC là hai góc kề bù nên: $\angle AOD + \angle DOC = 180^\circ$ Do đó $\angle AOD = 180^\circ - \angle DOC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ KL:	0,5 0,25 0,25
Bài 4 (4,0điểm)	Gọi số bạn An nghĩ ra là A Vì $(A-8) : 7 \Rightarrow (A-1) - 7 : 7 \Rightarrow (A-1) : 7$ Vì $(A-9) : 8 \Rightarrow (A-1) - 8 : 8 \Rightarrow (A-1) : 8$ Vì $(A-10) : 9 \Rightarrow (A-1) - 9 : 9 \Rightarrow (A-1) : 9$ Do đó: (A-1) là bội chung của 7,8,9 và A là số có 3 chữ số nên $99 < A < 1000$ Từ đó giải và tìm được $A-1 = 504$ Suy ra : $A = 505$	1 0,5 0,5 1 0,5 0,5
Bài 5 (2,0đ)	Ta có $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} ; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} ; \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4} ; \dots ; \frac{1}{2012^2} < \frac{1}{2011.2012}$	0,5
	$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2011^2} + \frac{1}{2012^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2011.2012}$	0,5
	$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2011^2} + \frac{1}{2012^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}$	0,5
	$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2011^2} + \frac{1}{2012^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2012} = \frac{2011}{2012} < 1$	0,5

(HS làm đúng theo các khác vẫn cho điểm tối đa)

ĐỀ SỐ 86
TRƯỜNG THCS PHƯƠNG TRUNG

Bài 1: (4,0 điểm) ,

1. Chứng tỏ rằng: $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Leftrightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17.
2. Cho $C = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$ chứng tỏ C chia hết cho 40.
3. Tìm các nguyên tố x, y thỏa mãn : $(x-2)^2 \cdot (y-3) = -4$

Bài 2 :(5,0đ)

Tìm x, biết:

1. a) $3^{2x} = 81$; b) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

2. Tính
$$\frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

3. Tính tổng: $B = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}$

4. Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{8n+193}{4n+3}$ Có giá trị là số tự nhiên.

Bài 3: (2,0đ) Chứng minh rằng :
$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$$

Bài 4: (4,0 điểm)

Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 5: (5,0đ) Cho tam giác ABC và $BC = 5\text{cm}$. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3\text{cm}$.

a. Tính độ dài BM

b. Cho biết góc $BAM = 80^\circ$, góc $BAC = 60^\circ$. Tính góc CAM.

c. Vẽ các tia Ax, Ay lần lượt là tia phân giác của góc BAC và CAM. Tính góc xAy.

d. Lấy K thuộc đoạn thẳng BM và $CK = 1\text{cm}$. Tính độ dài BK.

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1 (4điểm)	1. Ta có $4(2x + 3y) + (9x + 5y) = 17x + 17y$ chia hết cho 17 Do vậy ; $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17 Ngược lại Ta có $4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 mà $(4; 17) = 1$ $\Rightarrow 2x + 3y$ chia hết cho 17 2. $B = (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + (3^{97} + 3^{98} + 3^{99} + 3^{100})$ $= 3(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{97}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$ $= 40.(3 + 3^5 + 3^9 + \dots + 3^{97}) : 40$ 3. Do $-4 = 1^2 \cdot (-4) = 2^2 \cdot (-1)$ nên có các trường hợp sau: a. $\begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ y-3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-2 = -1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} (x-2)^2 = 2^2 \\ y-3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-2 = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$	1,0đ. 0,5đ. 0,5đ 1,0đ. 1,0đ
Bài 2 (5điểm)	1. a) $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$ b) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3 \Leftrightarrow 5^{2x}: 5^3 = 5^2.3 + 2.5^2 \Leftrightarrow 5^{2x}: 5^3 = 5^2.5$ $\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2.5.5^3 \Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6$ $\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ 2. $\frac{5.2^{30}.3^{18} - 2^2.3^{20}.2^{27}}{5.2^9.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}} = \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3)}{2^{28}.3^{18}(5.3 - 7.2)} = 2$ 3. Ta có $\frac{1}{1.4} = \frac{1}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}) \Rightarrow \frac{2}{1.4} = \frac{2}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{4})$ $\Rightarrow \frac{2}{4.7} = \frac{2}{3}(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}); \frac{2}{7.10} = \frac{2}{3}(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}); \dots; \frac{2}{97.100} = \frac{2}{3}(\frac{1}{99} - \frac{1}{100})$ $\Rightarrow B = \frac{2}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100})$ $\Rightarrow B = \frac{2}{3}(\frac{1}{1} - \frac{1}{100}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{99}{100} = \frac{33}{50}$ 4. $A = \frac{8n+193}{4n+3} = \frac{2(4n+3)+187}{4n+3} = 2 + \frac{187}{4n+3}$ Để $A \in \mathbb{N}$ thì $187 : 4n+3 \Rightarrow 4n+3 \in \{17; 11; 187\}$ $+ 4n+3 = 11 \rightarrow n = 2$ $+ 4n+3 = 187 \rightarrow n = 46$ $+ 4n+3 = 17 \rightarrow 4n = 14 \rightarrow$ không có $n \in \mathbb{N}$ Vậy $n = 2; 46$	0,5đ. 0,5đ. 0,5đ. 1,0đ. 0,5đ. 0,5đ. 0,5đ. 0,5đ.

Bài 3 (2điểm)	Ta có: $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3};$ $\frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots; \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100};$ Vậy $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} =$ $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1.$	0,5đ. 0,5đ. 0,5đ. 0,5đ.
Bài 4 (4điểm)	Vì số trang của mỗi quyển vở loại 2 bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển loại 1. Nên số trang của 3 quyển loại 2 bằng số trang của 2 quyển loại 1. Mà số trang của 4 quyển loại 3 bằng 3 quyển loại 2. Nên số trang của 2 quyển loại 1 bằng số trang của 4 quyển loại 3. Do đó số trang của 8 quyển loại 1 bằng $4 \cdot 8 : 2 = 16$ (quyển loại 3) Số trang của 9 quyển loại 2 bằng $9 \cdot 4 : 3 = 12$ (quyển loại 3) Vậy 1980 chính là số trang của $16 + 12 + 5 = 33$ (quyển loại 3) Suy ra: Số trang 1 quyển vở loại 3 là $1980 : 33 = 60$ (trang) Số trang 1 quyển vở loại 2 là $\frac{60 \cdot 4}{3} = 80$ (trang) Số trang 1 quyển vở loại 1 là: $\frac{80 \cdot 3}{2} = 120$ (trang)	0,5đ. 1,0đ. 1,0đ. 0,5đ. 1,0đ.
Bài 5 (5điểm)	a. M, B thuộc 2 tia đối nhau CB và CM → C nằm giữa B và M. → $BM = BC + CM = 8$ (cm) b. C nằm giữa B, M → Tia AC nằm giữa tia AB, AM → $\angle CAM = \angle BAM - \angle BAC = 20^\circ$ c. Có $\angle xAy = \angle xAC + \angle CAy = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle CAM$ $= \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle CAM) = \frac{1}{2} \angle BAM = \frac{1}{2} \cdot 80 = 40^\circ$ d. +) Nếu $K \in$ tia CM → C nằm giữa B và K_1	0,75đ 0,5đ. 0,75đ 1,0đ 1,0đ

	$\rightarrow BK_1 = BC + CK_1 = 6 \text{ (cm)}$ $\rightarrow$ Nếu $K \in$ tia $CB \rightarrow K_2$ nằm giữa B và C $\rightarrow BK_2 = BC = CK_2 = 4 \text{ (cm)}$	1,0đ
--	--	------

H/s làm cách khác đúng vẫn hưởng điểm tối đa.

ĐỀ SỐ 87

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH OAI
TRƯỜNG THCS THANH VĂN

ĐỀ THI OLYMPIC

MÔN: TOÁN 6

(Năm học 2013-2014)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4 điểm):

a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

b) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$

Bài 2 (5 điểm): Cho $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$.

a) Chứng minh rằng S là bội của -20 .

b) Tính S , từ đó suy ra 3^{100} chia cho 4 dư 1.

Bài 3 (2 điểm): Tìm số tự nhiên n để phân số $B = \frac{10n-3}{4n-10}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 4 (4 điểm): Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn, nếu dùng cả máy 1 và máy 2 thì sau 1 giờ 20 phút sẽ đầy bể, dùng cả máy 2 và máy 3 thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể, còn nếu dùng máy 1 và máy 3 thì sau 2 giờ 24 phút bể sẽ đầy. Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng 1 mình thì sau bao lâu bể sẽ đầy?

Bài 5 (5 điểm): Cho góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù. Biết góc BOC bằng năm lần góc AOB .

a) Tính số đo mỗi góc.

b) Gọi OD là tia phân giác của góc BOC . Tính số đo góc AOD .

c) Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB, OD, vẽ thêm n tia phân biệt (không trùng với các tia OA; OB; OC; OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC
MÔN TOÁN 6.**

Câu 1

a) Gọi số tự nhiên phải tìm là x.

- Từ giả thiết suy ra $(x + 20) : 25$ và $(x + 20) : 28$ và $(x + 20) : 35 \Rightarrow x + 20$ là bội chung của 25; 28 và 35. (0,5 đ)

- Tìm được BCNN $(25; 28; 35) = 700$ suy ra $(x + 20) = k \cdot 700$ ($k \in \mathbb{N}$). (0,5 đ)

- Vì x là số tự nhiên có ba chữ số suy ra $x \leq 999 \Rightarrow x + 20 \leq 1019 \Rightarrow k = 1$ (0,5 đ)
 $\Rightarrow x + 20 = 700 \Rightarrow x = 680$. (0,5 đ)

b) Từ $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$ ta có: $\frac{3}{y} = \frac{x}{9} - \frac{1}{18} = \frac{2x-1}{18}$ ($x, y \in \mathbb{N}$) (0,5 điểm)

Suy ra: $y(2x-1) = 54$ do đó $y \in U(54) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$, vì 54 là số chẵn mà $2x-1$ là số lẻ nên y là ước chẵn của 54. Vậy $y \in \{2; 6; 18; 54\}$ (0,5 điểm)

Ta có bảng sau:

y	2	6	18	54
2x-1	27	9	3	1
x	14	5	2	1

(0,5 điểm)

Vậy $(x; y) \in$

$\{(14; 2); (5; 6); (2; 18); (1; 54)\}$ (0,5 điểm)

Bài 2 (5 điểm) :

a) Tổng S có 100 số hạng chia thành 25 nhóm, mỗi nhóm có 4 số hạng :

$$S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99} \\ = (1 - 3 + 3^2 - 3^3) + (3^4 - 3^5 + 3^6 - 3^7) + \dots + (3^{96} - 3^{97} + 3^{98} - 3^{99}) \quad (1 \text{ điểm})$$

$$= (-20) + 3^4(-20) + \dots + 3^{96}(-20) : -20 \quad (1 \text{ điểm})$$

Vậy S : -20

b) $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$

$$3S = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + \dots + 3^{99} - 3^{100} \quad (1 \text{ điểm})$$

Cộng từng vế của 2 đẳng thức ta được :

$$3S + S = (3+1) S = 4S = \frac{1-3^{100}}{4} \quad (1 \text{ điểm})$$

S là một số nguyên nên $1 - 3^{100} : 4$ hay $3^{100} - 1 : 4 \Rightarrow 3^{100}$ chia cho 4 dư 1 (1 điểm)

Bài 3 (2 điểm):

$$\text{a) } B = \frac{10n-3}{4n-10} = \frac{5(2n-5)+22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{11}{2n-5} \quad (1 \text{ điểm})$$

B đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{11}{2n-5}$ đạt giá trị lớn nhất. Vì $11 > 0$ và không đổi nên $\frac{11}{2n-5}$ đạt giá trị lớn nhất khi: $2n - 5 > 0$ và đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2n - 5 = 1 \Leftrightarrow n = 3$
(0,5 điểm)

Vậy: B đạt giá trị lớn nhất là $\frac{5}{2} + 11 = 13,5$ khi $n = 3$ (0,5 điểm)

Bài 4 (4 điểm)

Máy một và máy hai bơm 1 giờ 20 phút hay $\frac{4}{3}$ giờ đầy bể nên một giờ máy một và hai bơm được $\frac{3}{4}$ bể. (0,5đ)

Máy hai và máy ba bơm 1 giờ 30 phút hay $\frac{3}{2}$ giờ đầy bể nên một giờ máy hai và ba bơm được $\frac{2}{3}$ bể. (0,5đ)

Máy một và máy ba bơm 2 giờ 24 phút hay $\frac{12}{5}$ giờ đầy bể nên một giờ máy một và ba bơm được $\frac{5}{12}$ bể. (0,5)

$$\Rightarrow \text{Một giờ cả ba máy bơm } \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12} \right) : 2 = \frac{11}{12} \text{ bể.} \quad (0,5đ)$$

Một giờ: máy ba bơm được $\frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$ bể $\Rightarrow$ Máy ba bơm một mình 6 giờ đầy bể (0,5đ)

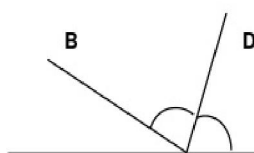
máy một bơm được $\frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ bể $\Rightarrow$ Máy một bơm một mình 4 giờ đầy bể (0,5đ)

máy hai bơm được $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{2}$ bể $\Rightarrow$ Máy hai bơm một mình 2 giờ đầy bể (0,5đ)

Kết luận (0,5đ)

Bài 5 (5 điểm)

Vẽ hình đúng



a) Vì góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù nên: $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$ (0,5điểm)
mà $\widehat{BOC} = 5.\widehat{AOB}$ nên: $6.\widehat{AOB} = 180^\circ$ (0,5điểm)
Do đó: $\widehat{AOB} = 180^\circ : 6 = 30^\circ$; $\widehat{BOC} = 5.30^\circ = 150^\circ$ (1điểm)

b) Vì OD là tia phân giác của góc BOC nên $\widehat{BOD} = \widehat{DOC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} = 75^\circ$. (0,5điểm) Vì góc

AOD và góc DOC là hai góc kề bù nên: $\widehat{AOD} + \widehat{DOC} = 180^\circ$ (0,5điểm)
Do đó $\widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{DOC} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ (0,5điểm)

c) Tất cả có $n+4$ tia phân biệt. Cứ 1 tia trong $n+4$ tia đó tạo với $n+4 - 1 = n+3$ tia còn lại thành $n+3$ góc. Có $n+4$ tia nên tạo thành $(n+4)(n+3)$ góc, nhưng như thế mỗi góc được tính hai lần. Vậy có tất cả $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$ góc (1 điểm)

***Chú ý:** Học sinh có thể giải cách khác, nếu chính xác thì hưởng trọn số điểm câu đó.

ĐỀ SỐ 88

PHÒNG GD&ĐT TRỰC NINH
TRƯỜNG THCS TRỰC TỈNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2013-2014

Môn: Toán Lớp 6

Thời gian làm bài: 120 phút

I/ Trắc nghiệm: (2 điểm) Chọn đáp án đúng nhất chép vào giấy thi.

Câu 1: Cho N là tập hợp các số tự nhiên, N^* là tập hợp các số tự nhiên $\neq 0$

- a) $N^* < N$
b) Số phần tử của $N^* < \text{số phần tử của } N$
c) $N^* \subset N$
d) $N = N^* - \{0\}$

Câu 2: Cho biết $A = 202^{303}$ và $B = 303^{202}$ so sánh A và B ta có kết quả :

- a) $A > B$ b) $A = B$
c) $A < B$ d) $A \geq B$

Câu 3: Các số nguyên tố nhỏ hơn 10 là:

- a) 0; 1; 2; 3; 5; 7 b) 1; 2; 3; 5; 7
c) 2; 3; 5; 7 d) 3; 5; 7

Câu 4 Số phân tử tập hợp $E = \{x \in N / 5 < x \leq 24\}$ là

- a) 18 phần tử b) 19 phần tử c) 20 phần tử d) 21 phần tử

I/ Tư luận: (18 điểm)

Bài 1. (4,0 điểm)

- a) Tính nhanh:

$$1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$$

- b) Thực hiện phép tính :

$$A = \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{17} - \frac{2}{293}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{5} + \frac{3}{17} - \frac{3}{293}}$$

Bài 2 : (4,0 điểm)

- a) Tìm số tự nhiên x biết: $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 2010) = 2029099$

- b) Tìm tất cả các số nguyên tố P sao cho $P^2 + 2^P$ cũng là số nguyên tố.

Bài 3 : (4,5 điểm)

- a) Tìm hai số tự nhiên a và b , biết: $BCNN(a,b)=300$; $ƯCLN(a,b)=15$ và $a+15=b$.

- b) Tìm các số nguyên x biết.

$$\left(\frac{-5}{3}\right)^3 < x < \frac{-24}{35}, \frac{-5}{6}$$

Bài 4 : (3,5 điểm)

- a) Cho góc $XOY = 150^\circ$ kẻ tia OZ sao cho $XOZ = 40^\circ$

Tính số đo góc YOZ?

- $$\text{b) Cho } A = \frac{n-1}{n+4}$$

+ Tìm n nguyên để A là một phân số.

+ Tìm n nguyên để A là một số nguyên.

Bài 5: (2,0 điểm) So sánh:

$$C = \frac{2009^{2008} + 1}{2009^{2009} + 1} \quad \text{với} \quad D = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1}$$

ĐÁP ÁN CHẤM THI

I/ Trắc nghiệm: (2 điểm)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
d	a	c	b

II/ Tự luận : (18 điểm)

Bài 1: (4 điểm) Câu a: 2 điểm

$$\begin{aligned}
 &1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399 \\
 &= 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399 + 401 - 401 \quad 0,5 \text{ đ} \\
 &= 1 + (3 - 5 - 7 + 9) + \dots + (395 - 397 - 399 + 401) - 401 \quad 0,5 \text{ đ} \\
 &= 1 + 0 + \dots + 0 - 401 \quad 0,5 \text{ đ} \\
 &= 1 - 401 = -400 \quad 0,5 \text{ đ}
 \end{aligned}$$

Câu b (2 điểm)

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293})}{3(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17} - \frac{1}{293})} \quad 1,5 \\
 &= \frac{2}{3} \quad 0,5
 \end{aligned}$$

Bài 2: (4 điểm) Câu a: 2,0 điểm

- $\Rightarrow 2011x + 1 + 2 + \dots + 2010 = 2029099$	0,5
- $\Rightarrow 2011x + \frac{2010 \cdot 2011}{2} = 2029099$	0,5
- $\Rightarrow 2011x = 2029099 - \frac{2010 \cdot 2011}{2}$	0,5
- $\Rightarrow x = \left(2029099 - \frac{2010 \cdot 2011}{2} \right) : 2011 = 4$	0,5

Câu b : 2 điểm

$$P^2 + 2^p \text{ (với } P \text{ là nguyên tố).}$$

Với $P = 2$ ta có: $P^2 + 2^p = 2^2 + 2^2 = 8$ không là số nguyên tố. 0,5

Với $P = 3$ ta có: $3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$ là số nguyên tố. 0,5

Với $P > 3$ ta có: $P^2 + 2^p = (P^2 - 1) + (2^p + 1)$

Ta có $P^2 - 1 = (P - 1)(P + 1)$ là tích 2 số chẵn liên tiếp nên chia hết cho 3. 0,5

$2^p + 1 = (2 + 1) \cdot M$ luôn chia hết cho 3.

Nên $P^2 + 2^p$ chia hết cho 3. Vậy suy ra $P^2 + 2^p$ không là số nguyên tố. 0,25

Vậy, với $P = 3$ thì $P^2 + 2^p$ là số nguyên tố. 0,25

Bài 3: (4,5 điểm) Câu a: 2,5 điểm

Từ dữ liệu đề bài cho, ta có : + Vì ƯCLN(a, b) = 15, nên ắt tồn tại các số tự nhiên m và n khác 0, sao cho: a = 15m; b = 15n (1)	1
---	----------

và $ƯCLN(m, n) = 1$ (2) + Vì $BCNN(a, b) = 300$, nên theo trên, ta suy ra : $\Rightarrow BCNN(15m; 15n) = 300 = 15.20$ $\Rightarrow BCNN(m; n) = 20$ (3) + Vì $a + 15 = b$, nên theo trên, ta suy ra : $\Rightarrow 15m + 15 = 15n \Rightarrow 15.(m + 1) = 15n \Rightarrow m + 1 = n$ (4) Trong các trường hợp thỏa mãn các điều kiện (2) và (3), thì chỉ có trường hợp : $m = 4, n = 5$ là thỏa mãn điều kiện (4). Vậy với $m = 4, n = 5$, ta được các số phải tìm là : $a = 15 . 4 = 60; b = 15 . 5 = 75$	1 1,5
---	---------------------

Câu b 1 điểm

$-\frac{125}{27} < x < \frac{4}{7}$	0,5
$x \in \{-3; -2; -1; 0\}$	0,5

Bài 4: (3,5 điểm) Câu a: 1,5 điểm

Trường hợp 1: OZ nằm trong góc XOY 0,75

$$\left. \begin{array}{l} XOZ = 40^0 \\ XOY = 150^0 \end{array} \right\} \Rightarrow XOZ < XOY$$

$\Rightarrow$ OZ nằm giữa 2 tia OX, OY

$$XOZ + ZOY = XOY$$

$$\Leftrightarrow 40^0 + ZOY = 150^0$$

$$ZOY = 110$$

Trường hợp 2: OZ nằm giữa XOY 0,75

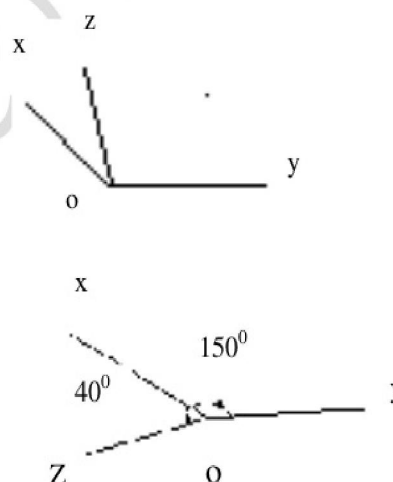
XOY kề với góc XOY

$$\Rightarrow XOZ + XOY = 40^0 + 150^0 > 180^0$$

$$\Rightarrow YOZ = 360^0 - (XOZ + XOY)$$

$$= 360^0 - (40^0 + 150^0)$$

$$= 170^0$$



Câu b: 2,0 điểm

$A = \frac{n-1}{n+4}$ là phân số khi $n + 4 \neq 0 \Rightarrow n \neq -4$	0,5
$A = \frac{n-1}{n+4} = \frac{n+4-5}{n+4} = 1 - \frac{5}{n+4}$	0,5
Với n nguyên, A nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow 5 : n + 4$ hay $n + 4 \in Ư(5)$	0,5
Lập luận tìm ra được $n = -9, -5, -3, 1$	0,5

Bài 5: (2,0 điểm)

- Thực hiện qui đồng mẫu số:	0,5
------------------------------	-----

$C = \frac{(2009^{2008} + 1)(2009^{2010} + 1)}{(2009^{2009} + 1)(2009^{2010} + 1)} = \frac{2009^{4018} + 2009^{2010} + 2009^{2008} + 1}{(2009^{2009} + 1)(2009^{2010} + 1)}$	
$D = \frac{(2009^{2009} + 1)(2009^{2009} + 1)}{(2009^{2010} + 1)(2009^{2009} + 1)} = \frac{2009^{4018} + 2009^{2009} + 2009^{2009} + 1}{(2009^{2010} + 1)(2009^{2009} + 1)}$	0,5
$2009^{2010} + 2009^{2008} = 2009^{2008}(2009^2 + 1)$ $2009^{2009} + 2009^{2009} = 2009^{2008}(2009 + 2009)$	0,5
Do $(2009^2 + 1) > (2009 + 2009)$ nên $C > D$ (Có thể chứng tỏ $C - D > 0$ để kết luận $C > D$).	0,5
Cách khác: Có thể so sánh 2009. C với 2009. D trước.	

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THCS LẬP LỄ

ĐỀ SỐ 89

MÔN: TOÁN HỌC 6

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (2,0 điểm) :Thực hiện phép tính (Tính nhanh nếu có thể)

a) $A = [-2008.57 + 1004.(-86)] : [32.74 + 16.(-48)]$

b) Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}$

$$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$$

Tính $\frac{A}{B}$?

c) $C = \frac{7}{10.11} + \frac{7}{11.12} + \frac{7}{12.13} + \dots + \frac{7}{69.70}$

Bài 2: (1,5 điểm) Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết :

a) $5.(x-7) - 4.(x+5) = 3.|-5| - 12$

b) $(2x-15)^5 = (2x-15)^3$

c) $(x+1) + (x+3) + (x+5) + \dots + (x+99) = 0$

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi n thì phân số $\frac{7n+10}{5n+7}$ là phân số tối giản

b) Tìm x để $A = \overline{2x78}$ chia hết cho 17

Bài 4: (3,0 điểm)

1. Cho trước 6 điểm. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm.

- a) Nếu trong 6 điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?
b) Nếu trong 6 điểm đó có đúng 3 điểm thẳng hàng thì sẽ vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

2. Cho trước n điểm ($n \in \mathbb{N}; n \geq 2$). Vẽ các đoạn thẳng đi qua các cặp điểm được tất cả 28 đoạn thẳng. Tìm n .

Bài 5: (1,5 điểm)

a. Tìm n sao cho $n^2 + 2006$ là một số chính phương

b. Cho n là số nguyên tố lẻ khác 3. Hỏi $n^2 + 2006$ là số nguyên tố hay là hợp số.

.....Hết

MÔN: TOÁN 6

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

	Đáp án	Điểm
Bài 1 (2,0 điểm)	$= [-2008.57 + (-2008).43] : [32.74 + 32.(-24)]$ $= [-2008(57 + 43)] : [32(74 - 24)]$	0,25
	a) $= -2008.100 : 32.50$	0,25
	$= \frac{-251}{2}$	0,25
	$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$ $= \left(1 + \frac{307}{2}\right) + \left(1 + \frac{306}{3}\right) + \dots + \left(1 + \frac{2}{307}\right) + \left(1 + \frac{1}{308}\right) + 1$	0,25
	$b) = \frac{309}{2} + \frac{309}{3} + \frac{309}{4} + \dots + \frac{309}{307} + \frac{309}{308} + \frac{309}{309}$ $= 309 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}\right)$ $B = 309.A$	0,25
	$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{A}{309.A} = \frac{1}{309}$	0,25

	$C = 7 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{69} - \frac{1}{70} \right)$	0,25
	$\text{c) } = 7 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{70} \right)$ $= \frac{3}{5}$	0,25
Bài 2 (1,5 điểm)	$\text{a) } x - 55 = 3$ $x = 58$	0,25 0,25
	$\text{b) } (2x - 15)^5 = (2x - 15)^3 \Rightarrow 2x - 15 \in \{-1; 0; 1\}$ $\text{TH1: } 2x - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{2} \notin N \text{ (Loại)}$ $\text{TH2: } 2x - 15 = 1 \Rightarrow x = 8 \text{ (tm)}$ $\text{TH3: } 2x - 15 = -1 \Rightarrow x = 7 \text{ (tm)}$ $\text{Vậy } x \in \{7; 8\}$	0,25 0,25
	$\frac{[(x+1) + (x+99)] \cdot 50}{2} = 0$ $\Rightarrow (x+50) \cdot 50 = 0$ $\Rightarrow x+50 = 0 \Rightarrow x = -50$	0,25 0,25
	Vậy $x = -50$	
Bài 3 (2 điểm)	$\text{a) Gọi ƯCLL}(7n+10; 5n+7) = d$ $\Rightarrow 7n+10 : d \Rightarrow 5 \cdot (7n+10) : d$ $\Rightarrow 5n+7 : d \Rightarrow 7 \cdot (5n+7) : d$ $\Rightarrow 5 \cdot (7n+10) - 7 \cdot (5n+7) : d$ $\Rightarrow d = 1$	0,25 0,25 0,25 0,25
	Vậy: $\frac{7n+10}{5n+7}$ là phân số tối giản	
	$\text{b) } \overline{2x78} = 2078 + 100x = 122 \cdot 17 + 17 \cdot 6x - 2x + 4$	0,5 0,5
	Để $\overline{2x78} : 17$ thì $-2x = 2 \cdot (2-x) : 17 \Rightarrow 2 \cdot (2-x) = 0 \Rightarrow x = 2$	
	1) a. Chọn một trong số 6 điểm đã cho rồi nối điểm đó với 5 điểm còn lại ta được 5 đường thẳng.	0,25 0,5

Bài 4 (điểm)	Làm như vậy với tất cả 6 điểm ta được 5.6 đường thẳng. Nhưng mỗi đường thẳng được tính 2 lần(Vì đường thẳng AB với đường thẳng BA chỉ là một) do đó chỉ có $\frac{5.6}{2}=15$ (đường thẳng)	0,25
	b. Nếu không có ba điểm thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là 15	0,25
	Nếu 3 điểm không thẳng hàng thì qua ba điểm này vẽ được 3 đường thẳng	0,25
	Nếu 3 điểm thẳng hàng thì qua ba điểm này vẽ được 1 đường thẳng	0,25
	Do đó số đường thẳng giảm đi là $3-1=2$	
	Vậy tất cả có $15-2=13$ (đường thẳng)	0,25
	2)	
	Chọn một trong số n điểm đã cho rồi nối với n-1 điểm còn lại ta được n-1 đoạn thẳng	0,25
	Làm như vậy với tất cả n điểm ta được n.(n-1) đoạn thẳng	
	.Nhưng mỗi đoạn thẳng được tính hai lần .Do vậy có $\frac{n.(n-1)}{2}$ (đoạn thẳng)	0,25
Bài 5 (2 điểm)	Vì tất cả có 28 đoạn thẳng nên ta có $\frac{n.(n-1)}{2} = 28$	0,25
	$\Rightarrow n.(n-1) = 56 \Rightarrow n = 8$	
	a) Giả sử $n^2 + 2006$ là số chính phương $\Rightarrow n^2 + 2006 = a^2$ ($a \in \mathbb{Z}$) $\Leftrightarrow a^2 - n^2 = 2006 \Leftrightarrow (a-n)(a+n) = 2006$ (*).	0,25
	+ Thấy : Nếu a, n kh,c tÝnh chÊt ch½n l½ th× v½ tr, i c½a (*) l½ s½ l½ n½n kh«ng th½a m½n (*).	0,25
	+ NÕu a, n c½ng tÝnh ch½n hoÆc l½ th× (a-n):2 v½ (a+n):2 n½n v½ tr, i chia h½t cho 4 v½ v½ ph½i kh«ng chia h½t cho 4 n½n kh«ng th½a m½n (*).	0,25
	V½y kh«ng t½n t½i n ®Ó $n^2 + 2006$ l½ s½ chÝnh ph-ng.	
	b) n l½ s½ nguyªn tè > 3 n½n kh«ng chia h½t cho 3.	0,25
	V½y n^2 chia h½t cho 3 d 1 do ®ã $n^2 + 2006 = 3m + 1 + 2006 = 3m + 2007 = 3(m + 669)$ chia h½t cho 3.	0,25
	V½y $n^2 + 2006$ l½ h½p s½.	0,25

(Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

Người ra HDC
(Kí, ghi rõ họ tên)

Người thẩm định
(Kí, ghi rõ họ tên)

BGH nhà trường
(Kí tên, đóng dấu)

TOANIQ.COM

PHÒNG GD – ĐT HUYỆN TƯ NGHĨA
TRƯỜNG THCS NGHĨA ĐIỀN

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
MÔN TOÁN LỚP 6
NĂM HỌC 2012-2013
Thời gian làm bài : 150 phút

ĐỀ SỐ 80

Bài 1: Tìm x biết (6đ)

a) (3đ)
$$\left[\left(6\frac{3}{7} - \frac{0,75x-2}{0,35} \right) \cdot 2,8 + \frac{7}{4} \right] : 0,05 = 235$$

b) (3đ)
$$x - \frac{20}{11 \cdot 13} - \frac{20}{13 \cdot 15} - \frac{20}{15 \cdot 17} - \dots - \frac{20}{53 \cdot 55} = \frac{3}{11}$$

Bài 2 : (3đ)

Mẹ hơn con 28 tuổi. Sau 5 năm nữa tuổi mẹ gấp ba lần tuổi con. Tính tuổi của mẹ và tuổi của con hiện nay ?

Bài 3 : (3đ)

Ở lớp 6A số học sinh giỏi môn toán học kỳ I bằng $\frac{2}{7}$ số còn lại. Ở Học kỳ II có thêm 5 bạn nữa đạt học sinh giỏi môn toán nên số học sinh giỏi toán bằng $\frac{1}{2}$ số còn lại . Hỏi lớp 6A có bao nhiêu học sinh ?

Bài 4: (8đ)

Trên đường thẳng xy lấy một điểm O. Trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng xy ta kẻ các tia Om và On sao cho góc mOx = a° và góc mOn = b° ($a > b$). Vẽ tia Ot là tia phân giác của góc xOn.

- Tính số đo góc mOt theo a và b trong cả hai trường hợp
 - Tia On nằm giữa hai tia Ox và Om
 - Tia Om nằm giữa hai tia Ox và On
- Trên nửa mặt phẳng bờ là xy có chứa tia Ot vẽ tia Ot' vuông góc với tia Ot. Chứng tỏ rằng trong cả hai trường hợp trên ta đều có tia Ot' là tia phân giác của góc nOy.

.....HẾT.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

Bài 1: (6đ)

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left[\left(6\frac{3}{7} - \frac{0,75x-2}{0,35} \right) \cdot 2,8 + \frac{7}{4} \right] : 0,05 = 235 \\ & \left[\left(\frac{45}{7} - \frac{\frac{3}{4}x-2}{\frac{7}{20}} \right) \cdot \frac{14}{5} + \frac{7}{4} \right] : \frac{1}{20} = 235 \\ & \left[\left(\frac{45}{7} - \frac{\frac{3}{4}x-2}{\frac{7}{20}} \right) \cdot \frac{14}{5} + \frac{7}{4} \right] = \frac{235}{20} \quad (0,5đ) \\ & \left[\left(\frac{45}{7} - \frac{\frac{3}{4}x-2}{\frac{7}{20}} \right) \cdot \frac{14}{5} \right] = \frac{235}{20} - \frac{7}{4} = 10 \end{aligned}$$

(0,5đ)

$$\frac{45}{7} - \frac{\frac{3}{4}x-2}{\frac{7}{20}} = 10 : \frac{14}{5} = \frac{25}{7} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}x-2}{\frac{7}{20}} = \frac{45}{7} - \frac{25}{7} = \frac{20}{7}$$

(1đ)

$$\frac{3}{4}x - 2 = \frac{20}{7} \cdot \frac{7}{20} = 1 \Rightarrow \frac{3}{4}x = 3 \Rightarrow x = 4 \quad (1đ)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & x - \frac{20}{11 \cdot 13} - \frac{20}{13 \cdot 15} - \frac{20}{15 \cdot 17} - \dots - \frac{20}{53 \cdot 55} = \frac{3}{11} \\ & x - \left(\frac{20}{11 \cdot 13} + \frac{20}{13 \cdot 15} + \frac{20}{15 \cdot 17} + \dots + \frac{20}{53 \cdot 55} \right) = \frac{3}{11} \quad (0,5đ) \end{aligned}$$

$$x - 10 \left(\frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \frac{2}{15 \cdot 17} + \dots + \frac{2}{53 \cdot 55} \right) = \frac{3}{11} \quad (0,5đ)$$

$$x - 10 \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{55} \right) = \frac{3}{11} \Rightarrow x - \frac{8}{11} = \frac{3}{11} \Rightarrow x = 1 \quad (2đ)$$

Bài 2 : (3đ)

Mẹ hơn con 28 tuổi. Sau 5 năm nữa mẹ cũng hơn con 28 tuổi. Về sơ đồ lúc tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Lúc đó mẹ 42 tuổi và con 14 tuổi. Vậy hiện nay mẹ 37 tuổi và con 9 tuổi.

Bài 3 : (3đ)

Số học sinh giỏi toán HKI bằng $\frac{2}{2+7} = \frac{2}{9}$ số học sinh cả lớp 6A (0,5đ)

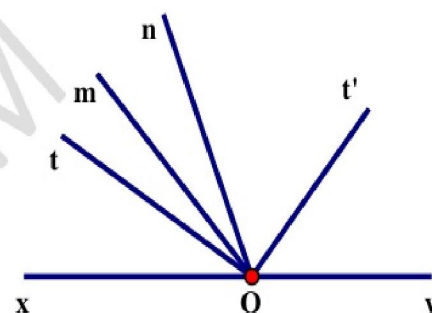
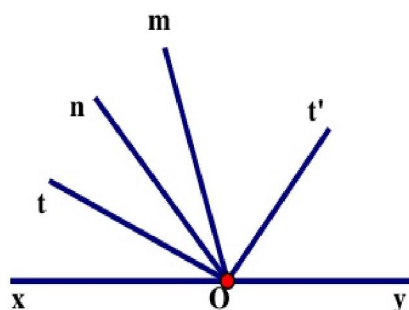
Số học sinh giỏi toán HKII bằng $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ số học sinh cả lớp 6A (0,5đ)

Vậy phân số chỉ 5 bạn HS giỏi toán ở HKII chính là $\frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$ số học sinh cả lớp 6A.

(1đ)

Do đó số HS lớp 6A là : $5 : \frac{1}{9} = 45(HS)$ (1đ)

Bài 4: (8đ)



Hình vẽ (1đ)

a) (4đ)

Trường hợp 1: (2đ)

Tia On nằm giữa hai tia Ox và Om

+ Vì tia On nằm giữa hai tia Ox và Om nên :

$$\widehat{xOn} = a^0 - b^0 \quad (0,5đ)$$

+ Vì Ot là tia phân giác của góc xOn nên : $\widehat{nOt} =$

$$\frac{1}{2} \widehat{xOn} = \frac{a^0 - b^0}{2} \quad (0,5đ)$$

+ Số đo của góc mOt là :

$$\widehat{mOt} = \widehat{mOn} + \widehat{nOt} = b^0 + \frac{a^0 - b^0}{2} = \frac{a^0 + b^0}{2}$$

(1đ)

Trường hợp 2: (2đ)

Tia Om nằm giữa hai tia Ox và On

+ Vì tia Om nằm giữa hai tia Ox và On nên :

$$\widehat{xOm} = a^0 + b^0 \quad (0,5đ)$$

+ Vì Ot là tia phân giác của góc xOn nên : $\widehat{xOt} =$

$$\frac{1}{2} \widehat{xOn} = \frac{a^0 + b^0}{2} \quad (0,5đ)$$

+ Số đo của góc mOt là :

$$\begin{aligned} \widehat{mOt} &= \widehat{xOm} - \widehat{xOt} \\ &= a^0 - \frac{a^0 + b^0}{2} = \frac{a^0 - b^0}{2} \end{aligned} \quad (1đ)$$

b) (3đ) Trong cả hai trường hợp trên, ta đều có :

$$\widehat{tOn} + \widehat{nOt'} = \widehat{xOt} + \widehat{t'Oy} = 90^0 \quad (1đ)$$

$$\text{Mà } \widehat{tOn} = \widehat{t'Oy} \quad (\text{Do Ot là phân giác của góc xOn}) \quad (1đ)$$

$$\text{Suy ra } \widehat{nOt'} = \widehat{t'Oy}. \text{ Hay Ot' là tia phân giác của góc nOy} \quad (1đ)$$

ĐỀ SỐ 81
Phòng GD-ĐT Hưng Hà Trường
THCS Lê Quý Đôn

ĐỀ KIỂM TRA CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

Vòng 2

Môn Toán lớp 6 (Thời gian làm bài 120ph)

==***==

Bài 1(3 điểm)

- Trong hệ thập phân số A được viết bằng 100 chữ số 3, số B được viết bằng 100 chữ số 6. Hãy tính A.B
- Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2013.2014$

Bài 2 (3,5 điểm)

- Viết liên tiếp các số tự nhiên thành dãy 123456...
 - Hỏi chữ số 4 ở hàng đơn vị của số 2014 đứng ở hàng thứ bao nhiêu?
 - Chữ số thứ 2014 là chữ số nào?
- Cho $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{101} = 0$ và $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = \dots = a_{99} + a_{100} = -1$. Tìm a_{101} ?

Bài 3 (7,5 điểm)

- Cho dãy số: 7; -12; 17; -22; 27; ...
 - Tìm số thứ 2014 của dãy trên?
 - Tính tổng 2014 số hạng đầu tiên của dãy trên?
 - Viết số hạng thứ n của dãy trên (với n là số thứ tự).
 - Các số -5007; 38946 có mặt trong dãy trên không?
- Tìm số nguyên n,m, biết:
 - $mn - 5m - 3n = -8$
 - $n^2 + 2n - 7$ chia hết cho $n+2$.

Bài 4 (4 điểm)

- Tìm số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số mà khi chia cho 75 có thương và số dư bằng nhau.
- Cho $B = \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ chữ số}} - 9 + n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng B chia hết cho 9.
- Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n khác 0 thì số $\underbrace{111\dots 12111\dots 1}_{\substack{n \text{ chữ số} \quad n \text{ chữ số}}}$ là hợp số.

Bài 5 (2 điểm):

Cho $AB = 2^{2014}$ cm. Gọi C_1 là trung điểm của AB; Gọi C_2 là trung điểm của AC_1 ; Gọi C_3 là trung điểm của AC_2 ; ...; Gọi C_{2014} là trung điểm của AC_{2013} . Tính $C_1 C_{2014}$.
...Hết...

Phòng GD-ĐT Hưng Hà Trường
THCS Lê Quý Đôn

ĐÁP ÁN KIỂM TRA CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

Vòng 2

Môn Toán lớp 6 (Thời gian làm bài 120ph)

==***==

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (3 điểm)	a. Trong hệ thập phân số A được viết bằng 100 chữ số 3, số B được viết bằng 100 chữ số 6. Hãy tính A.B	
	$A.B = \underbrace{333\dots3}_{100\text{chữ số}} \cdot \underbrace{666\dots6}_{100\text{chữ số}} = \underbrace{333\dots3}_{100\text{chữ số}} \cdot \underbrace{222\dots2}_{100\text{chữ số}}$	0.5đ
	$= \underbrace{999\dots9}_{100\text{chữ số}} \cdot \underbrace{222\dots2}_{100\text{chữ số}}$	0.25đ
	$= (1\underbrace{000\dots0}_{100\text{chữ số}} - 1) \cdot \underbrace{222\dots2}_{100\text{chữ số}}$	0.25đ
	$= \underbrace{222\dots2000\dots0}_{100\text{chữ số}} - \underbrace{222\dots2}_{100\text{chữ số}}$	0.25đ
	$= \underbrace{222\dots2}_{99\text{chữ số}} \underbrace{1777\dots78}_{99\text{chữ số}}$	0.25đ
b	Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2013.2014$	
	$3A = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 2013.2014.3$	0.25đ
	$3A = 1.2 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots + 2013.2014.(2015-2012)$	0.5đ
	$3A = 1.2 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + \dots + 2013.2014.2015 - 2012.2013.2014$	0.25đ
	$3A = 2013.2014.2015 \Rightarrow A = 2723058910$	0.5đ
Bài 2 (3,5đ)	1. Viết liên tiếp các số tự nhiên thành dãy 123456... a. Hỏi chữ số 4 ở hàng đơn vị của số 2014 đứng ở hàng thứ bao nhiêu?	
	Từ 1 đến 9 có 9 số có 1 chữ số	0.25đ
	Từ 10 đến 99 có 90 số có 2 chữ số	
	Từ 100 đến 999 có 900 số có 3 chữ số	0.25đ
	Từ 1000 đến 2014 có 1015 số có 4 chữ số	0.25đ
	Vậy, chữ số 4 ở hàng đơn vị của số 2014 đứng ở hàng thứ:	0.25đ
	$9.1 + 90.2 + 900.3 + 1015.4 = 6949$	0.25đ
b.	Chữ số thứ 2014 là chữ số nào?	
	Từ 1 đến 9 có 9 số có 1 chữ số.	0.25đ
	Từ 10 đến 99 có 90 số có 2 chữ số.	
	Số các chữ số còn lại là: $2014 - 90.2 - 9.1 = 1825$ (chữ số để viết các số có 3 chữ số)	0.25đ
	Số các số có 3 chữ số là: $1825 : 3 = 608$ (dư 1).	0.25đ
	$\Rightarrow$ Số thứ 609 kể từ số 100 là số $(609-1) + 100 = 708$	0,5đ
	Vậy chữ số thứ 2014 là chữ số 7 trong số 708	0.25đ
2.	Cho $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{101} = 0$ và $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = \dots = a_{99} + a_{100} = -1$. Tìm a_{101}?	
	Ta có $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = \dots = a_{99} + a_{100} = -1$.	0.5đ
	$\Rightarrow a_{101} = 50$	0.25đ
Bài 3	1. Cho dãy số: 7; -12; 17; -22; 27; ...	

(7,5 điểm)	a. Tìm số thứ 2014 của dãy trên? b. Tính tổng 2014 số hạng đầu tiên của dãy trên? c. Viết số hạng thứ n của dãy trên (với n là số thứ tự). d. Các số -5007; 38946 có mặt trong dãy trên không?																										
a	Tìm số thứ 2014 của dãy trên?																										
	Dãy số: 7; -12; 17; -22; 27; ...																										
	Gọi số hạng thứ 2014 của dãy trên có giá trị tuyệt đối là x (x ∈ N*)	0.25đ																									
	Ta có:(x-7):5+1=2014	0.25đ																									
	x=10072	0.25đ																									
	Mà mỗi số hạng của dãy trên đứng ở thứ tự lẻ mang dấu “+”, số đứng ở thứ tự chẵn mang dấu “-” Vậy số hạng thứ 2014 của dãy trên là -10072	0.25đ																									
b	Tính tổng 2014 số hạng đầu tiên của dãy trên?																										
	Tổng 2014 số hạng đầu tiên của dãy trên là	0.25đ																									
	7+(-12)+17+(-22)+27+...+(-10072)	0.25đ																									
	=[7+(-12)]+[17+(-22)]+...+[10067+(-10072)](có 2014:2=1007 nhóm)	0.5đ																									
	=-5.1007	0.25đ																									
	=-5035	0.25đ																									
c	Viết số hạng thứ n của dãy trên (với n là số thứ tự).																										
	Ta thấy: Mỗi số của dãy trên chia 5 đều dư 2, số hạng đứng ở thứ tự lẻ mang dấu “+”, số đứng ở thứ tự chẵn mang dấu “-” Công thức tổng quát của số hạng thứ n là: (-1) ⁿ⁺¹ (5n+2)	0.25đ																									
d	Các số -5007; 38946 có mặt trong dãy trên không?																										
	Ta thấy -5007: 5(dư 2), 38946:5(dư 1)	0.5đ																									
	Vậy -5007 có mặt trong dãy trên còn 38946 không có mặt ở dãy trên.	0.5đ																									
2	Tìm số nguyên n,m, biết: mn-5m-3n = -8																										
a	mn-5m-3n = -8																										
	(mn-5m)-3n = -8																										
	m(n-5)-3n+15=7	0.25đ																									
	(n-5)(m-3)=7	0.25đ																									
	=>(n-5),(m-3) ∈ U(7)																										
	Mà U(7)={-7;-1;1;7}	0.25đ																									
	<table><tr><td>n-5</td><td>-7</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>m-3</td><td>-1</td><td>-7</td><td>7</td><td>1</td></tr><tr><td>n</td><td>-2</td><td>4</td><td>6</td><td>12</td></tr><tr><td>m</td><td>2</td><td>-4</td><td>10</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td></tr></table>	n-5	-7	-1	1	7	m-3	-1	-7	7	1	n	-2	4	6	12	m	2	-4	10	4		Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	0.5đ
n-5	-7	-1	1	7																							
m-3	-1	-7	7	1																							
n	-2	4	6	12																							
m	2	-4	10	4																							
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn																							
	Vậy các cặp số nguyên (n,m)cần tìm là (-2;2), (4;-4), (6;10), (12;4)	0.25đ																									
b	n ² +2n-7 chia hết cho n+2.																										

	Ta có $n^2 + 2n - 7$																
	$= (n^2 + 2n) - 7$	0.25đ															
	$= n(n+2) - 7$																
	Để $n^2 + 2n - 7$ chia hết cho $n+2$ thì $n(n+2) - 7$ chia hết cho $n+2$	0.25đ															
	$\Rightarrow 7$ chia hết cho $n+2$																
	$\Rightarrow n+2$ là ước của 7	0.25đ															
	Mà $U(7) = \{-7; -1; 1; 7\}$																
	Ta có bảng																
	<table><tr><td>$n+2$</td><td>-7</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>n</td><td>-9</td><td>-3</td><td>-1</td><td>5</td></tr><tr><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td><td>Thỏa mãn</td></tr></table>	$n+2$	-7	-1	1	7	n	-9	-3	-1	5	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	0.5đ
$n+2$	-7	-1	1	7													
n	-9	-3	-1	5													
Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn													
	Vậy, với $n \in \{-9; -3; -1; 5\}$ thì $n^2 + 2n - 7$ chia hết cho $n+2$.	0.25đ															
Bài 4 (4,5 điểm)	a. Tìm số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số mà khi chia cho 75 có thương và số dư bằng nhau.																
	Gọi thương và số dư của phép chia đó là a ($0 < a < 75$)	0.25đ															
	Ta có số cần tìm có dạng $75.a + a = 76a$ (1)	0.25đ															
	Mà số cần tìm là số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số (2)	0.25đ															
	Từ (1), (2) số cần tìm là 988	0.5đ															
b	Cho $B = \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ chuso}} - 9 + n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng B chia hết cho 9.																
	$B = \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ chuso}} - 9 + n$																
	$= \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ chuso}} + \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}} - \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}} - 9 + n$	0.5đ															
	$= (\underbrace{999\dots 9}_{n \text{ chuso}} - 9) + (n - \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}})$	0.25đ															
	$= 9 \cdot \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}} + (n - \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}})$	0.25đ															
	Vì n chính là tổng các chữ số của $\underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}}$ nên $(n - \underbrace{111\dots 1}_{n \text{ chuso}})$ chia hết cho 9	0.25đ															
	Vậy B chia hết cho 9.	0.25đ															
c	Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n khác 0 thì số $\underbrace{111\dots 12}_{n \text{ chuso}} \underbrace{11\dots 1}_{n \text{ chuso}}$ là hợp số.																
	Ta có $\underbrace{111\dots 12}_{n \text{ chuso}} \underbrace{11\dots 1}_{n \text{ chuso}}$																
	$= \underbrace{111\dots 1000\dots 0}_{n+1 \text{ chuso}} + \underbrace{111\dots 1}_{n+1 \text{ chuso}}$	0.5đ															
	$= \underbrace{111\dots 1}_{n+1 \text{ chuso}} \cdot (\underbrace{1000\dots 0}_{n \text{ chuso}} + 1)$ chia hết cho $\underbrace{111\dots 1}_{n+1 \text{ chuso}}$ và lớn hơn $\underbrace{111\dots 1}_{n+1 \text{ chuso}}$	0.5đ															

	Vậy với mọi số tự nhiên n khác 0 thì số $\underbrace{111\dots1}_{n \text{ chũs}} \underbrace{211\dots1}_{n \text{ chũs}}$ là hợp số.	0.25đ
Bài 5 (2 điểm):	Cho $AB=2^{2014}$ cm. Gọi C_1 là trung điểm của AB; Gọi C_2 là trung điểm của AC_1; Gọi C_3 là trung điểm của AC_2; ...; Gọi C_{2014} là trung điểm của AC_{2013}. Tính $C_1 C_{2014}$.	
	Vì C_1 là trung điểm của AB nên $AC_1 = AB/2$ (1)	0.25đ
	Vì C_2 là trung điểm của AC_1 nên $AC_2 = AC_1/2 = AB/2^2$ (2)	0.25đ
	Vì C_3 là trung điểm của AC_2 nên $AC_3 = AC_2/2 = AB/2^3$ (3)	0.25đ
	...	0.25đ
	Vì C_{2014} là trung điểm của AC_{2013} nên $AC_{2014} = AB/2^{2014} = 1$ (2014)	0.25đ
	Từ (1), (2), (3), ..., (2014) suy ra C_{2014} nằm giữa A và C_1	0.25đ
	Do đó $AC_{2014} + C_1 C_{2014} = AC_1$	0.25đ
	Vậy $C_1 C_{2014} = 2^{2013} - 1$	0.25đ

ĐỀ SỐ 82

Đề thi học sinh giỏi TRƯỜNG

Năm học 2013 – 2014

Môn : Toán – Lớp 6

Thời gian làm bài : 120 phút

Câu 1 : Không quy đồng hãy tính hợp lý các tổng sau:

a) $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 1999 - 2000 + 2001$

b) $B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$

c) $C = \frac{\frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}}{\frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}} - \frac{\frac{2}{2013} + \frac{2}{2014} - \frac{2}{2015}}{\frac{2}{2013} + \frac{2}{2014} - \frac{2}{2015}}$

Câu 2 : Tìm x, biết :

a) $(11\frac{7}{18} - 9\frac{13}{18}) : x - 1\frac{2}{33} : \frac{7}{11} = 1\frac{2}{3}$

b) $|x - 5| + 3.(x - 5) = 3x + 7$

Câu 3 :

a) Một người bán năm giỏ xoài và cam. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại quả với số lượng là: 65 kg; 71 kg; 58 kg; 72 kg; 93 kg. Sau khi bán một giỏ cam thì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại. Hỏi cho biết giỏ nào đựng cam, giỏ nào đựng xoài?

b) So sánh không qua quy đồng: $A = \frac{-7}{10^{2013}} + \frac{-15}{10^{2014}}$; $B = \frac{-15}{10^{2013}} + \frac{-7}{10^{2014}}$

Câu 4 : Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA ta vẽ các tia OB ; OC sao cho góc AOB = 50°

Góc AOC = 150°. Vẽ các tia OM ; ON theo thứ tự là các tia phân giác của các góc AOB và góc AOC

a) Tính số đo góc MON

b) Tia OB có phải là tia phân giác của góc MON không ? Vì sao ?

Câu 5 : Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất có 3 chữ số sao cho chia cho 11 thì dư 5 ; Chia cho 13 thì dư 8

..... Hết

Trường THCS – Vũ Diệm – Can Lộc

Hướng dẫn chấm thi chọn học sinh giỏi TRƯỜNG
Năm học 2013 – 2014

.....

Câu 1 : 6 điểm

a) (2đ) $A = -1000 + 2001 = 1001$

b) $B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$
 $= 7.(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28})$
b) (2đ)
 $= 7.(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28})$
 $= 7.(\frac{1}{2} - \frac{1}{28}) = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$

c) (2đ) $C = \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = -\frac{7}{15}$

Câu 2 : 4 điểm

a) (2đ) $x = \frac{1}{2}$

b) (2đ) $|x-5| + 3.(x-5) = 3x+7 \Leftrightarrow |x-5| = 22 \Rightarrow \begin{cases} x-5 = 22 \\ x-5 = -22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 27 \\ x = -17 \end{cases}$

Câu 3 : 4 điểm

a) (2đ)

Tổng số xoài và cam lúc đầu: $65 + 71 + 58 + 72 + 93 = 359$ (kg)

Vỡ số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại nên tổng số xoài và cam còn lại là số chia hết cho 4, mà 359 chia cho 4 dư 3 nên giỏ cam bán đi có khối lượng chia cho 4 dư 3.

Trong các số 65; 71; 58; 72; 93 chỉ có 71 chia cho 4 dư 3.

Vậy giỏ cam bán đi là giỏ 71 kg.

Số xoài và cam còn lại : $359 - 71 = 288$ (kg)

Số cam còn lại : $288 : 4 = 72$ (kg)

Vậy: các giỏ cam là giỏ đựng 71 kg ; 72 kg .

các giỏ xoài là giỏ đựng 65 kg ; 58 kg; 93 kg.

$$A = \frac{-7}{10^{2013}} + \frac{-15}{10^{2014}} = \frac{-7}{10^{2013}} + \frac{-8}{10^{2014}} + \frac{-7}{10^{2014}}$$

$$\text{b) (2đ)} \quad B = \frac{-15}{10^{2013}} + \frac{-7}{10^{2014}} = \frac{-7}{10^{2013}} + \frac{-8}{10^{2013}} + \frac{-7}{10^{2014}}$$

$$\frac{-8}{10^{2014}} > \frac{-8}{10^{2013}} \Rightarrow A > B$$

Câu 4 : 4 điểm

- a) (2đ) - Vẽ hình đúng cho **0,5đ**
- Tính được số đo góc MON = 50° cho **1,5đ**
- b) (2đ) - Trả lời được OB là tia phân giác của góc MON cho **0,5đ**
- Giải thích được đúng cho **1,5đ**

Câu 5 : 2 điểm

Ta có : $a + 6 \vdots 11 \Leftrightarrow (a + 6) + 77 \vdots 11 \Leftrightarrow a + 83 \vdots 11$
 $a + 5 \vdots 13 \Leftrightarrow (a + 5) + 78 \vdots 13 \Leftrightarrow a + 83 \vdots 13$
 $\Rightarrow a + 83 \vdots \text{BCNN}(11, 13)$
 $\Rightarrow a + 83 \vdots 143 \Rightarrow a = 143k - 83 \quad (k \in \mathbb{N}^*)$
 Vậy $a = 203$ khi $k = 2$

ĐỀ SỐ 83

ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI MÔN : TOÁN LỚP 6

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm):

a) So sánh: 2^{225} và 3^{151}

b) So sánh không qua quy đồng: $A = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-15}{10^{2006}}; B = \frac{-15}{10^{2005}} + \frac{-7}{10^{2006}}$

Bài 2 (1,5 điểm): Không quy đồng hãy tính hợp lý các tổng sau:

a) $A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$

b) $B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$

Bài 3 (1,5 điểm): Cho $A = \frac{n-2}{n+3}$. Tìm giá trị của n để:

- a) A là một phân số.
b) A là một số nguyên.

Bài 4 (1,5 điểm):

a) Tìm số tự nhiên n để phân số $B = \frac{10n-3}{4n-10}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

b) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$

Bài 5 (1,5 điểm): Một người bán năm giỏ xoài và cam. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại quả với số lượng là: 65 kg; 71 kg; 58 kg; 72 kg; 93 kg. Sau khi bán một giỏ cam thì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại. Hãy cho biết giỏ nào đựng cam, giỏ nào đựng xoài?

Bài 6 (2,5 điểm): Cho góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù. Biết góc BOC bằng năm lần góc AOB.

a) Tính số đo mỗi góc.

b) Gọi OD là tia phân giác của góc BOC. Tính số đo góc AOD.

c) Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB, OD, vẽ thêm n tia phân biệt (không trùng với các tia OA; OB; OC; OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?

**ĐÁP ÁN KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI
MÔN TOÁN LỚP 6**

Bài 1 (1,5 điểm):

a) $2^{225} = 2^{3 \cdot 75} = 8^{75}$; $3^{151} > 3^{150}$ mà $3^{150} = 3^{2 \cdot 75} = 9^{75}$

(0,5 điểm)

$$9^{75} > 8^{75} \text{ nên: } 3^{150} > 2^{225}. \text{ Vậy: } 3^{151} > 3^{150} > 2^{225} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\text{b) } A = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-15}{10^{2006}} = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-8}{10^{2006}} + \frac{-7}{10^{2006}} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$B = \frac{-15}{10^{2005}} + \frac{-7}{10^{2006}} = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-8}{10^{2005}} + \frac{-7}{10^{2006}} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\frac{-8}{10^{2006}} > \frac{-8}{10^{2005}} \Rightarrow A > B \quad (0,25\text{điểm})$$

Bài 2(1,5 điểm):

$$\text{a) } A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \dots + \frac{-1}{90} = -\left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{9.10}\right) \quad (0,5\text{điểm})$$

$$= -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right) = \frac{-3}{20} \quad (0,5\text{điểm})$$

$$\text{b) } B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} = 7.\left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28}\right) \quad (0,25\text{điểm})$$

$$= 7.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28}\right) = 7.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28}\right) = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4} \quad (0,25\text{điểm})$$

Bài 3(1,5 điểm):

$$\text{a) } A = \frac{n-2}{n+3} \text{ là phân số khi: } n-2 \in \mathbb{Z}, n+3 \in \mathbb{Z} \text{ và } n+3 \neq 0 \quad (0,5\text{điểm})$$

$$\Leftrightarrow n \in \mathbb{Z} \text{ và } n \neq -3 \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\text{b) } A = \frac{n-2}{n+3} = \frac{(n+3)-5}{n+3} = 1 - \frac{5}{n+3} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$A \text{ là số nguyên khi } n+3 \in \mathbb{U}(5) \Leftrightarrow n+3 \in \{-1; 1; -5; 5\} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\Leftrightarrow n \in \{-4; -2; -8; 2\} \quad (0,25\text{điểm})$$

Bài 4 (1,5 điểm):

$$\text{a) } B = \frac{10n-3}{4n-10} = \frac{5(2n-5)+22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{11}{2n-5} \quad (0,25\text{điểm})$$

B đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{11}{2n-5}$ đạt giá trị lớn nhất. Vì $11 > 0$ và không đổi nên

$$\frac{11}{2n-5} \text{ đạt giá trị lớn nhất khi: } 2n-5 > 0 \text{ và đạt giá trị nhỏ nhất } \Leftrightarrow 2n-5 = 1 \Leftrightarrow n = 3 \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\text{Vậy: } B \text{ đạt giá trị lớn nhất là } \frac{5}{2} + 11 = 13,5 \text{ khi } n = 3 \quad (0,25\text{điểm})$$

b) Từ $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$ ta có: $\frac{3}{y} = \frac{x}{9} - \frac{1}{18} = \frac{2x-1}{18}$ ($x, y \in \mathbb{N}$) (0,25điểm)

Suy ra: $y(2x-1) = 54$ do đó $y \in U(54) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$, vì 54 là số chẵn mà $2x-1$ là số lẻ nên y là ước chẵn của 54. Vậy $y \in \{2; 6; 18; 54\}$

Ta có bảng sau:

y	2	6	18	54
2x-1	27	9	3	1
x	14	5	2	1

(0,25điểm)

Vậy $(x; y) \in \{(14; 2); (5; 6); (2; 18); (1; 54)\}$ (0,25điểm)

Bài 5 (1,5 điểm):

Tổng số xoài và cam lúc đầu: $65 + 71 + 58 + 72 + 93 = 359$ (kg) (0,25điểm)

Vì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại nên tổng số xoài và cam còn lại là số chia hết cho 4, mà 359 chia cho 4 dư 3 nên giỏ cam bán đi có khối lượng chia cho 4 dư 3.

(0,25điểm)

Trong các số 65; 71; 58; 72; 93 chỉ có 71 chia cho 4 dư 3.

Vậy giỏ cam bán đi là giỏ 71 kg.

(0,25điểm)

Số xoài và cam còn lại : $359 - 71 = 288$ (kg)

(0,25điểm)

Số cam còn lại : $288 : 4 = 72$ (kg)

(0,25điểm)

Vậy: các giỏ cam là giỏ đựng 71 kg ; 72 kg .

các giỏ xoài là giỏ đựng 65 kg ; 58 kg; 93 kg.

(0,25điểm)

Bài 6 (2,5 điểm):

Về hình đúng

(0,25điểm)



a) Vì góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù nên: $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$ (0,25điểm)

mà $\angle BOC = 5\angle AOB$ nên: $6\angle AOB = 180^\circ$ (0,25điểm)

Do đó: $\angle AOB = 180^\circ : 6 = 30^\circ$; $\angle BOC = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$ (0,5điểm)

b) Vì OD là tia phân giác của góc BOC nên $\angle BOD = \angle DOC = \frac{1}{2} \angle BOC = 75^\circ$. (0,25điểm) Vì góc

AOD và góc DOC là hai góc kề bù nên: $\angle AOD + \angle DOC = 180^\circ$ (0,25điểm)

Do đó $\angle AOD = 180^\circ - \angle DOC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ (0,25điểm)

c) Tất cả có $n+4$ tia phân biệt. Cứ 1 tia trong $n+4$ tia đó tạo với $n+4 - 1 = n+3$ tia còn lại thành $n+3$ góc. Có $n+4$ tia nên tạo thành $(n+4)(n+3)$ góc, nhưng như thế mỗi góc được tính hai lần. Vậy có tất

cả $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$ góc (0,5điểm)

***Chú ý**: Học sinh có thể giải cách khác, nếu chính xác thì hưởng trọn số điểm câu đó.

TOANIQ.COM

ĐỀ SỐ 84

PHÒNG GD&ĐT TP
BẮC NINH
TRƯỜNG THCS ĐÁP CẦU

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI HSG TOÁN 6

Năm học 2013-2014

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = (-1).(-1)^2.(-1)^3.(-1)^4 \dots (-1)^{2010}.(-1)^{2011}$

b) $B = 70.(\frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090})$

c) $C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a}$ biết $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a}$.

Câu 2. Tìm x là các số tự nhiên, biết:

a) $\frac{x+1}{2} = \frac{8}{x+1}$

b) $x : (9\frac{1}{2} - \frac{3}{2}) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}}$

Câu 3.

a) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (x,y) sao cho $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36.

b) Không quy đồng mẫu số hãy so sánh

$A = \frac{-9}{10^{2010}} + \frac{-19}{10^{2011}}; B = \frac{-9}{10^{2011}} + \frac{-19}{10^{2010}}$

Câu 4. Cho $A = \frac{n-1}{n+4}$

a) Tìm n nguyên để A là một phân số.

b) Tìm n nguyên để A là một số nguyên.

Câu 5. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 55^\circ$, trên cạnh AC lấy điểm D (D không trùng với A và C).

a) Tính độ dài AC, biết AD = 4cm, CD = 3cm.

b) Tính số đo của $\angle DBC$, biết $\angle ABD = 30^\circ$.

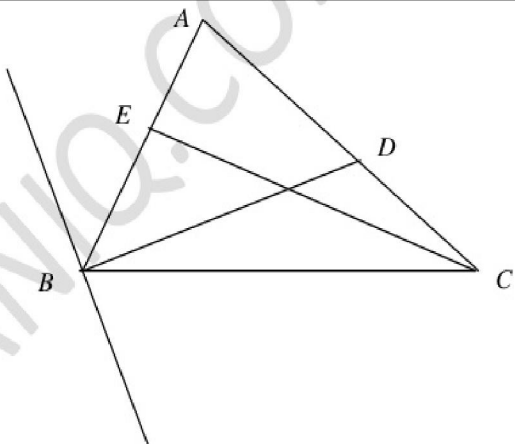
c) Từ B dựng tia Bx sao cho $\angle DBx = 90^\circ$. Tính số đo $\angle ABx$.

d) Trên cạnh AB lấy điểm E (E không trùng với A và B). Chứng minh rằng 2 đoạn thẳng BD và CE cắt nhau.

.....Hết.....

ĐÁP ÁN - BIỂU CHẤM

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 (4,5 đ)	a) (1,5 đ) $A = -1.1.(-1).1...(-1).1(-1) = -1$	1,5
	b) (1,5 đ) $B = 70.(\frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90}) = 70.13.(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10})$ $= 70.13.(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}) = 39$	1,0 0,5
	c) (1,5 đ) Đặt $\frac{2a}{3b} = \frac{3b}{4c} = \frac{4c}{5d} = \frac{5d}{2a} = k$ Ta có $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{3b}{4c} \cdot \frac{4c}{5d} \cdot \frac{5d}{2a} = k^4 \Rightarrow k^4 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$.	0,5 0,5
	$\Rightarrow C = \frac{2a}{3b} + \frac{3b}{4c} + \frac{4c}{5d} + \frac{5d}{2a} = \pm 4$	0,5
Câu 2 (3,5đ)	a) (2,0 đ) $\frac{x+1}{2} = \frac{8}{x+1} \Leftrightarrow (x+1)^2 = 16 = (\pm 4)^2$ +) $x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$ +) $x+1 = -4 \Rightarrow x = -5$ (loại) Vậy $x = 3$	0,75 0,5 0,5 0,25
	b) (1,5 đ) $x : (9\frac{1}{2} - \frac{3}{2}) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}} \Leftrightarrow x : (\frac{19}{2} - \frac{3}{2}) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{4(\frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}})} \Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow x = 2$	1,0 0,5
Câu 3 (3,0 đ)	a) (1,5 đ) Ta có $36 = 9.4$. Mà $ƯC(4,9) = 1$ Vậy để $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36 thì $\overline{34x5y}$ chia hết cho 4 và 9 $\overline{34x5y}$ chia hết cho 9 khi $3 + 4 + x + 5 + y : 9 \Rightarrow 12 + x + y : 9$ (1) $\overline{34x5y}$ chia hết cho 4 khi $\overline{5y} : 4 \Rightarrow y = 2$ hoặc $y = 6$ Với $y = 2$ thay vào (1) $\Rightarrow 14 + x : 9 \Rightarrow x = 4$ Với $y = 6$ thay vào (1) $\Rightarrow 18 + x : 9 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 9$ Vậy các cặp (x,y) cần tìm là: $(4,2)$; $(0,6)$ và $(9,6)$	0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
	b) (1,5 đ) Ta có $A = \frac{-9}{10^{2010}} + \frac{-19}{10^{2011}} = \frac{-9}{10^{2010}} + \frac{-10}{10^{2011}} + \frac{-9}{10^{2011}}$ $B = \frac{-9}{10^{2011}} + \frac{-19}{10^{2010}} = \frac{-9}{10^{2011}} + \frac{-10}{10^{2010}} + \frac{-9}{10^{2010}}$ Ta thấy $\frac{-10}{10^{2011}} > \frac{-10}{10^{2010}} \Rightarrow$ Vậy $A > B$	0,5 0,5 0,5
Câu 4 (3,0 đ)	a) (1,0 đ) $A = \frac{n-1}{n+4}$ là phân số khi $n+4 \neq 0 \Rightarrow n \neq -4$	1,0
	b) (2,0 đ) $A = \frac{n-1}{n+4} = \frac{n+4-5}{n+4} = 1 - \frac{5}{n+4}$ Với n nguyên, A nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow 5 \mid n+4$ hay $n+4 \in U(5)$ Lập luận tìm ra được $n = -9, -5, -3, 1$	0,5 0,5 1,0
Câu 5 (6,0 đ)		
	a) (1,5 đ) D nằm giữa A và C $\Rightarrow AC = AD + CD = 4 + 3 = 7$ cm	1,5
	b) (1,5 đ) Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC nên $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC}$ $\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = 55^\circ - 30^\circ = 25^\circ$	1,0 0,5
	c) (1,5 đ) Xét hai trường hợp: - Trường hợp 1: Tia Bx và BD nằm về hai phía nửa mặt phẳng có bờ là AB Tính được $\widehat{ABx} = 90^\circ - \widehat{ABD}$ Mặt khác tia BD nằm giữa hai tia BA và BC nên $0^\circ < \widehat{ABD} < 55^\circ$ $\Rightarrow 90^\circ - 55^\circ < \widehat{ABx} < 90^\circ - 0^\circ \Leftrightarrow 35^\circ < \widehat{ABx} < 90^\circ$ - Trường hợp 2: Tia Bx và BD nằm về cùng phía nửa mặt phẳng có bờ là AB Tính được $\widehat{ABx} = 90^\circ + \widehat{ABD}$ Lập luận tương trường hợp 1 chỉ ra được $90^\circ < \widehat{ABx} < 145^\circ$ Vậy $35^\circ < \widehat{ABx} < 145^\circ, \widehat{ABx} \neq 90^\circ$	0,75 0,75

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
	d) (1,5 đ) - Xét đường thẳng BD. Do BD cắt AC nên đường thẳng BD chia mặt phẳng làm 2 nửa: 1 nửa MP có bờ BD chứa điểm C và nửa MP bờ BD chứa điểm $A \Rightarrow$ tia BA thuộc nửa MP chứa điểm A. E thuộc đoạn $AB \Rightarrow E$ thuộc nửa MP bờ BD chứa điểm A $\Rightarrow E$ và C ở 2 nửa MP bờ BD $\Rightarrow$ đường thẳng BD cắt đoạn EC - Xét đường thẳng CE. Lập luận tương tự: ta có đường thẳng EC cắt đoạn BD. Vậy 2 đoạn thẳng EC và BD cắt nhau.	0,75 0,5 0,25

ĐỀ SỐ 85
PHÒNG GD-ĐT LỆ THUY **ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI LỚP 6**
ĐỀ CHÍNH THỨC **MÔN TOÁN**
Số BD:..... Năm học: 2012-2013
Thời gian 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm) Không quy đồng, hãy so sánh:

a) $\frac{12}{47}$ và $\frac{23}{93}$.

b) $\frac{2001+2002}{2002+2003}$ và $\frac{2001}{2002} + \frac{2002}{2003}$.

Câu 2. (2,0 điểm) Không quy đồng mẫu số, hãy tính nhanh:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phân số $A = \frac{6n-1}{3n+2}$.

- a) Tìm $n \in \mathbb{L}$ để A có giá trị nguyên.
b) Tìm $n \in \mathbb{F}$ để A có giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (2,5 điểm)

Gọi tia Oz là tia phân giác của góc bẹt xOy. Vẽ hai góc nhọn kề nhau là zOm và zOn sao cho hai tia Om; Ox cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oz và zOm = zOn.

- a) Tia Oz có phải là tia phân giác của góc mOn không? Vì sao?
b) Vẽ tia Ot là tia đối của tia On. Vì sao có thể khẳng định tia Ox là tia phân giác của góc mOt?

Câu 5. (1,5 điểm)

Tìm số tự nhiên x, biết rằng trong ba số 15; 35 và tích của bất kì hai số nào cũng chia hết số còn lại.

ĐỀ SỐ 86
Phòng GD&ĐT Văn Bàn **kỳ thi chọn học sinh giỏi cấp trường**
Trường thcs võ lao **Lớp 6 bậc thcs**
 Năm học 2012-2013
 Môn: Toán
Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (3 điểm) Tính:

a) $4 \cdot 5^2 - 3 \cdot (24 - 9)$ b) $7 + 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ c) $\frac{2^5 \cdot 7 + 2^5}{2^5 \cdot 5^2 - 2^5 \cdot 3}$

Câu 2: (3 điểm) Tìm x biết

a) $(x - 15) : 5 + 22 = 24$

b) $|x + 7| = 15 - (-4)$

c) $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} + \frac{5}{7} = 9\frac{5}{7}$

Câu 3: (5 điểm)

1) Cho: $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$.

a) Tính A.

b) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?

c) A có bao nhiêu ước tự nhiên? Bao nhiêu ước nguyên?

2) Thay a, b bằng các chữ số thích hợp sao cho $\overline{24a68b} : 45 \text{ dư } 3$ Cho a là một số nguyên có dạng $a = 3b + 7$ ($b \in \mathbb{Z}$). Hỏi a có thể nhận những giá trị nào trong các giá trị sau ? Tại sao ?

$a = 11$; $a = 2002$; $a = 2003$; $a = 11570$; $a = 22789$; $a = 29563$; $a = 299537$.

Câu 4: (3 điểm)

a, Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n: $2^{4n+1} + 3 \vdots 5$

b) Cho $A = 1 + 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + \dots + 2013^{71} + 2013^{72}$ và
 $B = 2013^{73} - 1$. So sánh A và B.

Câu 5: (6 điểm)

Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2$ cm; trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho $OM = 1$ cm; $OB = 4$ cm.

a. Chứng tỏ: Điểm M nằm giữa hai điểm O và B; Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b. Từ O kẻ hai tia Ot và Oz sao cho $\angle tOy = 130^\circ$, $\angle zOy = 30^\circ$. Tính số đo $\angle tOz$.

-----Hết-----

Phòng GD&ĐT Văn Bàn
Trường THCS Võ Lao

Hướng dẫn chấm
kỳ thi chọn học sinh giỏi cấp trường
Lớp 6 bậc THCS
Năm học 2012 - 2013
Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1: (3 điểm)	a) 55	1

	b) $\frac{17}{2}$ c) $\frac{2^5(7+1)}{2^5(25-3)} = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$	1 1
Câu 2: (3 điểm)	a) $x = 25$ b) $x = 12$ hoặc $x = -26$ c) $x = \frac{7}{2}$	1 1 1
Câu 3: (5 điểm)	1) a) $A = -50$ b) $A \div 2$ cho 5 A không chia hết cho 3 c) A có 6 ước tự nhiên và có 12 ước nguyên	1 0,5 0,5
	2) Ta có $45 = 9 \cdot 5$ mà $(5; 9) = 1$ Do $\overline{24a68b} : 45$ suy ra $\overline{24a68b} : 5$ Do $\overline{24a68b} : 9$ Nên $b = 0$ hoặc 5 TH ₁ : $b = 0$ ta có số $\overline{24a680}$ Để $\overline{24a680} : 9$ thì $(2 + 4 + a + 6 + 8 + 0) \div 9$ Hay $a + 20 \div 9$ Suy ra $a = 7$ ta có số 247680 TH ₂ : $b = 5$ ta có số $\overline{24a685}$ Để $\overline{24a685} : 9$ thì $(2 + 4 + a + 6 + 8 + 5) \div 9$ Hay $a + 25 \div 9$ Suy ra $a = 2$ ta có số 242685	0,5 0,5
	Vậy để $\overline{24a68b} : 45$ thì ta có thể thay $a = 7; b = 0$ hoặc $a = 2; b = 5$	0,5
	3) Số nguyên có dạng $a = 3b + 7$ ($b \in \mathbb{Z}$) hay a là số chia cho 3 dư 1 Vậy a có thể nhận những giá trị trong các giá trị sau $a = 2002; a = 22789; a = 29563$	0,5 1
Câu 4: (3 điểm)	a) Ta có: $2^{4n+1} + 3 = (2^4)^n \cdot 2 + 3$ $= 16^n \cdot 2 + 3 = \overline{...6} \cdot 2 + 3$ $= \overline{...2} + 3 = \overline{...5}$ có tận cùng bằng 5 Vậy: $2^{4n+1} + 3 \div 5$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) b) Ta có: $2013.A = 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + \dots + 2013^{72} + 2013^{73}$ Lấy $2013.A - A = 2013^{73} - 1$	0,5 0,5 0,5 0,5

	Vậy $A = (2013^{73} - 1) : 2012 < B = 2012^{73} - 1$.	0,5 0,5
Câu 5: (6 điểm)	Vẽ hình đúng	0,5
	a)	
	Trên tia Oy ta có $OM = 1 \text{ cm} < OB = 4 \text{ cm}$	
	Vậy M là điểm nằm giữa O và B	
	Do M nằm giữa O và B ta có $OM + MB = OB$	
	$MB = OB - OM = 4 - 1 = 3 \text{ (cm)}$	0,5
	Do A thuộc tia Ox, M thuộc tia Oy nên O nằm giữa hai điểm A và M	
	suy ra $OM + OA = MA$	0,5
	$MA = 2 + 1 = 3 \text{ cm}$	
	Mặt khác do A, B nằm trên hai tia đối nhau, M lại nằm giữa O và B	0,5
	nên suy ra M nằm giữa A và B	0,5
	Vậy M là trung điểm của AB	0,5
	b) TH ₁ : Tia Ot và tia Oz trên cùng một nửa mặt phẳng	1
	Do $yOt = 103^\circ$, $yOz = 30^\circ$ suy ra tia Oz nằm giữa hai tia Ot và Oy. Ta	0,5
	có $tOz = tOy - yOz = 130^\circ - 30^\circ = 100^\circ$	
	TH ₂ : Tia Ot và tia Oz không nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ	0,5
	là xy	1
	Suy ra tia Oy nằm giữa hai tia Ot và Oz	
	Ta có $tOz = tOy - yOz = 130^\circ + 30^\circ = 160^\circ$	

Đề số 87

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

Câu 1:

Viết liên tiếp các số tự nhiên thành dãy:

12345678910111213.....

a/ Chữ số hàng đơn vị của số 51 đứng ở hàng thứ mấy? (kể từ trái qua phải, mỗi chữ số đứng một hàng)

b/ Chữ số ở hàng thứ 430 là chữ số gì? Chữ số đó của số tự nhiên nào?

Câu 2:

a/ Tính kết quả của dãy tính: $100 - 99 + 98 - 97 + 96 - 95 + \dots + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$.

b/ Hiệu $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19) - (1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19)$ tận cùng bằng chữ số gì?

Câu 3:

a/ Một phép chia có thương là 6 và số dư là 3, tổng của số bị chia, số chia và số dư bằng 195. Tìm số bị chia và số chia.

b/ Hiệu của hai số là 33, lấy số lớn chia cho số nhỏ được thương là 3 và số dư là 3. Tìm hai số đó.

Câu 4: Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa với cơ số là số tự nhiên nhỏ nhất có thể được:

$$a/ A = 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 256$$

$$b/ B = 3 \cdot 9 \cdot 27 \cdot 81 \cdot 729$$

$$c/ C = 5 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 625 \cdot 5^7$$

$$d/ D = 7 \cdot 49 \cdot 343 \cdot 7^7$$

Câu 5:

So sánh các số sau:

$$a/ 7^{14} \text{ và } 50^7$$

$$b/ 5^{30} \text{ và } 124^{10}$$

$$c/ 92^1 \text{ và } 729^7$$

$$d/ 31^{11} \text{ và } 17^{14}$$

Câu 6: Chứng tỏ rằng tổng của hai số tự nhiên ($\overline{aaa} + \overline{bbb}$) chia hết cho 37

Câu 7: Cho đoạn thẳng $AB = 6$ cm, điểm C nằm giữa hai điểm A và B , $AC = 2$ cm, điểm D nằm giữa hai điểm C , B và $CD = 1$ cm.

a/ Tính độ dài đoạn thẳng AD .

b/ Điểm nào là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

c/ Điểm D có phải là trung điểm của đoạn thẳng CB không? Tại sao?

Câu 20: trên tia Ox đặt hai điểm A , B sao cho $OA = 6$ cm, $OB = 10$ cm. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng OA , OB . Tính khoảng cách giữa các trung điểm của hai đoạn thẳng OA , OB .

Đề số 88

Môn toán 6

Đề bài:

Câu 1: Tìm số có hai chữ số, biết rằng nếu viết chữ số 0 xen giữa hai số của số đó thì được số có ba chữ số gấp 9 lần chữ số ban đầu

Câu 2: Tổng (hiệu) sau có chia hết cho 3, cho 9 không ?

$$a, 10^{2001} + 2$$

$$b, 10^{2001} - 1$$

Câu 3: Tìm số tự nhiên x thỏa mãn:

$$a/ 3^{x+1} - 2 = 3^2 + [5^2 - 3(2^2 - 1)]$$

$$b/ 2^{x-1} + 3^3 = 5^2 + 2.5$$

Câu 4: Tìm các số tự nhiên n để biểu thức $A = \frac{15}{2n+1}$ có giá trị là một số tự nhiên.

Câu 5: Tìm số tự nhiên a . Biết số đó chia hết cho 7 và khi chia cho 2, cho 3, cho 4, cho 5, cho 6 đều dư 1 và $a < 400$

Câu 6: Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết:

$$a/ |x-5| = 3$$

$$b/ |1-x| = 7$$

Câu 7: Cho năm điểm A , B , C , D , E trong đó ba điểm B , C , D thẳng hàng, ba điểm A , C , E thẳng hàng. Tìm điểm chung của hai đường thẳng BD và AE .

Đề số 89

Môn toán 6

Đề bài

Câu 1: Tìm hai số , biết:

a/ Tổng hai số bằng 361 và số lớn chia số nhỏ được thương là 9 và số dư là 11.

b/ Hiệu hai số là 578 và số lớn chia số nhỏ được thương là 8 và dư là 53.

Câu 2: Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C sao cho OA = 2cm, OB = 4 cm, OC = 6 cm

a/ Trong bốn điểm O, A, B, C điểm nào là trung điểm của đoạn thẳng mà hai đầu là hai điểm khác?

b/ Cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh M cũng là trung điểm đoạn thẳng OC.

Câu 3: Chứng tỏ rằng

a, Hai số tự nhiên liên tiếp bất kỳ nguyên tố cùng nhau.

b, Hai số tự nhiên lẻ liên tiếp bất kỳ nguyên tố cùng nhau.

Câu 4:

a, chứng tỏ rằng với mọi số nguyên n phân số sau là phân số tối giản.

$$\frac{15n+1}{30n+1}$$

$$30n+1$$

b, Tìm số nguyên n sao cho: $3n + 2$ chia hết cho $n - 1$.

Câu 5:

a, Tìm các số nguyên x, y biết

$$(x - 1)(x + 2) = 7$$

b, Cho $x, y \in \mathbb{Z}$ chứng tỏ rằng nếu $x - y > 0$ thì $x > y$.

Đề số 90

Môn: Toán 6

Câu 1: a, Chứng tỏ với mọi số nguyên n, thì: $(n - 1)(n + 2) + 12$ không chia hết cho 9.

b, Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn điều kiện:

$$a + b = c + d \text{ và } ab + 1 = cd. \text{ Chứng tỏ } c = d.$$

Câu 2: Cho một số tự nhiên. Nếu đem nhân số đó với 2, cộng thêm 50 vào tích, nhân tổng với 5, trừ tích đi 200, rồi chia hiệu cho 10 thì được 30. Tìm số đó.

Câu 3: Tìm x, biết:

$$\left(\frac{11}{12} + \frac{11}{12.23} + \frac{11}{23.24} + \dots + \frac{11}{89.100} \right) + x = \frac{2}{3}.$$

Câu 4: Chứng tỏ rằng:

a/ Giá trị của biểu thức $A = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^8$ là bội của 30.

b/ Giá trị của biểu thức $B = 3 + 3^3 + 3^5 + 3^7 + \dots + 3^{29}$ là bội của 273

Câu 5: Tính các tổng sau:

$$a/ S = 2 + 4 + \dots + 2004$$

$$b/ S = 1 + 3 + 5 + \dots + 789$$

$$c/ C = 1 + (-2) + 3 + (-4) + \dots + 1999 + (-2000) + 2001.$$

Câu 6: Trên tia Mx xác định 2 điểm N và Q sao cho MN = 4 cm; MQ = 8cm

a) Vẽ hình và tính NQ

b) Điểm N có phải là trung điểm của đoạn MQ không?

- c) Điểm R là điểm nằm giữa 2 điểm M và N. Chứng tỏ $RN = \frac{1}{2}(RQ - RM)$

Đề số 91

Bài 1(3điểm)

- 1) Tính: a) $A = 5^3.678910-5^3.678909$
b) $B = 2^3+4^3+6^3+\dots+18^3$ với $1^3+2^3+3^3+\dots+9^3=2025$
2) So sánh: a) 10^{30} và 2^{100} ; b) 8^5 và 3.4^7 ; c) 125^5 và 25^7

Bài 2(4,5 điểm)

- 1) Chứng tỏ rằng mọi số tự nhiên có ba chữ số giống nhau đều chia hết cho 37
2) Thay a, b bằng các chữ số thích hợp sao cho $24a68b:45$
3) Cho a là một số tự nhiên có dạng $a = 3b + 7$ ($b \in \mathbb{N}$). Hỏi a có thể nhận những giá trị nào trong các giá trị sau ? Tại sao ?
 $a = 11$; $a = 2002$; $a = 2003$; $a = 11570$; $a = 22789$; $a = 29563$; $a = 299537$.

Bài 3(4 điểm)

- 1) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 9 dư 5, chia cho 7 dư 4 và chia cho 5 thì dư 3.
2) Cho $A = 1 + 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + \dots + 2013^{98} + 2013^{99}$ và $B = 2013^{100} - 1$.
a) So sánh A và B.
b) Tìm chữ số tận cùng của A.
c) Chứng tỏ rằng $2012A+1$ là một số chính phương.

Bài 4(4,5 điểm)

- 1) Tìm n để $9n+24$ và $3n+4$ là các số nguyên tố cùng nhau?
2) Tìm hai số a và b biết $ƯCLN(a,b)=5$ và $BCNN(a,b)=300$?
3) Cho $3a+2b$ chia hết cho 17. Chứng minh rằng $10a+b$ chia hết cho 17.

Bài 5(4 điểm)

- 1) Cho 2013 điểm trong đó chỉ có 13 điểm thẳng hàng. Hỏi:
a) Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong các điểm trên?
b) Có bao nhiêu đoạn thẳng đi qua hai trong các điểm trên?
2) Cho đoạn thẳng $AB=2^{2014}$ cm. Lần lượt lấy điểm $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2014}$ là trung điểm của các đoạn thẳng $AB, AM_1, AM_2, \dots, AM_{2013}$. Tính BM_{2014} ?

--Hết--

Bài	Đáp án	Biểu điểm
Bài 1 <u>3 điểm</u> 1) Tính: a)	$A = 5^3 \cdot 678910 - 5^3 \cdot 678909$ $= 125 \cdot (678910 - 678909)$ $= 125$	0,5đ
b)	$B = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 18^3$ $= 2^3(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3)$ Mà $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = 2025$ $\Rightarrow M = 8 \cdot 2025 = 16200$	0,5đ 0,5đ
2) So số h: a)	10^{30} và 2^{100} Ta có $10^{30} = (10^3)^{10} = 1000^{10}$ $2^{100} = (2^3)^{10} = 1024^{10}$ $\Rightarrow 10^{30} < 2^{100}$	0,5đ
b)	b) 8^5 và $3 \cdot 4^7$ $8^5 = 2^{15}$ $3 \cdot 4^7 = 3 \cdot 2^{14}$ $\Rightarrow 8^5 < 3 \cdot 4^7$	0,5đ
c)	125^5 và 25^7 $125^5 = 5^{15}$ $25^7 = 5^{14}$ $\Rightarrow 125^5 > 25^7$	0,5đ
Bài 2(4,5 điểm)	1) Chứng tỏ rằng mọi số tự nhiên có ba chữ số giống nhau đều chia hết cho 37 Gọi số tự nhiên có ba chữ số giống nhau có dạng $\overline{aaa}$ (a là chữ số khác 0) Ta có: $\overline{aaa} = 111 \cdot a = 37 \cdot 3 \cdot a$ $\Rightarrow \overline{aaa} : 37$ Vậy mọi số tự nhiên có ba chữ số giống nhau đều chia hết cho 37	0,25 đ 1đ 0,25 đ
	2) Thay a, b bằng các chữ số thích hợp sao cho $\overline{24a68b} : 45$ Để $\overline{24a68b} : 45$ thì $\overline{24a68b} : 5$ và $\overline{24a68b} : 9$ vì $(5, 9) = 1$ Để $\overline{24a68b} : 5$ thì b=0 hoặc b=5	0,5đ 0,25 đ
	+) Nếu b=0 thì $\overline{24a68b} = \overline{24a680}$. Để $\overline{24a680} : 9 \Leftrightarrow 2+4+a+6+8+0 : 9$ Tức là $20+a : 9$ Mà a là chữ số $\Rightarrow a=7$	0,25 đ

	+) Nếu $b = 5$ thì $\overline{24a68b} = \overline{24a685}$. Để $\overline{24a685} : 9 \Leftrightarrow 2+4+a+6+8+5 \vdots 9$ Tức là $25+a \vdots 9$ Mà a là chữ số $\Rightarrow a=2$	0,25 đ
	Vậy với $a=7$ và $b=0$ hoặc $a=2$ và $b=5$ thì $\overline{24a68b} : 45$	0,25 đ
	3) Cho a là một số tự nhiên có dạng $a = 3b + 7$ ($b \in \mathbb{N}$). Hỏi a có thể nhận những giá trị nào trong các giá trị sau ? Tại sao ? $a = 11$; $a = 2002$; $a = 2003$; $a = 11570$; $a = 22789$; $a = 29563$; $a = 299537$.	
	Ta có $a = 3b + 7$ ($b \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow a = 3(a+2)+1$ $\Rightarrow a$ chia cho 3 dư 1	0,75 đ
	Vậy a có thể nhận những giá trị nào trong các giá trị sau: $a = 2002$; $a = 22789$; $a = 29563$	0,75 đ
<u>Bài 3(4 điểm)</u>	1) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 9 dư 5, chia cho 7 dư 4 và chia cho 5 thì dư 3.	
	Gọi số tự nhiên nhỏ nhất cần tìm là ($x \in \mathbb{N}$) Theo bài ra ta có x nhỏ nhất x chia cho 9 dư 5, x chia cho 7 dư 4 x chia cho 5 thì dư 3.	0,25 đ
	a. $2x-1$ nhỏ nhất, $2x-1$ chia hết cho 5; 7; 9	0,75 đ
	b. Mà $BCNN(5,7,9) = 315$	0,25 đ
	c. $2x-1 = 315$ d. $x = 158$ Vậy số cần tìm là 158	0,25 đ
2	Cho $A = 1 + 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + \dots + 2013^{98} + 2013^{99}$ và $B = 2013^{100} - 1$. a) So sánh A và B. b) Tìm chữ số tận cùng của A. c) Chứng tỏ rằng $2012A + 1$ là một số chính phương.	

	a) So sánh A và B. $2013A = 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + \dots + 2013^{99} + 2013^{100}$ $A = 1 + 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + \dots + 2013^{98} + 2013^{99}$ $2013A - A = 2013^{100} - 1$ $2012A = 2013^{100} - 1$ $\Rightarrow A = (2013^{100} - 1) : 2012$	0,5đ
	c) Tìm chữ số tận cùng của A. Ta thấy: 2013^4 có chữ số tận cùng là 1 $\Rightarrow (2013^4)^{25} \text{ có chữ số tận cùng là } 1$ $\Rightarrow 2013^{100} - 1 \text{ có chữ số tận cùng là } 0$	0,25 đ
	$\Rightarrow (2013^{100} - 1) : 2012 \text{ có chữ số tận cùng là } 5$ $\Rightarrow A \text{ có chữ số tận cùng là } 5$	0,25 đ
	c) Chứng tỏ rằng $2012A+1$ là một số chính phương. Ta thấy: $2012A+1 = 2013^{100} - 1 + 1 = 2013^{100} = (2013^{50})^2$ Vậy $2012A+1$ là một số chính phương.	0,5đ
<u>Bài 4(4,5 điểm)</u>	1) Tìm n để $9n+24$ và $3n+4$ là các số nguyên tố cùng nhau? Gọi d là ước nguyên tố của $9n+24$ và $3n+4$ $\Rightarrow 9n+24 \vdots d \text{ và } 3n+4 \vdots d$ $\Rightarrow 9n+24 \vdots d \text{ và } 3(3n+4) \vdots d$ $\Rightarrow (9n+24) - (9n+12) \vdots d$ $\Rightarrow 12 \vdots d$ Mà d nguyên tố $\Rightarrow d = 2 \text{ hoặc } d = 3$	0,75 đ
	Mặt khác $3n+4 = 3(n+1)+1$ không chia hết cho 3 $\Rightarrow d = 2$	0,25 đ
	Để $9n+24$ và $3n+4$ là các số nguyên tố cùng nhau thì d khác $\Rightarrow 3n+4 \not\vdots 2$ $\Rightarrow n \not\vdots 2$ Vậy n là số lẻ thì để $9n+24$ và $3n+4$ là các số nguyên tố cùng nhau	

	2) Tìm hai số a và b biết $ƯCLN(a,b)=5$ và $BCNN(a,b)=300$? Ta có: $ƯCLN(a,b)=5 \Rightarrow a=5t$ và $b=5k$ với $(t,k)=1$ (1) Mà $a.b= ƯCLN(a,b). BCNN(a,b)$ $\Rightarrow a.b=5.300=1500$ (2) $\Rightarrow t.k=60$ (3)	0,75 đ																																												
	Từ (1), (2) và (3) ta có bảng <table><tr><td>t</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>15</td><td>4</td><td>12</td><td>20</td><td>30</td><td>60</td></tr><tr><td>k</td><td>60</td><td>30</td><td>20</td><td>12</td><td>4</td><td>15</td><td>5</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>a</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>25</td><td>75</td><td>20</td><td>60</td><td>100</td><td>150</td><td>300</td></tr><tr><td>b</td><td>300</td><td>150</td><td>100</td><td>60</td><td>20</td><td>75</td><td>25</td><td>15</td><td>10</td><td>5</td></tr></table>	t	1	2	3	5	15	4	12	20	30	60	k	60	30	20	12	4	15	5	3	2	1	a	5	10	15	25	75	20	60	100	150	300	b	300	150	100	60	20	75	25	15	10	5	0,5đ
t	1	2	3	5	15	4	12	20	30	60																																				
k	60	30	20	12	4	15	5	3	2	1																																				
a	5	10	15	25	75	20	60	100	150	300																																				
b	300	150	100	60	20	75	25	15	10	5																																				
	Vậy cặp số (a,b) cần tìm là (5;300); (10;150); (15;100); (25;60); (75;20); (20;75); (60;25);(100;15);(150;10); (300;5)	0,25 đ																																												
	3. Cho $3a+2b$ chia hết cho 17. Chứng minh rằng $10a+b$ chia hết cho 17. Ta xét: $2(10a+b)-(3a+2b)=(20a+2b)-(3a+2b)=17a$	0,5đ																																												
	$\Rightarrow 2(10a+b)-(3a+2b)$ chia hết cho 17	0,25																																												
	Mà $3a+2b$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 2(10a+b)$ chia hết cho 17	0,25																																												
	$\Rightarrow 10a+b$ chia hết cho 17 vì $(2,17)=1$. Vậy , nếu $3a+2b$ chia hết cho 17 thì $10a+b$ chia hết cho 17	0,25 0,25																																												
Bài 5 (4 điểm)	1. Cho 2013 điểm trong đó chỉ có 13 điểm thẳng hàng. Hỏi: a. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong các điểm trên? b. Có bao nhiêu đoạn thẳng đi qua hai trong các điểm trên?																																													
	a. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong các điểm trên? Qua 2013 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được $2013.2012:2=2025078$ (đường thẳng)	0,5đ																																												
	Do 13 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bớt đi là: $13.12:2=77$ (đường thẳng)	0,5đ																																												
	$\Rightarrow$ Qua 2013 điểm trong đó chỉ có 13 điểm thẳng hàng ta vẽ được $2025078-77=2025001$(đường thẳng)	0,5đ																																												
	b. Có bao nhiêu đoạn thẳng đi qua hai trong các điểm trên?	0,25																																												

	Vì số đoạn thẳng tạo thành không phụ thuộc vào số điểm thẳng hàng nên Qua 2013 điểm trong đó chỉ có 13 điểm thẳng hàng ta vẽ được $2013 \cdot 2012 : 2 = 2025078$ (đoạn thẳng)	đ 0,25 đ
	2) Cho đoạn thẳng $AB = 2^{2014}$ cm. Lần lượt lấy điểm $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2014}$ là trung điểm của các đoạn thẳng $AB, AM_1, AM_2, \dots, AM_{2013}$. Tính BM_{2014}?	
	Vì M_1 là trung điểm của các đoạn thẳng $AB \Rightarrow AM_1 = \frac{1}{2} AB$ (1)	0,25 đ
	Vì M_2 là trung điểm của các đoạn thẳng $AM_1 \Rightarrow AM_2 = \frac{1}{2} AM_1 = \frac{1}{2^2} AB$ (2)	0,25 đ
	Vì M_3 là trung điểm của các đoạn thẳng $AM_2 \Rightarrow AM_3 = \frac{1}{2} AM_2 = \frac{1}{2^3} AB$ (3)	0,25 đ
	...	0,25 đ
	Vì M_{2014} là trung điểm của các đoạn thẳng $AM_{2013} \Rightarrow AM_{2014} = \frac{1}{2^{2014}} AB$ $= \frac{1}{2^{2014}} \cdot 2^{2014} = 1$ (cm) (2014)	0,25 đ
	Từ (1), (2), (3), ..., (2014) suy ra M_{2014} nằm giữa A và B $\Rightarrow AM_{2014} + BM_{2014} = AB$	0,25 đ 0,25 đ
	$\Rightarrow BM_{2014} = AB - AM_{2014}$ $\Rightarrow BM_{2014} = 2^{2014} - 1$	0,25 đ
	Vậy $BM_{2014} = 2^{2014} - 1$	

ĐỀ SỐ 92

ĐỀ THI HSG TOÁN 6

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian chép đề)

Câu 1: Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}$

a, Tính S

b, Chứng minh S chia hết cho 126

Câu 2. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho số đó chia cho 3 dư 1; chia cho 4 dư 2; chia cho 5 dư 3; chia cho 6 dư 4 và chia hết cho 11.

Câu 3. Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $A = \frac{3n+2}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Câu 4. Cho 3 số 18, 24, 72.

a, Tìm tập hợp tất cả các ước chung của 3 số đó.

b, Tìm BCNN của 3 số đó

Câu 5. Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D, biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 5\text{cm}$; $OD = 2\text{cm}$; $BC = 4\text{cm}$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tìm độ dài các đoạn BD; AC.

Đáp án THI HSG TOÁN 6

Câu 1. (2đ).

a, Ta có $5S = 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}$
 $\Rightarrow 5S - S = (5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006})$
 $\Rightarrow 4S = 5^{2007} - 5$

Vậy $S = \frac{5^{2007} - 5}{4}$

b, $S = (5 + 5^4) + (5^2 + 5^5) + (5^3 + 5^6) + \dots + (5^{2003} + 5^{2006})$

Biến đổi được $S = 126.(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2003})$

Chúng ta S chia hết 126.

Câu 2. (3đ) Gọi số phải tìm là x.

Theo bài ra ta có $x + 2$ chia hết cho 3, 4, 5, 6.

$\Rightarrow x + 2$ là bội chung của 3, 4, 5, 6

$BCNN(3;4;5;6) = 60$. nên $x + 2 = 60.n$

Do đó $x = 60.n - 2$ ($n = 1; 2; 3; \dots$)

Mặt khác x: 11 lần lượt cho $n = 1; 2; 3; \dots$

Ta thấy $n = 7$ thì $x = 418$: 11

Vậy số nhỏ nhất phải tìm là 418.

Câu 3. (1đ). Ta có $A = \frac{3n+2}{n-1} = \frac{3n-3+5}{n-1} = \frac{3(n-1)+5}{n-1} = 3 + \frac{5}{n-1}$

Để A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \frac{5}{n-1}$ nguyên.

Mà $\frac{5}{n-1}$ nguyên $\Leftrightarrow 5 : (n-1)$ hay $n-1$ là ước của 5

Do $U_5 = \{\pm 1; \pm 5\}$

Ta tìm được $n = 2$

$n = 0$

$n = 6$

$n = -4$

Câu 4 (2đ)

A, Tìm được các $U(18)$; $U(24)$; $U(72)$ đúng cho 0,5đ

$\Rightarrow UC(18;24;72) = \{1; 2; 3; 6\}$

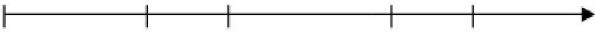
b, Ta có $72 \in B(18)$

$72 \in B(24)$

$\Rightarrow BCNN(18;24;72) = 72$.

Câu 5. (2đ)

O D B A C x



Vì A nằm giữa B và C nên $BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4$ (1)
 Lập. luận $\Rightarrow B$ nằm giữa A và D.
 Theo gt $OD < OA \Rightarrow D$ nằm giữa O và A. (0,5đ)
 Mà $OD + DA = OA \Rightarrow 2 + DA = 5 \Rightarrow DA = 3$ cm
 Ta có $DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3$ (2) (0,25đ)
 (1) – (2) $AC - DB = 1$ (3) (0,25đ)
 theo đề ra : $AC = 2BD$ thay vào (3)
 Ta có $2BD - BD = 1 \Rightarrow BD = 1$ (0,25đ)
 $\Rightarrow AC = 2BD \Rightarrow AC = 2$ cm (0,25đ)

Phòng GD & ĐT Sốp Cộp
Trường THCS Mường Lạn

Đề chính thức

ĐỀ SỐ 93

ĐỀ THI CHỌN HSG

Năm Học 2010 -2011; Môn: Toán Lớp 6

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên thí sinh:Lớp:SBD:

Câu 1 (4 điểm) Tìm x, biết:

a) $2x - 7 = -51$; b) $(0,5x - \frac{3}{2})2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$;

c) $\left|x - \frac{1}{3}\right| - 0,5 = \frac{7}{12}$

Câu 2 (6 điểm) Thực hiện phép tính :

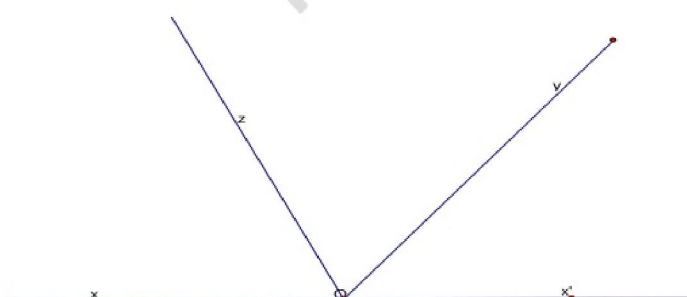
a) $\frac{5}{7} + \frac{3}{2}$; b) $\frac{-18}{7} - \frac{5}{-7}$; c) $\frac{-1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{-3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7}$;

d) $-\frac{1}{2} - (\frac{5}{3} - \frac{3}{2})$; e) $\frac{3}{10} \cdot \frac{25}{12}$ f) $-\frac{12}{7} : 4 + \frac{7}{12} \cdot \frac{(-3)}{14}$

Câu 3 (6 điểm) Một lớp học có 33 học sinh bao gồm bốn loại : giỏi, khá, trung bình và yếu. Số học sinh trung bình và yếu chiếm $\frac{8}{11}$ số học sinh cả lớp. Số học sinh khá bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh trung bình và yếu. Còn lại là số học sinh giỏi . Tính số học sinh mỗi loại, biết rằng số học sinh trung bình nhiều hơn số học sinh yếu 2 em.

Câu 4 (4 điểm) Vẽ hai góc kề bù xOy, yOx' , biết $xOy = 130^\circ$. Gọi Oz là tia phân giác của Góc xOy . Tính $x'Oz$

Hướng dẫn chấm	Thang Điểm
<u>A. Phần Trắc nghiệm khách quan (3 điểm)</u> <u>Câu 1:</u> B <u>Câu 2:</u> C <u>Câu 3:</u> D <u>Câu 4:</u> C <u>Câu 5:</u> A <u>Câu 6:</u> B <u>B. Phần Tự Luận (7 điểm)</u> Câu 1 (1,5 điểm) Tìm x, biết : a) $2x - 7 = -51$; b) $(0,5x - \frac{3}{2})2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$ a) $2x - 7 = -51 \Rightarrow 2x = -44 \Rightarrow x = -22$ b) $(0,5x - \frac{3}{2})2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$ $\Rightarrow (\frac{x}{2} - \frac{3}{2})\frac{5}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x-3}{2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = 4$	0,75 0,75
Câu 2 (3 điểm) Thực hiện phép tính : a) $\frac{5}{7} + \frac{3}{2}$; b) $\frac{-18}{7} - \frac{5}{-7}$; c) $\frac{-1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{-3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7}$; d) $-\frac{1}{2} - (\frac{5}{3} - \frac{3}{2})$; e) $\frac{3}{10} \cdot \frac{25}{12}$ f) $-\frac{12}{7} : 4 + \frac{7}{12} \cdot \frac{(-3)}{14}$	

a) $\frac{5}{7} + \frac{3}{2} = \frac{31}{14}$; b) $\frac{-18}{7} - \frac{5}{-7} = \frac{-18}{7} + \frac{5}{7} = -\frac{13}{7}$ c) $\frac{-1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{-3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7} = \frac{3}{5}$ d) $-\frac{1}{2} - (\frac{5}{3} - \frac{3}{2}) = -\frac{1}{2} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} = (-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}) - \frac{5}{3} = 1 - \frac{5}{3} = \frac{-2}{3}$ e) $\frac{3}{10} \cdot \frac{25}{12} = \frac{3 \cdot 25}{10 \cdot 12} = \frac{5}{8}$ f) $-\frac{12}{7} : 4 + \frac{7}{12} \cdot \frac{(-3)}{14} = \frac{-3}{7} + \frac{-1}{8} = \frac{-31}{56}$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 3 (1,5 điểm) Một lớp học có 52 học sinh bao gồm ba loại : giỏi ,khá, trung bình .Số học sinh trung bình chiếm $\frac{7}{13}$ số học sinh cả lớp.Số học sinh khá bằng $\frac{5}{13}$ số học sinh cả lớp . Tính số học sinh giỏi của lớp. Giải Số học sinh trung bình là $\frac{7}{13} \cdot 52 = 28$ (học sinh) Số học sinh khá là : $52 \cdot \frac{5}{13} = 20$ (học sinh) Số học sinh giỏi là : $52 - 20 - 28 = 4$ (học sinh)	0,5 0,5 0,5
Câu 4 (1 điểm) Vẽ hai góc kề bù xOy, yOx' , biết $xOy = 130^\circ$. Gọi Oz là tia phân giác của góc xOy . Tính $x'Oz$ Hình vẽ  Ta có $x'Oy = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ (tính chất hai góc kề bù) Lại có $xOz = zOy = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$ (	0,25 0,25 0,25

Vậy $\widehat{x'Oz} = 180^\circ - \widehat{xOz} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$	
---	--

ĐỀ SỐ 94

Đề thi chọn học sinh giỏi THCS cấp huyện

Năm học 2009 - 2010. Môn: Toán 6

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ và tên:

Bài 1: (2 điểm) Tìm x biết:

a. $\left(x + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) : \left(2 + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{46}$

b. $\frac{13}{15} - \left(\frac{13}{21} + x\right) \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{10}$

Câu 2: (2 điểm) Tính

a/ $A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$

b/ $B = \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$

Bài 3: (2 điểm) Cho phân số: $A = \frac{n-5}{n+1}$ ($n \in \mathbb{Z}$, $n \neq -1$)

- a) Tìm n để A có giá trị nguyên
b) Tìm n để A là phân số tối giản

Câu 4: (2 điểm)

Người ta chia số học sinh lớp 6A thành các tổ, nếu mỗi tổ 9 em thì thừa 1 em, còn nếu mỗi tổ 10 em thì thiếu 3 em. Hỏi có bao nhiêu tổ, bao nhiêu học sinh ?

Câu 5: (2 điểm)

Cho ΔABC có $BC = 5,5$ cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3$ cm.

a/ Tính độ dài BM

b/ Biết $\widehat{BAM} = 80^\circ$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính $\widehat{CAM}$

c/ Tính độ dài BK thuộc đoạn BM biết $CK = 1$ cm.

Câu 6: (1 điểm)

Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$$

Đáp án và biểu điểm

Năm học 2009 - 2010

Môn: Toán 6

Câu 1:

a) (0,5 điểm) Đáp số: $x = \frac{3}{8}$

b) (0,5 điểm) Đáp số: $x = -\frac{1}{3}$

Câu 2: Tính

a/ $A = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101$ (1 điểm)

b/ $B = \frac{423133 \cdot 846267 + 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134} = 1$ (1 điểm)

Câu 3: Giải:

a) $A = \frac{n-5}{n+1} = \frac{n+1-6}{n+1} = 1 - \frac{6}{n+1}$ (0,5 điểm)

A nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow n+1 = \{ \pm 1; \pm 2; \pm 3 \}$ (0,5 điểm)

$n+1$	1	-1	2	-2	3	-3
N	0	-2	1	-3	2	-4

b) A tối giản $\Leftrightarrow (n+1; n-5) = 1 \Leftrightarrow (n+1; 6) = 1$ (0,5 điểm)

$\Leftrightarrow n+1$ không chia hết cho 2 và $n+1$ không chia hết cho 3 $\Leftrightarrow n = 2k-1$

và $n = 3k-1$ ($k \in \mathbb{Z}$) (0,5 điểm)

Câu 4: Giả sử có thêm 4 học sinh nữa thì khi chia mỗi tổ 10 em thì cũng còn thừa 1 em như khi chia mỗi tổ 9 em. Vậy cách chia sau hơn cách chia trước 4 học sinh. Mỗi tổ 10 học sinh hơn mỗi tổ 9 học sinh là: $10 - 9 = 1$ (học sinh) (1 điểm)

Do đó số tổ là: $4 : 1 = 4$ (tổ) (0,5 điểm)

Số học sinh là: $4 \cdot 10 - 3 = 37$ (học sinh) (0,5 điểm)

Câu 5:

Vẽ hình, ghi giả thiết + kết luận (1/2 điểm)

a/ C nằm giữa B và M

$\Rightarrow BC + CM = BM$ (0,25 điểm)

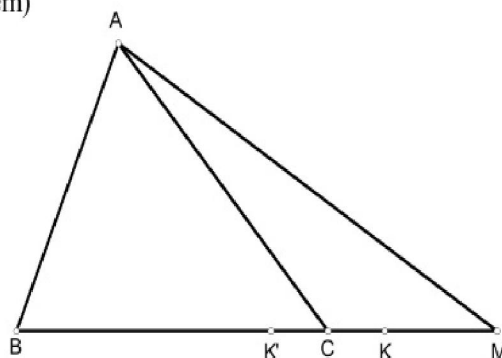
$\Rightarrow BM = 3 + 5,5 = 8,5$ (0,25 điểm)

b/ C nằm giữa B và M $\Rightarrow AC$ là tia nằm giữa 2 tia AB và AM (0,25 điểm)

$\Rightarrow \angle BAC + \angle CAM = \angle BAM$

$\Rightarrow \angle CAM = \angle BAM - \angle BAC$

$\Rightarrow \angle CAM = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$ (0,25 điểm)



c/ Xét 2 trường hợp:

+ Nếu K nằm giữa C và M tính được $BK = BC + CK = 5,5 + 1 = 6,5$ (cm) (0,25 điểm)

+ Nếu K nằm giữa C và B tính được $BK = 4,5$ (cm) (0,25 điểm)

Câu 6:

Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \quad (1/2 \text{ điểm}) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \quad (1/2 \text{ điểm}) \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1$$

ĐỀ SỐ 95

Đề thi học sinh giỏi
Môn Toán Lớp 6
Thời gian: 90 phút

Bài 1(2 điểm):

a) Tìm x biết: $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$

b) Tìm x, y $\in \mathbb{N}$ biết $2^x + 624 = 5^y$

Bài 2(2 điểm):

a) So sánh: $\frac{-22}{45}$ và $\frac{-51}{103}$

b) So sánh: $A = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1}$ và $B = \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2}$

Bài 3(2 điểm):

Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

Bài 4(2 điểm):

Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn , nếu dùng cả máy một và máy hai thì sau 1 giờ 20 phút bể sẽ đầy, dùng máy hai và máy ba thì sau 1 giờ 30 phút bể sẽ đầy còn nếu dùng máy một và máy ba thì bể sẽ đầy sau 2 giờ 24 phút. Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng một mình thì bể sẽ đầy sau bao lâu?

Bài 5(2 điểm): Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho góc xOm bằng 90° và vẽ tia On sao cho góc yOn bằng 90° .

- Chứng minh góc xOn bằng góc yOm.
- Gọi Ot là tia phân giác của góc xOy. Chứng minh Ot cũng là tia phân giác của góc mOn.

Đáp án và biểu điểm

Bài 1(2 điểm):

a)- Từ giả thiết ta có: $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}$ (1) (0,25 đ)

$$x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \text{ hoặc } x - \frac{1}{3} = -\frac{1}{2} \quad (0,25 \text{ đ})$$

- Từ đó tìm ra kết quả $x = \frac{5}{6}$; $x = -\frac{1}{6}$ (0,5 đ)

b) Nếu $x = 0$ thì $5^y = 2^0 + 624 = 1 + 624 = 625 = 5^4 \Rightarrow y = 4$ ($y \in \mathbb{N}$) (0,5 đ)

Nếu $x \neq 0$ thì vế trái là số chẵn, vế phải là số lẻ với mọi $x, y \in \mathbb{N}$: vô lý (0,25 đ)

Vậy: $x = 0, y = 4$ (0,25 đ) **Bài**

2(2 điểm):

a) $\frac{22}{45} < \frac{22}{44} = \frac{1}{2} = \frac{51}{102} < \frac{51}{101} \Rightarrow \frac{22}{45} < \frac{51}{101} \Rightarrow \frac{-22}{45} > \frac{-51}{101}$ (1đ)

b)

$$B = \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2} < 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow B &= \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2} < \frac{2009^{2010} - 2 + 2011}{2009^{2011} - 2 + 2011} = \frac{2009^{2010} + 2009}{2009^{2011} + 2009} \\ &= \frac{2009(2009^{2009} + 1)}{2009(2009^{2010} + 1)} = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1} = A \end{aligned}$$

(1đ)

Vậy: $A > B$

Bài 3(2 điểm):

Gọi số tự nhiên phải tìm là x .

- Từ giả thiết suy ra $(x + 20) : 25$ và $(x + 20) : 28$ và $(x + 20) : 35 \Rightarrow x + 20$ là bội chung của 25; 28 và 35. (0,5 đ)

- Tìm được BCNN (25; 28; 35) = 700 suy ra $(x + 20) = k \cdot 700$ ($k \in \mathbb{N}$). (0,5 đ)

- Vì x là số tự nhiên có ba chữ số suy ra $x \leq 999 \Rightarrow x + 20 \leq 1019 \Rightarrow k = 1$ (0,5 đ)
 $\Rightarrow x + 20 = 700 \Rightarrow x = 680$. (0,5 đ)

Bài 4(2 điểm):

Máy một và máy hai bơm 1 giờ 20 phút hay $\frac{4}{3}$ giờ đầy bể nên một giờ máy một và hai bơm được $\frac{3}{4}$ bể. (0,25 đ)

Máy hai và máy ba bơm 1 giờ 30 phút hay $\frac{3}{2}$ giờ đầy bể nên một giờ máy hai và ba bơm được $\frac{2}{3}$ bể. (0,25 đ)

Máy một và máy ba bơm 2 giờ 24 phút hay $\frac{12}{5}$ giờ đầy bể nên một giờ máy một và ba bơm được $\frac{5}{12}$ bể. (0,25 đ)

$\Rightarrow$ Một giờ cả ba máy bơm $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) : 2 = \frac{11}{12}$ bể. (0,25 đ)

Một giờ: máy ba bơm được $\frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$ bể $\Rightarrow$ Máy ba bơm một mình 6 giờ đầy bể (0,25 đ)

máy một bơm được $\frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ bể $\Rightarrow$ Máy một bơm một mình 4 giờ đầy bể (0,25 đ)

máy hai bơm được $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{2}$ bể $\Rightarrow$ Máy hai bơm một mình 2 giờ đầy bể (0,25 đ)

Kết luận (0,25 đ)

Bài 4(2 điểm): Hình vẽ (0,25 đ)

a) Lập luận được: $x\hat{O}m + m\hat{O}y = x\hat{O}y$ hay: $90^\circ + m\hat{O}y = x\hat{O}y$ (0,25 đ)

$y\hat{O}n + n\hat{O}x = x\hat{O}y$ hay: $90^\circ + n\hat{O}x = x\hat{O}y$ (0,25 đ) $\Rightarrow x\hat{O}n =$

$y\hat{O}m$ (0,25 đ)

b) Lập luận được: $x\hat{O}t = t\hat{O}y$ (0,25 đ)

$x\hat{O}t = x\hat{O}n + n\hat{O}t$ (0,25 đ)

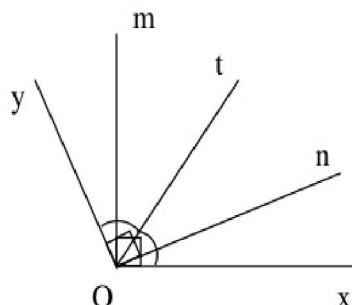
$t\hat{O}y = y\hat{O}m + m\hat{O}t$ (0,25 đ)

$$\Rightarrow n\hat{O}t = m\hat{O}t$$

(0,25 đ)

$\Rightarrow Ot$ là tia phân giác của góc mOn

(0,25 đ)



ĐỀ SỐ 96

PHÒNG GD&ĐT KRÔNG ANA

KỶ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi môn: Toán 6

Thời gian làm bài: 120 phút

I (5 điểm).

1. Tìm phân số có tử là 5, biết rằng phân số đó lớn hơn $-\frac{11}{12}$ và nhỏ hơn $-\frac{11}{15}$.

2. Tìm x, biết: $7.11^x = 10.11^6 + 67.121^3$

II (5 điểm).

1. So sánh $A = \frac{2012^{37} + 37^{2012} + 1}{2012^{38}}$ với $B = \frac{2012^{38} + 37^{2012} + 2}{2012^{39}}$

2. Cho $C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2011} + 2^{2012}$. Chứng tỏ rằng $C \vdots 3$.

III (3 điểm). Hai thùng dầu chứa 472 lít dầu. Nếu chuyển 50 lít từ thùng thứ nhất sang thùng thứ hai thì số dầu trong thùng thứ hai nhiều hơn số dầu trong thùng thứ nhất là 24 lít. Hãy tính số dầu ban đầu trong mỗi thùng.

IV (3 điểm). Cho đoạn thẳng $AB = 4,5$ cm. Tìm tất cả các điểm cách điểm A một khoảng bằng 3 cm và cách B một khoảng bằng 2,5 cm.

V (4 điểm). Cho ba đường thẳng xy , uv và zt cùng đi qua điểm O. Biết $\angle xOz = 75^\circ$ và $\angle vOy = 45^\circ$. Tính số đo góc $\angle tOv$.

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký giám thị 1

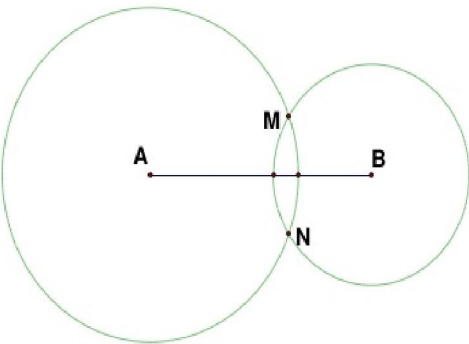
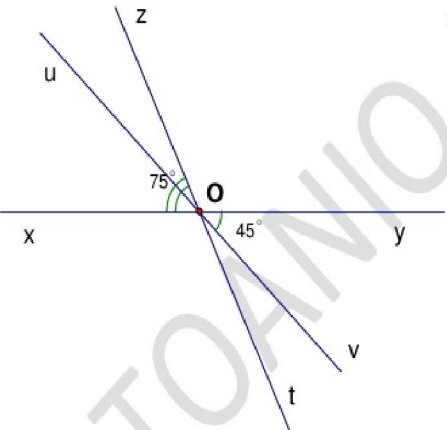
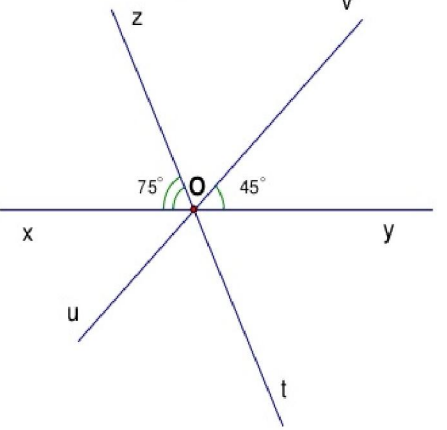
Chữ ký giám thị 2

PHÒNG GD & ĐT KRÔNG ANA

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN LỚP 6 – Năm học 2011-2012

Câu		Nội dung	Điểm	
I	1	Gọi mẫu phân số cần tìm là x Ta có: $\frac{-11}{12} < \frac{5}{x} < \frac{-11}{15} \Rightarrow \frac{55}{-60} < \frac{55}{11x} < \frac{55}{-75} \Rightarrow -75 < 11x < -60$ $\Rightarrow x = -6$ Vậy phân số cần tìm là $-\frac{5}{6}$	2,5	5

	2	$7.11^x = 10.11^6 + 67.121^3$ $\Rightarrow 7.11^x = 10.11^6 + 67.11^6$ $\Rightarrow 7.11^x = 11^6(10+67)$ $\Rightarrow 7.11^x = 11^6.77$ $\Rightarrow 7.11^x = 11^6.11.7$ $\Rightarrow 11^x = 11^7 \Rightarrow x = 7$	2,5	
II	1	Thực hiện qui đồng mẫu số: $A = \frac{2012^{37} + 37^{2012} + 1}{2012^{38}} = \frac{2012^{76} + 37^{2012}.2012^{39} + 2012^{39}}{2012^{39}.2012^{38}}$ $B = \frac{2012^{38} + 37^{2012} + 2}{2012^{39}} = \frac{2012^{76} + 37^{2012}.2012^{38} + 2.2012^{38}}{2012^{39}.2012^{38}}$ $37^{2012}.2012^{39} + 2012^{39} = 2012^{38}(37^{2012}.2012 + 2012)$ $37^{2012}.2012^{38} + 2.2012^{38} = 2012^{38}(37^{2012} + 2)$ Từ đó suy ra $A > B$	2,5	5
	2	Ta có: $C = (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{2009} + 2^{2010}) + (2^{2011} + 2^{2012})$ $= 2(1 + 2) + 2^3(1 + 2) + \dots + 2^{2009}(1 + 2) + 2^{2011}(1 + 2)$ $= 3 \cdot (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2009} + 2^{2011}) : 3$	2,5	
III	1	Số dầu trong thùng thứ nhất sau khi bớt 50 lít là: $(472 - 24) : 2 = 224$ (lít) Vậy số dầu ban đầu trong thùng thứ nhất là: $224 + 50 = 274$ (lít) Số dầu ban đầu trong thùng thứ hai là: $224 - 50 + 24 = 198$ (lít)	3	3

IV		 Các điểm cách A một khoảng 3 cm nằm trên đt (A; 3cm); các điểm cách B một khoảng 2,5cm nằm trên đt (B; 2,5cm). Giao điểm M và N của hai đường tròn này chính là những điểm thỏa mãn yêu cầu đề bài.	3	3
V		* Trường hợp 1: Ov và Ot nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy. Ta có:  $xOz + zOy = 180^\circ$ $tOy + zOy = 180^\circ$ $\Rightarrow tOy = xOz = 75^\circ$ Tia Ov nằm giữa hai tia Ot và Oy nên: $tOv + vOy = tOy$ $tOv + 45^\circ = 75^\circ$ $\Rightarrow tOv = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$	2	4
		* Trường hợp 2: Ov và Ot nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng xy. Ta có:  $zOx + yOz = 180^\circ$ $tOy + yOz = 180^\circ$ $\Rightarrow zOx = tOy = 75^\circ$ Vì Oy nằm giữa hai tia Ov và Ot nên: $tOv = tOy + yOv$ $tOv = 75^\circ + 45^\circ = 120^\circ$	2	

Lưu ý:

- Với các bài toán hình, nếu HS không vẽ hình thì không cho điểm phần bài làm liên quan.

HS làm cách khác với đáp án nhưng đúng vẫn cho điểm tối

PHÒNG GD-ĐT YÊN LẠC
TRƯỜNG THCS PHẠM CÔNG BÌNH

ĐỀ SỐ 97
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC: 2012- 2013
MÔN: TOÁN 6 (LẦN 3)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 08 tháng 4 năm 2013

Câu 1: (2.0 điểm).

Tìm x biết

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} - 480 = 0$

b) $\frac{x-1}{12} + \frac{x-1}{20} + \frac{x-1}{30} + \frac{x-1}{42} + \frac{x-1}{56} + \frac{x-1}{72} = \frac{16}{9}$

Câu 2: (2.0 điểm).

a) Cho biểu thức $A = \frac{-10}{56} + \frac{-10}{140} + \frac{-10}{260} + \dots + \frac{-10}{1400}$. So sánh A với $-\frac{1}{3}$

b) Tính giá trị biểu thức $B = 2013 + \frac{2013}{1+2} + \frac{2013}{1+2+3} + \frac{2013}{1+2+3+4} + \dots + \frac{2013}{1+2+3+\dots+2012}$

Câu 3: (1.5 điểm).

Một người bán năm giỏ xoài và cam. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại quả với số lượng là: 65 kg; 71 kg; 58 kg; 72 kg; 93 kg. Sau khi bán một giỏ cam thì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại. Hãy cho biết giỏ nào đựng cam, giỏ nào đựng xoài?

Câu 4: (1.5 điểm).

Hai người đi mua gạo. Người thứ nhất mua gạo nếp, người thứ hai mua gạo tẻ. Giá gạo tẻ rẻ hơn giá gạo nếp là 20%. Biết khối lượng gạo tẻ người thứ hai mua nhiều hơn khối lượng gạo nếp là 20%. Hỏi người nào trả tiền ít hơn? ít hơn mấy % so với người kia?

Câu 5: (2.0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó.

a. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm thuộc tia đối của tia BA thì $CM = \frac{CA + CB}{2}$

b. Chứng tỏ rằng nếu C là điểm nằm giữa hai điểm M và B thì $CM = \frac{CA - CB}{2}$.

Câu 6: (1.0 điểm).

Cho các số tự nhiên a, b sao cho $\frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a}$ có giá trị là số tự nhiên. Gọi d là ước chung lớn nhất của a và b. Chứng minh rằng: $a+b \geq d^2$.

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

PHÒNG GD-ĐT YÊN LẠC
TRƯỜNG THCS PHẠM CÔNG BÌNH

HDC ĐỀ THI KSCL HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC: 2012- 2013
MÔN: TOÁN 6 (LẦN 3)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 08 tháng 4 năm 2013

Câu	Nội dung trình bày	Thang điểm
1	a) Ta có $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} - 480 = 0$ $\Leftrightarrow 2^x(1+2+2^2+2^3) = 480$ $\Leftrightarrow 2^x \cdot 15 = 480$ $\Leftrightarrow 2^x = 32 = 2^5 \Rightarrow x = 5$	0,25đ 0,25đ 0,5đ
	b) Ta có $\frac{x-1}{12} + \frac{x-1}{20} + \frac{x-1}{30} + \frac{x-1}{42} + \frac{x-1}{56} + \frac{x-1}{72} = \frac{16}{9}$ $\Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9}\right) = \frac{16}{9}$ $\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) = \frac{16}{9}$ $\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = \frac{16}{9}$ $\Leftrightarrow (x-2) \cdot \frac{2}{9} = \frac{16}{9}$ $\Leftrightarrow x-2 = 8 \Leftrightarrow x = 10$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
2	a) Ta có $A = \frac{-10}{56} + \frac{-10}{140} + \frac{-10}{260} + \dots + \frac{-10}{1400} = \frac{-5}{28} + \frac{-5}{70} + \frac{-5}{130} + \dots + \frac{-5}{700}$ $A = \frac{-5}{4 \cdot 7} + \frac{-5}{7 \cdot 10} + \frac{-5}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{-5}{25 \cdot 28}$ $A = \frac{-5}{3} \left(\frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{3}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{3}{25 \cdot 28} \right)$ $A = \frac{-5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right)$ $A = \frac{-5}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right) = \frac{-5}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{-5}{14} < \frac{-5}{15} = \frac{-1}{3}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	b) Ta có $B = 2013 + \frac{2013}{1+2} + \frac{2013}{1+2+3} + \frac{2013}{1+2+3+4} + \dots + \frac{2013}{1+2+3+\dots+2012}$	

	$B = 2013 \left(1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2012} \right)$ $B = 2013 \cdot \left(\frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2012 \cdot 2013} \right)$ $B = 2013 \cdot 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2013} \right) = 2013 \cdot 2 \cdot \frac{2012}{2013} = 4024$	0,25đ 0,25đ 0,5đ
3	Tổng số xoài và cam lúc đầu là: $65 + 71 + 58 + 72 + 93 = 359$ (kg) Vì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại nên tổng số xoài và cam còn lại là số chia hết cho 4, mà 359 chia cho 4 dư 3 nên giỏ cam bán đi có khối lượng chia cho 4 dư 3. Trong các số 65; 71; 58; 72; 93 chỉ có 71 chia cho 4 dư 3 . Vậy giỏ cam bán đi là giỏ 71 kg Số xoài và cam còn lại : $359 - 71 = 288$ (kg) Số cam còn lại : $288 : 4 = 72$ (kg) Vậy: các giỏ cam là giỏ đựng 71 kg ; 72 kg . các giỏ xoài là giỏ đựng 65 kg ; 58 kg; 93 kg.	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ
4	Gọi giá gạo nếp là a (đồng/kg) ; khối lượng gạo nếp đã mua là b (kg) Suy ra giá gạo tẻ là $\frac{80}{10} \cdot a$; khối lượng gạo tẻ đã mua là $\frac{120}{100} \cdot b$ Số tiền người thứ nhất phải trả là a.b (đồng) Số tiền người thứ hai phải trả là $\frac{80}{100} \cdot a \cdot \frac{120}{100} \cdot b = \frac{96}{100} \cdot a \cdot b$ Vậy người thứ hai trả ít tiền hơn người thứ nhất . Tỷ lệ % ít hơn là: $\left(ab - \frac{96}{100} \cdot ab \right) : ab = 4\%$	0,5đ 0,5đ 0,5đ
5	Nếu C là điểm thuộc tia đối của tia BA Ta có: $CA = CM + MA$ (1) $CB = CM - MB$ (2) Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được $CA + CB = 2CM$ (Do $MA = MB$) $\Rightarrow CM = \frac{CA + CB}{2}$ (đpcm)	1,0đ
	Nếu C là điểm nằm giữa hai điểm M và B Ta có $CA = MA + CM$ (3) $CB = MB - CM$ (4) Trừ vế với vế của (3) và (4) ta được $CA - CB = 2CM$ (Do $MA = MB$)	1,0đ

	$\Rightarrow CM = \frac{CA - CB}{2}$ (đpcm)	
6	Ta có $\frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a} = \frac{a^2 + b^2 + a + b}{ab}$ có giá trị là số tự nhiên $\Rightarrow a^2 + b^2 + a + b : ab$ Lại có ƯCLN(a,b)=d $\Rightarrow a : d ; b : d \Rightarrow a^2 : b^2 ; ab : d^2$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + a + b : d^2 \Rightarrow a + b : d^2 \Rightarrow a + b \geq d^2$ (đpcm)	1,0đ

Lưu ý: HDC chỉ nêu tóm tắt 1 cách giải của mỗi bài toán. Nếu học sinh làm cách khác mà vẫn đúng, giám khảo hội ý thống nhất và cho điểm tuyệt đối

ĐỀ SỐ 98

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI

MÔN TOÁN LỚP 6

Câu 1: Cho $a = 123456789$ và $b = 987654321$.

a, Tìm ƯCLN (a,b).

b, Tìm số dư trong phép chia BCNN (a,b) cho 11.

Câu 2: Tìm các số tự nhiên n để $2n + 3$ và $4n + 1$ là 2 số nguyên tố cùng nhau.

Câu 3: Cho $S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2011} + 2^{2012}$.

Chứng minh rằng S chia hết cho 6.

Câu 4: Cho hai phân số . Tìm phân số lớn nhất sao cho khi chia mỗi phân số trên cho phân số đó thì kết quả là một số nguyên.

Câu 5: Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

Câu 1: (4 điểm).

a,(2 điểm): Ta có a,b chia hết cho 9 (vì có tổng các chữ số bằng 45: 9).

Mặt khác $b - 8a = 9$ nên nếu a,b có ƯC là d thì $9 : d$.

Như vậy mọi ƯC (a,b) đều là Ư của 9 hay $ƯWCLN(a,b) = 9$.

b,(2 điểm):Ta có $BCNN(a,b) =$ nhưng $= 11m + 3$ và

$$= 11N + 5 \quad (m, n \in \mathbb{N}).$$

Nên $BCNN(a,b) = 11p + 4$. Vậy số dư cần tìm là 4.

Câu 2: (4 điểm). Gọi d là ƯC $(2n+3, 4n+1)$. Ta có $2(2n+3) - (4n+1) \equiv d \equiv 5 \pmod{d} \Rightarrow d \in \{1, 5\}$

Trường hợp $d = 5 \Rightarrow 2n+3 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow 4n+1 \equiv 0 \pmod{5}$ (Khi đó $4n+1 \equiv 2n \pmod{5}$ tận cùng bằng 2 và n tận cùng bằng 6 hoặc 1.

KL: Với n là số tự nhiên tận cùng khác 1 và 6 thì $(2n+3, 4n+1) = 1$.

Câu 3: (4 điểm): $S = (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{2011} + 2^{2012})$

$$= (2 + 2^2) + 2^6(2 + 2^2) + \dots + 2^{2010}(2 + 2^2)$$

$$= 6 + 2^2 \cdot 6 + \dots + 2^{2010} \cdot 6$$

$$= 6(1 + 2^2 + \dots + 2^{2010})$$

Câu 4: (4 điểm): Gọi phân số lớn nhất phải tìm là $(\frac{a}{b} \in \mathbb{N}), (a, b) = 1$

Ta có

Để $\frac{a}{b}$ thì $5b \mid 12a$, suy ra $15 \mid a$ và $b \mid 21$ (1)

Tương tự (2)

Từ (1) và (2) để $\frac{a}{b}$ là lớn nhất thì phải có $a = \text{U'CLN}(5, 15) = 5$

$$b = \text{BCNN}(12, 21) = 84$$

Vậy phân số phải tìm là $\frac{5}{84}$.

Câu 5: (4 điểm): Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại tạo nên 100 giao điểm. Có 101 đường thẳng nên có 101.100 giao điểm, nhưng mỗi giao điểm được tính hai lần nên chỉ có: $(101 \cdot 100) : 2 = 5050$ (giao điểm).

ĐỀ SỐ 99

phòng Giáo dục và đào tạo diễn châu

Năm học 2010 – 2011

Môn Toán – (Thời gian làm bài 90 phút)

Câu I. (6 điểm):

1) Tính bằng cách hợp lý:

a) $\frac{2011 \times 2010 - 1}{2009 \times 2011 + 2010}$; b) $10,11 + 11,12 + 12,13 + \dots + 97,98 + 98,99 + 99,100$.

2) Tìm x , biết:

a) $\frac{x}{13} = \frac{35}{91}$; b) $\frac{9+x}{13-x} = \frac{5}{6}$; c) $x + x : 5 \times 7,5 + x : 2 \times 9 = 315$.

Câu II. (4 điểm):

Cuối năm học 2009 – 2010 kết quả xếp loại học lực của học sinh khối 5 một trường Tiểu học đạt được $\frac{1}{5}$ số em loại giỏi, $\frac{1}{3}$ số em loại khá, 70 em loại trung bình, không có em nào xếp loại yếu, kém.

a) Tính số học sinh khối 5 của trường?

b) Tính số học sinh xếp loại giỏi; khá?

Câu III. (2 điểm):

Một tháng nào đó của một năm có ba ngày chủ nhật là ngày chẵn. Như vậy ngày 20 của tháng đó là ngày thứ mấy trong tuần?

Câu IV. (4 điểm):

Mai và Lan có nhà cách nhau 1200 m, đi về phía nhà bạn. Mai đi lúc 9 giờ, Lan đi sau 5 phút. Dọc đường không trông thấy nhau. Mỗi người cứ đến nhà bạn rồi lập tức quay lại. Lần này hai bạn gặp nhau. Hỏi lúc gặp nhau đó là mấy giờ, biết rằng mỗi phút Mai đi được 60 m, Lan đi được 90 m.

Câu V. (4 điểm):

Cho tam giác ABC. Trên AB lấy điểm D sao cho $AD = \frac{1}{3} AB$ và trên BC lấy điểm E sao cho $EC = \frac{1}{3} BC$. Nối A với E, C với D chúng cắt nhau ở I.

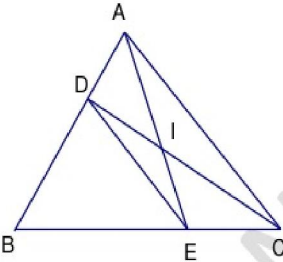
a) So sánh diện tích hai tam giác AID và CIE.

b) Nối D với E. Chứng tỏ DE song song với AC.

----- Hết -----

hướng dẫn chấm trường THCS Cao Xuân Huy

Câu	ý	Hướng dẫn giải	Biểu điểm
I	1	Tính bằng cách hợp lý:	
		a) $\frac{2011 \times 2010 - 1}{2009 \times 2011 + 2010} = \frac{2011 \times (2009 + 1) - 1}{2009 \times 2011 + 2010}$	0,75
		$= \frac{2009 \times 2011 + 2011 - 1}{2009 \times 2011 + 2010} = \frac{2009 \times 2011 + 2010}{2009 \times 2011 + 2010} = 1$	0,75
		b) Nhận xét: Dãy các số từ 10,11 đến số 98,99 có tất cả 89 số được viết theo quy luật cách đều, số đứng sau lớn hơn số đứng trước liền kề 1,01. Riêng số 99,100 không thuộc quy luật của dãy số trên. Vì số 99,100 lớn	0,5

	(Nếu ngày chủ nhật đầu tiên của tháng rơi vào ngày mùng 1 hay ngày mùng 3 của tháng thì sẽ có 3 ngày chủ nhật là ngày “lẻ”. Ngày chủ nhật đầu tiên không thể rơi vào ngày mùng 4 vì như vậy tháng đó chỉ có 4 ngày chủ nhật). - Căn cứ vào bảng nêu trên ngày 20 của tháng đó là ngày thứ năm trong tuần.	0,5
IV	Trong 5 phút Mai đi được quãng đường là: $60 \times 5 = 300 \text{ (m)}$	0,5
	Mai và Lan gặp nhau sau khi Lan đi được một thời gian là: $(1200 - 300) : (60 + 90) = 6 \text{ (phút)}$.	1,0
	Mai và Lan gặp nhau lần thứ nhất vào lúc: $9 \text{ giờ } 5 \text{ phút} + 6 \text{ phút} = 9 \text{ giờ } 11 \text{ phút}$	0,5
	Mai và Lan cộng lại đi được 2 lần khoảng cách 1200 m trong một thời gian là: $1200 \times 2 : (60 + 90) = 16 \text{ phút}$.	1,0
	Mai và Lan gặp nhau lần thứ hai vào lúc: $9 \text{ giờ } 11 \text{ phút} + 16 \text{ phút} = 9 \text{ giờ } 27 \text{ phút}$. Đáp số: 9 giờ 27 phút.	0,75 0,25
V	 Vẽ hình đúng. a) Diện tích tam giác $ACD = \frac{1}{3}$ diện tích tam giác ABC. Diện tích tam giác $AEC = \frac{1}{3}$ diện tích tam giác ABC. Vậy diện tích tam giác $ACD =$ diện tích tam giác AEC. Mà hai tam giác ACD và AEC có chung tam giác AIC. Vậy diện tích tam giác AID bằng diện tích tam giác EID.	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
	b) Diện tích tam giác ADC bằng diện tích tam giác AEC . Hai tam giác này có chung cạnh đáy AC nên chiều cao của hai tam giác trên hạ từ đỉnh D và E cũng bằng nhau.	1,0
	Suy ra tứ giác $ACED$ là hình thang và DE và AC là đáy bé và đáy lớn nên chúng song song với nhau. Vậy DE song song với AC .	0,5

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Riêng câu I học sinh giải bằng cách bình thường, kết quả đúng chỉ cho một nửa số điểm.

Câu 1:

a. Tìm số có hai chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 3 và nếu thêm số 0 vào giữa các chữ số rồi cộng vào số mới tạo thành một số bằng hai lần chữ số hàng trăm của nó thì được một số lớn gấp 9 lần số phải tìm.

b. Chứng minh rằng nếu p và $p^2 + 2$ là hai số nguyên tố thì $p^3 + 2$ cũng là số nguyên tố.

Câu 2:

a. Tìm x , biết: $\frac{x+2}{17} + \frac{x+4}{15} + \frac{x+6}{13} = \frac{x+8}{11} + \frac{x+10}{9} + \frac{x+12}{7}$

b. Chứng minh rằng nếu $(a,b) = 1$ thì UCLN của $11a + 2b$ và $18a + 5b$ bằng 1 hoặc bằng 19.

Câu 3:

a. Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2010} + 2^{2011}$. Hỏi số $A + 8$ có phải là số chính phương không?

b. Hai số 2^{2011} và 5^{2011} viết liền nhau tạo thành một số. Hỏi số đó có bao nhiêu chữ số?

Câu 4: Trên đường thẳng xy lấy một điểm O . Vẽ các tia Oa, Ob thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng xy . Cho biết góc aOy bằng nửa góc bOy . Tính số đo góc aOy để cho góc aOx bằng ba lần góc bOx .

----- Hết -----

TRƯỜNG THCS HỢP THỊNH ĐÁP ÁN CHỌN HSG VÒNG 3 NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn: Toán lớp 6

Câu 1(3đ):

a. (1,5đ) Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ ($0 < a, b \leq 9$). Theo bài ra ta có: $\overline{ab} : 3, \overline{a0b} + 2a = 9\overline{ab}$ hay:

$$\begin{cases} (a+b):3 \\ 100a+b+2a=9(10a+b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b):3 \\ 3a=2b \end{cases}$$

Từ $3a=2b$ suy ra $2b : 3$ mà $(2,3)=1 \Rightarrow b:3$ do $(a+b):3 \Rightarrow a:3$ mà $3a:2 \Rightarrow a:2$.

Ta có: $a : 3, a : 2, (2,3)=1 \Rightarrow a : 6, 1 \leq a \leq 9 \Rightarrow a=6, b=9$.

KL: Vậy $\overline{ab}=69$

b.(1,5đ)Ta có: $p^2+2=p^2-1+3=(p-1)(p+1)+3$.

Trong ba số tự nhiên liên tiếp: $p-1, p, p+1$ có một số chia hết cho 3. Số đó không thể là $p-1, p+1$ vì nếu một trong hai số đó chia hết cho 3 thì p^2+2 chia hết cho 3 và $p^2+2 > 3$, vô lí vì p^2+2 là số nguyên tố. Do đó p phải chia hết cho 3, mà p là số nguyên tố, do đó $p=3$. Khi $p=3$ thì $p^3+2=29$, là số nguyên tố.

Câu 2(2):

a(1đ).

$$\left(\frac{x+2}{17}+1\right)+\left(\frac{x+4}{15}+1\right)+\left(\frac{x+6}{13}+1\right)=\left(\frac{x+8}{11}+1\right)+\left(\frac{x+10}{9}+1\right)+\left(\frac{x+12}{7}+1\right)$$

$$x=-19.$$

b(1đ). Gọi $d=(11a+2b, 18a+5b)$. Khi đó $11(18a+5b)-18(11a+2b):d$, suy ra $19b:d$ nên $19:d$ hoặc $b:d$.

- Nếu $b:d$ thì từ $5(11a+2b)-3(18a+5b):d$ hay $a-5b:d \Rightarrow a:d$, d là ước của a và b mà $(a,b)=1$ nên $d=1$.

- Nếu $19:d$ thì $d=1$ hoặc $d=19$.

Câu 3(3đ):

a(1,5đ). Tính được $A+8=2^{2012}-1+8=2^{4.503}+7=....6+7=....3$

Vì SCP không có tận cùng bằng 3, nên $A+8$ không phải là SCP.

b(1,5đ). Giả sử 2^{2011} có m chữ số và 5^{2011} có n chữ số. Ta có

$$10^{m-1} < 2^{2011} < 10^m; 10^{n-1} < 5^{2011} < 10^n. \text{ Suy ra } 10^{m+n-2} < 10^{2011} < 10^{m+n}$$

Do đó: $m+n-2 < 2011 < m+n$ hay $2011 < m+n < 2013$ suy ra $m+n=2012$

Vậy số tạo thành có 2012 chữ số.

Câu 4(2đ):

Hai góc xOa và aOy kề bù và góc xOa gấp ba lần xOb , khi đó ta có: góc $aOy = 72^\circ$

ĐỀ SỐ 101

PHÒNG GD&ĐT

ĐỀ KT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2012 - 2013

MÔN: TOÁN LỚP 6

(Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2.5 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức bằng cách hợp lý nhất.

$$\text{a) } A = \frac{9^{14} \cdot 25^5 \cdot 8^7}{18^{12} \cdot 625^3 \cdot 24^3} \quad \text{b) } B = \frac{1.3.5 \dots 2011.2013}{1008.1009.1010 \dots 2013.2014}$$

2. Chứng minh rằng : Với mọi số tự nhiên n , ta có $3^{4n+1} + 2$ chia hết cho 5

Câu 2 (2 điểm)

1. Cho phân số $B = \frac{10n}{5n-3} \quad (n \in \mathbb{Z})$

- Tìm n để B có giá trị nguyên .
- Tìm giá trị lớn nhất của B .

2. Tìm n để $n^2 + 2014$ là số chính phương.

Câu 3 (2 điểm)

- Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}$ hai số sau $7n + 10$ và $5n + 7$ nguyên tố cùng nhau .
- Tìm số tự nhiên n để các số sau nguyên tố cùng nhau: $7n + 13$ và $2n + 4$.
- Tìm ƯCLN ($2n- 1, 9n + 4$)

Câu 4(1 điểm)

Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ để $\frac{1}{x} + \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$

Câu 5(2 điểm)

Cho góc bẹt xOy . Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng xy vẽ tia Oz bất kỳ. Gọi Om, On lần lượt là tia phân giác của góc xOz và góc yOz .

- Tính số đo góc xOm biết số đo góc yOz bằng 40° .
- Chứng minh rằng số đo góc mOn không phụ thuộc vào tia Oz .

Câu 6(0.5 điểm)

Tìm số tự nhiên n ($n > 0$) sao cho : $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là một số chính phương.

HƯỚNG DẪN

Câu 1(2.5 điểm)

1) a) $A = \frac{24}{25}$

b) Nhân cả tử và mẫu với $2.4.6.8 \dots 2012.2014$

$$KQ B = \frac{1}{2^{1007}}$$

$$2) 3^{4n+1} + 2 = 3 \cdot (3^4)^n + 2 = 3 \cdot 81^n + 2 = 3 \cdot (\overline{0001}) + 2 = \overline{0003} \text{ chia hết cho 5}$$

Câu 2(2 điểm)

1) a) $n \in \{0;1\}$

b) GTLN của B là 5 khi $n=1$

2) Giả sử tìm được số n để $n^2 + 2014$ là số chính phương.

Khi đó ta có $n^2 + 2014 = k^2 \Leftrightarrow (k-n) \cdot (k+n) = 2014$

+) Nếu k, n cùng tính chẵn lẻ $\Rightarrow k-n$ và $k+n$ cùng chia hết cho 2 .

$\Rightarrow (k-n).(k+n)$ chia hết cho 4, mà 2014 không chia hết

cho 4 $\Rightarrow (k-n).(k+n) = 2014$ (Vô lý)

+) Nếu k, n khác tính chẵn lẻ $\Rightarrow$ VT lẻ, mà VP chẵn

$\Rightarrow (k-n).(k+n) = 2014$ (Vô lý)

Do đó không tìm được giá trị của n thỏa mãn đề bài.

Câu 3(2 điểm)

1. Chứng minh $d = 1$

2. (n chẵn)

3. $(2n - 1, 9n + 4) = 1$ khi $n \neq 17k + 9$

$(2n - 1, 9n + 4) = 17$ khi $n = 17k + 9$

Câu 4(1 điểm)

$(x; y) \in \{(1; -3), (-1; 9), (2; 0), (-2; 6), (3; 1), (-3; 5), (6; 2), (-6; 4)\}$

Câu 5(2 điểm)

a) $\angle xOm = 70^\circ$

b) $\angle mOn = \frac{\angle xOy}{2} = 90^\circ$

Câu 6(0.5 điểm)

+) Với $n = 1$ ta có $1! = 1$ là số chính phương.

+) Với $n = 2$ ta có $1! + 2! = 3$ không là số chính phương.

+) Với $n = 3$ ta có $1! + 2! + 3! = 9$ là số chính phương.

+) Với $n = 4$ ta có $1! + 2! + 3! + 4! = 33$ không là số chính phương.

+) Với $n \geq 5$ ta có $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ có chữ số tận cùng là 3 không là số chính phương.

Vậy: $n \in \{1; 3\}$

ĐỀ SỐ 102

ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI

MÔN :TOÁN LỚP 6

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1(1,5 điểm):

a) So sánh: 2^{225} và 3^{151}

b) So sánh không qua quy đồng: $A = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-15}{10^{2006}}$; $B = \frac{-15}{10^{2005}} + \frac{-7}{10^{2006}}$

Bài 2 (1,5 điểm): Không quy đồng hãy tính hợp lý các tổng sau:

a) $A = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$

b) $B = \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4}$

Bài 3 (1,5 điểm): Cho $A = \frac{n-2}{n+3}$. Tìm giá trị của n để:

- a) A là một phân số.
- b) A là một số nguyên.

Bài 4 (1,5 điểm):

a) Tìm số tự nhiên n để phân số $B = \frac{10n-3}{4n-10}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

b) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$

Bài 5 (1,5 điểm): Một người bán năm giỏ xoài và cam. Mỗi giỏ chỉ đựng một loại quả với số lượng là: 65 kg; 71 kg; 58 kg; 72 kg; 93 kg. Sau khi bán một giỏ cam thì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại. Hãy cho biết giỏ nào đựng cam, giỏ nào đựng xoài?

Bài 6 (2,5 điểm): Cho góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù. Biết góc BOC bằng năm lần góc AOB .

- a) Tính số đo mỗi góc.
- b) Gọi OD là tia phân giác của góc BOC . Tính số đo góc AOD .
- c) Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB, OD , vẽ thêm n tia phân biệt (không trùng với các tia OA, OB, OC, OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN LỚP 6

Bài 1 (1,5 điểm):

a) $2^{225} = 2^{3 \cdot 75} = 8^{75}$; $3^{151} > 3^{150}$ mà $3^{150} = 3^{2 \cdot 75} = 9^{75}$ (0,5 điểm)

$9^{75} > 8^{75}$ nên: $3^{150} > 2^{225}$. Vậy: $3^{151} > 3^{150} > 2^{225}$ (0,25 điểm)

b) $A = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-15}{10^{2006}} = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-8}{10^{2006}} + \frac{-7}{10^{2006}}$ (0,25 điểm)

$B = \frac{-15}{10^{2005}} + \frac{-7}{10^{2006}} = \frac{-7}{10^{2005}} + \frac{-8}{10^{2005}} + \frac{-7}{10^{2006}}$ (0,25 điểm)

$\frac{-8}{10^{2006}} > \frac{-7}{10^{2005}} \Rightarrow A > B$ (0,25 điểm)

Bài 2 (1,5 điểm):

(0,5 điểm)

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \dots + \frac{-1}{90} = -\left(\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{9.10}\right) \\ &= -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right) = \frac{-3}{20} \quad (0,5\text{điểm}) \\ \text{b) } B &= \frac{5}{2.1} + \frac{4}{1.11} + \frac{3}{11.2} + \frac{1}{2.15} + \frac{13}{15.4} = 7.\left(\frac{5}{2.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{3}{11.14} + \frac{1}{14.15} + \frac{13}{15.28}\right) \quad (0,25\text{điểm}) \\ &= 7.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{28}\right) = 7.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{28}\right) = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4} \quad (0,25\text{điểm}) \end{aligned}$$

Bài 3 (1,5 điểm):

$$\text{a) } A = \frac{n-2}{n+3} \text{ là phân số khi: } n-2 \in \mathbb{Z}, n+3 \in \mathbb{Z} \text{ và } n+3 \neq 0 \quad (0,5\text{điểm})$$

$$\Leftrightarrow n \in \mathbb{Z} \text{ và } n \neq -3 \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\text{b) } A = \frac{n-2}{n+3} = \frac{(n+3)-5}{n+3} = 1 - \frac{5}{n+3} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$A \text{ là số nguyên khi } n+3 \in U(5) \Leftrightarrow n+3 \in \{-1; 1; -5; 5\} \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\Leftrightarrow n \in \{-4; -2; -8; 2\} \quad (0,25\text{điểm})$$

Bài 4 (1,5 điểm):

$$\text{a) } B = \frac{10n-3}{4n-10} = \frac{5(2n-5)+22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{11}{2n-5} \quad (0,25\text{điểm})$$

B đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{11}{2n-5}$ đạt giá trị lớn nhất. Vì $11 > 0$ và không đổi nên

$$\frac{11}{2n-5} \text{ đạt giá trị lớn nhất khi: } 2n-5 > 0 \text{ và đạt giá trị nhỏ nhất } \Leftrightarrow 2n-5 = 1 \Leftrightarrow n = 3$$

(0,25điểm)

$$\text{Vậy: } B \text{ đạt giá trị lớn nhất là } \frac{5}{2} + 11 = 13,5 \text{ khi } n = 3 \quad (0,25\text{điểm})$$

$$\text{b) Từ } \frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18} \text{ ta có: } \frac{3}{y} = \frac{x}{9} - \frac{1}{18} = \frac{2x-1}{18} \quad (x, y \in \mathbb{N}) \quad (0,25\text{điểm})$$

Suy ra: $y(2x-1) = 54$ do đó $y \in U(54) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$, vì 54 là số chẵn mà $2x-1$ là số lẻ nên y là ước chẵn của 54. Vậy $y \in \{2; 6; 18; 54\}$

Ta có bảng sau:

y	2	6	18	54
2x-1	27	9	3	1

x	14	5	2	1
---	----	---	---	---

Vậy $(x;y) \in \{(14;2); (5;6); (2;18); (1;54)\}$

(0,25điểm)
(0,25điểm)

Bài 5(1,5 điểm):

Tổng số xoài và cam lúc đầu: $65 + 71 + 58 + 72 + 93 = 359$ (kg)

(0,25điểm)

Vì số xoài còn lại gấp ba lần số cam còn lại nên tổng số xoài và cam còn lại là số chia hết cho 4, mà 359 chia cho 4 dư 3 nên giỏ cam bán đi có khối lượng chia cho 4 dư 3.

(0,25điểm)

Trong các số 65; 71; 58; 72; 93 chỉ có 71 chia cho 4 dư 3.

Vậy giỏ cam bán đi là giỏ 71 kg.

(0,25điểm)

Số xoài và cam còn lại : $359 - 71 = 288$ (kg)

(0,25điểm)

Số cam còn lại : $288 : 4 = 72$ (kg)

(0,25điểm)

Vậy: các giỏ cam là giỏ đựng 71 kg ; 72 kg .

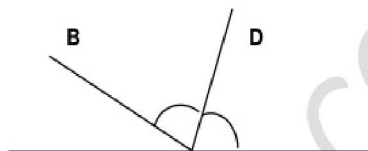
các giỏ xoài là giỏ đựng 65 kg ; 58 kg; 93 kg.

(0,25điểm)

Bài 6(2,5 điểm:)

Vẽ hình đúng

(0,25điểm)



a) Vì góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù nên: $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$

(0,25điểm)

mà $\widehat{BOC} = 5\widehat{AOB}$ nên: $6\widehat{AOB} = 180^\circ$

(0,25điểm)

Do đó: $\widehat{AOB} = 180^\circ : 6 = 30^\circ$; $\widehat{BOC} = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$

(0,5điểm)

b) Vì OD là tia phân giác của góc BOC nên $\widehat{BOD} = \widehat{DOC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} = 75^\circ$.

(0,25điểm)

AOD và góc DOC là hai góc kề bù nên: $\widehat{AOD} + \widehat{DOC} = 180^\circ$

(0,25điểm)

Do đó $\widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{DOC} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

(0,25điểm)

c) Tất cả có $n+4$ tia phân biệt. Cứ 1 tia trong $n+4$ tia đó tạo với $n+4 - 1 = n+3$ tia còn lại thành $n+3$ góc. Có $n+4$ tia nên tạo thành $(n+4)(n+3)$ góc, nhưng như thế mỗi góc được tính hai lần. Vậy có tất

cả $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$ góc

(0,5điểm)

***Chú ý** : Học sinh có thể giải cách khác, nếu chính xác thì hưởng trọn số điểm câu đó.

TRƯỜNG THCS TRUNG PHÚ

ĐỀ SỐ 103

ĐỀ THI CHỌN HSG MÔN TOÁN LỚP 6

NĂM HỌC 2012-2013

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

ĐỀ RA:

Bài 1: (3đ) Tìm , biết:

a) $5^x = 125$

b) $3^{2x} = 81$

c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

Bài 2: (1,5 đ) Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

a) Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương

- b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm
c) Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 3: (3đ) Tìm ba số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ của số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ của số thứ hai và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ ba.

Bài 4: (2đ) Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là O. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120° . Chứng minh rằng:

- a) $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} = \widehat{yOz}$
b) Trên tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại

Bài 5: (0,5) Tìm x biết $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750$.

TRƯỜNG THCS TRUNG PHÚ

ĐỀ THI CHỌN HSG MÔN TOÁN LỚP 6
NĂM HỌC 2012-2013

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

ĐỀ RA:

Bài 1: (3đ) Tìm , biết:

- b) $5^x = 125$ b) $3^{2x} = 81$ c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

Bài 2: (1,5 đ) Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

- a/ Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương
b/ Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm
c/ Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 3: (3đ) Tìm ba số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ của số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ của số thứ hai và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ ba.

Bài 4: (2đ) Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là O. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120° . Chứng minh rằng:

- a) $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} = \widehat{yOz}$
b) Trên tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại

Bài 5: (0,5) Tìm x biết $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750$.

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HSG TOÁN 6.
NĂM HỌC 2012-2013

Bài 1: a) $5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$. b) $x = 2$

c) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3 \Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2 \cdot 3 + 2 \cdot 5^2 \Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2 \cdot 5 \Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2 \cdot 5 \cdot 5^3$
 $\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$.

Bài 2: a) Nếu a dương thì số liền sau cũng dương.

Ta có: Nếu a dương thì $a > 0$ số liền sau a lớn hơn a nên cũng lớn hơn 0, nên là số dương.

b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

Ta có: Nếu a âm thì $a < 0$, số liền trước a nhỏ hơn a nên cũng nhỏ hơn 0, nên là số âm.

Bài 3: Số thứ nhất bằng $\frac{9}{11} : \frac{6}{7} = \frac{21}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai bằng $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (số thứ hai)

Tổng ba số bằng: $\frac{21+22+27}{22}$ (số thứ hai) $= \frac{70}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là: $210 : \frac{70}{22} = 66$. Số thứ nhất là: $\frac{21}{22} \cdot 66 = 63$: Số thứ ba: $\frac{27}{22} \cdot 66 = 81$.

Bài 4: Ta có $\widehat{xOy} = 60^\circ$; $\widehat{xOz} = 60^\circ$; và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy , Oz nên $\widehat{yOz} = \widehat{yOx} + \widehat{xOz} = 120^\circ$
 vậy $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = \widehat{zOx}$. Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy , Oz và $\widehat{xOy} = \widehat{xOz}$ nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy , Oz .

Tương tự tia yO' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân fgiác của góc xOz và xOy .

Bài 5: $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750 \Rightarrow x+1+x+2+x+3+\dots+x+100=5750$

$\Rightarrow (1+2+3+\dots+x+100)+(x+x+x+\dots+x)=5750 \Rightarrow 101 \times 50 + 100x = 5750$

$\Rightarrow 100x = 5750 - 5050 \Rightarrow x = 7$.

PHÒNG GD&ĐT THÀNH PHỐ NINH BÌNH

ĐỀ SỐ 104

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6

Năm học 2012 - 2013

Môn: Toán

(Thời gian làm bài: 150 phút)

Bài 1 (3 điểm): Tìm các số nguyên x, sao cho:

a, $x - \frac{3}{4} = \frac{-5}{6}$

b, $\frac{3}{x} = \frac{x^3}{27}$

c, $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} = 496$.

Bài 2 (3,5 điểm): **Tính nhanh:**

a. $B = \frac{\frac{7}{12} + \frac{5}{6} - 1}{5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$

b. $B = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \dots \cdot \frac{9999}{10000}$

c. $C = \frac{2.3.4 - 2.3.4.9 + 2.3.4.11 - 2.3.4.13}{5.6.7 - 5.6.7.9 + 5.6.7.11 - 5.6.7.13}$

Bài 3 (3 điểm):

- 1/ Tìm uCLN(5a+6;8a+7) ($\forall a \in \mathbb{N}$)
2/ Chứng minh rằng hai số $2012^{100} - 1$ và $2012^{100} + 1$ không thể đồng thời là số nguyên tố.

Bài 4 (4 điểm):

a. Cho

$$A = \frac{15^{1999} + 1}{15^{2000} + 1} \text{ và } B = \frac{15^{2000} + 1}{15^{2001} + 1}. \text{ So sánh A và B}$$

b. Cho

$$S = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{20} \text{ so sánh S với } \frac{1}{2}$$

Câu 5 (3 điểm):

Hai xe đạp cùng đi từ A về cùng một hướng. Xe thứ nhất khởi hành lúc 8 giờ, xe thứ hai khởi hành lúc 8 giờ 30 phút. Quảng đường xe thứ nhất đi trong 5 giờ 15 phút bằng quảng đường xe thứ hai đi trong 4 giờ 40 phút. Mỗi xe nghỉ trên đường 45 phút. Hỏi xe thứ hai đuổi kịp xe thứ nhất lúc mấy giờ?

Câu 6. Chứng tỏ rằng: (3,5 điểm)

- a, Nếu A là số gồm 200 chữ số 1 và B là số gồm 100 chữ số 2 thì A - B là số chính phương.
b, Nếu số A chia hết cho $(5n + 7)$ và $(7n + 10)$ thì A chia hết cho $(35n^2 + 99n + 70)$.

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 105

PHÒNG GD & ĐT THÀNH PHỐ
TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6,
CẤP TRƯỜNG NĂM HỌC 2012 - 2013**

Môn: Toán

(Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề)

Kí ra đề	Kí thẩm định đề

Họ và tên:

Lớp: 6....

Điểm

Bài 1 (3 điểm). Tính:

a) $A = [32 : (-2)^4] + 140 : (38 + 2^5) - (-2)^3$;

b) $B = \frac{2013}{13} + \frac{7}{13} \cdot (-123 + 456) + \frac{7}{13} \cdot (123 - 456)$;

c) $C = (2^6 + 2^5) : 2^5$.

Bài 2 (3 điểm): Tìm x, biết:

a) $2 \cdot |x| - 5^2 = 6, 25 - 1, 25$;

b) $\frac{x+3}{-3} = \frac{-5}{3}$.

Bài 3 (2 điểm): Chứng tỏ rằng:

a) $a \cdot (b - c) - a \cdot (b + d) = -a \cdot (c + d)$;

b) $\left(\frac{a \cdot b}{c \cdot d}\right)^n = \frac{a^n \cdot b^n}{c^n \cdot d^n}$, (với $a, b, c, d \in \mathbb{L}$ và $c \neq 0, d \neq 0, n \in \mathbb{L}^*$).

Bài 4 (5 điểm):

a) Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 2 vào bên phải và một chữ số 2 vào bên trái của nó thì số ấy tăng gấp 36 lần;

b) Tìm hai số tự nhiên a, b biết $a \cdot b = 216$ và $\text{ƯCLN}(a, b) = 6$;

c) Tìm các cặp số x và y nguyên dương sao cho $(2x + 1)(y - 3) = 2012$.

Bài 5 (3 điểm): Cho tổng $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2002}$.

a) Tính S;

b) Chứng minh rằng S chia hết cho 7.

Bài 6 (4 điểm): Cho AOB và góc BOC là hai góc kề bù. Biết $\text{BOC} = 5 \cdot \text{AOB}$.

a) Tính số đo mỗi góc;

b) Gọi OD là tia phân giác của góc BOC. Tính số đo góc AOD;

c) Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB và OD, vẽ thêm n tia phân biệt (không trùng với các tia OA, OB, OC, OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?

Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính bỏ túi để hỗ trợ làm bài.

ĐỀ SỐ 106

PHÒNG GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
ĐIỆN BÀN

KÌ THI HỌC SINH GIỎI THCS CẤP HUYỆN
Năm học 2012-2013

Thầy Thích – 0919.281.916

MÔN : TOÁN 6
Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1 : (2 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức $A = (\frac{1}{4} - 2\frac{5}{12} - 11\frac{5}{6}) : (1\frac{3}{10} + \frac{1}{3})$
2. Tính tổng $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$

Bài 2 : (2 điểm)

1. Tìm hai số tự nhiên a, b biết BCNN(a, b) = 192 và ƯWCLN(a, b) = 16
2. Tìm số tự nhiên có ba chữ số biết rằng khi chia số đó cho các số 25; 28; 35 thì được các số dư lần lượt là 5; 8; 15

Bài 3 : (2 điểm)

1. Tính tổng $S = \frac{5}{2.3} + \frac{5}{3.4} + \dots + \frac{5}{48.49} + \frac{5}{49.50}$
2. So sánh $A = \frac{2013^{2011} + 1}{2013^{2012} + 1}$ và $B = \frac{2013^{2012} - 2}{2013^{2013} - 2}$ —

Bài 4 : (2 điểm)

1. Tìm các chữ số a và b sao cho $a - b = 4$ và $87ab$ chia hết cho 9
2. Tìm số nguyên tố ab ($a > b > 0$) sao cho $ab - ba$ là số chính phương

Bài 5 : (2 điểm)

Cho hai góc AÔB và BÔC là hai góc kề bù. Biết số đo của góc BÔC bằng 5 lần số đo của AÔB

1. Tính số đo mỗi góc
2. Vẽ thêm n tia phân biệt tại gốc O ($n > 2$) nằm giữa hai tia OC và OB thì có tất cả bao nhiêu góc tạo bởi n tia đó

Hết

ĐỀ SỐ 107

PHÒNG GD-ĐT
SƠN TỊNH

KỶ THI CHỌN HSG CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2012 -2013

Môn Toán - Lớp 6

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1.(3.0 điểm)

a) Cho phân số $A = \frac{3n - 5}{n + 4}$ ($n \in \mathbb{Z}; n \neq -4$)

Tìm n để A có giá trị nguyên

b) So sánh $A = \frac{2013^{2010} + 1}{2013^{2011} + 1}$ và $B = \frac{2013^{2011} - 2}{2013^{2012} - 2}$

Câu 2. (3.0 điểm)

a) Tìm các số tự nhiên x, y biết: $2^x + 3124 = 5^y$

b) Tìm các số nguyên x, y sao cho $\frac{y}{2} - \frac{9}{x} = \frac{1}{8}$

Câu 3.(3.0 điểm)

Tìm các số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 15; 18; 25 thì được các số dư lần lượt là 5; 8; 15.

Câu 4. (4.0 điểm)

Ba vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước. Nếu chỉ dùng vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy vào bể thì sau 1 giờ 20 phút bể sẽ đầy, nếu chỉ dùng vòi thứ hai và vòi thứ ba chảy vào bể thì sau 1 giờ 30 phút bể sẽ đầy, còn nếu chỉ dùng vòi thứ nhất và vòi thứ ba chảy vào bể thì sau 1 giờ 24 phút sẽ đầy bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sẽ đầy bể sau bao lâu?

Câu 5. (4.0 điểm)

Cho $\angle xOy$ tù. Bên trong $\angle xOy$, vẽ tia Om sao cho $\angle yOm = 90^\circ$ và vẽ tia On sao cho $\angle On = 90^\circ$

- Chứng minh $\angle xOm = \angle yOn$
- Gọi Ot là tia phân giác của $\angle xOy$. Chứng minh Ot cũng là tia phân giác của $\angle mOn$

Câu 6. (3.0 điểm)

Trên cùng một nửa mặt phẳng cho trước có bờ Ox , vẽ hai tia Oy và Oz sao cho số đo $\angle xOy = 70^\circ$ và số đo $\angle yOz = 30^\circ$.

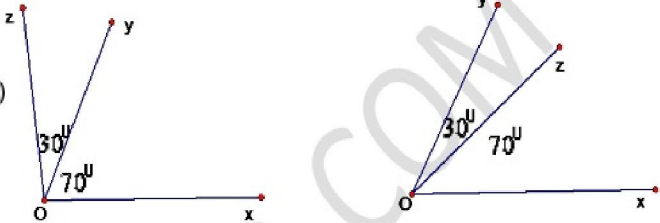
- Xác định số đo $\angle xOz$
- Trên tia Ox lấy 2 điểm A và B (A không trùng với O và $OB > OA$). Gọi M là trung điểm của OA , so sánh độ dài MB với trung bình cộng độ dài OB và AB .

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 6
Kỳ thi chọn HSG cấp huyện năm học 2012 – 2013

Câu	Hướng dẫn chấm	Biểu điểm										
Câu 1 (3.0đ)	1a) (1.5đ) $A = \frac{3n-5}{n+4} = \frac{3(n+4)-17}{n+4} = 3 + \frac{-17}{n+4}$	0.5đ										
	$A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+4 \in \{\pm 1; \pm 17\}$	0.5đ										
	<table><tr><td>n+4</td><td>-1</td><td>1</td><td>-17</td><td>17</td></tr><tr><td>n</td><td>-5</td><td>-3</td><td>-21</td><td>13</td></tr></table>	n+4	-1	1	-17	17	n	-5	-3	-21	13	0.5đ
	n+4	-1	1	-17	17							
	n	-5	-3	-21	13							
	1b)(1.5đ) $B = \frac{2013^{2011}-2}{2013^{2012}-2} < \frac{2013^{2011}-2+2015}{2013^{2012}-2+2015} = \frac{2013^{2011}+2013}{2013^{2012}+2013}$	0.75đ										
$= \frac{2013(2013^{2010}+1)}{2013(2013^{2011}+1)} = \frac{2013^{2010}+1}{2013^{2011}+1} = A$	0.75đ											
Câu 2 (3.0đ)	2a) (1.0đ) $2^x + 3124 = 5^y$	0.5đ										

Câu 3 (3.0đ)	- Nếu $x = 0$, khi đó $2^0 + 3124 = 5^y$ hay $5^5 = 5^y \Rightarrow y = 5$ - Nếu $x \neq 0$, vế trái là một số chẵn, vế phải là một số lẻ (vô lý) Vậy $x = 0; y = 5$	0.5đ
	2b) (2.0đ) $\frac{y}{2} - \frac{9}{x} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{xy - 18}{2x} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x(4y - 1) = 72$	0.5đ
	$\Rightarrow 4y - 1$ là ước nguyên lẻ của 72, do đó :	
	$4y - 1 = -1 \Rightarrow y = 0, x = -72$	0.5đ
	$4y - 1 = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ (loại)	0.5đ
	$4y - 1 = -3 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$ (loại)	
	$4y - 1 = 3 \Rightarrow y = 1, x = 24$	0.5đ
	$4y - 1 = -9 \Rightarrow y = -2, x = -8$	
	$4y - 1 = 9 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$ (loại)	0.5đ
	3.(3.0đ) Gọi số phải tìm là x	0.5đ
	Theo đề bài ta có $x + 10$ chia hết cho 15, 18, 25.	0.5đ
	$\Rightarrow x + 10$ là bội chung của 15, 18, 25	0.5đ
	BCNN(15; 18; 25) = 450 nên $x + 10 = 450.n$ ($n = 1; 2; 3; \dots$)	0.5đ
	Vì x là số tự nhiên có 3 chữ số nên $x \leq 999 \Rightarrow x + 10 \leq 1009 \Rightarrow n = 1, 2$	
Câu 4 (4.0đ)	4.(4.0đ). Vòi 1 và vòi 2 một giờ chảy vào bể được $\frac{3}{4}$ (bể)	0.5đ
	Vòi 2 và vòi 3 một giờ chảy vào bể được $\frac{2}{3}$ (bể)	0.5đ
	Vòi 1 và vòi 3 một giờ chảy vào bể được $\frac{5}{7}$ (bể)	0.5đ
	$\Rightarrow 1$ giờ cả 3 vòi cùng chảy vào bể được $(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{7}) : 2 = \frac{179}{168}$ (bể)	1.0
	$\Rightarrow 1$ giờ vòi 3 chảy vào được $\frac{179}{168} - \frac{3}{4} = \frac{53}{168}$ (bể) $\Rightarrow$ chảy đầy bể sau $\approx 3g10'$	0.5đ
	$\Rightarrow 1$ giờ vòi 1 chảy vào được $\frac{179}{168} - \frac{2}{3} = \frac{67}{168}$ (bể) $\Rightarrow$ chảy đầy bể sau $\approx 2g30'$	0.5đ
	$\Rightarrow 1$ giờ vòi 2 chảy vào được $\frac{179}{168} - \frac{5}{7} = \frac{59}{168}$ (bể) $\Rightarrow$ chảy đầy bể sau $\approx 2g50'$	
		0.5đ

Câu 5 (4.0đ)	5a)(2.0đ) Vẽ hình đúng, chính xác Lý luận để có $90^\circ + xOm = xOy$ $90^\circ + yOn = xOy$ $\Rightarrow xOm = yOn$ 5b)(2.0đ) Lý luận để có $xOt = yOt$ $xOt = xOm + mOt$ $yOt = yOn + nOt$ $\Rightarrow mOt = nOt$ hay Ot là tia phân giác mOn	0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ
	Câu 6 (3.0đ) - Hình vẽ đúng (0.25đ cho mỗi hình)  Trường hợp 1 : Oz nằm giữa 2 tia Ox và Oy, khi đó : $xOz = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$ Trường hợp 2 : Oz không nằm giữa 2 tia Ox và Oy, khi đó : $xOz = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$ 6b.(1.5đ) -TBC của số OB và AB là : $\frac{OB + AB}{2} = \frac{OB}{2} + \frac{AB}{2}$ Lại có $OB = AB + OA$ nên $\frac{OB + AB}{2} = \frac{OA}{2} + AB$ (1) Mặt khác $MB = AB + AM$ mà M là trung điểm của OA nên $MB = \frac{OA}{2} + AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $MB = \frac{OB + AB}{2}$	0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ 0.5đ

